[201]

* यदि $f(x) = \cos^2 x + \sec^2 x$ हो, तो $f(x)$ का न्यूनतम मान क्या होगा?

a) 1 b) -1 c) -2 **d) 2**

Soln:-

$a\cos^2 x + b\sec^2 x$ का न्यूनतम मान $= 2\sqrt{ab}$

$\therefore$ $\cos^2 x + \sec^2 x$ का न्यूनतम मान

$= 2\sqrt{1 \times 1}$

$= 2 \times 1$

$= 2$

[202]

* $a^2+b^2-c^2 = 0$ हो, तो $\frac{a^6+b^6+c^6}{a^2b^2c^2}$ का मान क्या होगा?

a) 0 b) 3 **c) -3** d) 1

Soln:-

$$\frac{a^6+b^6-c^6}{a^2b^2c^2} = \frac{(a^2)^3+(b^2)^3-(c^2)^3}{a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{-3a^2b^2c^2}{a^2b^2c^2} \quad [\because a^2+b^2-c^2=0]$$

$$= -3$$

[203]

* ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें AB = 10 cm, AD = 6 cm है। उसमें $\angle A$ का द्विभाजक DC से E पर मिलता है और आगे बढ़ाने पर BC से F पर मिल जाता है। तदनुसार CF की लंबाई कितनी होगी?

a) 2 cm **b) 4 cm** c) 6 cm d) 8 cm

Soln:-

$\because \angle DAE = \angle FAB$

तथा, $\angle DAE = \angle AFB$ (संगत कोण)

$\therefore \angle FAB = \angle AFB$

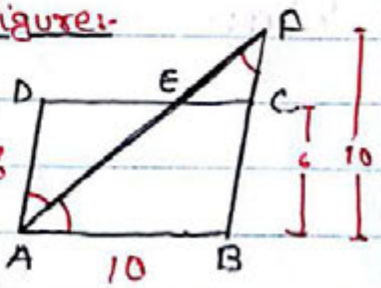
$\therefore AB = BF = 10$ cm.

$\therefore CF = BF - BC$

$= 10 - 6$

$= 4$ cm

Figure:-



Generated by CamScanner from intsig.com

[204.]

* यदि $2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1$ हो तो $\theta = ?$

a) 45° b) 22.5° c) 60° **d) 30°**

Soln:-

$$2(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta - (1-\cos^2\theta) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = 30°$$

[205.]

* $(2\cos^2\theta - 1)\left(\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} + \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right)$ का मान कितना होगा?

a) 3 **b) 2** c) 4 d) 1

Soln:-

$$(2\cos^2\theta - 1)\left(\frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta} + \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}\right)$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\theta - \sin^2\theta - \cos^2\theta \left(\frac{(1+\tan\theta)^2 + (1-\tan\theta)^2}{1-\tan^2\theta}\right)$$

$$\Rightarrow (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\left(\frac{2(1+\tan^2\theta)}{1-\tan^2\theta}\right)$$

$$\Rightarrow (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\left\{\frac{2\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta}\right)}{\frac{(\cos^2\theta - \sin^2\theta)}{\cos^2\theta}}\right\}$$

$$= 2 \times 1 = 2$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[206]

* $x = \cos t, y = 2\sin t \cos t$ में से t को हटाकर निम्न में से कौन सा समीकरण प्राप्त किया जा सकता है?

a) $y^2 = 2x^2 + 4x^4$ b) $y^2 = 2x^2 - 4x^4$ c) $y^2 = 4x^2 + 4x^4$ **d) $y^2 = 4x^2 - 4x^4$**

Soln:-

$\because x = \cos t, \quad y = 2\sin t \cos t$

$\Rightarrow y^2 = 4\sin^2 t \cos^2 t$

$\Rightarrow y^2 = 4(1 - \cos^2 t)\cos^2 t$

$\Rightarrow y^2 = 4\cos^2 t - 4\cos^4 t$

$\Rightarrow y^2 = 4x^2 - 4x^4$

[207]

* $\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 14$ हो तो, $x = ?$

a) +8 b) −6 **c) ± 2** d) ± 4

Soln:-

$$\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}} + \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 14 \quad [K]$$

$$\Rightarrow \frac{(x+\sqrt{x^2-1})^2 + (x-\sqrt{x^2-1})^2}{x^2-(\sqrt{x^2-1})^2} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{2(x^2+x^2-1)}{x^2-x^2+1} = 14 \quad [\because (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)]$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2 = 14$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

Short process :-

$$\pm\sqrt{\frac{K+2}{4}}$$

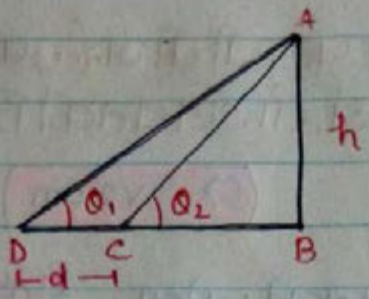
$$= \pm\sqrt{\frac{14+2}{4}}$$

$$= \pm\sqrt{4}$$

$$= \pm 2$$

Generated by CamScanner from intsig.com

Height and Distance



यदि AB एक मीनार है जिसकी ऊँचाई h m है तथा D बिंदु से मीनार के शीर्ष का उन्नयण कोण θ_1 है और बिंदु D से d m जाने पर बिंदु C से उन्नयण कोण θ_2 हो जाता है तो,

$$d = h(\cot\theta_1 - \cot\theta_2)$$ m होगा।

[208]

* सूर्य का उन्नतांश 45° से 30° हो जाने पर एक मीनार की छाया 60 मीटर ज्यादा लंबी हो जाती है। तदनुसार, उस मीनार की ऊँचाई कितनी होगी?

a) $20(\sqrt{3}+1)$ m b) $24(\sqrt{3}+1)$ m **c) $30(\sqrt{3}+1)$ m** d) $30(\sqrt{3}-1)$ m

Soln:-

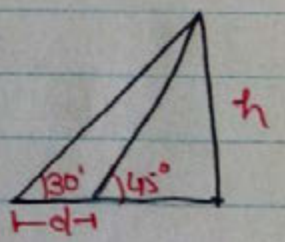
$d = 60$ m, $\theta_2 = 45°$, $\theta_1 = 30°$, $h = ?$

$\because d = h(\cot\theta_1 - \cot\theta_2)$

$\Rightarrow 60 = h(\sqrt{3}-1)$

$\Rightarrow h = \frac{60}{\sqrt{3}-1}$

$\Rightarrow h = 30(\sqrt{3}+1)$ m.



* दोनों कोणों में जिसका मान छोटा होगा वह θ_1 होगा तथा दूसरा θ_2 होगा

Generated by CamScanner from intsig.com

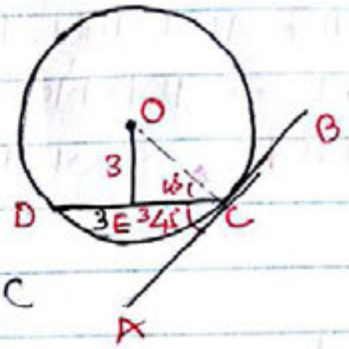
[209.]

* यदि एक जीवा, जो अपने एक सिरे पर खींची गई स्पर्श रेखा के साथ 45° का कोण बनाती है, की लंबाई 6 cm हो, तो उस वृत्त की त्रिज्या कितनी लंबी होगी?

a) $6\sqrt{2}$ cm b) 5 cm **c) $3\sqrt{2}$ cm** d) 6 cm.

Soln:- माना कि O केंद्र वाले एक वृत्त की जीवा DC है जिसकी लंबाई 6 cm है तथा AB एक स्पर्श रेखा है जो वृत्त को C पर स्पर्श करती है।

Figure:-



$\because \angle ACD = 45°$

रचना :- जीवा DC पर केंद्र O से लंब डाला गया तथा OC को मिलाया गया।

$\because \angle OCA = 90°$ [केंद्र से स्पर्श बिंदु को मिलाने वाली रेखा स्पर्श रेखा पर लंब होती है।]

$\therefore \angle OCD = 45°$ [$\angle OCA - \angle DCA$]

$\therefore \tan 45° = \frac{OE}{EC}$

$\Rightarrow 1 = \frac{OE}{EC}$

$\Rightarrow OE = EC = 3$ [केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को दो समान भागों में बाँटती है।]

$\therefore OC^2 = OE^2 + EC^2$ [पाइथागोरस प्रमेय]

$\therefore OC = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$\Rightarrow OC = \sqrt{18}$

$\Rightarrow OC = 3\sqrt{2}$

[210.]

* यदि $p\sin\theta = \sqrt{3}$ तथा $p\cos\theta = 1$ तो p का मान क्या होगा?

a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

Soln:-

$$p^2\sin^2\theta + p^2\cos^2\theta = 3 + 1$$

$$\Rightarrow p^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 4$$

$$\Rightarrow p^2 = 4$$

$$\Rightarrow p = 2$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[211]

* यदि $U_n = \cos^n\theta + \sin^n\theta$ हो तो, $2U_6 - 3U_4 + 1$ का मान कितना होगा?

a) 1 b) 4 c) 6 **d) 0**

Soln:-

$\because 2U_6 - 3U_4 + 1$

$= 2(\cos^6\theta + \sin^6\theta) - 3(\cos^4\theta + \sin^4\theta) + 1$

$= 2\{(\cos^2)^3 + (\sin^2\theta)^3\} - 3\{(\cos^2\theta)^2 + (\sin^2\theta)^2\} + 1$

$= 2\{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)^3 - 3\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - 3\{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta \cos^2\theta\} + 1$

$= 2\{1 - 3\cos^2\theta \sin^2\theta\} - 3\{1 - 2\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta\} + 1$

$= 2 - 6\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta - 3 + 6\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta + 1$

$= 2 - 3 + 1$

$= 3 - 3$

$= 0$

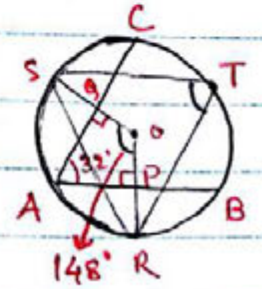
[212]

* O केंद्र वाले एक वृत्त की दो जीवाओं (व्यास नहीं) AB तथा AC के मध्य बिंदु क्रमशः P तथा Q हैं। उसमें OP तथा OQ रेखाओं को क्रमशः R तथा S बिंदुओं तक बढ़ाया गया है जो वृत्त के परिधि को छूती है। उनमें बड़ी चाप में R तथा S के बीच T एक अन्य बिंदु है। तदनुसार यदि $\angle BAC = 32°$ हो, तो $\angle RTS$ का मान कितना होगा?

a) 32° **b) 74°** c) 106° d) 64°

Soln:-

Figure:-



$\because \angle OQA = \angle OPA = 90°$ [केंद्र से जीवा का मध्य बिंदु]

$\angle BAC = 32°$

$\therefore \angle QOP = 148°$ [360° - (90+90+32)]

$\therefore \angle STR = \frac{148}{2} = 74°$

[∵ समान चाप SR से केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण $\angle RTS$ से दुगुना होगा।]

Generated by CamScanner from intsig.com

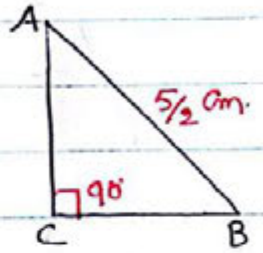
[213]

* एक समकोण त्रिभुज ABC में, AB = 2·5 cm, cos B = 0·5, ∠ACB = 90° हो तो भुजा AC की लंबाई कितनी होगी?

a) $5/4\sqrt{3}$ b) $5/16\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{3}$ d) $5/2\sqrt{3}$

Soln:-

Figure:-



$\because \cos B = 0.5$

$\Rightarrow \cos B = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos B = \cos 60°$

$\Rightarrow \angle B = 60°$

$\because \sin B = \frac{AC}{AB}$

$\Rightarrow \sin 60° = \frac{x}{5/2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2x}{5}$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{3}/4$

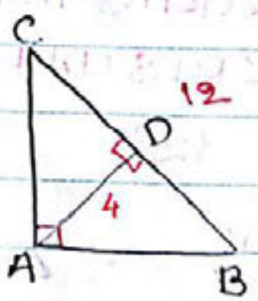
[214.]

* $\triangle ABC$ में $\angle A$ समकोण है और AD, BC पर लंब है। यदि AD = 4cm, BC = 12cm हो, तो $(\cot B + \cot C)$ का मान क्या होगा?

a) 4 b) 3/2 c) 6 d) 3

Soln:-

Figure:-



$\because AD = 4\,cm,\ BC = 12\,cm.$

$\therefore (\cot B + \cot C)$

$\frac{BD}{AD} + \frac{CD}{AD}$

$= \frac{BD + CD}{AD}$

$= \frac{12}{4}$

$= 3$

Generated by CamScanner from intsig.com

[215]

* यदि $x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$ तथा $x\sin\theta = y\cos\theta$, $\sin\theta = \cos\theta$ θ हो, तो x^2+y^2 का मान कितना होगा?

a) $1/\sqrt{2}$ b) $1/2$ c) 1 d) $\sqrt{2}$

Soln:- 1st process:-

$\because x\sin\theta = y\cos\theta$

$\therefore x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$\Rightarrow x\sin\theta\cdot\sin^2\theta + y\cos\theta\cdot\cos^2\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$\Rightarrow y\cos\theta\cdot\sin^2\theta + y\cos\theta\cdot\cos^2\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$\Rightarrow y\cos\theta(\sin^2\theta+\cos^2\theta) = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$\Rightarrow y\cos\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$\Rightarrow y = \sin\theta.$

उसी प्रकार $x = \cos\theta.$

$\therefore x^2+y^2$

$= \cos^2\theta + \sin^2\theta$

$= 1$

2nd process:-

$\because x\sin\theta = y\cos\theta$

$\therefore \sin\theta : \cos\theta$

$y : x$

$\therefore \sin\theta = y,\ \cos\theta = x$

$\therefore x^2+y^2$

$= \sin^2\theta + \cos^2\theta$

$= 1$

Generated by CamScanner from intsig.com

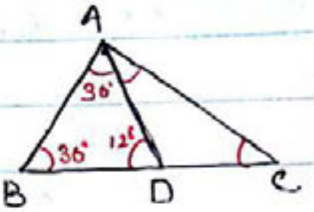
[216.]

* $\triangle ABC$ में, AD माध्यिका है और $AD = \frac{1}{2} BC$. तदनुसार यदि $\angle BAD = 30^\circ$ हो तो, $\angle ACB$ का माप कितना होगा?

a) 90° b) 45° c) 30° **d) 60°**

Soln:-

Figure:-



$\because AD = \frac{1}{2} BC$

तथा $BD = DC = \frac{1}{2} BC$

$\therefore AD = BD = DC$

$\because \angle BAD = 30^\circ$

$\therefore \angle ABD = 30^\circ$ [समान भुजाओं के सम्मुख कोण]

$\therefore \angle BDA = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ)$

$= 120^\circ$

$\therefore \angle BDA = \angle DAC + \angle ACB$ [बाह्य कोण = अंतः कोणों का योग]

$\Rightarrow \angle DAC + \angle ACB = 120^\circ$

$\Rightarrow \angle ACB + \angle ACB = 120^\circ$ [$\because \angle DAC = \angle ACB$]

$\Rightarrow 2\angle ACB = 120^\circ$

$\Rightarrow \angle ACB = 60^\circ$

[217.]

* XY निर्देशांक पद्धति में, यदि (a, b) तथा (a+3, b+k), उस सरल रेखा पर स्थित दो बिंदु हों, जिसका समीकरण $x = 3y - 7$ है, तो $k = ?$

a) 7/3 **b) 1** c) 9 d) 3

Soln:-

$\because x - 3y = -7$

$\Rightarrow a - 3b = -7 \quad \text{---(i)}$

$x - 3y = -7$

$\Rightarrow (a+3) - 3(b+k) = -7$

$\Rightarrow a + 3 - 3b - 3k = -7$

$\Rightarrow a - 3b = 3k - 10 \quad \text{---(ii)}$

From Eqn (i) and (ii),

$3k - 10 = -7$

$3k = 3$

$k = 1$

Generated by CamScanner from intsig.com

[218]

* R तथा r दो वृत्तों की त्रिज्याएँ है (यहाँ R>r)। तदनुसार, यदि दोनों वृत्तों के केंद्रों की दूरी d हो, तो दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई कितनी होगी?

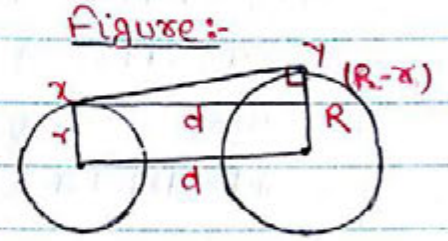
a) $\sqrt{d^2-(R-r)^2}$ b) $\sqrt{(R-r)^2-d^2}$ c) $\sqrt{R^2-d^2}$ d) $\sqrt{r^2-d^2}$

Soln:-

$\therefore XY^2 = d^2-(R-r)^2$

$\Rightarrow XY = \sqrt{d^2-(R-r)^2}$

Figure:-



[219]

* $4\,cosec^2\theta + 9\sin^2\theta$ का न्यूनतम मान कितना होगा?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 14

Soln:-

यदि $\sin^2\theta$ का $cosec^2\theta$ के साथ, $\cos^2\theta$ का $sec^2\theta$ के साथ तथा $\tan^2\theta$ का $cot^2\theta$ के साथ कोई समीकरण रहे तथा न्यूनतम मान पूछा जाय तो उसे हम इस प्रकार हल कर सकते है:-

यदि $a\sin^2\theta + b\,cosec^2\theta$

तो, न्यूनतम मान = $2\sqrt{ab}$

$\therefore 4\,cosec^2\theta + 9\sin^2\theta$

$\therefore$ न्यूनतम मान = $2\sqrt{9\times4}$

$= 2\times6 = 12$

[220]

* $4\sec^2\theta + 9\,cosec^2\theta$ का न्यूनतम मान कितना होगा?

a) 1 b) 16 c) 25 d) 36

Soln:-

यदि $\sec^2\theta$ तथा $cosec^2\theta$ का समीकरण दिया हो तथा न्यूनतम मान पूछा जाय तो, हम उसे इस प्रकार से हल करते हैं।

यदि $a\sec^2\theta + b\,cosec^2\theta$ तो न्यूनतम मान = $a+b+2\sqrt{ab}$

$\therefore 4\sec^2\theta + 9\,cosec^2\theta$

$\therefore$ न्यूनतम मान = $4+9+2\sqrt{9\times4}$

$= 13+12 = 25$

Generated by CamScanner from intsig.com

[221]

* $4\sin\theta + 5\cos\theta$ का महत्तम तथा न्यूनतम मान ज्ञात करें।

a) $\sqrt{41}, -\sqrt{41}$ b) $\sqrt{29}, -\sqrt{29}$ c) $1, -1$ d) $4, -4$

Soln:-

जब $\sin\theta$ तथा $\cos\theta$, $\sin\theta$ तथा $\sin\theta$ और $\cos\theta, \cos\theta$ का कोई समीकरण दिया हो तो उसका महत्तम एवं न्यूनतम मान हम निम्न प्रकार से ज्ञात करते हैं:-

यदि $a\sin\theta + b\cos\theta$ हो तो,

महत्तम मान = $+\sqrt{a^2+b^2}$

न्यूनतम मान = $-\sqrt{a^2+b^2}$

$\therefore 4\sin\theta + 5\cos\theta$

$\text{Max} = +\sqrt{16+25} = +\sqrt{41}$

$\text{Min} = -\sqrt{16+25} = -\sqrt{41}$

[222]

* $2\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$ का महत्तम एवं न्यूनतम मान ज्ञात करें।

a) 2, 3 b) 3, 2 c) $\sqrt{13}, -\sqrt{13}$ d) $\sqrt{6}, -\sqrt{6}$

Soln:-

जब $\sin^2\theta$ तथा $\cos^2\theta$ का कोई समीकरण दिया हो तथा महत्तम एवं न्यूनतम मान ज्ञात करना हो तो उसे निम्न प्रकार से हल करते हैं:-

यदि $m\sin^2\theta + n\cos^2\theta$ हो तथा $m > n$ हो तो,

महत्तम मान = m, न्यूनतम मान = n

और यदि $n > m$ हो तो,

महत्तम मान = n, न्यूनतम मान = m

$\therefore 2\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$

$\therefore$ महत्तम मान = 3, न्यूनतम मान = 2

Generated by CamScanner from intsig.com

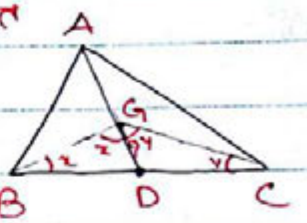
[223.]

* यदि G, $\triangle ABC$ का केंद्रक हो और $AG = BC$ हो, तो $\angle BGC$ कितना होगा?

a) 45° **b) 90°** c) 63° d) 75°

Soln:-

Figure:-



$\because$ $AG : GD = 2:1$ [माध्यिका 2:1 में विभाजित करता है]

$BC : BD = 2:1$

$\therefore GD : BD = 1:1$ $\therefore \angle GBD = \angle DGB = x°$

उसी प्रकार, $GD : DC = 1:1 \therefore \angle DGC = \angle DCG = y°$

$\therefore \angle GBD + \angle GCD + \angle BGC = 180°$

$\Rightarrow x + y + x + y = 180°$

$\Rightarrow 2(x+y) = 180°$

$\Rightarrow (x+y) = 90°$

$\therefore \angle BGC = 90°$

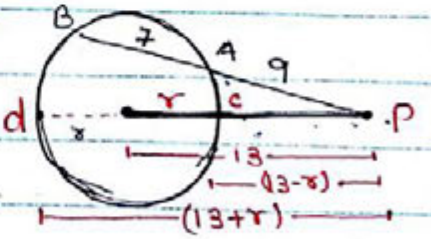
[224.]

* P, एक वृत्त के बाहर का बिंदु है, जो उसके केंद्र से 13 cm दूर है। P से खींची गई एक छेदक रेखा, उस वृत्त को A तथा B बिंदुओं पर इस तरह काटती है कि PA = 9 cm तथा AB = 7 cm है। तदनुसार, उस वृत्त की त्रिज्या कितनी होगी?

a) 5 cm b) 4 cm c) 4.5 cm d) 5.5 cm.

Soln:-

Figure:-



$\because$ $PA \times PB = PC \times PD$

$9 \times 16 = (13-r)(13+r)$

$\Rightarrow 144 = 169 - r^2$

$\Rightarrow r^2 = 25$

$\Rightarrow r = 5$ cm

Generated by CamScanner from intsig.com

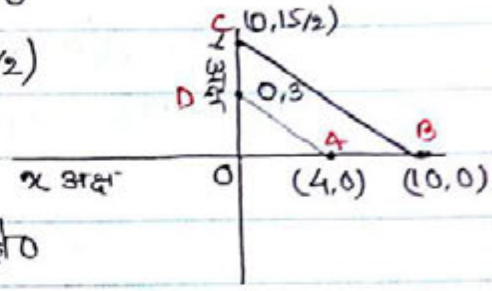
[225.]

* x-अक्ष, y-अक्ष तथा $3x+4y=12$ और $6x+8y=60$ सरल रेखाओं से बने ट्रैपीजियम का क्षेत्रफल कितना होगा?

a) 31.5 वर्ग एकक b) 48 वर्ग एकक c) 36.5 वर्ग एकक d) 37.5 वर्ग एकक

Soln:-

Figure:-



$\because$ $3x+4y=12$ $\quad$ $6x+8y=60$

$\therefore$ $(4,0)$ $(0,3)$ $\quad$ $(10,0)$ $(0,15/2)$

ट्रैपीजियम ABCD का क्षेत्रफल

= $\triangle OCB$ का क्षे० - $\triangle OAD$ का क्षे०

= $\frac{1}{2}\times 10\times\frac{15}{2} - \frac{1}{2}\times 3\times 4$

= $37.5 - 6$

= 31.5 वर्ग एकक

[226.]

* यदि $\tan\theta - \cot\theta = a$ तथा $\cos\theta - \sin\theta = b$ हो, तो $(a^2+4)(b^2-1)^2 = ?$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Soln:-

$$(a^2+4)(b^2-1)^2$$

$$= \{(\tan\theta-\cot\theta)^2+4\}\{(\cos\theta-\sin\theta)^2-1\}^2$$

$$= \left\{\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2+4\right\}\{\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\cos\theta\cdot\sin\theta-1\}^2$$

$$= \left\{\left(\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\cos\theta\cdot\sin\theta}\right)^2+4\right\}\{1-2\cos\theta\cdot\sin\theta-1\}^2$$

$$= \frac{\sin^4\theta+\cos^4\theta-2\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta+4\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta}{\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta}\times 4\cos^2\theta\cdot\sin^2\theta$$

$$= \frac{(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2}{\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta}\times 4\cancel{\cos^2\theta\cdot\sin^2\theta}$$

$$= 1\times 4$$

$$= 4$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[227]

* 15 cm तथा 20 cm त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों जिनके केंद्रों के बीच की दूरी 25 cm है, की उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई कितने सेमी० होगी ?

a) 24 b) 25 c) 15 d) 20

Soln:-

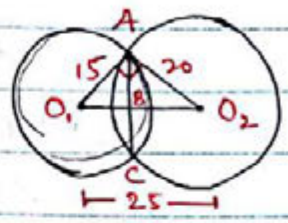
$O_1O_2 = 25$ cm

$AO_1 = 15$ cm

$AO_2 = 20$ cm

$\angle O_1AO_2 = 90°$, $AC = ?$

Figure:-



Area of $\triangle O_1AO_2$

$= \frac{1}{2} \times 20 \times 15$ or, $\frac{1}{2} \times O_1O_2 \times AB$

$\therefore \frac{1}{2} \times 25 \times AB = 150$

$\Rightarrow AB = \frac{\cancel{150}^{6} \times 2}{\cancel{25}}$

$\Rightarrow AB = 12$

$\therefore AC = 2 \times 12 = 24$ cm

[228]

एक अधिक कोणीय त्रिभुज ABC में A अधिक कोण है और O उसका लंब केंद्र है। तदनुसार यदि $\angle BOC = 54°$ हो, तो $\angle BAC$ कितना होगा ?

a) 108° b) 116° c) 126° d) 136°

Soln:-

$\angle BOC = 54°$

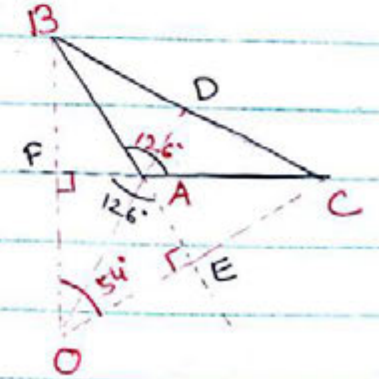
$\angle AFO = \angle AEO = 90°$

$\therefore \angle FAE = \{360° - (90° + 90° + 54°)\}$

$\Rightarrow \angle FAE = 126°$

$\therefore \angle BAC = 126°$ [शीर्षाभिमुख कोण]

Figure:-



Generated by CamScanner from intsig.com

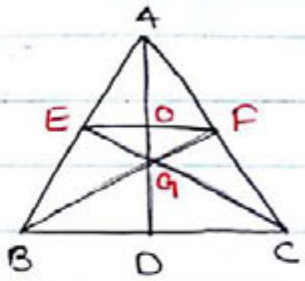
[229.]

* यदि BE तथा CF एक त्रिभुज ABC की दो माध्यिकाएँ हो तथा G उनका प्रतिच्छेद- बिंदु हो और EF तथा AG का प्रतिच्छेद बिंदु O हो, तो AO : OG कितना होगा ?

a) 1 : 1 b) 1 : 2 c) 2 : 1 **d) 3 : 1**

Soln:-

Figure:-



∵ AG : GD = 2 : 1 [माध्यिका 2:1]

△ BGC तथा △ EGF में,

∠BGC = ∠EGF [शीर्षाभिमुख कोण]

∵ EF ∥ BC

∴ ∠GEF = ∠GCB

∠GFE = ∠GBC

∴ △BGC ~ △EGF

∵ E, AB तथा F, AC का मध्य बिंदु है

$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$

∴ GD : OG

2 : 1

AG GD OG

2 : 1

2 : 1

4 : 2 : 1

∴ AO : OG

AG - OG : OG

4 - 1 : 1

3 : 1

Generated by CamScanner from intsig.com

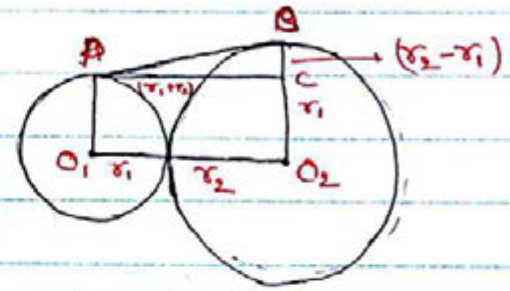
[230]

* r_1 तथा r_2 त्रिज्याओं वाले, एक-दूसरे को बाहर से A बिंदु पर स्पर्श करने वाले दो वृत्तों की एक सीधी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा PQ है। तदनुसार PQ^2 का मान क्या होगा?

a) $r_1 r_2$ b) $2r_1 r_2$ c) $3r_1 r_2$ **d) $4r_1 r_2$**

Soln:-

$$PQ^2 = PC^2 - QC^2$$
$$= (r_1 + r_2)^2 - (r_2 - r_1)^2$$
$$= 4r_1 r_2$$



[231]

* O केंद्र वाले एक वृत्त की एक जीवा BC है। उसमें बड़ी चाप BC पर A एक बिंदु है, तदनुसार $\angle BAC + \angle OBC$ किसके बराबर होगा?

a) 120° b) 60° **c) 90°** d) 180°

Soln:-

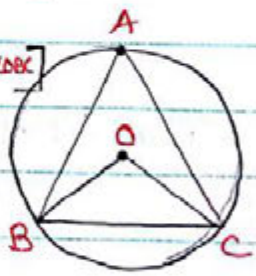
$\because \angle BOC + \angle OCB + \angle OBC = 180°$

$2\angle BAC + \angle OBC + \angle OBC = 180°$ [$\angle OCB = \angle OBC$]

$\therefore 2\angle BAC + 2\angle OBC = 180°$

$\Rightarrow \angle BAC + \angle OBC = 90°$

Figure:-



Generated by CamScanner from intsig.com

[232]

* यदि $x = \text{cosec}\theta - \sin\theta$ और $y = \sec\theta - \cos\theta$ हो, तो $x^2y^2(x^2+y^2+3)$ का मान क्या होगा?

a) 0 **b) 1** c) 2 d) 3

Soln:-

$$x = \frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta = \frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta} = \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}$$

$$y = \frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

$$\therefore x^2y^2(x^2+y^2+3)$$

$$\frac{\cos^2\theta}{\cos^4\theta}\times\frac{\sin^2\theta}{\sin^4\theta}\left(\frac{\cos^4\theta}{\sin^2\theta}+\frac{\sin^4\theta}{\cos^2\theta}+3\right)$$

$$= \frac{(\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta)}{1}\left(\frac{\cos^6\theta+\sin^6\theta+3\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta(\sin^2\theta+\cos^2\theta)}{(\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta)}\right)$$

$$= (\cos^2\theta+\sin^2\theta)^3$$

$$= 1$$

[233]

* यदि $\sin\theta+\sin^2\theta = 1$ हो, तो $\cos^{12}\theta+3\cos^{10}\theta+3\cos^8\theta+\cos^6\theta-1 = ?$

a) 0 b) 1 c) -1 d) 2

Soln:-

$\because \sin\theta+\sin^2\theta = 1$

$\Rightarrow \sin\theta = 1-\sin^2\theta = \cos^2\theta.$

$$\therefore \cos^{12}\theta+3\cos^{10}\theta+3\cos^8\theta+\cos^6\theta-1$$

$$= \sin^6\theta+3\sin^5\theta+3\sin^4\theta+\sin^3\theta-1$$

$$= (\sin^2\theta+\sin\theta)^3-1$$

$$= 1-1$$

$$= 0$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[234.]

* यदि $x = 997, y = 998, z = 999$, तो $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$ का मान क्या होगा

a) 3 b) 9 c) 16 d) 4

Soln:-

$\because (x-y) = 997 - 998 = -1$

$(y-z) = 998 - 999 = -1$

$(z-x) = 999 - 997 = 2.$

$\therefore x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$

$= \frac{1}{2}(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$

$= \frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}$

$= \frac{1}{2} \times \{1+1+4\}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \Rightarrow 3$

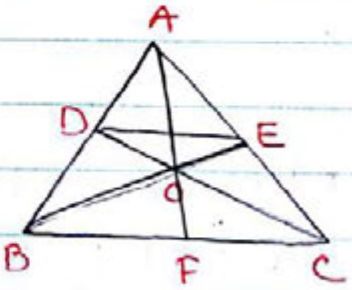
[235.]

* ABC एक त्रिभुज है। माध्यिकाएं CD और BE एक दूसरी को O पर काटती है तो $\triangle ODE : \triangle ABC = ?$

a) 1 : 3 b) 1 : 4 c) 1 : 6 d) 1 : 12

Soln:-

Figure:-



$\because Ar.\triangle ABE = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$DE : BC = 1 : 2.$

$\therefore Ar.\triangle ADE = \frac{1}{4} Ar.\triangle ABC$

$\therefore Ar.\triangle BDE = Ar.\triangle ABE - Ar.\triangle ADE$

$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) Ar.\triangle ABC$

$= \frac{1}{4} Ar.\triangle ABC$

$Ar.\triangle BOD = \frac{1}{6} Ar.\triangle ABC$

$\therefore Ar.\triangle ODE = Ar.\triangle BDE - Ar.\triangle BOD$

$= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) Ar.\triangle ABC$

$= \frac{1}{12} Ar.\triangle ABC.$

$\therefore Ar.\triangle ODE : Ar.\triangle ABC$

$= 1 : 12$

Generated by CamScanner from intsig.com

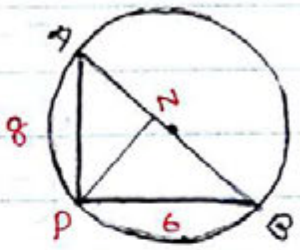
[236.]

* AB, $\triangle APB$ के परिवृत का व्यास है; N बिंदु P से AB पर खींचे गए लंब का पाद है। यदि AP = 8 सेमी और BP = 6 सेमी, तो BN की लंबाई ज्ञात करें।

a) 3.6 cm b) 3 cm c) 3.4 cm d) 3.5 cm.

Soln:- 1st process:-

Figure:-



$AP = 8,\ BP = 6,\ \angle APB = 90^\circ$

$\therefore AB = 10$ cm.

माना कि, $AN = x \therefore BN = (10-x)$

$\therefore \triangle ADN$ में,

$PN^2 = 8^2 - x^2$

$\triangle BPN$ में,

$PN^2 = 6^2 - (10-x)^2$

$\therefore 8^2 - x^2 = 6^2 - (10-x)^2$

$\Rightarrow 64 - x^2 = 36 - 100 - x^2 + 20x$

$\Rightarrow 20x = 128$

$\Rightarrow x = 128/20 = 6.4$

$\therefore BN = (10-x) = (10-6.4) = 3.6$ cm.

2nd process:-

$AP^2 : BP^2 = AN : BN$

$64 : 36 = 6.4 : 36$ $[(64+36) = 10 \therefore 1 = 0.1]$

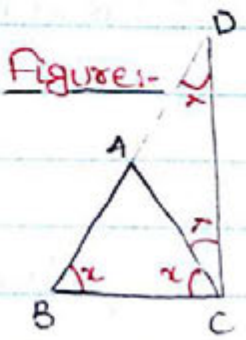
$\therefore BN = 3.6$ cm

[237.]

* एक त्रिभुज ABC में AB = AC। BA को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि AC = AD। $\angle BCD$ का माप कितना होगा?

Soln:-

Figure:-



$\because AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = x^\circ$

$AC = AD$

$\therefore \angle ACD = \angle ADC = Y^\circ$

$\therefore x + x + Y + Y = 180^\circ$

$\Rightarrow 2(x+Y) = 180^\circ$

$\Rightarrow x + Y = 90^\circ$

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$

Generated by CamScanner from intsig.com

[238.]

* एक क्षैतिज समतल पर स्थित टॉवर के पाद से गुजर रही रेखा पर क्रमशः 9ft तथा 16ft की दूरी पर दो बिंदुओं से उन्नयन कोण पूरक है, तो टॉवर की ऊँचाई कितनी होगी?

a> 9ft **b> 12ft** c> 16ft d> 144ft.

Soln:- 1st process:-

$\tan\theta = \frac{x}{16}$

$\tan(90-\theta) = \frac{x}{9}$

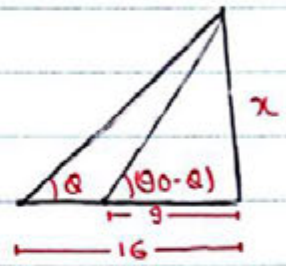
$\Rightarrow \cot\theta = \frac{x}{9}$

$\because \tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{x}{16} \times \frac{x}{9}$

$\Rightarrow 1 = x^2/144$

$\Rightarrow x^2 = \sqrt{144} = 12ft$

Figure:-



2nd process:- टॉवर की ऊँचाई = $\sqrt{ab} = \sqrt{144} = 12ft$.

* Derivation of formula:-

$\because \tan\theta = \frac{h}{b}$

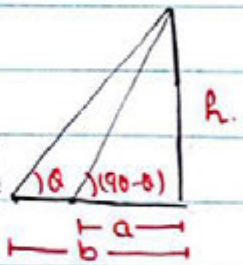
$\cot\theta = \frac{h}{a}$ [$\because \tan(90-\theta) = \cot\theta$]

$\because \tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{h}{a} \times \frac{h}{b}$

$\Rightarrow 1 = h^2/ab$

$\Rightarrow h^2 = ab$

$\Rightarrow \boxed{h = \sqrt{ab}}$



Generated by CamScanner from intsig.com

[239.]

* यदि $\sin^2\theta = \cos^3\theta$ हो, तो $(\cot^6\theta - \cot^2\theta)$ का मान क्या होगा?

a> 1 b> 0 c> -1 d> 2

Soln:-

$$\cot^6\theta - \cot^2\theta$$

$$= \frac{\cos^6\theta}{\sin^6\theta} - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{\sin^4\theta}{\sin^6\theta} - \frac{\cos^2\theta}{\cos^3\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos^3\theta} - \frac{1}{\cos\theta}$$

$$= \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^3\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^3\theta}$$

$$= \frac{\cos^3\theta}{\cos^3\theta} = 1$$

[240]

* एक बहुभुज के पाँच कोणों में से प्रत्येक 172° है और अन्य कोणों में से प्रत्येक 160° है। बहुभुज के भुजाओं की संख्या है।

a> 20 b> 21 c> 22 d> 23

Soln:- Alligation process:-

आंतरिक कोण = 172° ∴ बाह्य कोण = 8°

" = 160° ∴ " = 20°

8° —— 12 —— 20°

$\frac{360}{x+5}$

5

$$\frac{12 \times x}{(x+5)} = (x+5) \times \frac{12}{(x+5)}$$

$$\therefore 8 + \frac{12x}{(x+5)} = \frac{360}{(x+5)}$$

$$\Rightarrow 8x + 40 + 12x = 360$$

$$\Rightarrow 20x = 320$$

$$\Rightarrow x = 16$$

∴ बहुभुज की कुल भुजा = (16+5) = 21

Generated by CamScanner from intsig.com

[241.]

* यदि $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=-1$, $xyz=-1$, तो $x^3+y^3+z^3=?$

a) -2 b) -1 c) 0 **d) 1**

Soln:-

$\because (x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$\Rightarrow 1 = x^2+y^2+z^2-2$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 3$

$\because x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx))$

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3+3 = 1\ (3+1)$

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3 = 4-3 = 1$

[242.]

* यदि $x=r\cos\theta\cdot\cos\phi$, $y=r\cos\theta\cdot\sin\phi$ और $z=r\sin\theta$ तो, $x^2+y^2+z^2=?$

a) r^2 b) r c) $1/r^2$ d) $1/r$

Soln:-

$$x^2+y^2+z^2$$
$$= r^2\cos^2\theta\cdot\cos^2\phi + r^2\cos^2\theta\cdot\sin^2\phi + r^2\sin^2\theta$$
$$= r^2\cos^2\theta(\sin^2\phi+\cos^2\phi) + r^2\sin^2\theta$$
$$= r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta$$
$$= r^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)$$
$$= r^2$$

[243.]

* AB, O केंद्र वाले एक वृत्त का व्यास है। DC उसकी एक जीवा है और DCIIAB यदि $\angle BAC = 20^\circ$ तो $\angle ADC = ?$

a) 120° **b) 110°** c) 115° d) 100°

Soln:- $\because \angle ACB = 90^\circ$ [अर्धवृत्त पर बना कोण 90° होता है] Figure:-

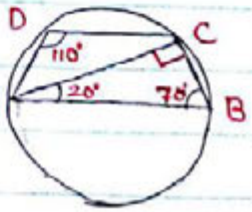
$\angle BAC = 20^\circ$

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - (90^\circ+20^\circ)$

$= 70^\circ$

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 70^\circ$ [चक्रीय चतुर्भुज]

$= 110^\circ$



Generated by CamScanner from intsig.com

[244]

* यदि $x^2+y^2+z^2+2 = 2(y-x)$, तो $x^3+y^3+z^3$ का मान क्या होगा?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Soln:-

$x^2+y^2+z^2+2 = 2(y-x)$

$\Rightarrow x^2+2x+1+y^2-2y+1+z^2 = 0$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y-1)^2+z^2 = 0$

$\therefore x+1=0, \; x=-1$

$y-1=0, \; y=1$

$z = 0$

$\therefore x^3+y^3+z^3$

$= (-1)^3+(1)^3+0^3$

$= -1+1+0$

$= 0$

[245]

* AB, O केंद्र वाले एक वृत्त का व्यास है। DC उसकी ऐसी जीवा है, जिसमें DC || AB है। तदनुसार यदि $\angle BAC = 20°$ हो, तो $\angle COD$ = ?

a) 60° b) 80° c) 90° d) 100°

Soln:-

$\because \angle BAC = 20°$

$\therefore \angle COB = 40°$ [केंद्र पर कोण परिधि से दुगुना होता है]

$\because \angle BDC = 20°$ [समान चाप = समान कोण]

तथा $\angle OBD = 20°$ [$\because \angle ODB = \angle BDC$]

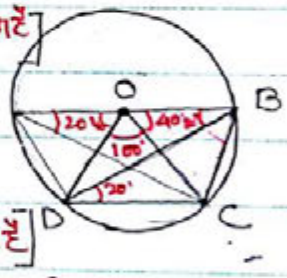
$\angle DOA = 40°$ [केंद्र पर कोण परिधि से दुगुना होता है]

$\therefore \angle COD = 180° - (\angle COB + \angle DOA)$

$= 180° - 80°$

$= 100°$

Figure:-



Generated by CamScanner from intsig.com

[246.]

* यदि $a+b+c=0$ हो, तो $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2-bc}$ का मान क्या होगा?

a) 2 b) 3 c) 0 d) 1

Soln:-

$\because a+b+c=0$

$\therefore b+c=-a$

$\Rightarrow b^2+c^2+2bc=a^2 \Rightarrow b^2+c^2=a^2-2bc$

$\therefore \frac{a^2+b^2+c^2}{a^2-bc}$

$= \frac{a^2+a^2-2bc}{a^2-bc}$

$= \frac{2(a^2-bc)}{(a^2-bc)} = 2$

[247]

* एक पर्वत के पाद पर उसके शिखर का उन्नतांश 45° है। 30° की उन्नतांश पर पर्वत की ओर 2km चढ़ने के बाद उन्नतांश 60° हो जाता है। पर्वत की ऊँचाई ज्ञात करें?

a) $(\sqrt{3}-2)$ km b) $(\sqrt{3}+2)$ km c) $(\sqrt{3}-1)$ km d) $(\sqrt{3}+1)$ km

Soln:- $\triangle CED$ में,

$\sin 30° = \frac{ED}{EC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ED}{2}$

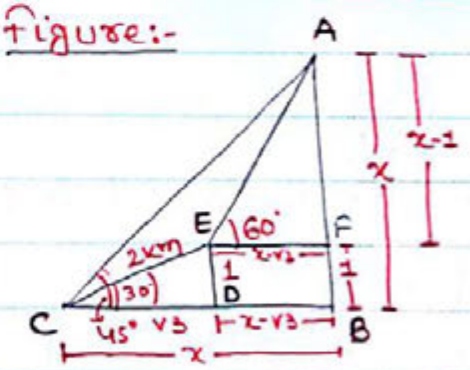
$\Rightarrow ED = 1$

$\tan 30° = \frac{ED}{CD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{CD}$

$\Rightarrow CD = \sqrt{3}$

Figure:-



$\therefore BD = EF = (x-\sqrt{3}), AF = (x-1)$ [$\because ED = FB = 1, AF = AB - FB$]

$\triangle AFE$ में,

$\tan 60° = \frac{(x-1)}{(x-\sqrt{3})} = \frac{AF}{FE}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{(x-1)}{(x-\sqrt{3})}$

$\Rightarrow \sqrt{3}x - 3 = x - 1$

$\Rightarrow x(\sqrt{3}-1) = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = (\sqrt{3}+1)$ km

Generated by CamScanner from intsig.com

[248.]

* यदि $l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = \frac{\cos^2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta+1)}{\operatorname{cosec}^2\theta-1}$ हो, तो $\tan\theta = ?$

a) $\sqrt{\frac{l-2}{m-1}}$ **b) $\sqrt{\frac{l-1}{2-m}}$** c) $\sqrt{\frac{l-2}{1-m}}$ d) $\sqrt{\frac{2-l}{1-m}}$

Soln:-

$$\because l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = \frac{\cos^2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta+1)}{\operatorname{cosec}^2\theta-1}$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = \frac{\cos^2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta+1)}{\cot^2\theta}$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = \frac{\cos^2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta+1)}{\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}}$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = \sin^2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta+1)$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta + m\sin^2\theta = 1 + \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta - 1 = \sin^2\theta - m\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta - \sin^2\theta - \cos^2\theta = \sin^2\theta - m\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow l\cos^2\theta - \cos^2\theta = 2\sin^2\theta - m\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta(l-1) = \sin^2\theta(2-m)$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{l-1}{2-m}$$

$$\Rightarrow \tan^2\theta = \frac{l-1}{2-m}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{\frac{l-1}{2-m}}$$

[249.]

* यदि $x = \sin\theta + \cos\theta$ और $y = \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$ तो x के रूप में y ज्ञात करें।

a) $\frac{2x}{x^2-1}$ b) $\frac{2x}{x^2+1}$ c) $\frac{x}{x^2+1}$ d) $\frac{x}{x^2-1}$

Soln:-

$$\because y = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}, \quad x^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{2} = \sin\theta\cos\theta$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cdot\cos\theta}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{\frac{x^2-1}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{x^2-1}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[250.]

* $x+\frac{a}{x}=1$, तो $\frac{x^2+x+a}{x^3-x^2}$ का मान क्या होगा?

a) 2/a **b) -2/a** c) -2 d) -a/2

Soln:-

$\because x+\frac{a}{x}=1$

$\Rightarrow x^2+a=x$

$\Rightarrow x^2-x=-a$

$$\frac{x^2+x+a}{x^3-x^2}$$

$$\frac{x+\frac{a}{x}+1}{x^2-x}$$ [x से भाग देने पर]

$$=\frac{1+1}{-a}$$

$$=-2/a$$

[251.]

* दो खंभे x मीटर की दूरी पर हैं। उनमें एक की ऊँचाई, दूसरे की दुगुनी है। तदनुसार, यदि उनके तलों को जोड़नेवाली रेखा के मध्यबिंदु से एक पर्यवेक्षक उनके शीर्षों के उन्नयन कोण परस्पर पूरक पाता है, तो छोटे खंभे की ऊँचाई कितने मीटर होगी?

a) x√2 b) x/√2 **c) x/2√2** d) x/4

Soln:-

$\because \tan\theta=\frac{h}{x/2}=\frac{2h}{x}$

$\tan(90-\theta)=\frac{2h}{x/2}=\frac{4h}{x}$

$\Rightarrow \cot\theta=\frac{4h}{x}$

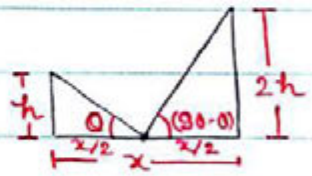
$\because \tan\theta\times\cot\theta=\frac{2h}{x}\times\frac{4h}{x}$

$\Rightarrow x^2=8h^2$

$\Rightarrow h^2=x^2/8$

$\Rightarrow h=x/2\sqrt{2}$

Figure:-



Generated by CamScanner from intsig.com

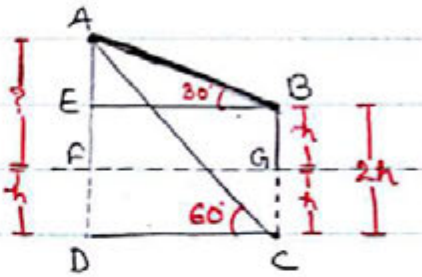
[252]

* एक झील की सतह के h मीटर ऊपर से एक बादल का उन्नयण कोण 30° है और उसके प्रतिबिंब का अवनमन कोण 60° है। तदनुसार, उस बादल की झील की सतह से ऊँचाई कितनी है?

a) $h\sqrt{2}$ m **b) 2h m** c) $h\sqrt{3}$ m d) h m

Soln:-

Figure:-



$\therefore AD : AE = \tan 60° : \tan 30°$

$\therefore AD : AE = \sqrt{3} : \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore AD : AE = 3 : 1$

$2 - 2h$

$\therefore 1 - h$

$AD = 3h$ $h = AE$

$\therefore AF = AD - AE$

$= 3h - h = 2h$ m.

[253]

* यदि $A + B = 90°$ हो, तो $\sec^2 A + \sec^2 B - \sec^2 A \cdot \sec^2 B$ का मान क्या होगा?

a) 2 b) 3 **c) 0** d) 1

Soln:-

$$\sec^2 A + \sec^2 B - \sec^2 A \cdot \sec^2 B$$

$$= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\cos^2 B} - \frac{1}{\cos^2 A} \times \frac{1}{\cos^2 B}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\cos^2 A} \times \frac{1}{\sin^2 A} \quad [\because \sin A = \cos(90 - B)]$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A \cdot \cos^2 A} - \frac{1}{\sin^2 A \cdot \cos^2 A}$$

$$= \frac{1 - 1}{\sin^2 A \cdot \cos^2 A} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$$

$$= 0$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[254]

* यदि $(a^2+b^2)^3 = (a^3+b^3)^2$ हो, तो $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ का मान क्या होगा?

a) 1/3 **b) 2/3** c) -1/3 d) -2/3

Soln:-

$$(a^2+b^2)^3 = (a^3+b^3)^2$$

$$\Rightarrow a^6+b^6+3a^2b^2(a^2+b^2) = a^6+b^6+2a^3b^3$$

$$\Rightarrow a^2+b^2 = \frac{2a^3b^3ab}{3a^2b^2}$$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$
$= \frac{a^2+b^2}{ab}$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{2}{3}$$

[255]

* AC एक $\triangle ABC$ के परिवृत्त का व्यास है। उसमें जीवा ED, व्यास AC के समांतर है। तदनुसार यदि $\angle CBE = 50°$ हो, तो $\angle DEC$ का माप क्या होगा?

a) 50° b) 90° c) 60° **d) 40°**

Soln:-

$\because \angle ABC = 90°$ [अर्धवृत्त पर बना कोण]

$\angle CBE = 50°$

$\therefore \angle ABE = \angle ABC - \angle CBE$

$= 90° - 50° = 40°$

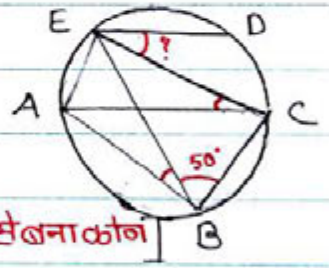
तथा, $\angle ABE = \angle ACE$ [समान चाप से बना कोण]

$\therefore \angle ACE = 40°$

तथा, $\angle ACE = \angle DEC$ [एकांतर कोण]

$\therefore \angle DEC = 40°$

Figure:-



[256]

* यदि $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta} = \frac{5}{4}$ हो, तो $\frac{\tan^2\theta+1}{\tan^2\theta-1}$ का मान कितना होगा?

a) 25/16 b) 41/9 **c) 41/40** d) 40/41

Soln:- Componendo, dividendo करने पर,

$$\frac{2\sin\theta}{2\cos\theta} = \frac{9}{1}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = 9$$

$$\therefore \frac{\tan^2\theta+1}{\tan^2\theta-1} = \frac{81+1}{81-1} = \frac{82}{80} = \frac{41}{40}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[257.]

* यदि $abc = 1$ है, तो $\left[\frac{1}{1+a+b^{-1}} + \frac{1}{1+b+c^{-1}} + \frac{1}{1+c+a^{-1}}\right]$ का मान क्या होगा

a> 0 b> 1 c> ab d> 1/ab

Soln:-

$$\frac{1}{1+a+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+b+\frac{1}{c}} + \frac{1}{1+c+\frac{1}{a}}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{1+b+ab} + \frac{1}{1+b+ab} + \frac{1}{1+\frac{1}{ab}+\frac{1}{a}} \quad \left[\because \frac{1}{c} = ab \text{ तथा } c = \frac{1}{ab}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{b}{1+b+ab} + \frac{1}{1+b+ab} + \frac{ab}{1+b+ab}$$

$$\Rightarrow \frac{1+b+ab}{1+b+ab}$$

$$\Rightarrow 1$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[258.]

* एक बाह्य बिंदु P से 5 cm त्रिज्या वाला एक वृत्त जिसका केंद्र O है, पर दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई है। यदि △APB एक समबाहु त्रिभुज हो तो, OP का मान क्या होगा?

a) 6cm b) 8cm **c) 10cm** d) 12cm.

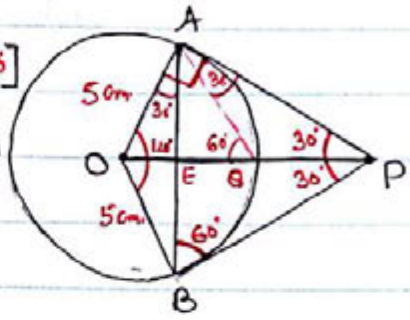
Soln:- ∵ APB एक समबाहु △ है.

∴ ∠PAB = ∠PBA = ∠APB = 60°

∠OAP = ∠OBP = 90° [केंद्र से स्पर्श बिंदु 90]

∴ ∠OAE = ∠OBE = 30° [∠OBP - ∠PBA]

Figure:-



△AOP तथा △BOP में,

AO = BO [त्रिज्या]

AP = BP [स्पर्श रेखा]

OP = OP [उभयनिष्ठ]

∴ △AOP ≅ △BOP

∴ ∠APO = ∠BPO = 30° [∵ ∠APO + ∠BPO = 60°]

तथा, ∠AOP = ∠BOP = 60° [∵ ∠AOP + ∠BOP = 120°]

△AOQ में,

∠OAQ = ∠OQA = 60° [∵ OA = OQ तथा ∠OAQ + ∠OQA = 120°]

∴ △AOP एक समबाहु △ होगा

QA = QO — (i)

△QAP में,

∠QAP = ∠OAP - ∠OAQ = 90° - 60° = 30°

तथा ∠APO = 30°

∴ AQ = QP — (ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से,

QO = QP

∴ OP = QO + QP

= 2QO

= 2 × 5 = 10

[Note:- इस प्रकार के प्रश्न में OP का मान वृत्त के व्यास के बराबर होता है।]

Generated by CamScanner from intsig.com

* Short process of the previous question:-

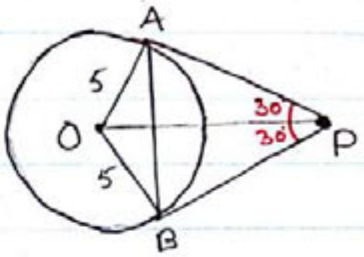
∵ $\triangle APB$ एक समबाहु $\triangle$ है

$\therefore \angle APB = 60^\circ$

तथा $\triangle AOP \cong \triangle BOP$

$\therefore \angle APO = 30^\circ$

figure:-



$\triangle APO$ में,

$\sin 30^\circ = \frac{AO}{OP}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{OP}$

$\Rightarrow OP = 10\ cm$

[259.]

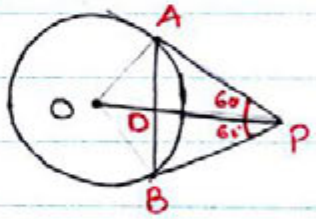
* एक बाह्य बिंदु P से O केंद्र वाले एक वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB है और $\angle APB = 120^\circ$ है। यदि $OP = 10\ cm$ हो तो AB का मान ज्ञात करें?

a) 5 cm (b) $5\sqrt{3}$ cm c) 10 cm d) $10\sqrt{3}$ cm.

Soln:- ∵ $\triangle AOB \cong \triangle BOP$ [AO=OB, AP=BP, OP=OP]

$\therefore \angle APO = 60^\circ$ [$\because \angle APO = \angle BPO$]

figure:-



$\triangle AOP$ में,

$\sin 60^\circ = \frac{AO}{OP}$	$\cos 60^\circ = \frac{AP}{OP}$
$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AO}{10}$	$\frac{1}{2} = \frac{AP}{10}$
$\Rightarrow AO = 5\sqrt{3}$	$\Rightarrow AP = 5$

$\triangle ADP$ में,

$\sin 60^\circ = \frac{AD}{AP}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{AP}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{5}$

$\Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\therefore AB = 2 \times AD = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

[Note:- जब $\angle APB = 120^\circ$ हो तो, $OA = OB = AB = r$ होता है।]

Generated by CamScanner from intsig.com

[260.]

* यदि $\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = a^3$, $\sec\theta - \cos\theta = b^3$, तो $a^2b^2(a^2+b^2) = ?$

a) 0 **b) 1** c) 2 d) 3

Soln:-

$\because a^3 = \frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta} = \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}$, $b^3 = \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$.

माना, $a^2b^2(a^2+b^2) = x$

$\therefore x^3 = \left\{a^6+b^6+3a^2b^2 \times \frac{x}{a^2b^2}\right\} a^6b^6$ $\left[\because a^2+b^2 = \frac{x}{a^2b^2}\right]$

$\Rightarrow x^3 = \left\{\frac{\cos^6\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\sin^6\theta}{\cos^2\theta} + 3x\right\} \frac{\cos^6\theta}{\sin^2\theta} \cdot \frac{\sin^6\theta}{\cos^2\theta}$ $\left[\because a^6 = \frac{\cos^6\theta}{\sin^2\theta}\right]$

$\Rightarrow x^3 = \left\{\frac{\cos^6\theta + \sin^6\theta + 3\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta\, x}{(\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta)}\right\} \times (\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta)$

$\Rightarrow x^3 = \cos^6\theta + \sin^6\theta + 3\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta\cdot x$

यदि $x=1$ लिया जाय तो यह समीकरण संतुष्ट होता है,

$\therefore \cos^6\theta + \sin^6\theta + 3\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta = x^3$

$(\cos^2\theta + \sin^2\theta)^3 = x^3$

$x = 1$

[261.]

* $a + \frac{1}{a} = 1$ हो तो $a^3 = ?$

a) 1 **b) -1** c) 2 d) -2

Soln:-

$\because a + \frac{1}{a} = 1$

$\Rightarrow a^2 + 1 = a$

$\Rightarrow a^2 - a + 1 = 0$

माना, $a^3 = K$

$\therefore a^3 + 1 = K + 1$ [दोनों ओर 1 जोड़ने पर

$\Rightarrow (a+1)(a^2-a+1) = K+1$

$\Rightarrow (a+1) \times 0 = K+1$

$\Rightarrow K + 1 = 0$

$\Rightarrow K = -1$

$\therefore a^3 = K = -1$

Generated by CamScanner from intsig.com

[262.]

* यदि $m = a\cos^3\theta + 3a\cos\theta.\sin^2\theta$ तथा $n = a\sin^3\theta + 3a\cos^2\theta.\sin\theta$ हो तो $(m+n)^{2/3} + (m-n)^{2/3}$ का मान क्या होगा?

a) $a^{2/3}$ b) a^3 **c) $2a^{2/3}$** d) a^2

Soln:-

$\because m = a\cos^3\theta + 3a\cos\theta.\sin^2\theta.$

$n = a\sin^3\theta + 3a\cos^2\theta.\sin\theta.$

$\therefore m+n = a\{(\cos^3\theta+\sin^3\theta) + 3\sin\theta.\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)\}$

तथा, $m-n = a\{(\cos^3\theta-\sin^3\theta) - 3\sin\theta.\cos\theta(\cos\theta-\sin\theta)\}$

$\therefore (m+n)^{2/3} + (m-n)^{2/3}$

$= \{a(\cos\theta+\sin\theta)^3\}^{2/3} + \{a(\cos\theta-\sin\theta)^3\}^{2/3}$ [$\because (m+n) = (\cos\theta+\sin\theta)^3$, $(m-n) = (\cos\theta-\sin\theta)^3$]

$= a^{2/3}(\cos\theta+\sin\theta)^2 + a^{2/3}(\cos\theta-\sin\theta)^2$

$= a^{2/3}\{(\cos\theta+\sin\theta)^2 + (\cos\theta-\sin\theta)^2\}$

$= a^{2/3}\{2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)\}$ [$\because (a+b)^2+(a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$]

$= a^{2/3} \times 2$ [$\because \sin^2\theta+\cos^2\theta = 1$]

$= 2a^{2/3}$

[263.]

* यदि $3\sin\theta + 5\cos\theta = 5$ हो तो $5\sin\theta - 3\cos\theta = ?$

a) ± 2 **b) ± 3** c) ± 4 d) ± 5

Soln:-

$\because 3\sin\theta + 5\cos\theta = 5$ माना, $5\sin\theta - 3\cos\theta = x.$

$\therefore (3\sin\theta+5\cos\theta)^2 + (5\sin\theta-3\cos\theta)^2 = 25+x^2$

$\Rightarrow 9\sin^2\theta + 25\cos^2\theta + 30\sin\theta.\cos\theta + 25\sin^2\theta + 9\cos^2\theta - 30\sin\theta.\cos\theta = 25+x^2$

$\Rightarrow 9(\sin^2\theta+\cos^2\theta) + 25(\sin^2\theta+\cos^2\theta) = 25+x^2$

$\Rightarrow 25+x^2 = 9+25$

$\Rightarrow x^2 = 9$

$\Rightarrow x = \pm 3$

इस सूत्र का use $5, 12, 13$ भी निकाल सकते हैं

$\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

$\sqrt{3^2+5^2-25} = \sqrt{9} = \pm 3$

Generated by CamScanner from intsig.com

[264]

* यदि $a^2+a+1=0$ हो, तो $a^9=?$

a) 0 b) -1 **c) 1** d) 2

Soln:-

$\because \quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\therefore \quad a^3-1^3=(a-1)(a^2+a+1)$

$\Rightarrow \quad a^3-1=(a-1)\times 0$

$\Rightarrow \quad a^3-1=0$

$\Rightarrow \quad a^3=1$

$\therefore \quad a^9=(a^3)^2=(1)^2=1$

[265]

* यदि $a^2-a+1=0$ हो, तो $a^9=?$

a) 0 b) 1 **c) -1** d) 2

Soln:-

$\because \quad a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$\therefore \quad a^3+1=(a+b)\times 0$

$\Rightarrow \quad a^3+1=0$

$\Rightarrow \quad a^3=-1$

$\therefore \quad a^9=(a^3)^3=(-1)^3=-1$

[266]

* $x^2+2=2x$, $x^4-x^3+x^2+2=?$

a) 0 b) 1 c) -1 d) 2

Soln:-

$\because \quad x^2+2=2x$

$\Rightarrow \quad x^4+4+4x^2=4x^2$

$\Rightarrow \quad x^4+4=0$

$\Rightarrow \quad x^4=-4$

तथा, $x^2=2x-2$

$\Rightarrow \quad x^2=2(x-1)$

$\Rightarrow \quad x-1=\frac{x^2}{2}$

$x^4-x^3+x^2+2$

$=-4-x^2(x-1)+2$

$=-4-x^2\times\frac{x^2}{2}+2$

$=-4-\frac{x^4}{2}+2$

$=-2-\left(\frac{-4}{2}\right)$

$=-2+2=0$

Generated by CamScanner from intsig.com

[267]

* यदि किसी धनराशि पर अब से दो वर्ष बाद का 5% की दर पर मिति काटा / वास्तविक बट्टा ₹15 हो, तो वह धनराशि कितनी है?

a) 150 **b) 165** c) 170 d) 160

Soln:-

$$\because \text{वास्तविक बट्टा} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100 + (\text{समय} \times \text{दर})}$$

$$\Rightarrow 15 = \frac{P \times 2 \times 5}{100 + (2 \times 5)}$$

$$\Rightarrow 15 = \frac{P \times 10}{110}$$

$$\Rightarrow P = 165$$

[268]

* एक मीनार के आधार-स्थल से क्षैतिज दिशा के दो बिंदुओं A तथा B से मीनार के शीर्ष के उन्नयन कोण क्रमशः 15° तथा 30° है। तदनुसार यदि A तथा B मीनार के एक ही दिशा में हो और AB = 48 मीटर हो, तो मीनार की ऊँचाई कितनी होगी?

a) $24\sqrt{3}$ m **b) 24 m** c) $24\sqrt{2}$ m d) 96 m

Soln:-

$$\because \cot 15^\circ = \cot(45^\circ - 30^\circ)$$

$$\because \cot(A-B) = \frac{\cot A \cdot \cot B + 1}{\cot B - \cot A}$$

$$= \frac{\cot 45^\circ \cdot \cot 30^\circ + 1}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ}$$

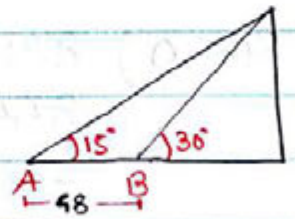
$$= \frac{1 \cdot \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}$$

$$= \frac{2(2+\sqrt{3})}{2}$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

Figure:-



$$\because d = h(\cot\theta_1 - \cot\theta_2)$$

$$\Rightarrow 48 = h(2+\sqrt{3}-\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow h = \frac{48}{2}$$

$$= 24 \text{ m}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[269]

* $2^{16}-1$ निम्न में से किसके द्वारा विभाज्य होगा?

a) 11 b) 13 **c) 17** d) 19

Soln:-

$$2^{16}-1$$
$$= (2^8)^2-(1)^2$$
$$= (2^8+1)(2^8-1)$$
$$= (2^8+1)\{(2^4)^2-(1)^2\}$$
$$= (2^8+1)\{(2^4+1)(2^4-1)\}$$
$$= (2^8+1)\times 17\times 15$$

∴ अतः यह 17 से विभाज्य होगा।

[270]

* 8321 में जोड़ी जाने वाली 5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या ताकि योगफल 20, 24, 27, 32 और 36 से पूरी तरह भाज्य हो, क्या होगी?

a) 99360 **b) 99679** c) 99779 d) 99879

Soln:- 20, 24, 27, 32, 36 का L.C.M

$= \underset{\downarrow}{3\times 3\times 2\times 2}$
$36 \times 8 \times 3 \times 5$
$= 36\times 120 = 4320$

```
4320 ) 8321 (2        4320 ) 99999 (23
       8640                  8640
      -----                 -----
       -319                 13599
                            12960
                           -----
                            +639
```

∴ अभीष्ट संख्या ज्ञात करने के लिए हमें 99999 से 639 घटाना पड़ेगा परंतु 8321 में यदि और 319 जोड़ दिया जाय तब वह 4320 से भाज्य होगा।

∴ अभीष्ट संख्या = $99999 - 639 + 319$
$= 99999 - 320$
$= 99679$

Generated by CamScanner from intsig.com

[271]

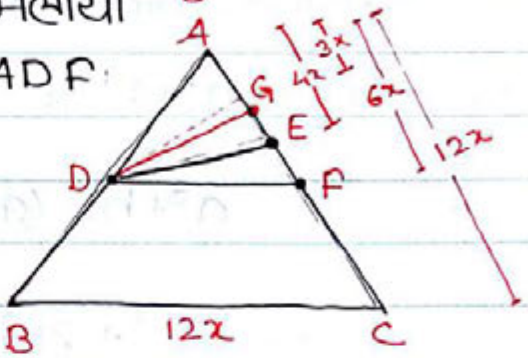
* ABC एक समबाहु त्रिभुज है। AB तथा AC पर दो बिंदु D तथा E इस प्रकार है कि AD = 1/2 AB तथा AE = 1/3 AC। त्रिभुज ADE तथा त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें?

(a) 1 : 6 (b) 1 : 8 (c) 1 : 10 (d) 1 : 12

Soln:-

रचना:- AC के मध्य बिंदु F को मिलाया गया तथा DG ⊥ AE अर्थात् △ADF जो एक समबाहु त्रिभुज होगा के माध्यिका को मिलाया गया।

Figure:-



मान लिया कि AB = AC = BC = 12x

$\therefore AE = \frac{1}{3} \times AC = \frac{1}{3} \times 12x = 4x$

$AF = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 12x = 6x$ [AC का मध्य बिंदु]

$DG = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6x = 3\sqrt{3}x$ [∵ DG माध्यिका है]

$\therefore$ △ADE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times DG \times AF$

$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3}x \times 4x$

$= 6\sqrt{3}x^2$

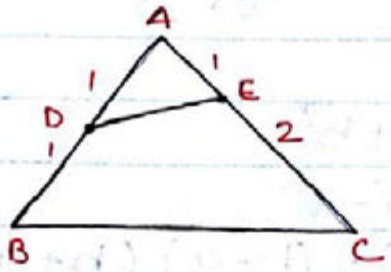
तथा △ABC का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12x \times 12x = 36\sqrt{3}x^2$

$\therefore$ अभीष्ट अनुपात : $6\sqrt{3}x^2 : 36\sqrt{3}x^2$

$= 1 : 6$

Generated by CamScanner from intsig.com

* An another method of Q.no. 271.



$$\frac{\text{Area of } \triangle ADE}{\text{Area of } \triangle ABC} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times AE \times \sin A}{\frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A}$$ [Sin A = Common Angle

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 1}{\frac{1}{2} \times 2 \times 3}$$

$$\therefore \frac{1}{6} = \boxed{1:6}$$

* यदि $bc(b+c) + ca(c+a) + ab(a+b) + a^3+b^3+c^3$ को $a^2+b^2+c^2$ द्वारा विभाजित किया जाय, तो भागफल कितना होगा?

(a) $a+b+c$ b) $a^2+b^2+c^2$ c) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ d) $a^3+b^3+c^3$

Soln:-

$$a^3+b^3+c^3+ a^2b+ab^2+ b^2c+bc^2+ c^2a+ac^2$$
$$= a^3+a^2b+a^2c + b^3+b^2c+b^2a + c^3+c^2a+c^2b$$
$$= a^2(a+b+c) + b^2(a+b+c) + c^2(a+b+c)$$
$$= (a^2+b^2+c^2)(a+b+c)$$

अब इसको यदि $(a^2+b^2+c^2)$ से भाग दिया जाय तो

भागफल = $(a+b+c)$

Generated by CamScanner from intsig.com

[272]

* $17^{37} + 29^{37}$ को यदि 23 से भाग दिया जाय तो शेषफल क्या होगा?

(a) 0 b) 1 c) 2 d) 29

Soln:-

जब n एक विषम संख्या होता है तो, $a^n + b^n$ हमेशा $a+b$ से विभाजित होता है।

Exmp:- $a^1 + b^1 = a+b$ [जो $(a+b)$ से पूर्णतः विभाजित होगा]

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ [यह भी $(a+b)$ से विभाज्य है]

$\therefore 17^{37} + 29^{37}$ $(17+29) = 46$ से विभाजित होगा।

$\therefore$ यह 23 से भी पूर्णतः विभाजित होगा।

$\therefore$ शेषफल = 0

Generated by CamScanner from intsig.com

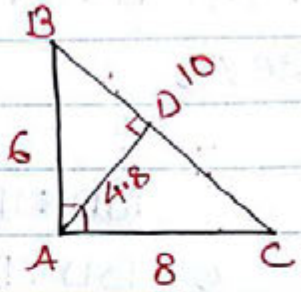
[274]

* ABC एक समकोण त्रिभुज है। AD कर्ण BC पर लंब है। यदि AB = 6 तथा AC = 8 हो तो BD का मान ज्ञात करें।

(a) 3.6 (b) 4.8 (c) 6.4 (d) 10

Soln:-

Figure:-



∵ $\triangle ABC$ एक समकोण $\triangle$ है।

∴ BC = 10

$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times AD \times BC$

$\Rightarrow 6 \times 8 = AD \times 10$

$\Rightarrow AD = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$

∴ $\triangle ADB$ में,

$AB^2 - AD^2 = BD^2$

$\Rightarrow 6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2 = BD^2$

$\Rightarrow BD^2 = \left(6+\frac{24}{5}\right)\left(6-\frac{24}{5}\right)$

$\Rightarrow BD = \sqrt{\frac{54}{5} \times \frac{6}{5}}$

$\Rightarrow BD = \frac{6 \times 3}{5}, \frac{18}{5} = 3.6$

[*] इस प्रकार के प्रश्न को आसानी से हल करने के लिए हम एक दूसरे विधि का प्रयोग कर सकतें हैं।

$BD : DC = AB^2 : AC^2$

$\therefore 6^2 : 8^2$

$\Rightarrow 36 : 64$ (100 - 10)

(1 - 1/10)

3.6 6.4

∴ BD = 3.6 तथा DC = 6.4

Generated by CamScanner from intsig.com

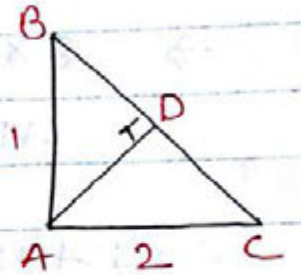
* पिछले पृष्ठ पर प्रयोग किए गए विधि से एक प्रश्न जो कि नीचे दिया जा रहा है, हम आसानी पूर्वक हल कर सकतें हैं।

[275.]
* ABC एक समकोण त्रिभुज है। AD कर्ण BC पर लंब है। यदि AC = 2AB होतो BD का मान ज्ञात करें?

a) BC/2 b) BC/3 c) BC/4 **d) BC/5**

Soln:-

Figure:-



$\because BD : DC = AB^2 : AC^2$

$\Rightarrow BD : DC = 1 : 4$

$\therefore BC = BD + DC = 1 + 4 = 5$

$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow BD = BC/5$

यदि हम AB तथा AC के मान को परिवर्तित करतें हैं तो भी हम इस विधि का प्रयोग कर सकतें हैं एवं अंत में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

Let, $AB = 3$ तो $AC = 6$

$\therefore BD : DC = AB^2 : AC^2$

$= 3^2 : 6^2$

$\Rightarrow BD : DC = 9 : 36$

$\therefore BC = BD + DC = 9 + 36 = 45$

$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow BD = \frac{BC}{5}$

Generated by CamScanner from intsig.com

[276]

* यदि $x = 2+\sqrt{3}$ हो, तो $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ का मान क्या होगा?

Soln:-

$$\because \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2 \quad [\because x = 2+\sqrt{3},\ \frac{1}{x} = 2-\sqrt{3}]$$

$$\therefore \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$$

[277]

* यदि $(a^2-b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2+b^2$ हो, तो $\tan\theta = ?$

(a) $\frac{a^2-b^2}{ab}$ b) $\frac{a^2+b^2}{ab}$ c) $\sin\theta$ d) $\cos\theta$.

Soln:-

$$\because (a^2-b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2+b^2$$

$$\Rightarrow \frac{(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)}\cdot\sin\theta + \frac{2ab}{(a^2+b^2)}\cos\theta = \frac{(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)} = 1$$

यदि $\sin\theta = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ तथा $\cos\theta = \frac{2ab}{a^2+b^2}$ माना जाय तो,

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ [जो समी० को संतुष्ट करता है]

$$\therefore \sin\theta = \frac{p}{h} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2},\quad \cos\theta = \frac{2ab}{a^2+b^2} = \frac{b}{h}.$$

तथा, $h^2 = p^2+b^2$

$\therefore a^2+b^2 = (a^2-b^2)+(2ab)^2$ [यह भी संतुष्ट हो रहा है]

$$\therefore \tan\theta = \frac{p}{b} = \frac{a^2-b^2}{2ab}$$

Generated by CamScanner from intsig.com

[280]

* यदि $x = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ हो तो, $(2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 26x - 28)$ का मान क्या होगा?

(a) $6\sqrt{6}$ (b) 0 (c) $3\sqrt{6}$ (d) $2\sqrt{6}$

Soln:-

$\because \quad x = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Rightarrow x-1 = \sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^2+1-2x = 5+2\sqrt{6}$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$\Rightarrow x^2-2x-4 = 2\sqrt{6}$

$\Rightarrow x^4+4x^2+16-4x^3+16x-8x^2 = 24$ [पुनः वर्ग करने पर]

$\Rightarrow x^4-4x^3-4x^2+16x+16-24 = 0$

$\Rightarrow 2x^4-8x^3-8x^2+32x-16 = 0$ [2 से दोनों ओर गुणा करने पर]

$\Rightarrow 2x^4-8x^3-8x^2+3x^2+32x-6x-16-12 = 3x^2-6x-12$

$\Rightarrow 2x^4-8x^3-5x^2+26x-28 = 3(x^2-2x-4)$

$= 3 \times 2\sqrt{6}$

$= 6\sqrt{6}$

[281]

* यदि $x = \frac{\sqrt[3]{m+1}+\sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1}-\sqrt[3]{m-1}}$ हो तो $x^3 - 3mx^2 + 3x - m$ का मान क्या होगा?

(a) 0 (b) $m-\frac{1}{m}$ (c) $m+\frac{1}{m}$ (d) 1

Soln:- $\because \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{x}{1}$ हो तो,

$\frac{a}{b} = \frac{x+1}{x-1}$ [componendo dividendo]

$\therefore \quad \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}} = \frac{x+1}{x-1}$

$\therefore \quad \frac{m+1}{m-1} = \frac{x^3+1+3x^2+3x}{x^3-1-3x^2+3x}$

$\therefore \quad \frac{m}{1} = \frac{x(x^3+3x)}{x(3x^2+1)}$ [componendo dividendo]

$\Rightarrow x^3+3x = 3x^2m+m$

$\Rightarrow x^3-3mx^2+3x-m = 0$

Generated by CamScanner from intsig.com

[282]

* यदि $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$ हो तो $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = ?$

a) 2 b) 1 **c) 4** d) 3

Soln:-

$$\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$$

$$\Rightarrow \sin\theta(1 + \sin^2\theta) = 1 - \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta(1 + (1 - \cos^2\theta)) = \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta(2 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta\{4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta\} = \cos^4\theta$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2\theta)(4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta) = \cos^4\theta$$

$$\Rightarrow 4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta - 4\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta = \cos^4\theta$$

$$\Rightarrow \cos^6\theta + 8\cos^2\theta - 4\cos^4\theta = 4$$

[283]

* यदि $\sec\theta + \cos\theta = 3$ हो तो $\tan^2\theta - \sin^2\theta$ का मान क्या होगा?

a) 5 b) 6 c) 9 d) 15

Soln:-

$\because \sec\theta + \cos\theta = 3$

$\therefore \sec^2\theta + \cos^2\theta + 2 = 9$

$\Rightarrow \sec^2\theta + \cos^2\theta = 7$

$\tan^2\theta - \sin^2\theta = a$ [माना]

$\therefore \sec^2\theta + \cos^2\theta - \tan^2\theta + \sin^2\theta = 7 - a$

$\Rightarrow \underbrace{\sec^2\theta - \tan^2\theta}_{\downarrow} + \underbrace{\sin^2\theta + \cos^2\theta}_{\swarrow} = 7 - a$

$\Rightarrow 1 + 1 = 7 - a$

$\Rightarrow a = 7 - 2$

$\Rightarrow a = 5$

$\{\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta\}$

$1 + \tan^2\theta + 1 - \sin^2\theta = 7$

$2 + \tan^2\theta - \sin^2\theta = 7$

$\tan^2\theta - \sin^2\theta = \boxed{5}$

Generated by CamScanner from intsig.com

* एक पहिया एक सेकंड में 3.5 बार घूर्णन करता है। पहिया कोण के 55 रेडियन घूर्णन करने में कितना सेकंड लेगा?

a) 1.5 (b) 2.5 c) 3.5 d) 4.5

Soln:-

1 घूर्णन में बना रेडियन = 2π

3.5 " " " " = 7π

7π घूर्णन करता है = 1 sec में

55 रेडियन घूर्णन करता है = $\frac{1 \times 7 \times 55^{5}}{7 \times 2 \times 2} = \frac{5}{2}$ sec में

= 2.5 sec

* यदि $2y\cos\theta = x\sin\theta$ और $2x\sec\theta - y\operatorname{cosec}\theta = 3$, तो x और y में निम्न में से कौन सा संबंध है?

a) $2x^2+y^2=2$ (b) $x^2+4y^2=4$ c) $x^2+4y^2=1$ d) $4x^2+y^2=4$

Soln:-

$\because \frac{2x}{\cos\theta} - \frac{y}{\sin\theta} = 3$

:n/o2.

$\Rightarrow 2x\sin\theta - y\cos\theta = 3\cos\theta\cdot\sin\theta$. — (i)

$\Rightarrow 4y\cos\theta - y\cos\theta = 3\cos\theta\cdot\sin\theta$. [$\because x\sin\theta = 2y\cos\theta$, $\therefore 2x\sin\theta = 4y\cos\theta$]

$\Rightarrow 3y\cos\theta = 3\cos\theta\cdot\sin\theta$

$\Rightarrow y = \sin\theta$.

पुनः समी० (i) से,

$2x\sin\theta - y\cos\theta = 3\cos\theta\cdot\sin\theta$

$\Rightarrow 2x\sin\theta - \frac{x\sin\theta}{2} = 3\cos\theta\cdot\sin\theta$. [$2y\cos\theta = x\sin\theta$, $\therefore y\cos\theta = \frac{x\sin\theta}{2}$]

$\Rightarrow 3x\sin\theta = 6\cos\theta\cdot\sin\theta$

$\Rightarrow x = 2\cos\theta$.

$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 1$ [$\because \cos\theta = \frac{x}{2}$]

$4y^2 + x^2 = 4$ $\Rightarrow x^2 + 4y^2 = 4$

Generated by CamScanner from intsig.com

* $63°14'51''$ का रेडियन माप कितना होगा?

(a) $2811\pi/8000$ (b) $3811\pi/8000$ (c) $4811\pi/8000$ (d) $5811\pi/8000$

Soln:-

$63°\ 14'\ 51''$

$= 63°\ 14' \frac{51}{60}$

$= 63°\ \left(\frac{280+17}{20}\right)'$

$= 63°\ \frac{297}{20}^{99}$

$= \left(\frac{25200+99}{400}\right)^{\circ}$

$= \left(\frac{25299}{400}\right)^{\circ}$

$\because 180° = \pi$ रेडियन

$\left(\frac{25299}{400}\right)^{\circ} = \frac{22 \times 25299}{7 \times 180 \times 400}$

$= \frac{2811\pi}{8000}$

* यदि $\sin^2\theta = \cos^3\theta$ हो तो $(\cot^6\theta - \cot^2\theta)$ का मान क्या होगा?

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

Soln:-

$\cot^6\theta - \cot^2\theta$

$\frac{\cos^6\theta}{\sin^6\theta} - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{\sin^4\theta}{\sin^6\theta} - \frac{\cos^3\theta}{\sin^2\theta}$ $[\because \cos^3\theta = \sin^2\theta,\ \cos^6\theta = \sin^4\theta]$

$= \frac{1}{\sin^2\theta} - \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{1-\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= 1$

Generated by CamScanner from intsig.com

* एक लंब-वृत्तीय शंकु का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है, तो $\left(\frac{1}{h^2}+\frac{1}{r^2}\right)$ का मान क्या होगा जहाँ h तथा r शंकु की क्रमशः ऊँचाई और त्रिज्या है?

a) 4 एकक b) 1/4 एकक c) 9 एकक **d) 1/9 एकक**

Soln:-

$\because \frac{\pi r^2 h}{3} = \pi r l$

$\Rightarrow rh = 3l$

$\Rightarrow r^2h^2 = 9l^2$

$\Rightarrow \frac{l^2}{r^2h^2} = \frac{1}{9}$

$\frac{1}{h^2}+\frac{1}{r^2}$

$= \frac{h^2+r^2}{h^2r^2}$

$= \frac{l^2}{h^2r^2}$

figure:-

* ABCDEF, 2 फीट भुजा वाली समषट्भुज है। आयत BCEF का क्षेत्रफल वर्ग फीट में कितना होगा?

a) 4 b) 8 **c) $4\sqrt{3}$** d) $(2+\sqrt{3})$

Soln:-

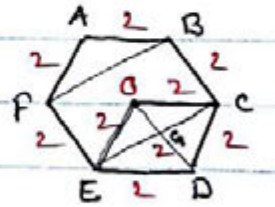
$\triangle OED$ में,

$OE = ED = OD = 2$

$\therefore EG = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$

$\therefore EC = 2EG = 2\sqrt{3}$

figure:-



$\therefore$ आयत का क्षेत्रफल = EF × EC

$= 2 \times 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$

Generated by CamScanner from intsig.com

* रतन का व्यय और बचत 5:1 के अनुपात में है। उसका वेतन 25% बढ़ा दिया जाय और बचत 15%, उसके व्यय में कितने प्रतिशत वृद्धि हुई?

a) 18% **b) 27%** c) 28% d) 32%

Soln:-

आय	व्यय	बचत	
(5+1)	5 :	1	[∵ आय = 6]
6 :	5 :	1	[मान आय = 600]
600	500	100	
125%		115%	
750	**635**	115	[750 - 115, आय - बचत]

∴ व्यय में 135 की वृद्धि होती है।

$$\therefore \frac{135}{500} \times 100 = 27\%$$

इस प्रकार के प्रश्न को Alligation विधि से बनाना सरल होता है।

व्यय(%) बचत(%)

आय(%)

अनुपात अनुपात

x 15%

10

25%

5×2 : 1×2

∴ 25+2 = x

∴ x = 27%

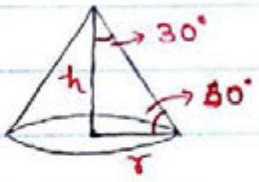
Generated by CamScanner from intsig.com

* किसी लंब वृत्तीय शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण 30° है। यदि आयतन और तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल के संख्यात्मक मान का अनुपात 1 : 3 हो, तो आधार की त्रिज्या क्या होगी?

a) 1 एकक b) 2 एकक **c) $2/\sqrt{3}$ एकक** d) 3 एकक

Soln:-

Figure:-



$\because \tan 30° = \frac{r}{h}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{h}$

$\Rightarrow h = r\sqrt{3} \;/\; r = h/\sqrt{3}$

$\therefore \frac{\frac{\pi r^2 h}{3}}{\pi r l} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{\pi r^2 h}{3\pi r l} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow rh = l$

$\Rightarrow r^2h^2 = h^2 + r^2$

$\Rightarrow r^2 \times 3r^2 = 3r^2 + r^2 \quad [h = r\sqrt{3}]$

$\Rightarrow 3r^4 = 4r^2$

$\Rightarrow r^2 = 4/3$

$\Rightarrow r = 2/\sqrt{3}$ एकक

Generated by CamScanner from intsig.com