STANDARD X QEPR

ഗുണനിലവാരമുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം
കുട്ടികളുടെ അവകാശം

ഒരുക്കം 2016

ഒരു തീവ്രപഠന പരിപാടി

ഗണിതശാസ്ത്രം

പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്, കേരളം

യൂണിറ്റ് - 1
സമാന്തരശ്രേണികൾ

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ......

- ഒരു സംഖ്യയിൽ തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ ആവർത്തിച്ച് കൂട്ടിയെഴുതുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി.
- ആവർത്തിച്ച് കൂട്ടിയെഴുതുന്ന സംഖ്യയാണ് സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലുള്ള സംഖ്യ കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയാണ് സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം (d)
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത മൂന്നു പദങ്ങളിൽ ആദ്യത്തേതിന്റേയും മൂന്നാമത്തേതിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയായിരിക്കും രണ്ടാമത്തെ പദം.
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും പദവ്യത്യാസം സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമായിരിക്കും.ആനുപാതികസ്ഥിരം പൊതുവ്യത്യാസമായിരിക്കും.
  അതായത് $\frac{Xm-Xn}{m-n} = d$ ആയിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു പദത്തേയും പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = an + b$ ആയിരിക്കും. ഇതിൽ a എന്നത് പൊതുവ്യത്യാസവും a + b എന്നത് ആദ്യപദവുമായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം ലഭിക്കാൻ ആദ്യപദത്തിന്റെ കൂടെ (n − 1) പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മതി.
- 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക, അവസാനത്തെ സംഖ്യയുടേയും തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യയുടേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും. അതായത്
  $1+2+3+.........................+ n = \frac{n(n+1)}{2}$ ആയിരിക്കും.
- ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലേയും തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക , ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തേയും പദങ്ങളുടെ തുകയും അവയുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും.
  അതായത് $x_1+ x_2+x_3+...............+x_n = \frac{n}{2}(x_1+x_n)$ ആയിരിക്കും.
- പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റയാണെങ്കിൽ തുക നടുവിലുള്ള പദത്തിന്റേയും പദങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റേയും ഗുണനഫലമായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതം $S_n = an^2 +bn$ ആയിരിക്കും. ഇതിൽ a എന്നത് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ പകുതിയും a+b എന്നത് ആദ്യപദവുമായിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 1

താഴെപ്പറയുന്ന ശ്രേണികൾ എഴുതുക.

1. 3 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ

.... , ... , ... , ... , ,........... , ... , ... , ...

2. ഒറ്റ സംഖ്യകളോട് 1 വീതം കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... , ... , ... , ... , ... ,.......... , ...

3. ഇരട്ടസംഖ്യകളോട് 1 വീതം കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... , ... , ... , ... , ... , ... , ...

4. 2, 7 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... , ... , ... , ... , ... , ... , ...

5. $\frac{1}{2}$ ൽ തുടങ്ങി 2 കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... , ... , ... , ... , ... , ... , ...

6. $\frac{1}{3}$ ൽ തുടങ്ങി അംശത്തോട് 1 വീതം കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... ,........... , ... , ... , ... , ... , ...

7. $\frac{1}{3}$ ൽ തുടങ്ങി ഛേദത്തോട് 1 വീതം കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... ,........... , ... , ... , ... , ... , ...

8. 3 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി രണ്ടു മടങ്ങിനോട് 1 കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ

.... , ... ,........... , ... , ... , ... , ... , ...

- ഇവയിൽ സമാന്തരശ്രേണികൾ ഏതൊക്കെയെന്ന് എഴുതി നോക്കൂ..

പ്രവർത്തനം - 2

- താഴെക്കൊടുത്ത സമാന്തരശ്രേണികളിൽ വിട്ടുപോയ സംഖ്യകൾ എഴുതി നോക്കൂ..

1. 5 , 10 , ... , ... , 25 , ... , 35 , ...

2. 4, ... , 18 , ... , ... , ... ,

3. 6 , ..., ... , 18 , ... , ...

4. .... , 9 , ... , 23 , ... , ...

5. .... , ... , 21 , ... , 39 , ...

- ഒന്നാമത്തെ ശ്രേണിയുടെ നാല് , അഞ്ച് , ആറ് പദങ്ങൾ ഏതൊക്കെ ? ....
- നാലാമത്തേയും ആറാമത്തേയും പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര ? ....
- ഈ തുകയ്ക്ക് അഞ്ചാമത്തെ പദവുമായി എന്തു ബന്ധമാണുള്ളത് ? ....

മറ്റു ശ്രേണികളുടെ അടുത്തടുത്ത ഏതെങ്കിലും മൂന്നു പദങ്ങളെടുത്ത് ഇത്തരത്തിൽ പരിശോധിച്ചു നോക്കൂ... പൊതുവായ നിഗമനം എഴുതൂ..

താഴെക്കൊടുത്ത പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ..

ക്രമ നമ്പർ	ആദ്യപദം (a)	പൊതുവ്യത്യാസം(d)	സമാന്തരശ്രേണി (6 പദങ്ങൾ)	പത്താംപദം	പതിനേഴാം പദം
1	2	3			
2	4	7			
3	6	11			
4	5	- 3			
5	- 8	- 2			
6	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$			
7	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$			
8	$\frac{1}{5}$	2			
9	$\frac{1}{3}$	3			

പ്രവർത്തനം - 3

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 8 , രണ്ടാം പദം 14 ആയാൽ
- പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ? : ....
- ശ്രേണി എഴുതുക : ....
- അഞ്ചാം പദം എന്ത് ? : ....
- പതിമൂന്നാം പദം എഴുതുക : ....
- അഞ്ചാം പദവും പതിമൂന്നാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര ? : ....
- ഈ സംഖ്യയും പൊതുവ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത് ? : ....
- പതിമൂന്നാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 42 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത് എത്രാം പദമായിരിക്കും ?.........
- n - ാം പദം എന്ത് ? : ....
- (n – 4) - ാം പദം എന്ത് ? : ....
- (n + 4) - ാം പദമോ ? : ....
- n – 4 -ാം പദവും n + 4 -ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്ത് ?.....................
- ഈ സംഖ്യയും പൊതുവ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ? : ....
- ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര ? : ....
- 148 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

- 2015 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന പരിശോധിക്കുക
- <u>ഈ കണക്കു സ്വയം ചെയ്തു നോക്കൂ.</u>
- 148 , 143 , 138 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

  (a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത് ?

  (b) പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന പരിശോധിക്കുക.

  (c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും വലിയ ന്യൂനസംഖ്യാപദം ഏതാണ് ?

  (d) ഏറ്റവും ചെറിയ അധിസംഖ്യാപദമോ ?

പ്രവർത്തനം - 4

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുന്നത്

- 5 , 11 , 17 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിച്ചാൽ

  ആദ്യപദം = ... പൊതുവ്യത്യാസം = ...

  പത്താം പദം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ആദ്യപദത്തിന്റെ കൂടെ (10 – 1) തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടുകയാണല്ലോ ചെയ്യേണ്ടത്

  അതായത് 10 – ാം പദം = 5 + 9 x 6 = 5 + 54 = 59 എന്നു കിട്ടുന്നു.

- അപ്പോൾ n എന്ന സ്ഥാനത്തുള്ള പദം കണ്ടെത്താൻ

  (n – 1) x 6 = 6n – 6 എന്നു കിട്ടുന്നു.

  n - ാം പദം കിട്ടാൻ ആദ്യപദമായ 5 ന്റെ കൂടെ 6n – 6 കൂട്ടിയാൽ മതി.

  n - ാം പദം = 5 + 6n – 6 = 6n – 1 എന്നു കിട്ടുന്നു.

- താഴെക്കാണുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കി വിവിധ സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതി നോക്കൂ..

സമാന്തരശ്രേണി	ആദ്യ പദം (x_1)	പൊതുവ്യത്യാസം (d)	(n – 1) x d	x_1+ (n – 1) d	ബീജഗണിതരൂപം
4 , 6 , 8 , ...	4	6 – 4 = 2	(n – 1)x2 = 2n - 2	4 + 2n – 2 = 2n +2	2n + 2
7 , 13 , 19 , ...					
42 , 35 , 28 , ...					
-26 , -23 , -20 , ...					
-85 , -96 , -107 , ...					
55 , 63 , 71 , ...					
$\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{6}$					
$\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{6}$,....					

പ്രവർത്തനം - 5

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ തുക

- 5 , 9 , 13 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 28 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

  ആദ്യപദം : .... പൊതുവ്യത്യാസം : ....

  28 - ാം പദം = 5 + (28 – 1) 4

  = 5 + 27 x 4

  = 5 + 108 = 113

ഇവിടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടയാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 28 പദങ്ങളെ ജോടികളാക്കിയാൽ 14 ജോടികൾ ഉണ്ടാകും.

ജോടികളുടെ എണ്ണം = 14

ഓരോ ജോടിയുടേയും തുക = (5 + 113)

= 118

സമാന്തരശ്രേണിയലെ പദങ്ങളുടെ ആകെ തുക = ജോടികളുടെ എണ്ണം x ജോടിയുടെ തുക

= 14 x 118

= 1652 എന്നു കിട്ടുന്നു.

ഈ പ്രശ്നത്തെ മറ്റൊരു രീതിയിലും സമീപിക്കാം.

- 5 , 9 , 13 , ... 28 പദങ്ങൾ

  തുക = 5 + 9 + 13 + ...28 പദങ്ങൾ

  = 5 + (5+4) + (5+8) +.............................28 പദങ്ങൾ

  = (5 + 5 + 5 + ...28 പദങ്ങൾ) + (4 + 8 + 12 +............27 പദങ്ങൾ)

  എല്ലാ 5 കളുടെയും തുക = (28 x 5 = 140) + (4 + 8 + 12 +............27 പദങ്ങൾ)

ഇനിയുള്ള തുക = 140 + 4 (1 + 2 + 3 + ...27)

$$= 140 + \frac{4 x 27 x 28}{2} = 1652$$

പ്രവർത്തനം - 6

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n - ാം പദം 3n + 2 ആണ്. ആദ്യത്തെ

24 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത് ?

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n - ാം പദം = 3n + 2

തുക = (3 x 1) + 2 + (3 x 2) + 2 + (3 x 3) + 2 + ... + (3 x 24) + 2

= 3 (1 + 2 + 3 + ...+ 24) + (2 + 2 + 2 + ...24 എണ്ണം)

= $(3 \times \frac{1}{2} \times 24 \times 25) + 24 \times 2$

= 900 + 48 = 948

- താഴെക്കൊടുത്ത സമാന്തരശ്രേണികളുടെ പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടെത്തു..

സമാന്തരശ്രേണി	ആദ്യപദം (x_1)	d	അവസാന പദം (x_1+ (n-1) d	ജോടികളുടെ എണ്ണം	ജോടികളുടെ തുക	പദങ്ങളുടെ തുക
3 , 7 , 11 , ... 26 പദങ്ങൾ	3	4	3 + 25 x 4 = 103	13	2 + 103 = 106	13 x 106 = 1378
-2 , -7 , -12 , ... 46 പദങ്ങൾ						
12, 20 , 28 , ... 48 പദങ്ങൾ						
143 , 134 , 125 , ... 88 പദങ്ങൾ						
108 , 117 , 126 , ... 102 പദങ്ങൾ						
-89 , -78 , -67 , ... 38 പദങ്ങൾ						

പ്രവർത്തനം - 7

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റയായാൽ തുക കാണുന്നത്.

തുക = മധ്യപദം x പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

- 8 , 17 , 26 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 19 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയായിരിക്കും ?

  ആദ്യപദം = ... പൊതുവ്യത്യാസം = ...

  എത്രാമത്തെ പദമാണ് മധ്യപദം ? : ....

  ആ പദം ഏതാണ് ? : ....

  തുക = ... x ....

  = ...

- 21 , 29 , 37 , ... 349 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും ?

  ആദ്യപദം = ... പൊതുവ്യത്യാസം = ...

  അവസാനപദം = ...

  അതായത് 21 + (.........................) x 8 = 349

  (............................) x 8 = 349 – 21

  (............................) = $\frac{328}{8}$ = 42

  അപ്പോൾ പൊതുവ്യത്യാസമായ 8 ന്റെ 42 ഗുണിതവും ആദ്യപദവും ചേരുമ്പോഴാണല്ലോ അവസാനപദമായ 349 കിട്ടുന്നത് .

അതുകൊണ്ട് ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = 42 + ... = ...

- 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന എല്ലാ മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടേയും തുക കാണുക.

  ആദ്യപദം = ... പൊതുവ്യത്യാസം = ...

  7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന ആദ്യത്തെ മൂന്നക്ക സംഖ്യ = ...

  7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന അവസാനത്തെ മൂന്നക്ക സംഖ്യ = ...

  ഈ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ വരുന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = ...

  പദങ്ങളുടെ തുക = ...

പ്രവർത്തനം - 8

- താഴെക്കൊടുത്ത ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്തുു..
- പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയുടെ 15 - ാം പദം കാണുക. ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ ? സമർത്ഥിക്കുക.

  (സൂചന : പൊതുവ്യത്യാസമായ 6 ന്റെ ഗുണിതമാണോ 100 എന്നു പരിശോധിക്കുക)

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 8. അതിലെ ഒരു പദം 38. എങ്കിൽ

  (a) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നക്ക സംഖ്യ ഏത് ?

  (b) 2016 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാകുമോ ?

  (സൂചന : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു പദത്തേയും പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം തുല്യമായിരിക്കും)

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5 - ാം പദം 37 ഉം 25 - ാം പദം 157 ഉം ആയാൽ

  (a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത് ?

  (b) ശ്രേണിയുടെ 14 - ാം പദം എത്ര ?

  (c) 197 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമായിരിക്കുമോ ?

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 5n + 6 ആണ്.

  (a) ശ്രേണി എഴുതുക.

  (b) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 5 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര ?

  (c) 1000 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമായിരിക്കുമോ ? സമർത്ഥിക്കുക.

- \- 126 , - 115 , - 104 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

  (a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത് ?

  (b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക.

  (c) പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട്

  (d) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും വലിയ ന്യൂനസംഖ്യാപദം ഏത് ?

  (e) ഏറ്റവും ചെറിയ അധിസംഖ്യാപദമോ ?

  (സൂചന : (- 126 ന്റെ കൂടെ 126 കൂട്ടിയാലാണ് 0 കിട്ടുക. അതുകൊണ്ട് 126 പൊതുവ്യത്യാസമായ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചാൽ മതി.)

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 4 - ാം പദത്തിനോട്ടുകൂടി 84 കൂട്ടിയതാണ് 16 - ാം പദം. ശ്രേണിയുടെ 24 - ാം പദം 168. എങ്കിൽ

  (a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത് ?

  (b) ആദ്യപദം എന്ത് ?

  (c) ആദ്യത്തെ 24 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത് ?

- 6 ന്റെ ഗുണിതമായി വരുന്ന മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ പരിഗണിച്ചാൽ

  (a) ആദ്യത്തെ സംഖ്യ ഏത് ?

  (b) അവസാനത്തെ സംഖ്യ എഴുതുക.

  (c) ഇത്തരം എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ട് ?

  (d) ഈ സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം തുക എത്രയാണ് ?

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 35 പദങ്ങളുടെ തുക 1505 ആണ്. 25 - ാം പദം 85 എങ്കിൽ

  (a) ശ്രേണിയുടെ 18 -ാം പദം എന്ത്?

  (b) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത് ?

  (c) ആദ്യപദം എത്ര ?

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $8n^2 + 5n$ ആണ്.

  (a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

  (b) ആദ്യപദം എന്ത് ?

  (c) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

  (d) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

- 14 , 21 , 28 , ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

  (a) തുടർച്ചയായ 24 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത് ?

  (b) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എഴുതുക.

  (c) ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര ?

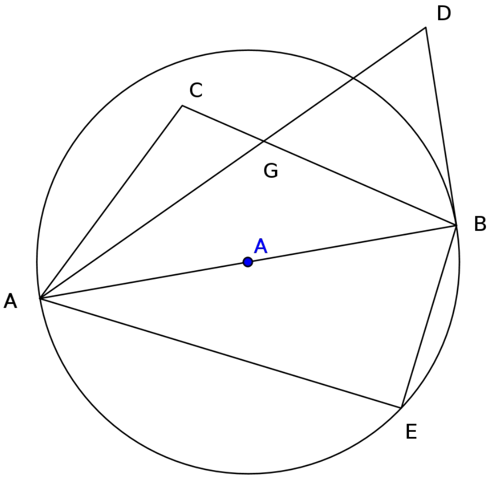
യൂണിറ്റ് - 2

വൃത്തങ്ങൾ

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ..........

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടമായിരിക്കും.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടത്തേക്കാൾ കുറവും വൃത്തത്തിനു അകത്തുള്ള മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടത്തേക്കാൾ കൂടുതലും ആയിരിക്കും.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.
- ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- മറുഖണ്ഡങ്ങളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലു മൂലകളും ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ ആ ചതുർഭുജത്തെ ചക്രീയചതുർഭുജം എന്നു പറയും.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലു മൂലകളും ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ ആ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർമൂലകളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർമൂലകളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമായാൽ നാലു മൂലകളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ ആ മൂലയിലേയും എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 യിൽ കുറവായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ അകത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ ആ മൂലയിലേയും എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 യിൽ കൂടുതലായിരിക്കും.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ AB , CD എന്നിവ വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയാണെങ്കിൽ PA x PB = PC x PD ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം - 1



- ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമാണ്.

  ∠ ADB യുടെ അളവ് ആകാൻ

  സാധ്യതയുള്ളത് ഏത് ?

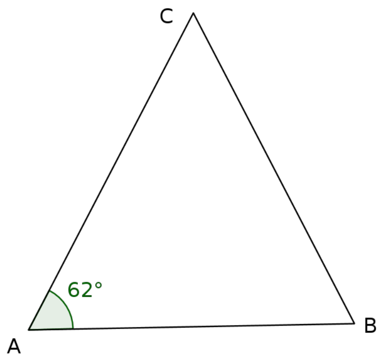
  (90^0 , 75^0 , 120^0)

- ∠ ACB യുടെ അളവ് ആകാൻ

  സാധ്യതയുള്ളത് ഏത് ?

  (90^0 , 75^0 , 108^0)

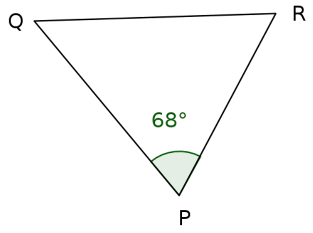
- ∠ AEB = ...



ചിത്രത്തിൽ AC = BC

∠ ACB = ...

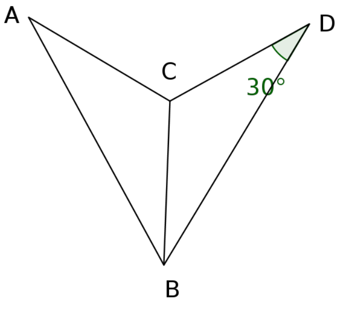
∠ABC = ...



- ചിത്രത്തിൽ PQ = PR

  ∠Q = ...

  ∠R = ...



- ചിത്രത്തിൽ AC = BC = DC : ∠ACD = 105^0

  ∠CBD = ...

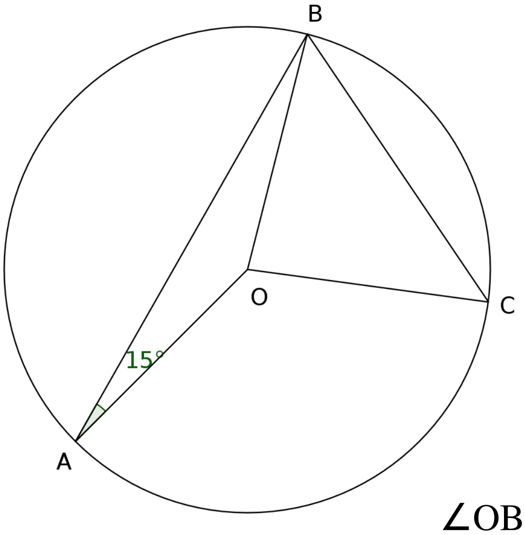
  ∠BCD = ...

  ∠ACB = ...

  ∠ABC = ...

  ∠ CAB = ...

പ്രവർത്തനം - 2



ചിത്രത്തിൽ ∠ OAB = 15^0

∠AOC = 120^0

∠OBA = ...

∠AOB = ...

∠BOC = ...

∠OBC = ... ∠OCB = ...

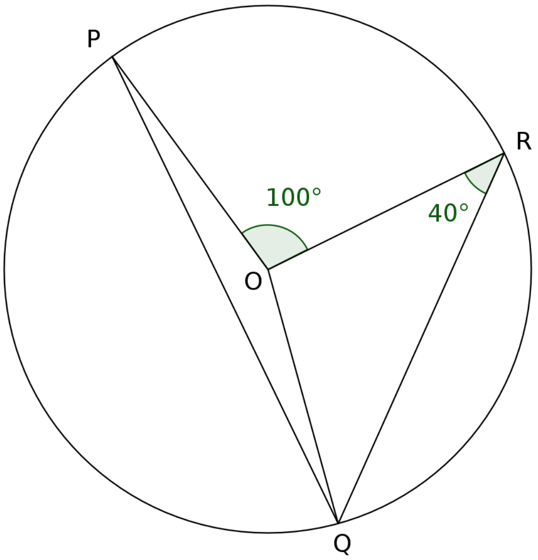
- ചിത്രത്തിൽ ∠POR = 100^0

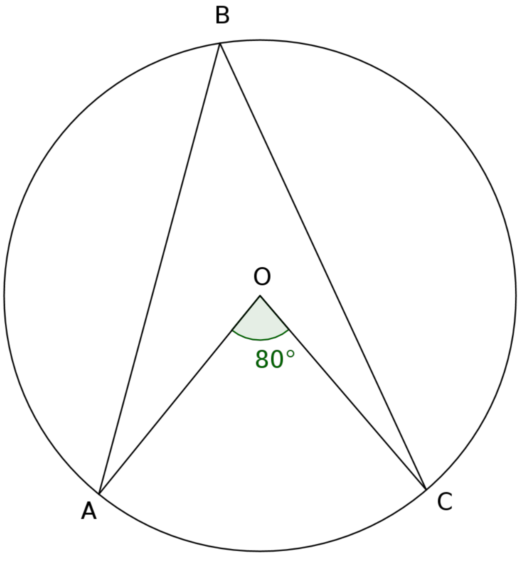
  ∠ORQ = 40^0

  ∠OQR = ...

  ∠QOR = ...

  ∠POQ = ..,,,,,,,...............,





ചിത്രത്തിൽ ആവശ്യമായ വര വരച്ച്

മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണങ്ങളിലേതു

പോലെ ∠ ABC കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക.

....

....

....

....

....

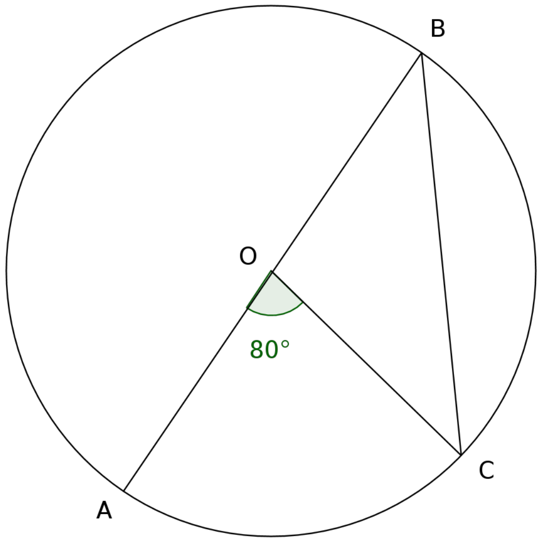
പ്രവർത്തനം - 3

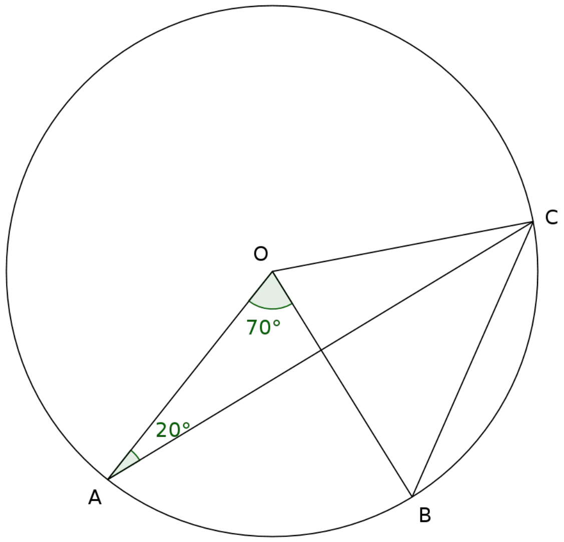
- ചിത്രത്തിൽ ∠ AOC = 80^0

  ∠BOC = ...

  ∠ABC = ...

  ∠OCB = ...





ചിത്രത്തിൽ ∠AOB = 700

∠ OAC = 200 ആയാൽ

∠OCA = ...

∠BOC = ...

∠ACB = $\frac{1}{2}$ x ....

∠OBC = ...

- ചിത്രത്തിൽ ∠OPS = 300

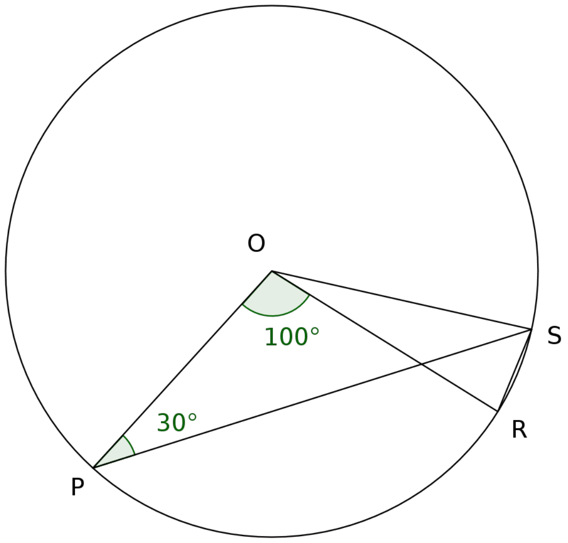
  ∠ POR = 1000

  ∠PSR = ...

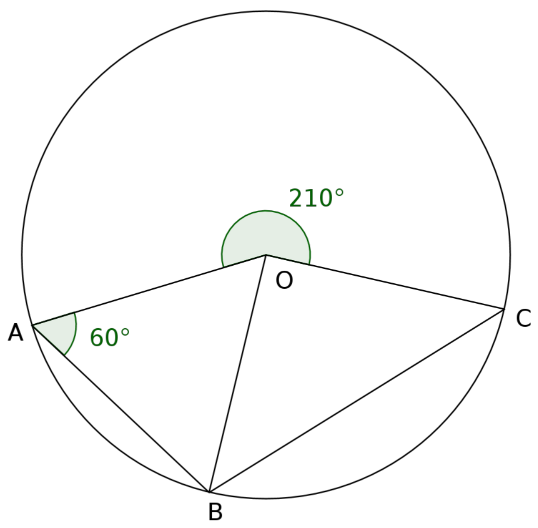
  ∠ SOR = ...

  ∠ OSP = ...

  ∠ ORS = ...



<u>**പ്രവർത്തനം - 4**</u>



- ചിത്രത്തിൽ ∠ AOC = 210^0

  ∠ OAB = 60^0

  ∠ ABC = $\frac{1}{2}$ x .... =..................

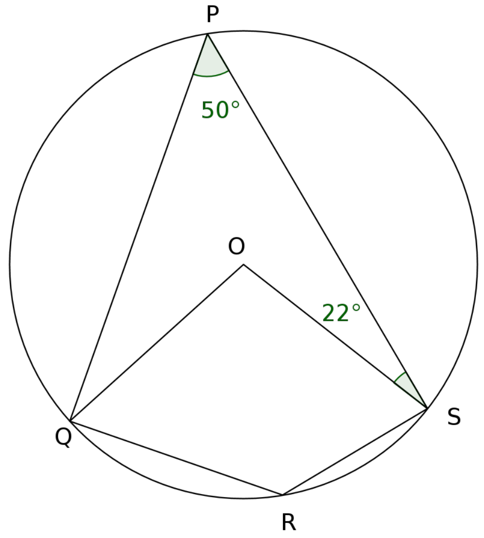
  ∠ABO = ...

  ∠ AOB = ...

  ∠ OBC = ...

  ∠ OCB = ...

  ∠ BOC = ...

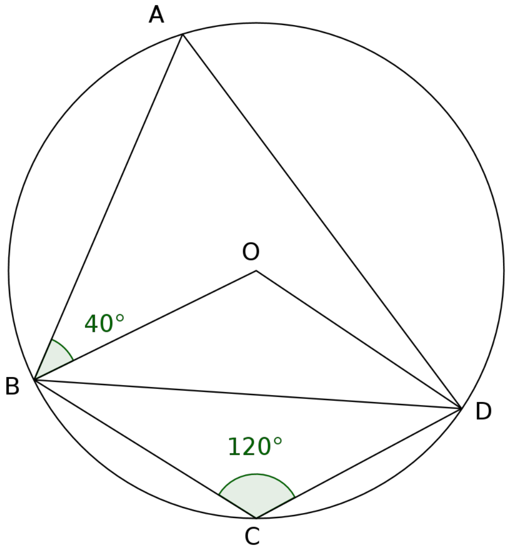


ചിത്രത്തിൽ ∠ QPS = 50^0

∠QOS = ...

∠ QRS = ...

∠ PQO = ...



- ചിത്രത്തിൽ ∠ BCD = 1200 , ∠ABO = 400

  ∠ BAD = ...

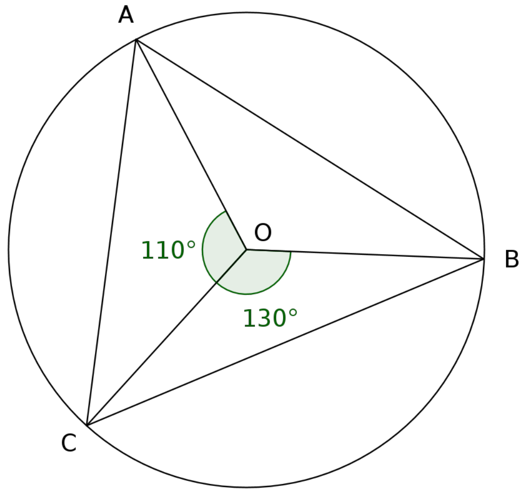
  ∠ BOD = ...

  ∠ AOD = ...

  ∠ OBD = ...

  ∠ ODB = ...

പ്രവർത്തനം - 5



ചിത്രത്തിൽ ∠ COB = 1300

∠ AOC = 1100

∠ AOB = ...

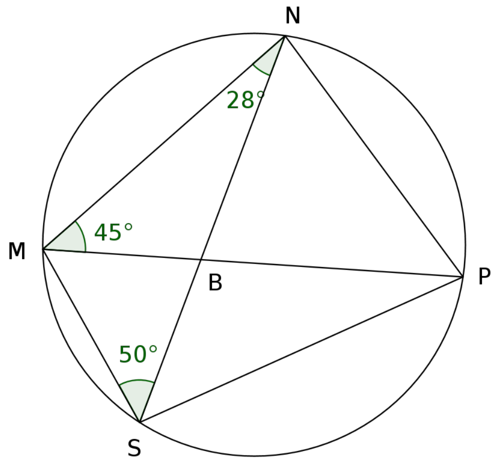
∠ CAB = ...

∠ ABC = ...

∠ BCA = ...

(ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന കോണുകളുടെ അളവുകളും ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോഴുള്ള കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവുകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പ്രയോജനപ്പെടുത്തി ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാമല്ലോ...)

- ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 60^0 , 70^0 , 50^0 യും മൂലകൾ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാകുന്ന വിധത്തിലും ത്രികോണം ABC നിർമ്മിക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ. ആയിരിക്കണം.
- പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2.5 സെ.മീ. ഉം കോണുകൾ 1150 , 350 യും ആകത്തക്കവിധത്തിൽ ത്രികോണം PQR നിർമ്മിക്കുക



- ചിത്രത്തിലെ എല്ലാ കോണുകളുടേും അളവുകൾ

കണ്ടെത്തുക.

∠ MBN = ...

∠ MPS = ...

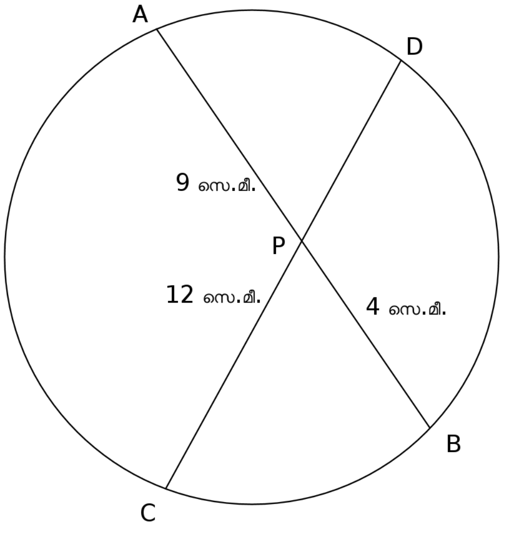
∠ SNP = ...

∠ NSP = ...

∠ SMP = ... ∠ PBS = ...

∠ MBS = ... ∠ PBN = ...

പ്രവർത്തനം - 6



ചിത്രത്തിൽ AB , CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

PA x .... = ... x PD

.... x .... = ... x ....

.... = ...x ....

PD = ...

CD = ...

- ചിത്രത്തിൽ RS , QM എന്നീ ഞാണുകൾ

  P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

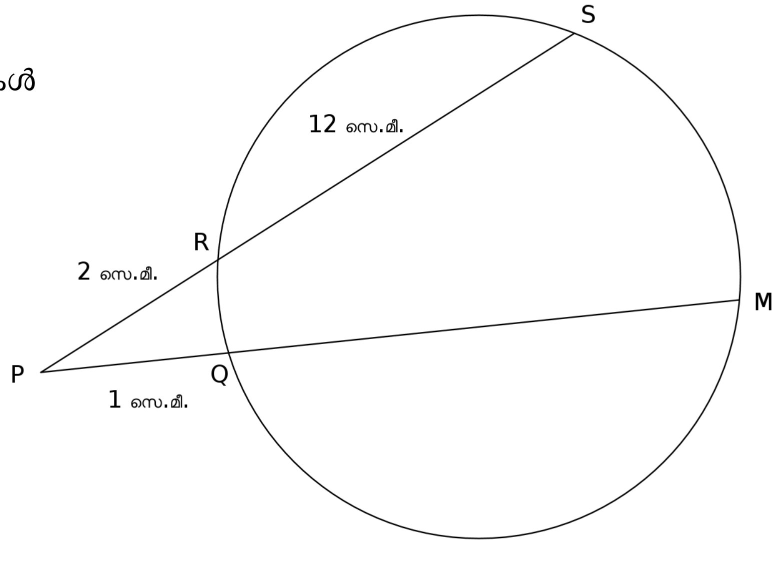
  PR x .... = ... x PM

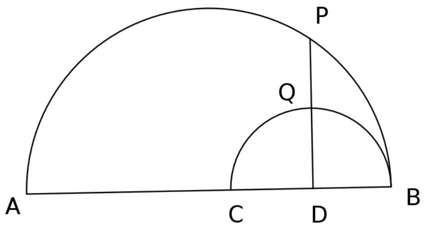
  .... x .... = ... x PM

  .... = ... x PM

  PM = ...

  MQ = ...





ചിത്രത്തിൽ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 4 സെ.മീ. ഉം D കേന്ദ്രവുമാണ്. AC = 6 സെ.മീ.

PQ എത്ര ?

(സൂചന : വലിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിൽ DA x .... = DP^2

DP = ...

ചെറിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിൽ .... x DB = DQ^2)

DQ = ... PQ = ...

പ്രവർത്തനം - 7

- 4 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ശീർഷങ്ങളായതും കോണുകൾ 11^0 , 40^0 ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- $\sqrt{}18$ സെ.മീ. വശമായിട്ടുള്ള ഒരു സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.
- 6 സെ.മീ. നീളവും 4 സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരം നിർമ്മിച്ച് അതിനു തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.
- വശങ്ങളുടെ നീളം 8 m സെ.മീ. ആയ ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിനു തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

യൂണിറ്റ് - 8

തൊടുവരകൾ

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ.........

- ഒരു വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുന്ന വരകളെ തൊടുവരകൾ എന്നു പറയുന്നു.

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവര തൊടുന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടിയുള്ള ആരത്തിനു ലംബമായിരിക്കും.

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ടു തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. ഈ തൊടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമായിരിക്കും.

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തു കൂടിയുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ ഞാണിന്റെ മറുഭാഗത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിനു തുല്യമായിരിക്കും.

- വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള P എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരയ്ക്കുന്ന വര വൃത്തത്തെ A , B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയും PC ഒരു തൊടുവര ആകുകയും ചെയ്താൽ

  $PA \times PB = PC^2$ ആയിരിക്കും.

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വിധത്തിൽ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തമാണ് ആ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം.

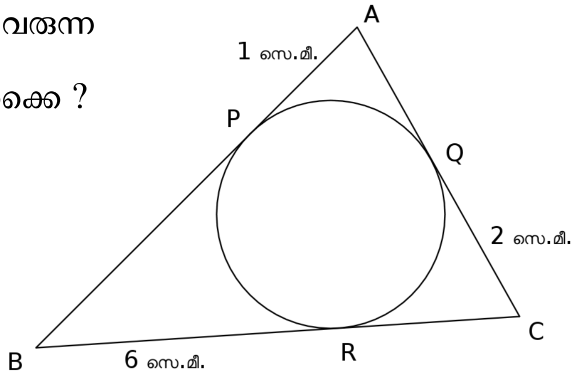
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളുടെ സമഭാജിയും ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടും.

പ്രവർത്തനം - 1

- താഴെക്കൊടുത്തവയിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക

- ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളായി വരുന്ന

വരകൾ ഏതെല്ലാം ? ഇവയിൽ തുല്യമായവ ഏതൊക്കെ ?

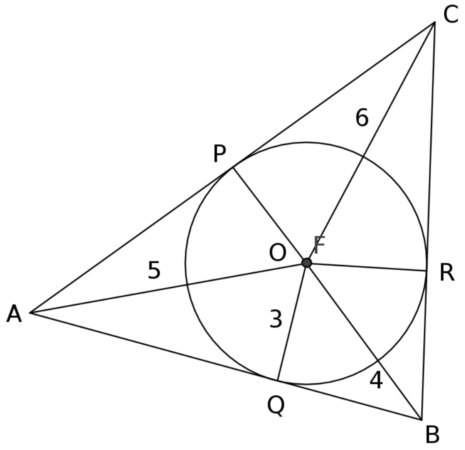


BP = ... CR = ...

AQ = ...

ചുറ്റളവ് = ... + ... + ... + ... + ... + ...

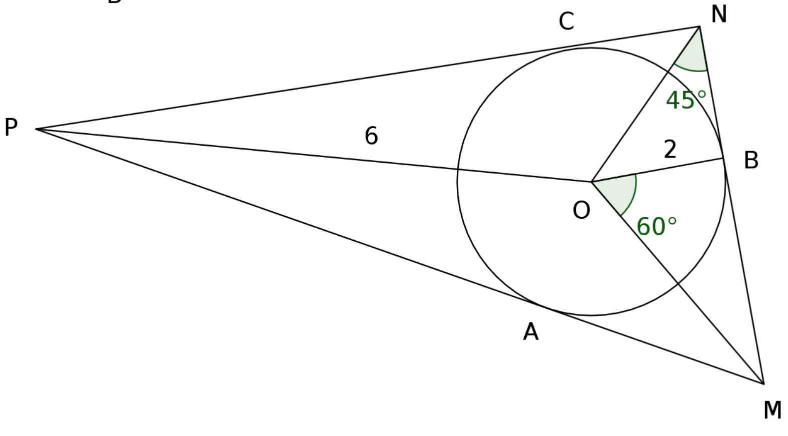
= ....

- 

ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ. OA = 5 സെ.മീ.

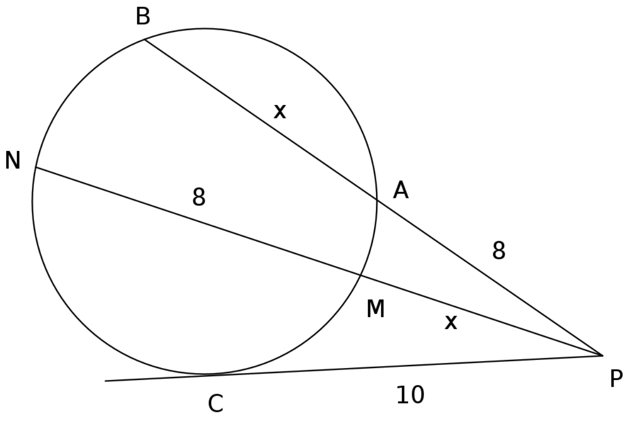
OB = 4 സെ.മീ. OC = 6 സെ.മീ.

- ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2 സെ.മീ. OP = 6 സെ.മീ.



പ്രവർത്തനം - 2

- ചിത്രത്തിൽ AB , PM എന്നീ നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



PA x .... = PC2

.... x (....... + ...) = ...

.... + ... = ...

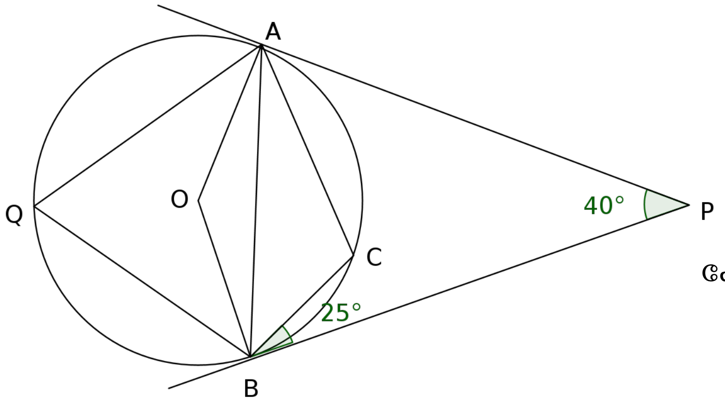
AB = ...

(ഇതുപോലെ PM കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ)

....

....

....



ചിത്രത്തിൽ PA , PB എന്നിവ തൊട്ടുവരകൾ ആണ്. എല്ലാ കോണുകളും കണ്ടെത്തുക.

$\angle$AOB + $\angle$APB = ...

$\angle$ AOB = ...

$\angle$ AQB = $\frac{1}{2}$ x .... = ...

$\angle$ PBC = $\angle$ ....

$\angle$ QAB = ... = $\angle$ ....

$\angle$ ACB = ...

$\angle$ ABC = ...

പ്രവർത്തനം - 3

- 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ. അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. തൊടുവരകളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.
- ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 55^0$, $\angle B = 60^0$, AB = 8 സെ.മീ. ആയാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.
- 3.5 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങൾ തൊടുവരകളായി വരുന്ന ഒരു സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. വശങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

യൂണിറ്റ് - 3

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

യൂണിറ്റ് - 9

ബഹുപദങ്ങൾ

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ......

- രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണം
- രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുന്നതിനുള്ള വിവിധരീതികൾ
  - വർഗം തികയ്ക്കൽ
  - സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്
- $ax^2+bx+c=0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം
  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ആകുന്നു.
- $ax^2+bx+c=0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം b^2-4ac ആകുന്നു.
  $b^2-4ac=0$ ആയാൽ ഈ സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരം മാത്രം.അത് $-b/2a$ ആയിരിക്കും
  $b^2-4ac < 0$ (ന്യൂനസംഖ്യ)ആയാൽ ഈ സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം ഇല്ല.
  $b^2-4ac > 0$(അധിസംഖ്യ)ആയാൽ ഈ സമവാക്യത്തിന് രണ്ട് വ്യത്യസ്ത പരിഹാരങ്ങൾ.
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിനെ$(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P(a)$.
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം $(x-a)$ ആകുന്ന സന്ദർഭം
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിനെ$(x+a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P(-a)$.
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം $(x+a)$ആകുന്ന സന്ദർഭം
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിനെ$(ax-b)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P(b/a)$.
- $P(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിനെ$(ax+b)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P(-b/a)$.
- $(ax-b),(ax+b)$എന്നിവ $P(x)$ന്റെ ഘടകങ്ങളാകുന്ന സന്ദർഭം
- $ax^2+bx+c=0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരവും,ax^2+bx+c എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ വില പൂജ്യവുമാകുന്ന സന്ദർഭവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.
- രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരത്തിലൂടെ രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകക്രിയ.

ax^3+bx^2+cx+d എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

$x-1$ ഘടകമായാൽ $a+b+c+d=0$ ആയിരിക്കും

$x+1$ ഘടകമായാൽ $a+c = b+d$ ആയിരിക്കും

x^2-1 ഘടകമായാൽ $a = -c$, $b = -d$ ആയിരിക്കും

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

സമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണം

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 2 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 44 സെ.മീ. ആയാൽ നീളവും വീതിയും എത്ര ?

  ഇവിടെ വീതി x എന്നെടുത്താൽ നീളം = ...

  ചുറ്റളവ് = 44 സെ.മീ.

  അതുകൊണ്ട് (x + 2) + x = ...

  2x + 2 = ...

  .... = ... - ....

  x = ...

  വീതി = ...

  നീളം = ...

- ഞാൻ ഒരു സംഖ്യ വിചാരിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതിനോട് 5 കൂട്ടിയതിന്റെ വർഗം 169 ആണ്. സംഖ്യ ഏതെന്ന് പറയാമോ ?

  ഈ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം എങ്ങനെ ആലോചിക്കും ?

  സംഖ്യ = x എന്നെടുത്താൽ

  അതിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ = ...

  ആ സംഖ്യയുടെ വർഗം = ...

  ഈ വർഗം 169 ന തുല്യമാണല്ലോ...

  അപ്പോൾ .... = 169 എന്നെഴുതാം.

  ഇതിൽ നിന്നും (x + 5) = $\pm\sqrt{169}$

  അതായത് x + 5 = ± 13 എന്നു കിട്ടും

  x + 5 = ... അല്ലെങ്കിൽ x + 5 = ...

  x = ... അല്ലെങ്കിൽ x = ...

- ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും 3 കുറച്ചതിന്റെ വർഗം 144 ആയാൽ സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

വർഗം പൂർത്തീകരിക്കൽ

ഈ പ്രശ്നം നോക്കൂ...

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 4 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് . അതിന്റെ പരപ്പളവ് 117 ച.സെ.മീ. ആണ്. നീളവും വീതിയും എത്ര ?

  ഇവിടെ വീതി x എന്നെടുത്താൽ

  നീളം = x + 4

  പരപ്പളവ് = ...

  x (x + 4) = ...

  $x^2 + 4x = 117$

  $x^2 + 4x$ നെ ഒരു പൂർണ്ണവർഗമാക്കുവൻ കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ = ...

  .... + ... + ... = ... + ...

  (.......... + ... $)^2$ = ...

  $(x + 2) = \pm\sqrt{121}$

  x + 2 = ±........

  x + 2 = ... or x + 2 = ...

  x = ... or x = ...

താഴെക്കൊടുത്ത സമവാക്യങ്ങൾ പൂർണ്ണമാക്കൂ.....

- $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
- $x^2 + 16x +$ .... $= (x + 5)^2$
- $x^2 - 6x +$ .... = (x - ....$)^2$
- $x^2 + 12x +$ .... = (............. + ... $)^2$
- $x^2 - 14x +$ .... = (............. + ... $)^2$
- $x^2 +$ .... + 49 = (x + ... $)^2$
- $x^2 -$ .... + ... $= (x - 4)^2$
- $x^2 -$ .... + ... = (x - .... $)^2$

രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ വിവേചനത്തിന്റെ പ്രത്യേകത

- $x^2 + 10x + 25 = 0$ എന്ന രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം എടുത്താൽ

  $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന രൂപത്തിലാണ്.

  വിവേചനം കണ്ട് പരിഹാരങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തുക.

  $b^2 - 4ac$ = (...............) - 4 x .... x ....

  = ... - ....

  = ...

പരിഹാരങ്ങളുടെ എണ്ണം = ...

പരിഹാരം $x = \frac{-b \pm \sqrt{b2-4ac}}{2a}$

= ....

= ....

= ....

= ....

- താഴെക്കൊടുത്ത പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക..

സമവാക്യം	a	b	c	b^2-4ac	പരിഹാരങ്ങളുടെ എണ്ണം	പരിഹാരങ്ങൾ
$x^2 + 2x + 3 = 0$						
$x^2 + 8x + 5 = 0$						
$x^2 - 12x + 9 = 0$						
$x^2 - 2x - 3 = 0$						
$x^2 + 6x + 9 = 0$						
$x^2 + 2x + 1 = 0$						

പ്രവർത്തനം

- ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ 600 രൂപയ്ക്ക് ആപ്പിളും 600 രൂപയ്ക്ക് ഓറഞ്ചും വാങ്ങി. ഒരു കിലോഗ്രാം ഓറഞ്ചിന് ഒരു കിലോഗ്രാം ആപ്പിളിനേക്കാൾ 6 രൂപ കുറവായതിനാൽ 5 കിലോഗ്രാം ഓറഞ്ച് കൂടുതൽ കിട്ടി.

  (a) ഓരോന്നിന്റേയും വില എത്ര വീതം ?

  (b) ഓരോന്നും എത്ര കിലോഗ്രാം വീതം വാങ്ങി ?

ഈ പ്രശ്നത്തെ അപഗ്രഥിക്കുമ്പോൾ

ആപ്പിളിന്റെ വില = x എന്നെടുത്താൽ

ഓറഞ്ചിന്റെ വില = ...

ആപ്പിളിന്റെ ഭാരം = $\frac{600}{......}$

ഓറഞ്ചിന്റെ ഭാരം = $\frac{600}{......}$

ഏതിന്റെ ഭാരമാണ് കൂടുതൽ ?.........................

എത്ര കൂടുതൽ ? ....

ഇതുപയോഗിച്ച് സമവാക്യം രൂപീകരിച്ചാൽ

$\frac{600}{x} + 5 = \frac{600}{X-6}$ എന്ന കിട്ടുമല്ലോ..

അതായത് $\frac{600}{X-6}$ - $\frac{600}{x}$ $= 5$ എന്നാകും.

ഇനി ഉത്തരം കണ്ടെത്താമല്ലോ..

- **താഴെക്കൊടുത്ത ചോദ്യങ്ങൾ ചെയ്തുനോക്കൂ...**

- താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുക.

  a) $x+3 = 7$ b) $3x-5 = 10$ c) $x^2 = 16$ d) $x^2+4 = 29$ e) $(x-3)^2 = 144$

  (f) $(x+2)^2 = 100$ g) $(x+1)^2 = 1$ h) $(x-1)^2 = 1$ i) $2(x+1)^2 = 200$

  j) $\frac{(x+2)^2}{3} = 12$

- സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 256 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയാൽ അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
- പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 88 ആയാൽ പദങ്ങളേവ?
- ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗത്തോട് -1 കൂട്ടിയപ്പോൾ 15 കിട്ടി. സംഖ്യയേത്?
- രാജുവിന് രാധയേക്കാൾ 4 വയസ്സ് കൂടുതലുണ്ട്. അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ ഗുണനഫലത്തിൽ നിന്നും 6 കുറച്ചപ്പോൾ 134 കിട്ടി. ഓരോരുത്തരുടേയും വയസസ്സെത്ര?
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ തുക 49 സെന്റീമീറ്ററും,പരപ്പളവ് 294 ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്ററും ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക?
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ച തൊട്ടുവരയുടെ നീളം ആരത്തേക്കാൾ ഒരു സെന്റീമീറ്റർ കൂടുതലും,കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും പുറത്തേബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരത്തേക്കാൾ ഒരു സെന്റീമീറ്റർ കുറവുമാണ്.വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക?
- ഒരു ബോട്ടിന്റെ വേഗത മണിക്കൂറിൽ 15 കി.മീ. ആണ്. ഈ ബോട്ട് 30 കി.മീ. പുഴയുടെ ദിശയ്ക്ക് വിപരീതമായും ഇതേ ദൂരം തിരിച്ചും 4 മണിക്കൂർ 3 മിനുട്ട് കൊണ്ട് സഞ്ചരിക്കുന്നു. പുഴയുടെ വേഗം x കി.മീ./മണിക്കൂർ ആയാൽ

  (a) പുഴയുടെ ദിശയ്ക്ക് വിപരീതമായി സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ ബോട്ടിന്റെ വേഗത എന്ത് ?

  (b) പുഴയുടെ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുമ്പോഴും ഇതേ വേഗത തന്നെ ആയിരിക്കുമോ?

  (c) പുഴയുടെ വേഗത എന്ത് ?

പ്രവർത്തനം

- $P(x)=x^3+4x^2-5x+6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ (x-1),(x+1),(x-2),(x+2) ഇവ ഓരോന്നുകൊണ്ടുംഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം കാണുക?

  P (x) നെ (x-1) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം = P (1) ആയിരിക്കുമല്ലോ..

  $P (1) = (1)^3 + 4\ (.......)^2$ - .... + 6

  = ... + 4 x.......... - .... + ...

  = ...

- (x+2) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടമോ ?..................

  $P(-2) = (-2)^3 + 4\ (..........)^2 - 5x\text{-}2 + 6$

  = ... + ... - (-10) + 6

  = ...

- P (x) നെ (x+1) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം = ...

  P (-1) = ... + ... - .... + 6

  = ... + ... - .... + ...

  = ...

- P (x) നെ (x-2) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം = ...

  P (-1) = ... + ... - .... + 6

  = ... + ... - .... + ...

  = ...

- ഇതേ ബഹുപദത്തെ (2x-3) കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടമാണ് കാണേണ്ടതെങ്കിലോ..?

  അപ്പോൾ ശിഷ്ടം = $P\left(\frac{3}{2}\right)$ ആയിരിക്കും.

  $P\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 4\ (.......)^2$ - .... + 6

  = ... + 4 x.......... - .... + ...

  = ...

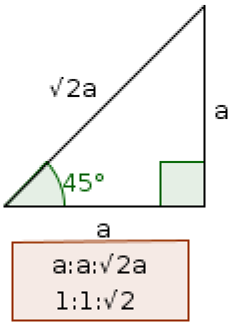
താഴെക്കൊടുത്ത കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ...

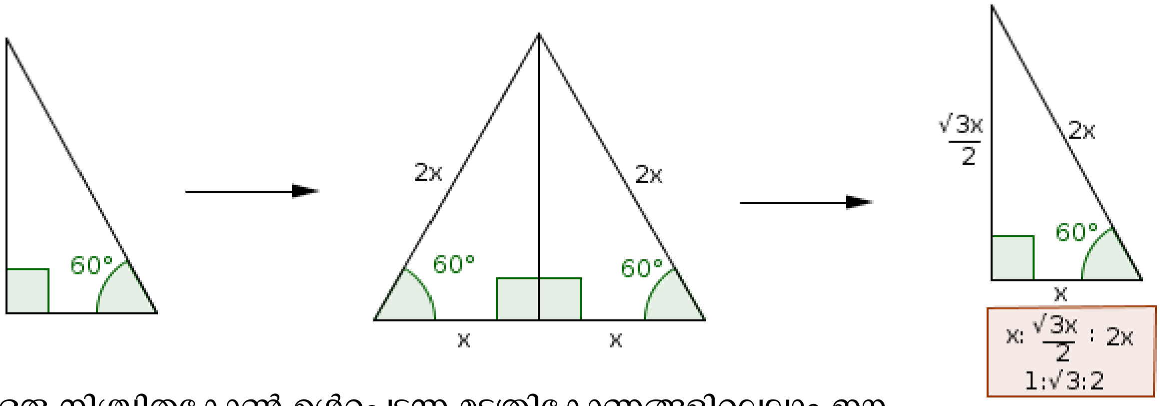
- $P(x)=3x^3+2x^2-3x+4$ എന്ന ബഹുപദത്തെ (2x-3),(2x+3),(3x-2),(3x+2) ഇവ ഓരോന്നുകൊണ്ടുംഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം കാണുക?
- $P(x)=5x^3-2x^2-9x+4$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണോ (x-3),(x+ 3),(x-2),(x+2) എന്നു പരിശോധിക്കുക?
- $P(x)= x^3-2x^2-kx+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് (x-3) എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത് ?
- x^3-4x^2-7x+8 നോട് എന്ത് കൂട്ടിയാൽ (x-1) ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടും?
- (x-1) ഒരു ഘടകമായ രണ്ട് രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക?
- $x^2-2x-3=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ -3,1 ഇവ ആയാൽ x^2-2x-3 എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതിബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായിയെഴുതുക?
- $x^2-7x+12$ നെ ഘടകങ്ങളാക്കുക?
- $2x^3-3x^2+5x-k$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം (x-1)ആയാൽ k യുടെ വിലയെന്ത്?

യൂണിറ്റ് - 4
ത്രികോണമിതി

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ ....

- ഒരു ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം അതിലെ കോണുകളെ നിശ്ചയിക്കുന്നു.അതായത് ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്ന് വശങ്ങളും മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങൾക്ക് തുല്യമായാൽ അവയുടെ കോണുകളും തുല്യമാകുന്നു.
- ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ അളവുകൾ അതിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു.
- ഉദാഹരണമായി, കോണുകൾ $45^\circ,45^\circ,90^\circ$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1:1:\sqrt{2}$ ആണ്. കോണുകൾ $30^\circ,60^\circ,90^\circ$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$ ആണ്.





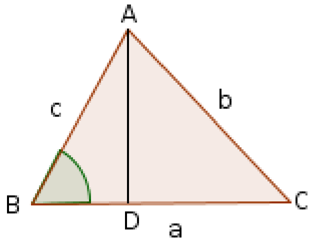
- ഒരു നിശ്ചിതകോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തെ കർണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ് (അതായത് ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ കിട്ടുന്നു).ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ sine എന്നു പറയുകയും sin എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

- ഈ കോണിന്റെ സമീപവശത്തെ കർണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതും ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയാണ്.ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ cosine എന്നു പറയുന്നു;ചുരുക്കി cos എന്ന് എഴുതുന്നു.
- ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തെ സമീപവശം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന സ്ഥിരസംഖ്യയെ കോണിന്റെ tangent എന്നു പറയുന്നു. tan എന്നു ചുരുക്കിയെഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.
- ത്രികോണം ABC യിൽ BC=a , AB= c ആയാൽ A യിൽ നിന്നും BC യിലേക്കുള്ള ഉയരം h= c SinB

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}$ BC x AD

$$= \frac{1}{2} \text{ x a x cSinB}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ ac SinB}$$

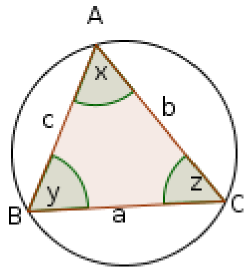


അടുത്ത രണ്ട് ജോടി വശങ്ങൾ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ പരപ്പളവ്

$$= \frac{1}{2} \text{ bc SinA}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ ab SinC}$$

- ചിത്രം നോക്കു

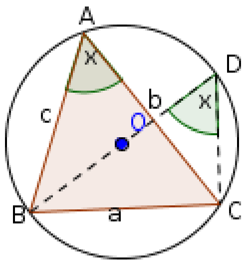


ചിത്രത്തിൽ BD വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം ആകുന്നു. Sinx = $\frac{a}{2R}$

പരിവൃത്തവ്യാസം ,2R = $\frac{a}{Sinx}$

മറ്റു കോണുകൾ പരിഗണിച്ചാൽ

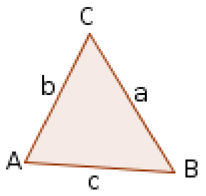
$$2R= \frac{b}{Siny} \; ; 2R= \frac{c}{Sinz}$$



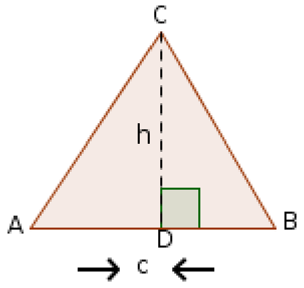
അതായത് $\frac{a}{SinA} = \frac{b}{SinB} = \frac{c}{SinC}$ =2R

- കോണുകളുടെ അളവുകൾ A,B,C യും വശങ്ങളുടെ നീളം a ,b,c യും ആയ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

  a:b:c=SinA:SinB:SinC ആകുന്നു



- ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളും ആ വശങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണും അറിയാമെങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ വശം കണക്കാക്കാം.



  SinB= $\frac{h}{a}$; h=a SinB

  CosB= $\frac{BD}{a}$; BD= a CosB

  AD=AB – BD ►AD=c- aCosB

  $$AC^2 = (aSinB)^2 + (c-aCosB)^2$$

  $$b^2 = a^2 + c^2 -2ac\ CosB$$

- Sin(180-x) = Sinx

  Cos(180-x)= -Cosx ; $Sin90^0=1$; $Cos90^0=0$

  (ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, വശങ്ങളുടെ നീളം ഇവ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള വ്യത്യസ്ത സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഒഴിവാക്കാൻ വേണ്ടിയുള്ള നിർവചനങ്ങൾ!!!).

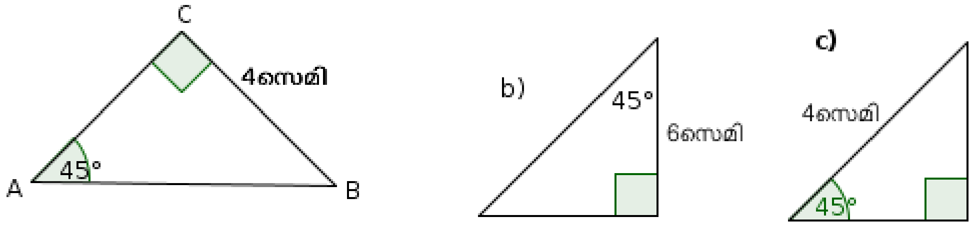
- സാധാരണ നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും മുകളിലേക്കുള്ള നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും തമ്മിലുള്ള കോണിനെ മേൽക്കോൺ എന്നു പറയുന്നു.

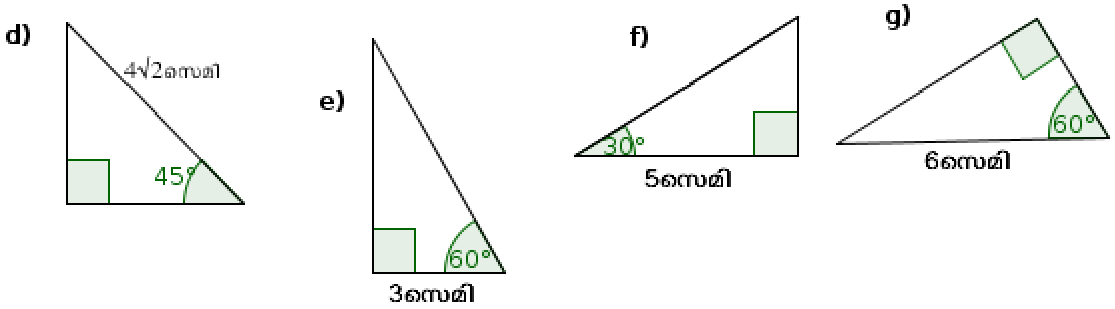
- സാധാരണ നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും താഴേക്കുള്ള നോട്ടത്തിന്റെ പാതയും തമ്മിലുള്ള കോണിനെ കീഴ് ക്കോൺ എന്നു പറയുന്നു.

പ്രവർത്തനം

A: ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളിലെ, കോണുകളുടെ അളവും വശങ്ങളുടെ നീളവും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും അതാത് കോളങ്ങളിൽ എഴുതു:

(പേരുകൾ യഥോചിതം കൊടുക്കാം)





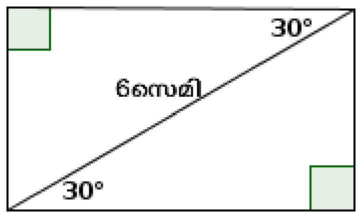
കോണുകൾ അളവുകൾ	വശങ്ങൾ അളവുകൾ	വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		
g)		

B: 1) ഒരു മട്ടത്രുകോണത്തിലെ ഒരു കോൺ 30^0 .അതിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം 6 സെമി അതിന്റെ കർണ്ണം ……. സെമി.

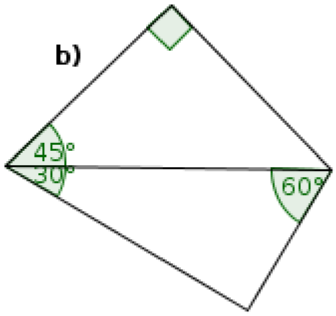
2) ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണം 10 സെമി.അതിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം ----- സെമി.

3)

a)

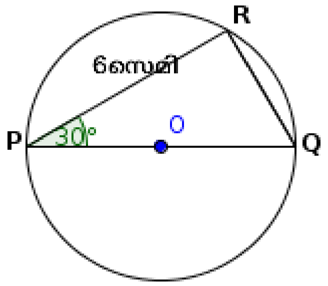


b)



(വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുക)

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി:

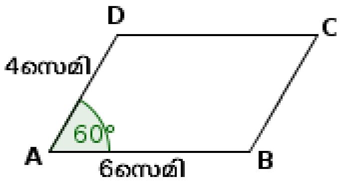


1) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം

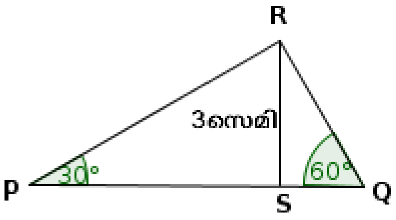
PR= 6 സെമി ആയാൽ വൃത്തആരം എത്ര ?

2)ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികം ആണ്.

ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?



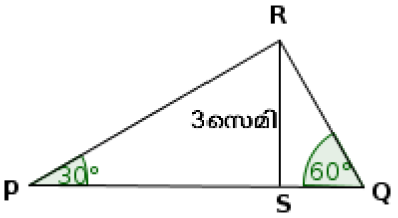
3) ചിത്രത്തിൽ നിന്നും ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.



Worksheet

A: ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം

. R ൽ ക്കൂടി PQ വിന് ലംബമായി RS വരയ്ക്കുക.



. < PSR = ---- < PRS = -----

. PR= 4 സെമി , RS= -----

. ത്രികോണം PQR ന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x PQ x RS

= $\frac{1}{2}$ x----- x------

B: മുകളിലത്തെ ചിത്രത്തിൽ < P= 45^0 , <p = 60^0 എന്നീ അളവുകൾ എടുത്ത്,ചിത്രം മാറ്റി വരച്ച് , ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

C: ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ കണക്കാക്കുക

Δ ABC യിൽ AB = 10 സെമി, AC=8 സെമി < A= 60^0

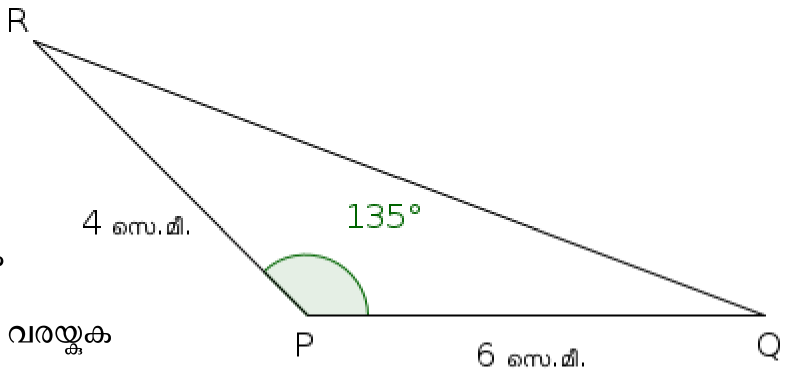
Δ X YZ ൽ XY =12 സെമി, XZ =10 സെമി < X= 45^0

Δ PQR ൽ QR = 16 സെമി, PQ = 12 സെമി , <Q = 30^0

Worksheet 3

A. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം

<RPQ=135°



PQ എന്ന വര ഇടത്തേക്ക് നീട്ടി വരയ്ക്കുക

- ഈ വരയ്ക്ക് R ൽകൂടി ലംബം RD വരയ്ക്കുക
- ΔPDR ന്റെ കോണുകൾ ----,-----,-------
- ΔPDR ന്റെ വശങ്ങൾ ------,-------,------
- Δ PQR ന്റെ പരപ്പളവ്= ½ x PQxRD =---

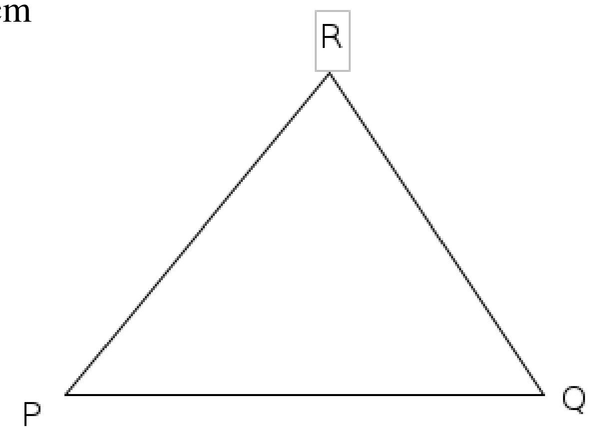
B.മുകളിലത്തെ ചിത്രത്തിലെ കോൺ P യുടെ അളവ് 150°,120° എന്നിങ്ങനെയെടുത്ത് ചിത്രം മാറ്റി വരച്ച് ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ കണക്കാക്കുക?

<u>പ്രവർത്തനം</u>

- ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിൽ PQ=6cm RQ=4cm

  <PQR=60°

  PR ന്റെ നീളം കാണുക?



<u>വിശകലനം</u>

R ൽ കൂടി PQ വിന് ലംബം RS വരയ്ക്കണം .

ΔQRS ന്റെ കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക.

QS=2cm RS=2√3cm എന്നും കിട്ടുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും

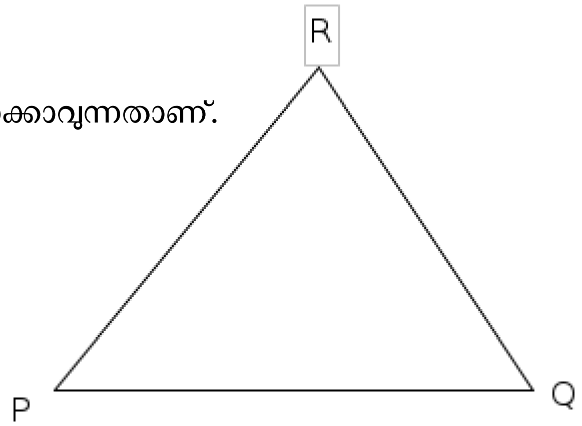
$PR^2 = PS^2+RS^2$

$= 4^2+ (2\sqrt{3})^2$

$= 16+12$

$PR = \sqrt{28}$ cm

- ഈ പ്രവർത്തനം മറ്റൊരു രീതിയിലും ചെയ്തുനോക്കാവുന്നതാണ്.



$PR=a$ cm, $PQ=b$ cm, $RQ=c$ cm $<PQR=60^\circ$

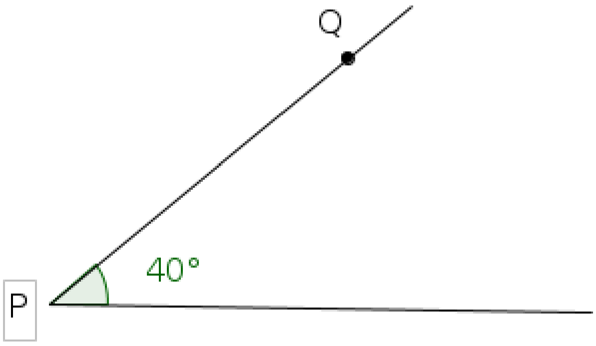
$a^2=b^2+c^2-2bc \text{ Cos } A$

$=16+36-2\text{x}4\text{x}6 \text{ Cos}60$

$=52-24$

$=28 \qquad a =\sqrt{28}$

<u>**പ്രവർത്തനം**</u>



ചിത്രത്തിൽ $<P=40^\circ$. ഒരു വരയിൽ Q എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. Q വിൽ നിന്നും രണ്ടാമത്തെ വരയിലേക്ക് QR എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക.

a) PQ, QR, PR ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക?

b) PQ, QR, PR ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് Sin P,Cos P,tanP ഇവയുടെ ഏകദേശ വിലകൾ കണക്കാക്കുക?

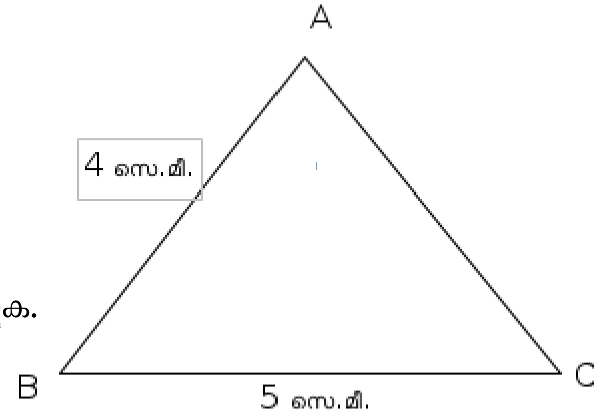
c) ത്രികോണമിതി പട്ടികയിൽ നിന്നും Sin 40°,Cos40°, tan 40° ഇവയുടെ വിലകൾ എഴുതുക?

Sin 40°=....... ,Cos40°=..........., tan 40° =................

പ്രവർത്തനം

<ABC=40°

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണണം.



- ചിത്രത്തിൽ A യിൽ കൂടി BC യ്ക്ക് ലംബം AD വരയ്ക്കുക.
- ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് =½ x BcxAD
- BC=........
- AD യുടെ നീളം എങ്ങിനെ കണക്കാക്കാം.
- മട്ടത്രികോണം ABD പരിഗണിച്ചാൽ

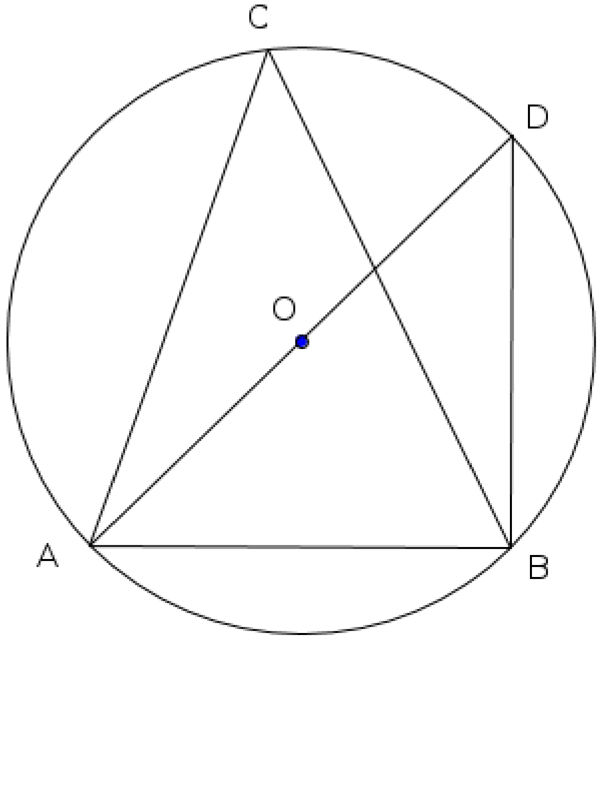
  Sin 40°=AD/....
- AD=....
- പരപ്പളവ്= ½ x .....x.....

പ്രവർത്തനം

ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോണും അതിന്റെ എതിർവശവും തന്നിരുന്നാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കാം.

ചിത്രത്തിലെ ΔABC യിൽ AB=6 cm, ∠ C=40°.പരിവൃത്തവ്യാസം എത്ര?

(Sin 40°=.6428)



- AD വ്യാസമായാൽ ∠ ABD = ...
- കൂടാതെ ∠ ADB = ...
- മട്ടത്രികോണം ABD പരിഗണിച്ചാൽ

  Sin 40°= 6 /............
- പരിവൃത്തവ്യാസം AD =...... x ....

  = ...

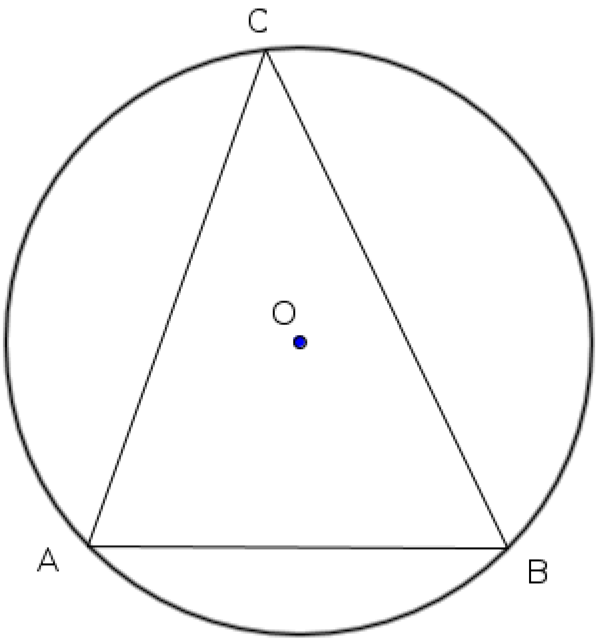
  (∠ C=40° പകരം ∠ C=50°,∠ C=30° വീതമെടുത്ത് ചിത്രം വരച്ച് പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കാം.)

- ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ.

  a)ചിത്രത്തിൽ ∠ C=60° ,ആരം 2 സെ.മീ.

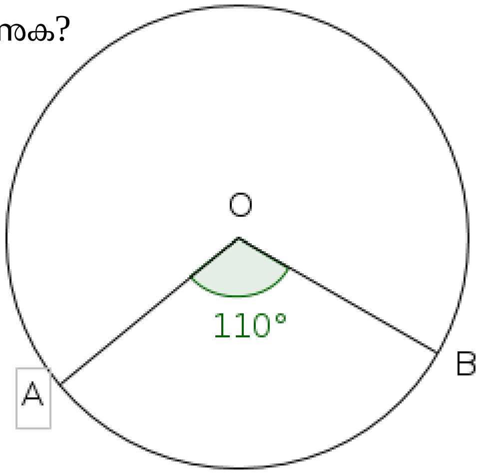
  O വൃത്തകേന്ദ്രം ,AB എന്ന ഞാണിന്റെ

  നീളം കാണുക?



- b) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം OA=4 സെ.മീ.∠AOB=110° AB എന്ന

  ഞാണിന്റെ നീളം കാണുക?



- c) ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക.

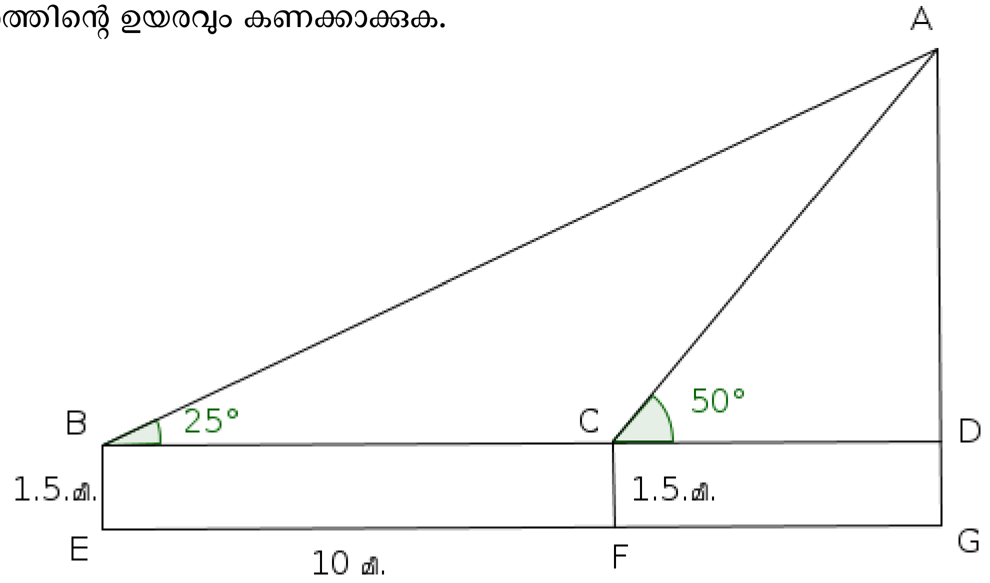
  i) ΔABC യിൽ AB=6cm ∠ C=50°

  ii)ΔXYZ യിൽ XY=8m ∠ Z=55°

  iii) ΔPQR യിൽ PR=6cm ∠ Q=45°

ഉയരവും ദൂരവും

- പുഴയോരത്തു നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി അക്കരയോട്ടു ചേർന്നു നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 50^0 മേൽകേകോണ്ണിൽ കണ്ടു. 10 മീറ്റർ പുറകോട്ടു മാറി നോക്കിയപ്പോൾ അത് 25^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. കുട്ടിയുടെ ഉയരം 1.5 മീ. പുഴയുടെ വീതിയും മരത്തിന്റെ ഉയരവും കണക്കാക്കുക.



ഈ പ്രശ്നം വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോൾ ∠ ACB = …………. ∠ ACD = …………….

Δ ACB എന്തു ത്രികോണമാണ് ? ………………………………….

അപ്പോൾ ഏതൊക്കെ വശങ്ങളാണ് തുല്യം ? …………. ഉം …………………..

അതുകൊണ്ട് AC = …………………

Δ ADC യിൽ Sin $50^0 = \frac{AD}{.....}$ അതായത് $0.766 = \frac{AD}{.....}$

AD = ……………. x 0.766 = …………………….

Δ ADC യിൽ Cos $50^0 = \frac{CD}{.....}$ അതായത് $0.6428 = \frac{CD}{.....}$

AD = ……………. x 0.6428 = …………………….

പുഴയുടെ വീതി = ……………………………

മരത്തിന്റെ ഉയരം = ……………… + ……………….. = ………………….

- ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ...
- 20 മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം ഒരാൾ 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും എത്ര അകലെയാണ് ?

  (ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക)
- കടൽക്കരയിലുള്ള ലൈറ്റ്ഹൗസിനു മുകളിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി കടലിലുള്ള ഒരു കപ്പൽ 20^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു. ലൈറ്റ്ഹൗസിൽ നിന്നും 100 മീ. അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ ലൈറ്റ്ഹൗസിനു മുകളുലുള്ള കുട്ടിയെ 45^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ

  (a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

  (b) ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ ഉയരമെന്ത് ?

  (c) കപ്പൽ കരയിൽ നിന്നും എത്ര അകലെയാണ് ? ($\tan 20^0 = 0.3420$)
- ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ തറയിൽ നിന്ന് a മീറ്റർ , b മീറ്റർ എന്നിങ്ങനെ അകലത്തിലുള്ള രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങളിൽ നിന്ന് കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗം കാണുന്ന മേൽക്കോണുകൾ വരസ്പരം പൂരകങ്ങളാണ്. അനുയോജ്യമായ ഒരു ചിത്രം വരച്ച് കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം $\sqrt{ab}$ മീറ്റർ എന്നു തെളിയിക്കുക.

യൂണിറ്റ് - 11
സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

- ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 40 കുട്ടികൾക്ക് ഒരു പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്ക് പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	2
10-20	4
20-30	4
30-40	5
40-50	12
50-60	8
60-70	3
70-80	2

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	വിഭാഗ മാധ്യം	ആകെ മാർക്ക്
0-10	2	5	5 x 2 = 10
10-20	4	....	4 x .... = 60
20-30	4	25	.... x 25 = 100
30-40	5	....	5 x .... = ...
40-50	12	....	.... x .... = ...
50-60	8	....	.... x .... = ...
60-70	3	65	.... x .... = ...
70-80	2	....	.... x .... = ...
ആകെ	....		....

- ഒരു പ്രദേശത്തെ 40 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക?

പ്രതിമാസവരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
3500-5000	8
5000-6500	9
6500-8000	13
8000-9500	6
9500-11000	4

വരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം	വിഭാഗ മാധ്യം	ആകെ വരുമാനം
3500-5000	8	4250	8 x4250= 34000
5000-6500	9	....	9 x .... = ...
6500-8000	13	7250	.... x 13= 100
8000-9500	6	....	6 x .... = ...
9500-11000	4	....	.... x .... = ...
ആകെ		ആകെ	

- താഴെക്കൊടുത്ത കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കു....
- ഒരു കമ്പനിയിലെ 100 തൊഴിലാളികളെ പ്രായത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പട്ടികപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക?

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
22-26	15
26-30	20
30-32	12
32-36	13
36-40	12
40-44	17
44-48	11

മധ്യമം

- ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 25 കുട്ടികളുടെ ഗണിതത്തിൽ കിട്ടിയ മാർക്ക് താഴെക്കൊടുക്കുന്നു. മാർക്കിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	8
10 - 20	6
20 - 30	5
30 - 40	4
40 - 50	2

സഞ്ചിതാവൃത്തി പട്ടിക രൂപീകരിക്കാം.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10 ൽ കുറവ്	8
20 ൽ കുറവ്	14
30 ൽ കുറവ്	19
40 ൽ കുറവ്	23
50 ൽ കുറവ്	25

x

x	10	20	30	40	50
y	8	14	19	23	25

12.5 (25 / 2 = 12.5)

$$\frac{x-10}{20-10} = \frac{12.5-8}{14-8}$$

$$\frac{x-10}{10} = \frac{4.5}{6}$$

$$x - 10 = \frac{4.5}{6} \times 10$$

x – 10 = 45/6 = 7.5
x = 7.5 + 10 = 17.5

- ഒരു പ്രദേശത്തെ 60 കുടുംബങ്ങളുടെ പ്രതിമാസ വൈദ്യുതിചാർജ് താഴെ പട്ടികപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. മധ്യമം കാണുക?

പ്രതിമാസ വൈദ്യുതിചാർജ്	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
100-250	10
250-500	14
500-750	11
750-1000	12
1000-1250	7
1250-1500	6

- ഒരു ക്ഷീരകർഷകന് ഒരു മാസം ലഭിച്ച പാലിന്റെ അളവ് പട്ടികപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. അളവിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

പാലിന്റെ അളവ്	ദിവസം
17	8
18	9
19	7
20	4
21	3

- താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടികയിലെ വിവരങ്ങളുടെ മാധ്യവും,മധ്യമവും കാണുക?

ക്ലാസ്സ്	ആവൃത്തി
0-25	12
25-50	18
50-75	11
75-100	10
100-125	9
125-150	5

യൂണിറ്റ് - 7
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

- ജനുവരി മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ച്ച വരുവാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  ജനുവരി മാസത്തിൽ 4 ഞായറാഴ്ചകൾ എന്തായാലും ഉണ്ടാകുമല്ലോ. അപ്പോൾ

  4 x 7 = 28 ദിവസങ്ങൾ. ബാക്കിയുള്ള 3 ദിവസങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാവാം ?

  (വെള്ളി , ശനി , ഞായർ) , (ശനി , ഞായർ , തിങ്കൾ) , (ഞായർ , തിങ്കൾ , ചൊവ്വ),

  (തിങ്കൾ , ചൊവ്വ , ബുധൻ) , (ചൊവ്വ , ബുധൻ , വ്യാഴം) , (ബുധൻ , വ്യാഴം , വെള്ളി) ,

  (വ്യാഴം , വെള്ളി , ശനി) ഇങ്ങനെയാണല്ലോ..

  ഇതിൽ ഞായറാഴ്ച വരാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{3}{7}$ എന്നു കാണാം.

- ഒരു സ്കൂളിലെ X A ഡിവിഷനിൽ 18 ആൺകുട്ടികളും 22 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്.

  XB ഡിവിഷനിൽ 21 ആൺകുട്ടികളും 19 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. ഒരു മത്സരത്തിനു രണ്ട് കുട്ടികളെ തെരഞ്ഞെടുത്താൽ അത്

  (a) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (b) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (c) ഒന്ന് ആൺകുട്ടിയും,രണ്ടാമത്തേത് പെൺകുട്ടിയുമാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (d) ഒന്നെങ്കിലും പെൺകുട്ടി ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

ക്ലാസ്സ്	ആൺകുട്ടികൾ	പെൺകുട്ടികൾ	ആകെ
X A	18	22	40
X B	21	19	40
ആകെ ജോടികൾ	378	418	1600

- ആൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{378}{1600}$
- പെൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{418}{1600}$
- ഒന്ന് ആൺകുട്ടിയും,രണ്ടാമത്തേത് പെൺകുട്ടിയുമാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{1600-418-378}{1600} = \frac{804}{1600}$$

- ഒന്നെങ്കിലും പെൺകുട്ടി ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{804+418}{1600} = \frac{1222}{1600}$

ഈ കണക്കുകൾ സ്വയം ചെയ്തു നോക്കൂ..

- ഒരു പാത്രത്തിൽ 12 കറുത്തമുത്തുകളും, 13 വെളുത്തമുത്തുകളും ഇട്ടിരിക്കുന്നു. പാത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത്

  a) കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  b) വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

- ഒരു പെട്ടിയിൽ കറുത്തതും വെളുത്തതുമായി 35 പന്തുകളുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്തെൽ അത് കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത 3/7 ആയാൽ

  a) കറുത്തപന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

  b) വെളുത്തപന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

  (c) ഒരു വെളുത്തപന്ത് എടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

- ഒന്നുമുതൽ 9 വരെയെഴുതിയ സ്ലിപ്പുകൾ ഒരുപെട്ടിയിലും, നൂറിൽതാഴെയുള്ള പൂർണവർഗങ്ങളെഴുതിയ സ്ലിപ്പുകൾ മറ്റൊരു പെട്ടിയിലും ഇട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ട്പെട്ടിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോ സ്ലിപ്പുകളെടുത്താൽ അത്

  (a) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യകളാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (b) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യകളാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (c) രണ്ടും പൂർണവർഗസംഖ്യകളാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (d) ഒരെണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരെണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയുമാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (e) ഒരെണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരെണ്ണം പൂർണവർഗസംഖ്യയുമാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

  (f) ഒരെണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയും ഒരെണ്ണം പൂർണവർഗസംഖ്യയുമാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

യൂണിറ്റ് - 6
സൂചകസംഖ്യകൾ
യൂണിറ്റ് - 10
ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിശ്ചയിക്കുന്നതിന് സംഖ്യകളെ ഉപയോഗിക്കുക എന്ന ആശയമാണ് ചർച്ചചെയ്യുന്നത്.പരസ്പരം ലംബങ്ങളായ രണ്ട് വരകളിൽ നിന്നും ഒരു ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലങ്ങൾ ആ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളായി മാറുന്നു.ഈ ലംബവരകളിൽ വിലങ്ങനെയുള്ളതിനെ X അക്ഷമെന്നും, കുത്തനെയുള്ളതിനെ Y അക്ഷമെന്നും പറയുന്നു.

- Y അക്ഷത്തിൽ നിന്നും ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം x സൂചകസംഖ്യയെന്നും, X അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലം y സൂചകസംഖ്യയെന്നും അറിയപ്പെടുന്നു.ഇതുപയോഗിച്ച് ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x,y) എന്നെഴുതുന്നു.
- Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യവും X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യവുമാകുന്നു.
- Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും. X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- X അക്ഷവുംY അക്ഷവും സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ (ആധാരബിന്ദു)സൂചകസംഖ്യ (0 , 0)ആയിരിക്കും.
- Y അക്ഷത്തിലോ,Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലോ ഉള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ആ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവലവിലയാണ്.
- X അക്ഷത്തിലോ,X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലോ ഉള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ആ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവലവിലയാണ്.
- X അക്ഷത്തിനോY അക്ഷത്തിനോ സമാന്തരമല്ലാത്ത രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ

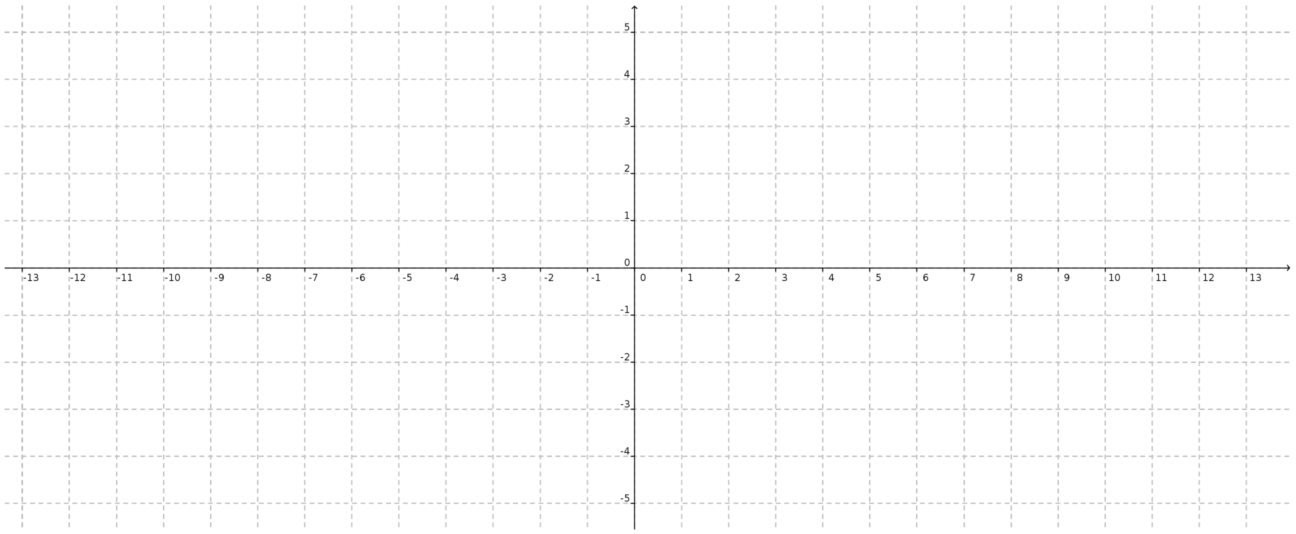
സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ ആയാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ആയിരിക്കും.

- ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ ആയാൽ ആ വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ആയിരിക്കും.
- ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരുന്നാൽ ആ വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നതിന്, തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുപയോഗിച്ച് ചരിവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. മൂന്നാമതൊരു ബിന്ദുവെടുത്ത് ചരിവുമായി തുല്യപ്പെടുത്തുക.
  ഉദാ: ചരിവ് 2/3 ആയാൽ ,മറ്റൊരു ബിന്ദു (x,y) എന്നെടുത്താൽ
  $\frac{y-2}{x-3}=2/3$ ഇത് ക്രിയചെയ്താൽ $3y-2x=0$ എന്ന് കിട്ടുന്നു.
- $ax+by+c=0$ എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $-a/b$ ആയിരിക്കും
- രണ്ട് സമാന്തരവരകളുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമായിരിക്കും
- രണ്ട് ലംബവരകളുടെ ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം -1 ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനങ്ങൾ

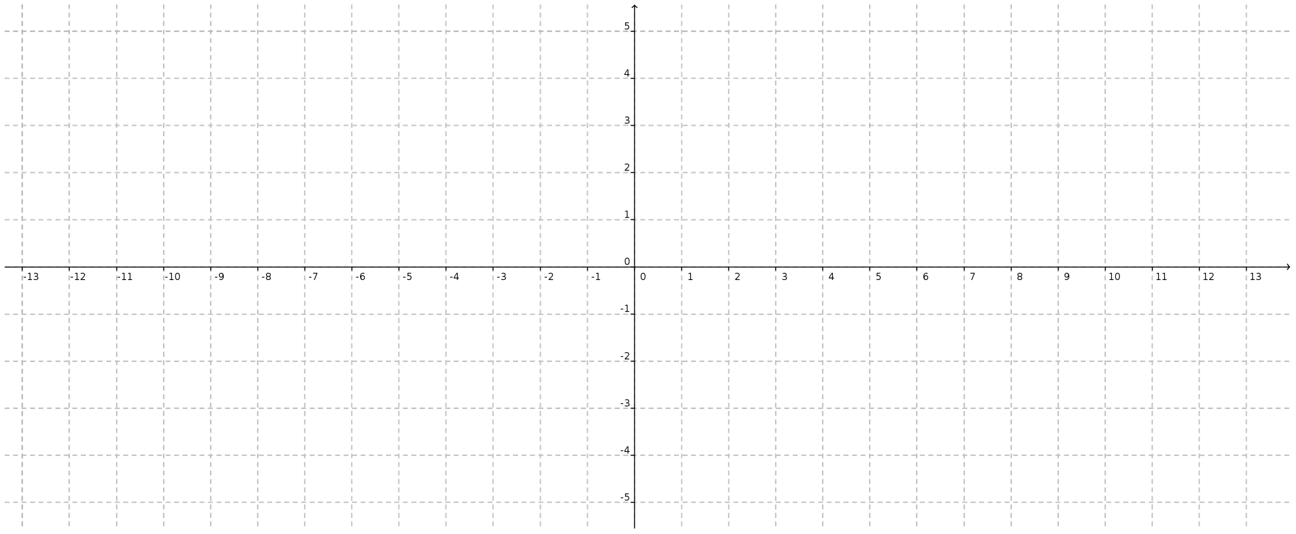
- X അക്ഷവുംY അക്ഷവും വരച്ച് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

  A (0,0) , B (1,3) , C (2,3) , D (0.3) , E (2,0) , F (2,5) .



- X അക്ഷവുംY അക്ഷവും വരച്ച് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി അടയാളപ്പെടുത്തുക.

  A (4,2), B (-2,2), C (4,-3), D (-2,-3)



ഈ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപം ഏതാണ് ? ....

ഈ രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ... x .... = ...

- **ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ.....**

- (-2,3)കേന്ദ്രമാക്കി ആരം 5 ആയി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളെഴുതുക.(0,-5)എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

- താഴെക്കൊടുത്ത ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം മനക്കണക്കായി പറഞ്ഞുനോക്കൂ..

ബിന്ദുക്കൾ	അകലം
(4,0) , (6,0)	
(-2,0) , (7,0)	
(0,9) , (0,-13)	
(5,2) , (-6,2)	
(-4,0) , (-7,0)	
(4,8) , (-2,8)	
(4,-11) , (4,2)	
(0,0) , (0,-4)	

- താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഓരോജോടി ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക?

a) A(4, 3), B(3, 6) b) C(7, 0), D(0, −5)

c) E(−3, 2), F (2, 2) d) G(2, 4), H(2, 7)

e) I(0, 3), J (0, 8) f) K(1, 5), L(1, −3)

g) M (5, 7), N(−2, 7) h) O (−1, 4), P (6, 4)

വരയുടെ ചരിവ്

- A(2,6), B(4,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളുൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.P(3,3)എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലുണ്ടാകുമോ?.എന്തുകൊണ്ട്.?

  വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{y1-y2}{x1-x2}$ = $\frac{.....-,,,,}{.....-......}$ = $\frac{.......}{......}$

  P എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണോ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ P , B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ..

  ചരിവ് = $\frac{y1-y2}{x1-x2}$ = $\frac{.....-,,,,}{.....-......}$ = $\frac{.......}{......}$

  ചരിവുകൾ തുല്യമാണോ ? ....

  P എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലായിരിക്കുമോ ? ....

വരയുടെ സമവാക്യം എങ്ങനെയെഴുതും ?

(x , y) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണെങ്കിൽ ചരിവ് എന്തായിരിക്കും ? ....

അപ്പോൾ $\frac{y-6}{x-2}$ = $\frac{.....}{....}$ എന്നെഴുതാമല്ലോ ..

ഇതിൽ നിന്നും വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കാമല്ലോ. രൂപീകരിച്ച സംവാക്യം താഴെ കള്ളിയിലെഴുതു..

- 3x + 4y - 5 = 0 എന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

  ഇവിടെ ചരിവു കാണാൻ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

  x = 1 ആയാൽ 3 + 4y – 5 = 0

  4y = 5 – 3 = 2 എന്നും കിട്ടും.

  y = ... അപ്പോൾ ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു = (1 , ...)

  y = 1 ആയാലോ.. ? 3x + 4 – 5 = 0 എന്നാകുമല്ലോ,,,

  3x = 1 അപ്പോൾ x = ... മറ്റൊരു ബിന്ദു = (...... . 1)

  ഇനി ചരിവു കണ്ടുപിടിക്കു...

ഈ സമവാക്യത്തിൽ $\frac{-(x \text{ന്റെ ഗുണകം})}{(y \text{ യുടെ ഗുണകം})}$ എന്താണ് ? ....

പ്രവർത്തനം

- മനക്കണക്കായി ചരിവ് കണ്ടെത്താമോ...?

സമവാക്യം	ചരിവ്
$2x - 8y + 3 = 0$	
$6y - 5x - 1 = 0$	
$x + y = 4$	
$12y - 3x + 1 = -2$	
$x - 5y = 2$	
$9x + 5y = 0$	

രണ്ടു വരകളുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമായാൽ ആ വരകൾ .... ആയിരിക്കും

- $4x + 3y - 2 = 0$ എന്ന വരയും $3x + 2y + 1 = 0$ എന്ന വരയും സമാന്തരങ്ങളാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാം.

$4x + 3y - 2 = 0$ എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = ...

$3x + 2y + 1 = 0$ എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = ...

വരകൾ സമാന്തരമാണോ അല്ലയോ ? ....

വരകളുടെ സമവാക്യത്തിൽ മാറ്റം വരുത്തി സമാന്തരങ്ങളാക്കാമോ ?

എങ്കിൽ ഒന്നാമത്തെ വരയുടെ സമവാക്യം = ...

രണ്ടാമത്തെ വരയുടെ സമവാക്യം = ...

രണ്ടു വരകളുടെ ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം (-1) ആയാൽ ആ വരകൾ പരസ്പരം............................. ആയിരിക്കും.

- (2,3) , (-1,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക

ഈ വരയുടെ ചരിവ് = ...

- (5,3) , (-1,-2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക

ഈ വരയുടെ ചരിവ് = ...

ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം = ... x .... = ...

ഈ വരകൾ പരസ്പരം ലംബങ്ങളായിരിക്കുമോ ? ....

ഈ കണക്കുകൾ സ്വയം ചെയ്തുനോക്കൂ...

- (3,7),(2,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളുൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക

  ഈ വര X അക്ഷത്തേയുംY അക്ഷത്തേയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ

  സൂചകസംഖ്യകളെഴുതുക.

- (2,5),(4,8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

  a) ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക?

  b) ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എന്ത്?

  c) ഈ വരയുടെ സമവാക്യമെഴുതുക?

  d) ഈ വരയിലുൾപ്പെടുന്ന മറ്റ് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെസൂചകസംഖ്യകളെഴുതുക?

  e) (x,y)എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലുണ്ടെങ്കിൽ (x+2,y+3)എന്ന ബിന്ദുവും ഈ

  വരയിലാണന്ന് തെളിയിക്കുക.

  f) ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വരയുടെ സമവാക്യമെഴുതുക.

  g) ഈ വരയ്ക്ക് ലംബമായ വരയുടെ സമവാക്യമെഴുതുക

- ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം y=3x എന്നാണ്. ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവായ A യുടെ x

  സൂചകസംഖ്യ 2 ആയാൽ y സൂചകസംഖ്യയെത്ര? ഈ വരയിലെ മറ്റേതെങ്കിലും

  രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളെഴുതുക? ഈ വരയുടെ ചരിവ് എന്ത്?

- X അക്ഷവും Y അക്ഷവും മറ്റൊരു രേഖ AB യും ചേർന്ന് 5 യൂണിറ്റ് നീളമുള്ള കർണ്ണവും

  6 യൂണിറ്റ് പരപ്പളവുമുള്ള ഒരു മട്ടത്രികോണം ഉണ്ടാക്കുന്നു. രേഖ AB യുടെ

  (a) X അക്ഷത്തേയും Y അക്ഷത്തേയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏവ ?

  (b) AB യുടെ ചരിവ് എത്ര ?

  (c) AB യുടെ സമവാക്യം എന്ത് ?

- 2x – 5y + 1 = 9 എന്ന വര പരിഗണിച്ചാൽ

  (a) വരയുടെ ചരിവ് എന്ത് ?

  (b) ഈ വരയ്ക്കു ലംബമായ മറ്റൊരു വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

  (c) ഇതേ വരയ്ക്കു ലംബമായതും (1,-3) എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്നതിമായ

  വരയുടെ സമവാക്യം എന്ത് ?

- A (1,1) , B (-1,-1) , C (-√3 , √3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ

  ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

യൂണിറ്റ് - 5

ഘനരൂപങ്ങൾ

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ........

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദം ഒരു സമചതുരവും പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമപാർശ്വ ത്രികോണങ്ങളുമായിരിക്കും.
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സർവസമങ്ങളായ സമപാർശ്വ ത്രികോണങ്ങളായിരിക്കും.
- സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കുകളും സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളുടെ പാർശ്വവശങ്ങൾ സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്കുകളുമാണ്.
- സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമായിരിക്കും.
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ശീർഷത്തിൽ നിന്നും പാദത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് സ്തൂപികയുടെ ഉയരം.
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്ക് (e), ചരിവുയരം(l) , പാദവക്കിന്റെ പകുതി (a/2) എന്നിവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണമുണ്ടാകുന്നു.

$$e^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h), ചരിവുയരം(l) , പാദവക്കിന്റെ പകുതി (a/2) എന്നിവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണമുണ്ടാകുന്നു.

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h), പാർശ്വവക്ക് (e) , പാദവികർണ്ണത്തിന്റെ പകുതി (d/2) എന്നിവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണമുണ്ടാകുന്നു.

$$e^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

- വക്കുകളെല്ലാം തുല്യനീളമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് a യൂണിറ്റായാൽ

ചരിവുയരം = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ a . ഉയരം = $\frac{a}{\sqrt{2}}$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 4 x $\frac{1}{2}$ x പാദവക്ക് x ചരിവുയരം

= 2 x പാദവക്ക് x ചരിവുയരം

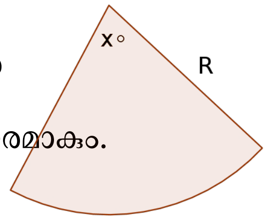
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലതല പരപ്പളവ്

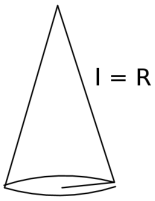
  = പാദ പരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ x പാദ പരപ്പളവ് x ഉയരം

  (ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം അതേ ഉയരവും പാദവക്കുമുള്ള സമചതുരസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണ്)

- ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാകും. വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപഭാഗം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കാകും.





$$\frac{x}{360} = \frac{r}{l}$$

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ ആരം , ഉയരം , ചരിവുയരം എന്നിവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണം ഉണ്ടാകുന്നു.

$$l^2 = h^2 + r^2$$

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = πrl

  ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi rl$

  വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ (വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം അതേ ഉയരവും ആരവുമുള്ള വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന്റെ മൂന്നിൽ ഒരു ഭാഗമായിരിക്കും.

- ഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4 \pi r^2$

  വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \pi r^3$

- r1 , r2 ആരങ്ങളുള്ള രണ്ട് ഗോളങ്ങളുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $r_1^2 : r_2^2$

  വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $r_1^3 : r_2^3$

- (പരപ്പളവ് ആരങ്ങളുടെ വർഗങ്ങൾക്ക് ആനുപാതികവും വ്യാപ്തം ആരങ്ങളുടെ ഘനത്തിന് ആനുപാതികവുമായിരിക്കും)

- കട്ടിയായ ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ

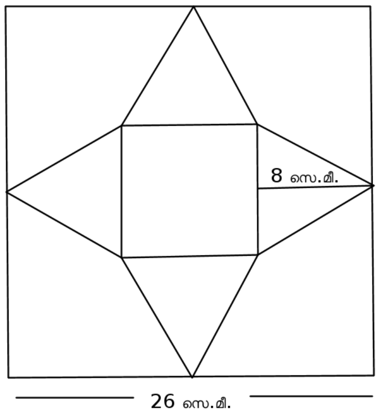
  നിരപ്പായ മുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πr^2

  വക്രമുഖ പരപ്പളവ് = $2 \pi r^2$

  ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

  വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3} \pi r^3$

പ്രവർത്തനം - 1



ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ സമചതുരാകൃതിയായ കട്ടിക്കടലാസിൽ നിന്നും ഈ രൂപം വെട്ടിയെടുക്കുന്നു. ത്രികോണങ്ങളെ മേലോട്ടു മടക്കി ഒട്ടിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.

സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = ...

പാദവക്ക് = (................) - (2 x ....) = ...

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x .... x ....

= ....

സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 4 x .... = ...

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ...

സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = ... + ...

- ഈ കണക്കുകൾ സ്വയം ചെയ്തുനോക്കൂ....

- ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നാളം 10 സെ.മീ. ഉം ഉയരം 12 സെ.മീ, ഉം ആയാൽ അതിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക.

- സമചതുരസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം 26 സെ.മീ. ഉം പാദവക്കിന്റെ നീളം 20 സെ.മീ. ഉം ആയാൽ കളിപ്പാട്ടത്തിനു ചായം പൂശാൻ ചതുരശ്ര മീ. ന് 75 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും ?

  (ഈ കണക്കുകളിൽ പാദവക്ക് , ചരിവുയരം , പാർശ്വവക്ക് ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മനസ്സിലാക്കി ആവശ്യമായവ കണ്ടെത്തുമല്ലോ...)

പ്രവർത്തനം - 2

ചില സമചതുരസ്തൂപികകളുടെ അളവുകൾ താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുമല്ലോ........

പാദവക്ക്	ചരിവുയരം	ഉയരം
30	50	
	15	13
12		10
	20	16
14		24
10	13	

പാദവക്ക്	ചരിവുയരം	പാർശ്വവക്ക്
	6	10
18		15
20	8	
42		35
	18	30

പാദവികർണ്ണം	ഉയരം	പാർശ്വവക്ക്
16	15	
60		50
	28	35
42	20	
16		17

പ്രവർത്തനം - 3

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 30 സെ.മീ. ഉപരിതല പരപ്പളവ് 3456 ച.സെ.മീ. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്

അതായത് $a^2 + 2al = 3456$. ചരിവുയരം $l = 30$ സെ.മീ.

അപ്പോൾ $a^2 + 60a = 3456$.

$$a^2 + 60a - 3456 = 0$$

ഇതൊരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യമാണല്ലോ... ഇതിന്റെ പരിഹാരം കാണുമ്പോൾ

$a = 36$ സെ.മീ. എന്നു കിട്ടും.

$l^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$ എന്നതുപയോഗിച്ച് ഉയരം 24 സെ.മീ. എന്നും കിട്ടും.

ഇനി വ്യാപ്തം കണ്ടുപിടിക്കാം

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} a^2h = \frac{1}{3}$ x .... x .... x ....

= ....

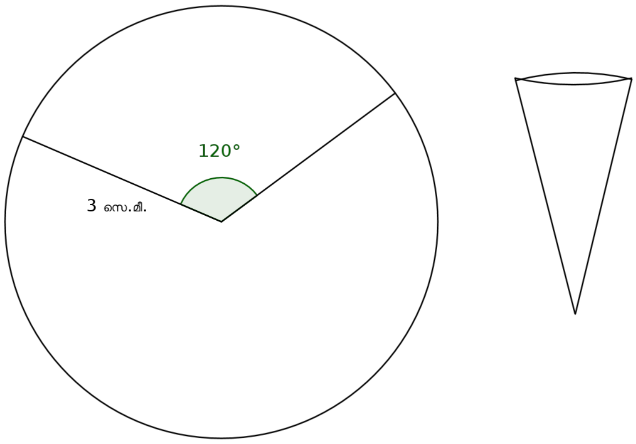
- ചരിവുയരം 35 സെ.മീ. ഉം ഉപരിതല പരപ്പളവ് 4704 ച.സെ.മീ. ഉം ആയ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.
- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന് 8 സെ.മീ. പാദവക്കും 9 സെ.മീ. പാർശ്വവക്കും ഉണ്ട്. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എന്ത് ?
- പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

പാദവക്ക്	ഉയരം	ചരിവുയരം	പാർശ്വവക്ക്	വ്യാപ്തം
10		13		
		24	26	
18			15	

പ്രവർത്തനം - 4

ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച്

വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.



- വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

  360^0 യുടെ ....ഭാഗമാണ്.

- വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപം , മുഴുവൻ

  വൃത്തത്തിന്റെ .... ഭാഗമാണ്.

- ഈ ചാപത്തിന്റെ നീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ

  .... ആയിരിക്കും.

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ ....ഭാഗമാണ്.

  (വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവുകൾ ആരത്തിന് ആനുപാതികമാണല്ലോ.. അപ്പോൾ വലിയവൃത്തത്തിന്റെ ആരവും ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും ആനുപാതികമായിരിക്കുമല്ലോ..എങ്കിൽ)

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം വലിയവൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ .... ഭാഗമാണ്.

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം = ...

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = ...

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = ... x .... x ....

  = ...

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = ... + ... = ...

  (ഈ പ്രശ്നത്തെ ഇങ്ങനെയും ആലോചിക്കാം..

$$\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$$

അതായത് $\frac{x}{360} = \frac{r}{l}$ എന്നു കാണാം.

$\frac{120}{360} = \frac{r}{3}$ അതായത് r = 1 എന്നും കിട്ടുന്നു.)

പ്രവർത്തനം - 5

ചുവടെക്കൊടുത്ത പട്ടികയിൽ ചില കോണളവുകൾ നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഈ അളവുകൾ 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ...

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ	360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗം ?
10^0	$\frac{10}{360} = \frac{1}{36}$
18^0	
20^0	$\frac{20}{360} =$ ....
30^0	$\frac{30}{360} =$ ....
36^0	
45^0	....
60^0	....
72^0	....
90^0	....
108^0	....
120^0	....
144^0	
150^0	$\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$
180^0	
210^0	
216^0	
240^0	
252^0	
270^0	
288^0	
300^0	
324^0	

<u>പ്രവർത്തനം - 6</u>

- 15 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 216^0 ആണ്. ഈ വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ

  (a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എന്ത് ?

  (b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം എന്ത് ?

  (c) വ്യാപ്തം എത്ര ?

  വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരവും വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും തുല്യമായിരിക്കുമല്ലോ.

  ചരിവുയരം = 15 സെ.മീ.

  വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = 216^0

  (ഇത് 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?)

  $$216^0 = 360^0 \times \frac{216}{360}$$

  $$= 360^0 \times \frac{6}{10}$$

  അതുകൊണ്ട് വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ ആയിരിക്കും

  വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം = $15 \times \frac{6}{10}$

  = 9 സെ.മീ.

  വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 12 സെ.മീ. എന്നു കണ്ടെത്താമല്ലോ..

  ഇനി വ്യാപ്തവും കണ്ടുപിടിക്കൂ...

- **<u>താഴെക്കൊടുത്ത കണക്കുകൾ ചെയ്തു നോക്കൂ...</u>**

- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 24 സെ.മീ. ആണ്. ഈ വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 144^0 ആണ്. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

- 12 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരവും വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1: 6 ആണ്. വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര ?

- രഘു ഒരു അർദ്ധവത്തം വളച്ച് തൊപ്പിയുണ്ടാക്കി. ഈ തൊപ്പിയുടെ ചരിവുയരം 12 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ ഉയരം എത്രയായിരിക്കും ?

പ്രവർത്തനം - 7

ചില വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ അളവുകൾ ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക...

പാദ ആരം	ചരിവുയരം	ഉയരം
12	....	16
....	10	8
28	40	....

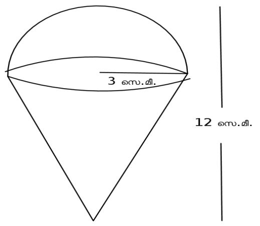
- ഓരോ സ്തൂപികയുടേയും വക്രതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുക.

പ്രവർത്തനം - 8

ഗോളങ്ങളുടേയും അർദ്ധഗോളങ്ങളുടേയും ചില അളവുകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

വ്യാസം	ആരം	വക്രതല പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
ഗോളം - (12)				
ഗോളം - ( )				36 π
ഗോളം - ( )			100 π	
അർദ്ധഗോളം - (18)				
അർദ്ധഗോളം - ( )			192 π	
അർദ്ധഗോളം - ( )				486 π
അർദ്ധഗോളം - ( )		12.5 π		

പ്രവർത്തനം - 9



- ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ചിത്രമാണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ഈ കളിപ്പാട്ടത്തിനു വർണ്ണക്കടലാസ് ഒട്ടിക്കാൻ ആവശ്യമായ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

(ഓരോ ഘനരൂപത്തിന്റേയും വക്രതല പരപ്പളവ് പ്രത്യേകമായി കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ.

പൊതു ആരം = 3 സെ.മീ. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = (.............) - (............) = ...

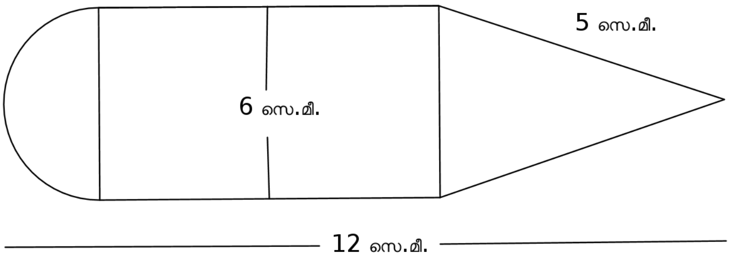
അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് = ...

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = ...

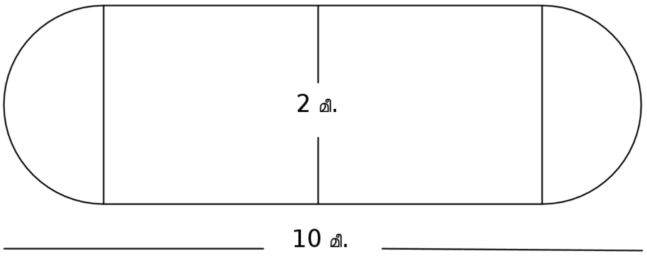
ഘനരൂപത്തിന്റെ ആകെ പരപ്പളവ് = ... + ... = ...

പ്രവർത്തനം - 10

- താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.



- ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും ?



- 10 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസിൽ നിന്നും 40% പരപ്പളവുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചു നീക്കി. ബാക്കി വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ അതിന്റെ ആരവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.