

A**3522**Register
Number

--	--	--	--	--	--

Part III**கணிதம் / MATHEMATICS**

(Tamil Version)

நேரம் : 3 மணி]

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 200

பகுதி - அ

குறிப்பு : i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.

ii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் மதிப்பெண் ஒன்று.

iii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்வு செய்க.

40 × 1 = 40

1. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ எனில்,அ) \vec{a} , \vec{b} -க்கு இணையாகும்ஆ) \vec{a} , \vec{b} -க்கு செங்குத்தாகும்இ) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ஈ) \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஒரே வகை வெக்டர்கள்.2. $(2, 10, 1)$ என்ற புள்ளிக்கும் $\vec{r} \cdot (3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}) = 2\sqrt{26}$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட மிகக் குறைந்த தூரம்அ) $2\sqrt{26}$ ஆ) $\sqrt{26}$

இ) 2

ஈ) $\frac{1}{\sqrt{26}}$

[Turn over

3522

2

3. $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-4}{-8}$ மற்றும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{-2}$ என்ற கோடுகள்

வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி

அ) (0, 0, -4)

ஆ) (1, 0, 0)

இ) (0, 2, 0)

ஈ) (1, 2, 0).

4. $4\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ இன் மீது $(3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$ இன் வீழல்

அ) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

ஆ) $\frac{-9}{\sqrt{21}}$

இ) $\frac{81}{\sqrt{21}}$

ஈ) $\frac{-81}{\sqrt{21}}$

5. $|\vec{r} - (2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k})| = 5$ என்ற கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம்

அ) (2, -1, 4) மற்றும் 5

ஆ) (2, 1, 4) மற்றும் 5

இ) (-2, 1, 4) மற்றும் 6

ஈ) (2, 1, -4) மற்றும் 5.

6. $9x^2 + 5y^2 = 180$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு

அ) 4

ஆ) 6

இ) 8

ஈ) 2.

7. $x^2 - 4(y - 3)^2 = 16$ என்ற அதிபரவளையத்தின் இயக்கு வரைகள்

அ) $y = \pm \frac{8}{\sqrt{5}}$

ஆ) $x = \pm \frac{8}{\sqrt{5}}$

இ) $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{8}$

ஈ) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{8}$.

8. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்தில் t_1 மற்றும் t_2 என்ற புள்ளிகளிலிருந்து வரையப்படும் தொடுகோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி

அ) $[a(t_1 + t_2), at_1 t_2]$

ஆ) $[at_1 t_2, a(t_1 + t_2)]$

இ) $[at^2, 2at]$

ஈ) $[at_1 t_2, a(t_1 - t_2)]$.

9. $y = 3x^2 + 3 \sin x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = 0$ வில் தொடுகோட்டின் சாய்வு

அ) 3

ஆ) 2

இ) 1

ஈ) -1.

10. $f(x) = x^2$ என்ற சார்பு இறங்கும் இடைவெளி

அ) $(-\infty, \infty)$

ஆ) $(-\infty, 0)$

இ) $(0, \infty)$

ஈ) $(-2, \infty)$.

11. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கும் அதன் துணை வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட பரப்பு

அ) $\pi b(a-b)$

ஆ) $2\pi a(a-b)$

இ) $\pi a(a-b)$

ஈ) $2\pi b(a-b)$.

12. $(0, 0)$, $(3, 0)$ மற்றும் $(3, 3)$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு x^2 -அச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றப்படும்போது உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவு

அ) 18π

ஆ) 2π

இ) 36π

ஈ) 9π .

13. $\int_a^b f(x) dx =$

அ) $2 \int_0^a f(x) dx$

ஆ) $\int_a^b f(a-x) dx$

இ) $\int_a^b f(b-x) dx$

ஈ) $\int_a^b f(a+b-x) dx$.

14. $\frac{dy}{dx} + 2\frac{y}{x} = e^{4x}$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகைக்காரணி

அ) $\log x$

ஆ) x^2

இ) e^x

ஈ) x .

15. $(D^2 + 1)y = e^{2x}$ இன் நிரப்புச்சார்பு

அ) $(Ax + B)e^x$

ஆ) $A \cos x + B \sin x$

இ) $(Ax + B)e^{2x}$

ஈ) $(Ax + B)e^{-x}$.

16. p மெய்யாகவும், மேலும் q தெரியாததாகவும் இருப்பின்

அ) $\sim p$ ஒரு உண்மை

ஆ) $p \vee (\sim p)$ ஒரு தவறு

இ) $p \wedge (\sim p)$ ஒரு உண்மை

ஈ) $p \vee q$ ஒரு உண்மை.

17. ஒரு $f(x) = \begin{cases} kx^2 & ; 0 < x < 3 \\ 0 & ; \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

என்பது ஒருநிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில் k இன் மதிப்பு

அ) $\frac{1}{3}$

ஆ) $\frac{1}{6}$

இ) $\frac{1}{9}$

ஈ) $\frac{1}{12}$.

18.. $E(x + c) = 8$ மற்றும் $E(x - c) = 12$, எனில் c இன் மதிப்பு

அ) -2

ஆ) 4

இ) -4

ஈ) 2 .

19. ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(x = 2) = P(x = 3)$ எனில் பண்பளவை λ இன் மதிப்பு

அ) 6

ஆ) 2

இ) 3

ஈ) 0 .

A

[Turn over

20. பின்வருவனவற்றுள் சரியான கூற்றுகள் எவை ?

I. $E(aX + b) = aE(X) + b$

II. $\mu_2 = \mu_1' (\mu_1')^2$

III. $\mu_2 =$ பரவற்படி

IV. $Var(aX + b) = a^2 var(X)$.

அ) அனைத்தும் சரியானவை

ஆ) I, II மற்றும் III

இ) II மற்றும் III

ஈ) I மற்றும் IV.

21. $A = [2 \ 0 \ 1]$ எனில், AA^T இன் தரம்

அ) 1

ஆ) 2

இ) 3

ஈ) 0.

22. A என்ற அணியின் வரிசை 3 எனில் $\det(kA)$ என்பது

அ) $k^3 \det(A)$

ஆ) $k^2 \det(A)$

இ) $k \det(A)$

ஈ) $\det(A)$.

23. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ எனில் A^{12} என்பது

அ) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}$

இ) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ஆ) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5^{12} \end{bmatrix}$

ஈ) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

24. சமப்படித்தான நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பில் $\rho(A) < (\text{மாறிகளின் எண்ணிக்கை})$ எனில் தொகுப்பானது

அ) வெளிப்படைத் தீர்வு மட்டுமே பெற்றிருக்கும்

ஆ) வெளிப்படைத் தீர்வு மற்றும் எண்ணிக்கையற்ற வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்

இ) வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் மட்டுமே பெற்றிருக்கும்

ஈ) தீர்வுகள் பெற்றிருக்காது.

25. \vec{a} க்கும் \vec{b} க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் 120° மேலும் அவற்றின் எண்ணளவுகள் முறையே 2 மற்றும் $\sqrt{3}$ எனில் $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ஆனது

அ) $\sqrt{3}$

ஆ) $-\sqrt{3}$

இ) 2

ஈ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

26. $x^2 + y^2 = 1$ எனில், $\frac{1+x+iy}{1+x-iy}$ இன் மதிப்பு

அ) $x - iy$

ஆ) $2x$

இ) $-2iy$

ஈ) $x + iy$

A

[Turn over

27. கலப்பெண் $(i^{25})^3$ இன் போலார் (ஆயத்தொலை) வடிவம்

அ) $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$

ஆ) $\cos \pi + i \sin \pi$

இ) $\cos \pi - i \sin \pi$

ஈ) $\cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2}$

28. $i + i^{22} + i^{23} + i^{24} + i^{25}$ இன் மதிப்பு

அ) i

ஆ) $-i$

இ) 1

ஈ) -1

29. ஒன்றின் n -ஆம் படி மூலங்களைப் பொறுத்து பின்வருவனவற்றுள் எது சரியானதல்ல ?

அ) வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை n

ஆ) மூலங்கள், $\text{cis}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ ஐ பொது விகிதமாகக் கொண்டு பெருக்குத் தொடர்முறை (G.P.) யில் உள்ளன

இ) வீச்சுகள், $\frac{2\pi}{n}$ ஐ பொது வித்தியாசமாகக் கொண்டு கூட்டுத் தொடர்முறை (A.P.) யில் உள்ளன

ஈ) மூலங்களின் பெருக்கல் 0 மற்றும் மூலங்களின் கூடுதல் ± 1 .

30. $4x + 2y = c$ என்ற கோடு $y^2 = 16x$ என்ற பரவளையத்தின் தொடுகோடு எனில் c இன் மதிப்பு

அ) -1

ஆ) -2

இ) 4

ஈ) -4

31. பின்வரும் வளைவரைகளுள் எது கீழ்நோக்கி குழிவு பெற்றுள்ளது ?

அ) $y = -x^2$

ஆ) $y = x^2$

இ) $y = e^x$

ஈ) $y = x^2 + 2x - 3.$

32. ரோலின் தேற்றத்தின் விதிகளில் ஒன்று

அ) (a, b) என்ற இடைவெளியில் f வரையறுக்கப்பட்டு தொடர்ச்சியாகவுள்ளது

ஆ) $[a, b]$ என்ற இடைவெளியில் f வகையிடத்தக்கதாக உள்ளது

இ) $f(a) = f(b)$

ஈ) (a, b) என்ற இடைவெளியில் f வகையிடத்தக்கதாக உள்ளது.

33. $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ என்பது எதற்கு சமம் ?

அ) $\frac{1}{2} u$

ஆ) u

இ) $\frac{3}{2} u$

ஈ) $-u.$

34. $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ எனில், $\frac{\partial r}{\partial x} =$

அ) $\sec \theta$

ஆ) $\sin \theta$

இ) $\cos \theta$

ஈ) $\operatorname{cosec} \theta.$

A

[Turn over

35. $\int_0^{\pi/4} \cos^3 2x \, dx =$

அ) $\frac{2}{3}$

ஆ) $\frac{1}{3}$

இ) 0

ஈ) $\frac{2\pi}{3}$

36. $m < 0$ ஆக இருப்பின் $\frac{dx}{dy} + mx = 0$ இன் தீர்வு

அ) $x = ce^{my}$

ஆ) $x = ce^{-my}$

இ) $x = my + c$

ஈ) $x = c$

37. $\frac{d^2 y}{dx^2} - y + \left(\frac{dy}{dx} + \frac{d^3 y}{dx^3} \right)^{3/2} = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும்

படி

அ) 2, 3

ஆ) 3, 3

இ) 3, 2

ஈ) 2, 2.

38. பின்வருவனவற்றுள் எது மெய்மையாகும் ?

அ) $p \vee q$

ஆ) $p \wedge q$

இ) $p \vee \sim p$

ஈ) $p \wedge \sim p$

39. கீழ்க்காண்பவைகளில் எது R ல் ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல ?

அ) $a * b = ab$

ஆ) $a * b = a - b$

இ) $a * b = \sqrt{ab}$

ஈ) $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$

40. $[3] + {}_{11}([5] + {}_{11}[6])$ இன் மதிப்பு

அ) $[0]$

ஆ) $[1]$

இ) $[2]$

ஈ) $[3]$

பகுதி - ஆ

குறிப்பு : i) பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

ii) வினா எண் 55 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

iii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஆறு மதிப்பெண்கள்.

10 × 6 = 60

41. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பைத் தீர்க்க.

$$2x - 3y = 7, \quad 4x - 6y = 14.$$

42. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, எனில் $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதனை

சரிபார்க்க.

43. $2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் முறையே A, B . இதனை இணைக்கும் புள்ளிகளை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

44. i) $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ எனும் வெக்டருக்கு இணையானதும் எண்ணளவு 5 உடையதுமான விசை, ஒரு துகளை $(1, 2, 3)$ என்ற புள்ளியில் இருந்து $(5, 3, 7)$ என்ற புள்ளிக்கு நகர்த்துமாயின் அவ்விசை செய்யும் வேலையைக் கணக்கிடுக.

ii) $-12\vec{i} + \lambda\vec{k}, 3\vec{j} - \vec{k}, 2\vec{i} + \vec{j} - 15\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட இணைகரத் தின்மத்தின் கனஅளவு 546 எனில் λ இன் மதிப்பு காண்க.

A

[Turn over

45. $-7 + 24i$ இன் வர்க்கமூலம் காண்க.

46. $1 + 2i$ ஒரு மூலமாகக் கொண்ட $x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 14x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.

47. மதிப்பு காண்க : $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$.

48. i) $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ எனும் சார்புக்கு ரோலின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

ii) R இல் e^x திட்டமாக ஏறும் சார்பு என நிரூபிக்க.

49. $z = ye^{x^2}$ என்ற சார்பில் $x = 2t$, $y = 1 - t$, எனில் $\frac{dz}{dt}$ காண்க.

50. மதிப்பிடுக : $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}} dx$.

51. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$.

52. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ எனக் காட்டுக.

53. ஒரு சீரான பகடையை வைத்து ஒரு விளையாட்டு விளையாடப்படுகிறது. ஒருவருக்கு, பகடையின் மேல் 2 விழுந்தால் ரூ. 20 இலாபமும், பகடையின் மேல் 4 விழுந்தால் ரூ. 40 இலாபமும், பகடையின் மேல் 6 விழுந்தால் ரூ. 30 இழப்பும் ஏற்படுகிறது. வேறு எந்த எண் விழுந்தாலும் இலாபமோ இழப்போ கிடையாது. அவர் அடையும் எதிர்பார்ப்பு இலாபத் தொகை யாது ?

54. ஒரே சமயத்தில் 4 நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. (i) சரியாக 2 தலைகள் (ii) குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள், (iii) அதிகபட்சம் 2 தலைகள், கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

55. a) G ஓர் குலம் என்க. $a, b \in G$. அவ்வாறாயின் $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$ என நிரூபிக்க.

அல்லது

b) $x^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(0, 1)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

பகுதி - இ

குறிப்பு : i) பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

ii) வினா எண் 70 - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

iii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 10 மதிப்பெண்கள். $10 \times 10 = 100$

56. பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. அவ்வாறு ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அதனைத் தீர்க்கவும் (தரமுறையை பயன்படுத்தவும்) :

$$x + y - z = 1, \quad 2x + 2y - 2z = 2, \quad -3x - 3y + 3z = -3.$$

57. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{0}$ மற்றும் $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$ என்ற கோடுகள் வெட்டும்

எனக்காட்டி, அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

A

[Turn over

66. ஆரம் r அலகுகள் உள்ள கோளத்தின் மையத்திலிருந்து a மற்றும் b அலகுகள் தொலைவில் அமைந்த இரு இணையான தளங்கள், கோளத்தை வெட்டும் போது இடைப்படும் பகுதியின் வளைபரப்பு $2\pi r(b-a)$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து கோளத்தின் வளைபரப்பை வருவிக்க ($b > a$).
67. ரேடியம் சிதையும் மாறுவீதமானது, அது காணப்படும் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 50 வருடங்களில், ஆரம்ப அளவிலிருந்து 5 சதவீதம் சிதைந்திருக்கிறது எனில், 100 வருட முடிவில் மீதியிருக்கும் அளவு என்ன? [A_0 ஐ ஆரம்ப அளவு எனக் கொள்க.]
68. 11-இன் மட்டுக்கு காணப்பெற்ற பெருக்கலின் கீழ் $\{[1], [3], [4], [5], [9]\}$ என்ற கணம் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
69. ஒரு இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்சார்பு $f(x) = ce^{-x^2+3x}$, $-\infty < x < \infty$ எனில், c , μ மற்றும் σ^2 ஆகியவற்றைக் காண்க.
70. அ) தீர்க்க : $(D^2 - 1)y = \cos 2x - 2 \sin 2x$.

அல்லது

ஆ) ஒரு சிற்றுந்து A ஆனது மணிக்கு 50 கி.மீ வேகத்தில் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. மற்றொரு சிற்றுந்து B ஆனது மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் தெற்கிலிருந்து வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. இவை இரண்டும் சாலைகள் சந்திக்கும் இடத்தை நோக்கிச் செல்கின்றன. சாலைகள் சந்திக்கும் முனையிலிருந்து சிற்றுந்து A ஆனது 0.3 கி.மீ தூரத்திலும் சிற்றுந்து B ஆனது 0.4 கி.மீ தூரத்திலும் இருக்கும்போது ஒன்றை ஒன்று நெருங்கும் வேக வீதத்தைக் கணக்கிடுக.