

* एक बेलन की त्रिज्या 10 सेमी तथा ऊँचाई 4 सेमी है। तदनुसार, उस बेलन की त्रिज्या या ऊँचाई में कितने सेमी जोड़ी जाए, जिससे इस बेलन के आयतन में भी उतनी ही वृद्धि हो जाए?

a) 5

b) 4

c) 25

d) 16

Soln:-

माना कि वृद्धि = x सेमी

\therefore त्रिज्या में वृद्धि पर आयतन = $\pi(10+x)^2 \times h$

$$= \pi(10+x)^2 \times 4$$

तथा ऊँचाई $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4$ $\therefore \pi(10)^2 \times (4+x)$

\therefore प्रश्नानुसार,

$$\pi \{100 + x^2 + 20x\} \times h = \pi 100 \{4+x\}$$

$$\therefore 100h + hx^2 + 20xh = 400 + 100x$$

$$\therefore 400 + 4x^2 + 80x = 400 + 100x$$

$$\therefore 4x^2 = 100x - 80x$$

$$\therefore 4x^2 = 20x$$

$$\therefore x = 5 \text{ cm.}$$

* यदि θ एक धनात्मक न्यूनकोण हो और $\tan 2\theta \cdot \tan 3\theta = 1$ हो, तो $(2 \cos^2 \frac{5\theta}{2} - 1)$ का मान कितना होगा?

a) $-1/2$

b) 1

c) $1/2$

d) 0

Soln:-

$$\therefore \tan 2\theta \cdot \tan 3\theta = 1$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{1}{\tan 3\theta}$$

$$\therefore \tan 2\theta \cdot \cot 3\theta$$

$$\therefore \tan 2\theta = \tan (90 - 3\theta)$$

$$\therefore 2\theta + 3\theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90/5 = 18^\circ$$

$$2 \cos^2 \frac{5\theta}{2} - 1 = 2 \cos^2 45^\circ - 1 = 2 \times \frac{1}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \theta_1 + \theta_2 &= 90^\circ \\ \therefore 2\theta + 3\theta &= 90^\circ \\ 5\theta &= 90^\circ \\ \therefore \theta &= 18^\circ \\ 2 \cos^2 \frac{5 \times 18}{2} &= 0 \end{aligned}$$

* एक समकोण त्रिभुज $\triangle XYZ$ में, जो $\angle Y$ पर समकोण है, यदि $XY = 2\sqrt{6}$ तथा $XZ - YZ = 2$ हो तो $\sec X + \tan X$ का मान क्या होगा?

a) $1/\sqrt{6}$

b) $\sqrt{6}$

c) $2\sqrt{6}$

d) $\sqrt{6}/2$

Soln:-

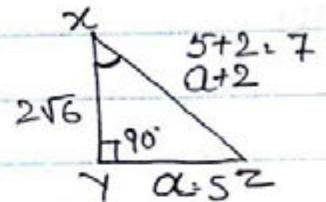
$$\begin{aligned} \because (XY)^2 + (YZ)^2 &= (XZ)^2 \\ \therefore (2\sqrt{6})^2 + a^2 &= (a+2)^2 \\ \therefore 24 + a^2 &= a^2 + 4 + 4a \\ \therefore 4a &= 20 \\ \therefore a &= 5 \end{aligned}$$

$\therefore \sec X + \tan X$

$$\frac{XZ}{XY} + \frac{YZ}{XY}$$

$$= \frac{7+5}{2\sqrt{6}} = \frac{12}{2\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

Figure:-



* X तथा Y क्रमशः 9 सेमी तथा 2 सेमी त्रिज्या वाले वृत्तों के दो केंद्र हैं तथा $XY = 17$ सेमी है। Z , एक ऐसे वृत्त का केंद्र है जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है और जो उक्त दोनों वृत्तों को बाहर से स्पर्श करता है। तदनुसार, यदि $\angle XZY = 90^\circ$ हो, तो 8 का मान कितना होगा?

a) 4

b) 5

c) 6

d) 8

Soln:-

$\because \angle XZY = 90^\circ$

$$\therefore (XZ)^2 + (YZ)^2 = (XY)^2$$

$$(9+r)^2 + (2+r)^2 = 17^2$$

$$\therefore 81 + r^2 + 18r + 4 + r^2 + 4r = 289$$

$$\therefore 2r^2 + 22r - 204 = 0$$

$$\therefore r^2 + 11r - 102 = 0$$

$$\therefore r^2 + 17r - 6r - 102 = 0$$

$$\therefore r = 6$$

Figure:-



* एक शंकु और एक गोलाकार का आधार एक समान हैं और उनकी ऊंचाई भी एक समान हैं। तदनुसार, उनके कुल पृष्ठों का अनुपात कितना होगा ?

a) $\sqrt{2}+1 : 3$

b) $\sqrt{2}-1 : 3$

c) $\sqrt{2} : 3$

d) $2 : 3$

Soln:-

$\therefore h = r$

$\therefore l^2 = h^2 + r^2$

$\therefore l^2 = 2r^2$

$\therefore l = \sqrt{2}r$

Figure:-



$$\therefore \frac{\pi r^2 + \pi r l}{3\pi r^2} = \frac{\sqrt{2}r + r}{3r} = \frac{r(\sqrt{2}+1)}{3r} = \frac{\sqrt{2}+1}{3}$$

* यदि x वास्तविक संख्या हो एवं $x + \frac{1}{x} \neq 0$ हो और $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$ हो, तो $(x + \frac{1}{x})^4$ का मान कितना होगा ?

a) 4

b) 9

c) 16

d) 25

Soln:-

$\therefore (x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} (x + \frac{1}{x})$

$\therefore (x + \frac{1}{x})^3 = 3(x + \frac{1}{x})$

$\therefore (x + \frac{1}{x})^2 = 3$

$\therefore (x + \frac{1}{x})^4 = 9$

* एक कक्षा के चार भागों A, B, C तथा D में छात्रों का औसत भार 60 किग्रा. है। किंतु भाग A, B, C तथा D के छात्रों का अलग-अलग औसत भार क्रमशः 45, 50, 72 तथा 80 किग्रा. है। तदनुसार, यदि भाग A तथा B का सम्मिलित औसत भार 48 किग्रा. हो और भाग B तथा C का सम्मिलित औसत भार 60 किग्रा. हो तो भाग A, B, C तथा D के छात्रों की संख्याओं का औसत कितना होगा?

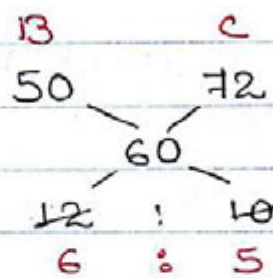
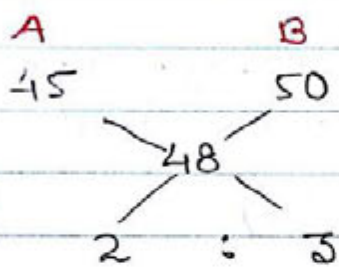
a) 4:5:6:3

b) 4:3:5:6

c) 4:6:5:3

d) 3:4:5:6

Soln:-



$$\therefore A \quad B \quad C$$

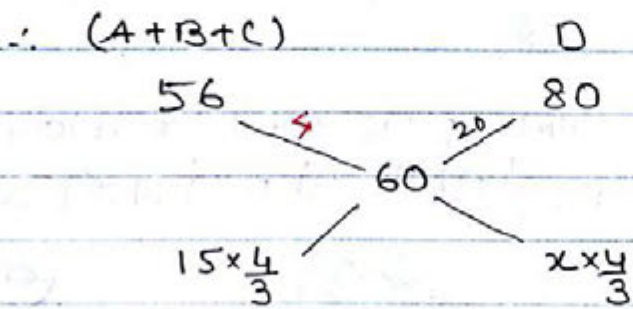
$$\begin{array}{ccc} 2 & 3 & \times 2 \\ \hline & 6 & 5 \end{array}$$

$$4 : 6 : 5$$

$$\therefore (A+B) \quad C$$

$$\begin{array}{ccc} 48 & \xrightarrow{24} & 72 \\ \hline (48+8) = 56 & & \end{array} \begin{cases} \therefore A+B = (4+6) \cdot 10 \\ C = 5 \\ \therefore (A+B) : C \\ 2 : 1 \end{cases}$$

$$2 \times 8 : \frac{1}{8} = 3 \times 8$$



$$\therefore \frac{4x}{3} = 4$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore A : B : C : D$$

$$\boxed{4 : 6 : 5 : 3}$$

* यदि $x + \frac{4}{x} = 4$, तो $x^3 + \frac{4}{x^3}$ का मान कितना होगा?

a) 8

b) $8\frac{1}{2}$

c) 16

d) $16\frac{1}{2}$

Soln:-

$$\because x + \frac{4}{x} = 4$$

$$\therefore x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore (x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore x^3 + \frac{4}{x^3}$$

$$= 8 + \frac{4}{8}$$

$$= 8\frac{1}{2}$$

* एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD में $AB = BC$, $AD = DC$, $AC \perp BD$ तथा $\angle CA = 0$ है। तदनुसार, उसमें $\angle ABC$ किसके बराबर होगा?

a) 0

b) $0/2$

c) 20

d) 30

Soln:-

$$\because \angle CAD = 0$$

$$\because \angle DCA = 0 \text{ (AD=CD)}$$

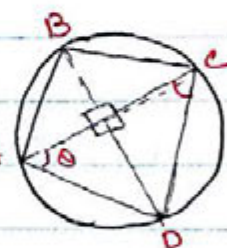
$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 20 \text{ (लीनोकायण=180^\circ)}$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - (180^\circ - 20) \text{ (चक्रीय)} \text{ A}$$

$$= 180^\circ - 180^\circ + 20$$

$$= 20$$

Figure:-



* 7 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के व्यास AB पर वृत्त के किसी बिंदु P से लंब का पाद N है। यदि जीवा PB = 12 सेमी है, तो B से N की दूरी कितनी होगी

a) $6\frac{5}{7}$

b) $12\frac{2}{7}$

c) $3\frac{5}{7}$

d) $10\frac{2}{7}$

Soln:-

माना कि $ON = x$

$$\because 144 - (7+x)^2 = 49 - x^2$$

$$144 - 49 - x^2 + 14x = 49 - x^2$$

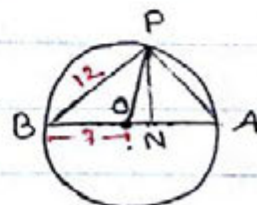
$$\therefore 14x = 46$$

$$\therefore x = \frac{23}{7}$$

$$\therefore BN = BO + ON$$

$$= 7 + \frac{23}{7} = \frac{72}{7} = 10\frac{2}{7}$$

Figure:-



* एक वृत्त की जीवाएँ AB तथा CD, E पर लंबवत प्रतिच्छेद करती हैं। खंड AE, EB और ED क्रमशः 2, 6 तथा 3 cm लंबाई के हैं। वृत्त के व्यास का मान कितना होगा ?

a) $\sqrt{65}$

b) $\sqrt{65}/2$

c) 65

d) $65/2$

Soln:-

$\therefore AE \times EB = CE \times ED$

$2 \times 6 = x \times 3$

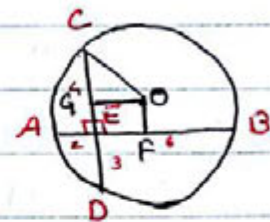
$\therefore x = 4$

OF \perp AB तथा OG \perp CD खींचा गया

$\therefore CG = GD = 7/2$ तथा $AF = FB = 4$

$\therefore EF = OG = 2$ ($AF - FE = 4 - 2 = 2$)

Figure:-



$$\begin{aligned} \therefore OC &= \sqrt{CG^2 + OG^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{\frac{49}{4} + 4} \\ &= \sqrt{65/2} \end{aligned}$$

\therefore वृत्त का व्यास = $2 \times r = 2 \times \frac{\sqrt{65}}{2} = \sqrt{65}$

* यदि $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$ हो तो $a+b+c$ का मान क्या होगा ?

a) 1

b) 0

c) 2

d) 3

Soln:-

$$\therefore \frac{1}{2^{2/3} + 2^{1/3} + 1} = a \cdot 2^{2/3} + b \cdot 2^{1/3} + c$$

$$\times \frac{(2^{1/3} - 1)}{(2^{1/3} - 1)(2^{2/3} + 2^{1/3} + 1)} = a \cdot 2^{2/3} + b \cdot 2^{1/3} + c$$

$$\times \frac{(2^{1/3} - 1)}{(2^{1/3})^3 - (1)^3} = a \cdot 2^{2/3} + b \cdot 2^{1/3} + c$$

$$\times 2^{1/3} - 1 = a \cdot 2^{2/3} + b \cdot 2^{1/3} + c$$

$\therefore a = 0, b = 1, c = -1$

$$\begin{aligned} \therefore a+b+c &= 0 + 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

* A ने B को एक टैपर 4,860 में 19% हानि पर बेचा। फिर B ने C को वह टैप ऐसी कीमत पर बेचा कि उससे A को 17% का लाभ मिलता। तदनुसार B का लाभ कितना था?

a) $22\frac{2}{9}\%$

b) $33\frac{1}{3}\%$

c) $44\frac{4}{9}\%$

d) $66\frac{2}{3}\%$

Soln:-

माना A का क्रमू = 100%

∴ B " " = 81%

B " विमू = 117% (A का 17% लाभ)

∴ B का लाभ = $(117 - 81) = 36$

∴ B का % लाभ = $\left(\frac{36}{81} \times 100\right)\%$

= $\frac{400}{9} = 44\frac{4}{9}\%$

* A, B तथा C एक वृत्त पर स्थित तीन बिंदु हैं। उनमें C पर खींची गयी स्पर्श रेखा BA को बढ़ाने पर T पर मिलती है। यदि $\angle ATC = 36^\circ$ तथा $\angle ACT = 48^\circ$ दिया हो तो AB द्वारा वृत्त के केंद्र पर अंतरित कोण होगा?

a) 84°

b) 48°

c) 96°

d) 72°

Soln:-

∴ $\angle CAB = \angle ACT + \angle ATC$

∴ $\angle CAB = 84^\circ$

तथा, $\angle CBA = \angle ACT$ (एकान्तर वृत्तसंघ)

∴ $\angle CBA = 48^\circ$

∴ $\angle BCA = 180^\circ - (84 + 48)$

= $180^\circ - 132^\circ$

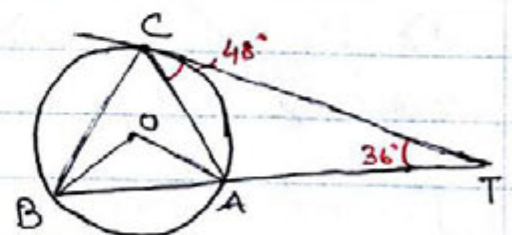
= 48°

∴ $\angle BOA = 2 \times \angle BCA$

= 2×48

= 96°

Figure:-



* एक त्रिभुज की भुजाएँ 7, $4\sqrt{3}$ और $\sqrt{13}$ सेमी० हैं। त्रिभुज का सबसे छोटा कोण कितना होगा?

a) 15°

b) 30°

c) 45°

d) 60°

Soln:-

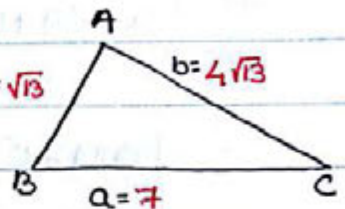
Figure:-

\therefore त्रिभुज का सबसे छोटा भुजा = $\sqrt{13}$ है।

[Note:- यदि सबसे छोटा भुजा निकालने में कठिनाई हो तो सभी भुजाओं को वर्ग कर दें।]

अब हमें सबसे छोटा कोण अर्थात् $\angle C$ ज्ञात करना है।

अतः हम 'Cosine rule' का प्रयोग करेंगे।



$$\begin{aligned} \therefore \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{49 + 48 - 13}{2 \times 7 \times 4\sqrt{3}} \\ &= \frac{84 - 13}{2 \times 7 \times 4\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos C = \cos 30^\circ$$

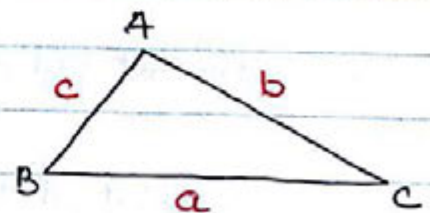
$$\therefore \angle C = 30^\circ$$

Cosine rule का प्रयोग हम तब करते हैं जब हमें त्रिभुज की तीन अलग-अलग भुजाओं का मान दिया हो तथा किसी कोण का मान ज्ञात करना हो।

$\angle A$ के सामने वाला भुजा = a

$\angle B$ " " " " = b

$\angle C$ " " " " = c



$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

* $\tan 70^\circ$ का मान किसके बराबर होगा ?

a) $\tan 50^\circ + \tan 20^\circ$ **b) $2 \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$** c) $\tan 50^\circ + 2 \tan 20^\circ$ d) $2 \tan 50^\circ$

Soln:-

$$\therefore \tan 70^\circ = \tan(50+20)$$

$$\therefore \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$$

$$\therefore \tan 70^\circ = \frac{\tan 50^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 50^\circ \cdot \tan 20^\circ}$$

$$\& \tan 70^\circ \cdot (1 - \tan 50^\circ \cdot \tan 20^\circ) = \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$$

$$\& \tan 70^\circ - \tan 70^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 20^\circ = \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$$

$$\& \tan 70^\circ = 2 \tan 50^\circ + \tan 20^\circ$$

* एक लंबवृत्तीय शंकु की ऊँचाई और उसके वृत्तीय आधार की त्रिज्या क्रमशः 9 सेमी तथा 3 सेमी हैं। शंकु को उसके आधार के समांतर एक तल द्वारा दो भागों में काटा गया। शंकु के छिन्नक का आयतन 44 cm^3 है। शंकु के अपरी भाग की त्रिज्या कितनी होगी ?

a) 6 cm

b) $\sqrt{13}$ cm

c) $\sqrt[3]{13}$ cm.

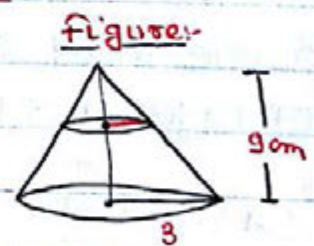
d) 9 cm

Soln:-

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 9 \text{ cm}^3$$

$$= 27\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{छिन्नक का आयतन} = 44 \text{ cm}^3 = 14\pi \text{ cm}^3$$



$$\therefore \text{शंकु (बड़े) का आयतन} : \text{शंकु (छोटे) का आयतन} \quad \left[\begin{array}{l} x\pi = 44, x = \frac{44 \times 3}{\pi} = 14 \end{array} \right]$$

$$\therefore \quad 27\pi \quad : \quad 13\pi \quad \left[27\pi - 14\pi = 13\pi \right]$$

$$\therefore \quad 3 \quad : \quad \sqrt[3]{13}$$

$$\quad 3 \quad : \quad \sqrt[3]{13}$$

$$\therefore \text{अपरी भाग की त्रिज्या} = \sqrt[3]{13}$$

* यदि $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ तथा $a^2 + ab + b^2 = 4$ हो तो $ab = ?$

- a) 0 **b) 1** c) 2 d) 4

Soln:-

$$\therefore a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\therefore 8 = 4 \times x$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore a^2 + ab + b^2 = 4$$

$$- a^2 + ab + b^2 = 2 \quad [\text{घटाने पर}]$$

$$2ab = 2$$

$$\therefore ab = 1$$

* किसी स्मारक के आधार से एक क्षैतिज रेखा के एक बिंदु पर स्मारक के शिखर का उन्नयन कोण इतना पाया गया कि उसका टेजेंट $\frac{1}{5}$ है। स्मारक की ओर 138 मी० चलने पर उन्नयन कोण का सीकेंट $\frac{193}{12}$ पाया गया। स्मारक की ऊंचाई मीटर में कितनी होगी?

- a) 35m **b) 42m** c) 49m d) 56m

Soln:-

माना $AB = x$, $\therefore BD = 5x$ तथा $BC = 5x - 138$

$$[\because \tan \alpha = \frac{AB}{BD} = \frac{1}{5}]$$

अब, $\therefore \tan \beta = \sqrt{\sec^2 \beta - 1}$

$$\therefore \tan \beta = \sqrt{\frac{193}{144} - 1}$$

$$\therefore \tan \beta = \sqrt{\frac{49}{144}}$$

$$\therefore \frac{x}{5x - 138} = \frac{7}{12}$$

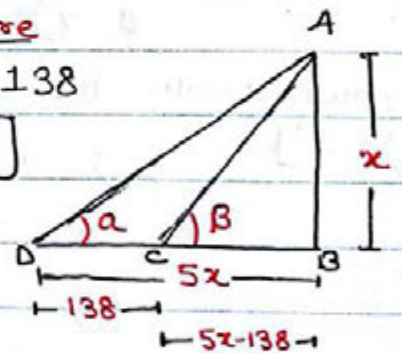
$$\therefore 12x = 35x - 7 \times 138$$

$$\therefore 23x = 7 \times 138$$

$$\therefore x = \frac{7 \times 138}{23}$$

$$\therefore x = 42m$$

Figure



* यदि $x \cos \theta - y \sin \theta = \sqrt{x^2 + y^2}$ तथा $\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$ हो तो
सही संबंध कौन सा है:-

a) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ b) $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ c) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ d) $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

Soln:- ठीक करने पर,

$$\begin{aligned} & x^2 \cos^2 \theta + y^2 \sin^2 \theta - 2xy \cos \theta \cdot \sin \theta = x^2 + y^2 \\ \Rightarrow & x^2 - x^2 \cos^2 \theta + y^2 - y^2 \sin^2 \theta + 2xy \sin \theta \cos \theta = 0 \\ \Rightarrow & x^2(1 - \cos^2 \theta) + y^2(1 - \sin^2 \theta) + 2xy \sin \theta \cos \theta = 0 \\ \Rightarrow & x^2 \sin^2 \theta + y^2 \cos^2 \theta + 2xy \sin \theta \cos \theta = 0 \\ \Rightarrow & (x \sin \theta + y \cos \theta)^2 = 0 \\ \Rightarrow & x \sin \theta = -y \cos \theta \\ \Rightarrow & x^2 \sin^2 \theta = y^2 \cos^2 \theta \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

अब, $\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$

$$\frac{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}{a^2 b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 b^2 \cos^2 \theta + x^2 a^2 \sin^2 \theta + y^2 b^2 \cos^2 \theta + y^2 a^2 \sin^2 \theta}{a^2 b^2} = 1$$

[By putting value of Eqn 1]

$$\Rightarrow \frac{x^2 b^2 \cos^2 \theta + y^2 a^2 \cos^2 \theta + x^2 b^2 \sin^2 \theta + y^2 a^2 \sin^2 \theta}{a^2 b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 b^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + y^2 a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{a^2 b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 b^2 + y^2 a^2}{a^2 b^2} = 1 \quad [\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1]$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

* पिछले प्रश्न में हम समीकरण (i) प्राप्त करने के बाद उसे इस प्रकार से भी हल कर सकते हैं।

$$\because x^2 \sin^2 \theta + y^2 \cos^2 \theta$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \downarrow \\ y^2 \qquad x^2 \end{array}$$

$$\because \sin^2 \theta = y^2, \cos^2 \theta = x^2$$

अतः,

$$\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{1}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \quad [\because \sin^2 \theta = y^2, \cos^2 \theta = x^2]$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

* यदि $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 1$ हो, तो $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+b} = ?$

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

Soln:-

$$\frac{a^2}{b+c} + a + \frac{b^2}{a+c} + b + \frac{c^2}{a+b} + c - (a+b+c)$$

$$= \frac{a^2+ab+ac}{b+c} + \frac{b^2+ba+bc}{a+c} + \frac{c^2+ca+cb}{a+b} - (a+b+c)$$

$$= \frac{a(a+b+c)}{b+c} + \frac{b(a+b+c)}{a+c} + \frac{c(a+b+c)}{a+b} - (a+b+c)$$

$$= (a+b+c) \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \right) - (a+b+c)$$

$$= (a+b+c) \times \underline{1} - (a+b+c)$$

$$= \cancel{(a+b+c)} - \cancel{(a+b+c)}$$

$$= 0$$

* ABCD एक वर्ग है। P भुजा AB पर एक ऐसा बिंदु है कि AP:PB=1:3 भुजा PC एवं विकर्ण BD को मिलाने पर X पर प्रतिच्छेद करती है। यदि त्रिभुज BXC का क्षेत्रफल 24 वर्ग सेंमी. हो तो चतुर्भुज APXD का क्षेत्रफल=?

- a) 30 cm^2 b) 32 cm^2 c) 36 cm^2 **d) 38 cm^2**

Soln:- $\triangle PXB$ तथा $\triangle CXD$ में,

$$\angle XDC = \angle XBP \text{ [एकांतरकोण]}$$

$$\angle X'CD = \angle XPB \text{ [" "]}$$

$$\angle CXD = \angle PXB \text{ [शीर्षाभिमुखकोण]}$$

$$\therefore \triangle PXB \sim \triangle CXD$$

$$\therefore \frac{BP}{CD} = \frac{BX}{DX} = \frac{3}{4}$$

\therefore दोनों $\triangle BXC$ तथा $\triangle CXD$ की ऊँचाई CO है।

$$\therefore \frac{\text{Ar. } \triangle BXC}{\text{Ar. } \triangle CXD} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{Ar. } \triangle CXD = \frac{4 \times 24}{3} = 32 \text{ cm}^2$$

$$\frac{\text{Ar. } \triangle BXP}{\text{Ar. } \triangle CXD} = \left(\frac{BP}{CD}\right)^2$$

$$\therefore \text{Ar. } \triangle BXP = \frac{32 \times 9}{16} = 18 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ar. } \triangle ABD = \text{Ar. } \triangle CBD = (\text{Ar. } \triangle BXC + \text{Ar. } \triangle CXD)$$

$$= (32 + 24) \text{ cm}^2$$

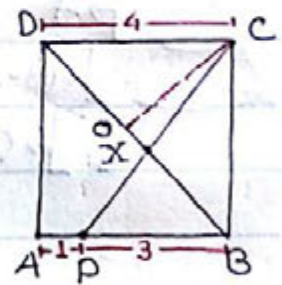
$$= 56 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Ar. } \square APXD = \text{Ar. } \triangle ABD - \text{Ar. } \triangle BXP$$

$$= (56 - 18) \text{ cm}^2$$

$$= 38 \text{ cm}^2$$

Figure:-



* $4x^2 + 4x + 9$ का न्यूनतम मान कितना होगा?

- a) 4 b) 6 **c) 8** d) 9

$$\text{Soln:- } 4x^2 + 4x + 9 = 4x^2 + 4x + 1 + 8 = (2x+1)^2 + 8$$

न्यूनतम मान के लिए रेखांकित भाग का मान 0 होना चाहिए

$$\therefore \text{न्यूनतम मान} = 8$$

* एक लंबवृत्तीय शंकु का अंघाई की अनुरूप तीन बराबर हिस्सों में काटा जाता है। इस प्रकार निर्मित भागों के आयतन का अनुपात क्या होगा ?

- a) 1 : 4 : 9 **b) 1 : 7 : 19** c) 1 : 3 : 5 d) 1 : 8 : 27

Soln:- Figure:-1

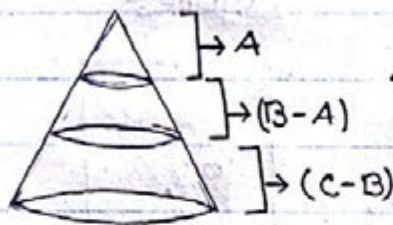


Figure:-2



Figure:-3

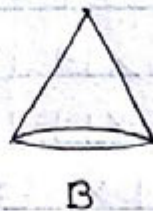


Figure:-4



अंघाई	A	B	C
	1	2	3
आयतन	1	8	27

∴ पहला भाग (A) = 1

दूसरा भाग (B-A) = (8-1) = 7

तीसरा भाग (C-B) = (27-8) = 19.

∴ अभीष्ट अनुपात = 1 : 7 : 19

* दो वृत्त एक दूसरे को अंदर से स्पर्श करते हैं (P बिंदु पर)। बड़े वृत्त पर PA तथा PB दो जीवा खींची जाती हैं जो छोटे वृत्त को क्रमशः C तथा D पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि कोण CDB = 120° तो ∠ABP का मान क्या होगा ?

- a) 30° **b) 60°** c) 90° d) 120°

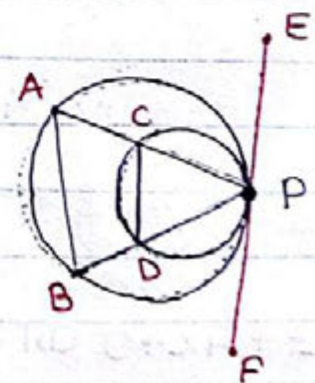
Soln:- P पर स्पर्श रेखा EF खींचा गया।

∴ ∠CDP = ∠CPE [एकान्तर वृत्तखंड]
तथा, ∠ABP = ∠APE [" "]

∴ ∠CDP = ∠ABP

∴ ∠CDP = 180° - ∠CDB
= 180° - 120° = 60°

∴ ∠ABP = 60°



* I तथा O त्रिभुज ABC के क्रमशः अंतःकेंद्र तथा परिकेंद्र हैं। AI को आगे बढ़ाने पर वह त्रिभुज ABC के परिवृत्त को D पर मिलता है। यदि $\angle ABC = x$, $\angle BID = y$ तथा $\angle BOD = z$ हों तो $\frac{x+z}{y}$ का मान क्या होगा?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Soln:-

$\therefore I$ अंतःकेंद्र है अतः BI $\angle ABC$ का द्विभाजक होगा।

$$\therefore \angle ABI = \frac{\angle ABC}{2} = \frac{x}{2}$$

$\therefore O$ परिकेंद्र है

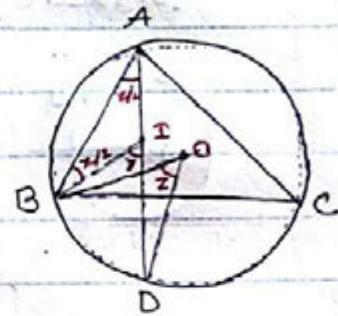
$$\therefore \angle BAD = \frac{\angle BOD}{2} = \frac{z}{2}$$

$$\angle BID = \angle ABI + \angle BAD \quad [\text{बाह्य कोण}]$$

$$\therefore y = \frac{x+z}{2}$$

$$\therefore \frac{x+z}{y} = 2$$

Figure:-



* यदि $2 \operatorname{cosec} \theta = (y + \frac{1}{y})$ हो, तो $\cot \theta$ का मान क्या होगा?

a) $\frac{1}{2}(y - \frac{1}{y})$

b) $\frac{1}{2}(y + \frac{1}{y})$

c) $(y - \frac{1}{y})$

d) $(y + \frac{1}{y})$

Soln:-

$$\therefore 2 \operatorname{cosec} \theta = \frac{y^2 + 1}{y}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{y^2 + 1}{2y} = \frac{h}{p}$$

$$\therefore b = \sqrt{h^2 - p^2}$$

$$= \sqrt{(y^2 + 1)^2 - (2y)^2} \quad \text{or,}$$

$$= \sqrt{y^4 + 1 + 2y^2 - 4y^2}$$

$$= \sqrt{y^4 + 1 - 2y^2}$$

$$= \sqrt{(y^2 - 1)^2}$$

$$= (y^2 - 1)$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{b}{p} = \frac{y^2 - 1}{2y}$$

$$= \frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right)$$

$$\cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$$

$$\therefore \cot^2 \theta = \frac{(y^2 + 1)^2}{4y^2} - 1$$

$$\therefore \cot^2 \theta = \frac{y^4 + 1 + 2y^2 - 4y^2}{4y^2}$$

$$\therefore \cot^2 \theta = \frac{(y^2 - 1)^2}{4y^2}$$

$$\therefore \cot \theta = \frac{(y^2 - 1)}{2y}$$

$$= \frac{1}{2} \left(y - \frac{1}{y} \right)$$

* दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 3cm तथा 4cm हैं, रतनी दूरी पर हैं कि उनके अनुप्रस्थ स्पर्श रेखा एवं अभ्यनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की लंबाई 1:2 के अनुपात में हैं। दोनों वृत्तों के केंद्रों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

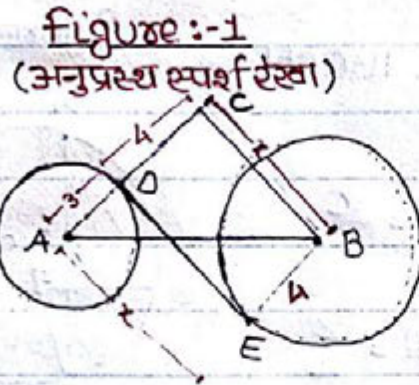
a) 6cm

b) 8cm

c) 7cm

d) $\sqrt{65}$ cm

Soln:-



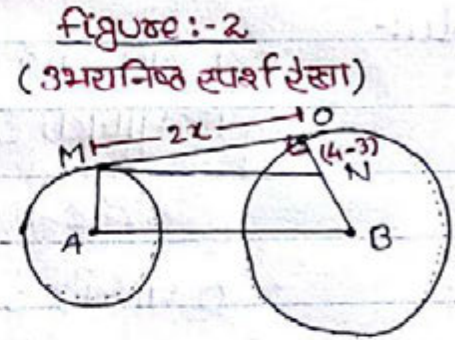
चित्र के अनुसार,

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= (7)^2 + x^2 \\ &= 49 + x^2 \dots (i) \end{aligned}$$

समी० (i) तथा (ii) से,

$$\begin{aligned} \therefore 49 + x^2 &= 4x^2 + 1 \\ \Rightarrow 3x^2 &= 48 \\ \Rightarrow x^2 &= 16 \\ \Rightarrow x &= 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= 4x^2 + 1 \\ \Rightarrow AB^2 &= 64 + 1 \\ \Rightarrow AB &= \sqrt{65} \end{aligned}$$



चित्र के अनुसार,

$$\begin{aligned} (MN)^2 &= (AB)^2 = MO^2 + ON^2 \\ &= 4x^2 + 1 \dots (ii) \end{aligned}$$

* 2cm मोटाई की एक ईंट एक पाहिर का रोकने के लिए रखी गयी है। जहाँ पाहिर जमीन को छूता है उस बिंदु से ईंट के सतह की क्षैतिज दूरी 6cm है। पाहिर की त्रिज्या कितनी होगी?

a) 6cm

b) 8cm

c) 10cm

d) 12cm

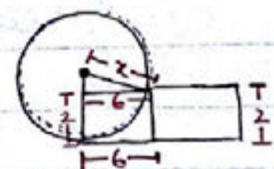
Soln:- चित्रानुसार, $x^2 - (x-2)^2 = 36$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 - 4 + 4x = 36$$

$$\Rightarrow 4x = 40$$

$$\Rightarrow x = 10$$

Figure :-



* किसी मीनार के पाद से 160m दूर स्थित किसी बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण θ है। मीनार के आधार की ओर 100m जाने पर शिखर का उन्नयन कोण 2θ हो जाता है। तदनुसार उस मीनार की ऊंचाई ज्ञात करें।

a) 60 m

b) 80 m

c) 100 m

d) 160 m

Soln:- Normal process:-

Figure:-

$$\tan \theta = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{160}$$

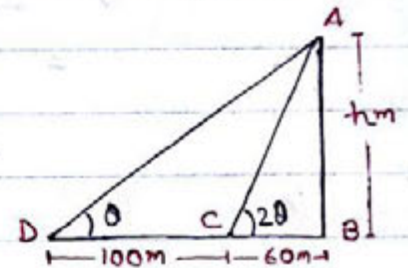
$$\tan 2\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{h}{60}$$

$$\therefore \frac{2 \times \frac{h}{160}}{1 - \frac{h^2}{25600}} = \frac{h}{60}$$

$$\therefore h = 80 \text{ m}$$

[After solving the equation
we will get $h = 80 \text{ m}$]



Short process:-

$$\therefore \angle ACB = \angle ADC + \angle DAC \text{ [बाह्यकोण]}$$

$$\therefore 2\theta = \theta + \angle DAC$$

$$\therefore \angle DAC = \theta$$

$\therefore \triangle ACD$ में,

$$\angle ADC = \angle DAC$$

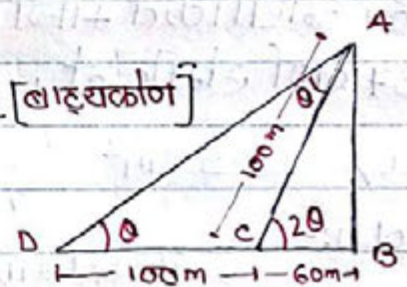
$$\therefore DC = AC = 100 \text{ m}$$

अब $\triangle ABC$ में, $\angle ABC = 90^\circ$

$$\therefore AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$\therefore (100)^2 = (60)^2 + (AB)^2$$

$$\therefore AB = 80 \text{ m}$$



* यदि $m = -5$ तथा $n = -3$ हों तो $m^3 - 3m^2 + 3m + 3n + 3n^2 + n^3$ का मान क्या होगा?

a) -152

b) -187

c) -201

d) -224

Soln:-

$$\begin{aligned} & \frac{m^3 - 3m^2 + 3m - 1 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1}{=} \\ &= \frac{(m-1)^3 + (n+1)^3}{=} \\ &= (-5-1)^3 + (-3+1)^3 \\ &= (-6)^3 + (-2)^3 \\ &= (-216) + (-8) \\ &= -224 \end{aligned}$$

* दिए गए चित्र में $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है जो एक अर्धवृत्त पर बना हुआ है। भुजा AB तथा BC को व्यास मानकर दो अर्धवृत्त खींचा गया है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि त्रिभुज $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल 37 cm^2 है।

a) 18.5 cm^2

b) 37 cm^2

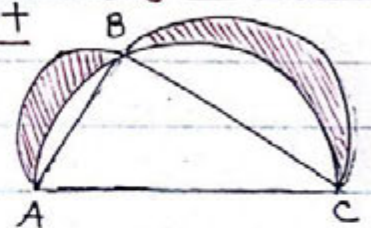
c) 74 cm^2

d) 111 cm^2

Soln:-

∴ छायांकित भाग का क्षेत्रफल = $(\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \text{AB तथा BC पर बने अर्धवृत्त का क्षेत्रफल}) - \text{AC पर बने अर्धवृत्त का क्षेत्रफल}$

Figure:-



माना $AC = x$, $AB = y$, $BC = z$

∴ AC पर बने अर्धवृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \left\{ \pi \left(\frac{x}{2} \right)^2 \right\} = \frac{\pi x^2}{8}$

AB पर " " " " = $\frac{1}{2} \left\{ \pi \left(\frac{y}{2} \right)^2 \right\} = \frac{\pi y^2}{8}$

BC पर " " " " = $\frac{1}{2} \left\{ \pi \left(\frac{z}{2} \right)^2 \right\} = \frac{\pi z^2}{8}$

∴ $\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \frac{\pi y^2}{8} + \frac{\pi z^2}{8} - \frac{\pi x^2}{8} = \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल}$

∴ $\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \frac{\pi}{8} (y^2 + z^2 - x^2) = \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल}$

[∵ $y^2 + z^2 = x^2$]

∴ $\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \frac{\pi}{8} (x^2 - x^2) = \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल}$

∴ $\triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \text{छायांकित भाग का क्षेत्रफल}$

∴ छायांकित भाग का क्षेत्रफल = 37 cm^2

* DE, O केंद्र वाले वृत्त की एक स्पर्श रेखा है जो वृत्त को C पर स्पर्श करती है। A तथा B परिधि पर स्थित दो बिंदु हैं जैसा कि नीचे चित्र में दिखाया जा रहा है। यदि $\angle ACD = 79^\circ$ तथा $\angle OBA = 2\angle OAC$ हो तो $\angle OCB$ का मान क्या होगा?

a) 11°

b) 22°

c) 33°

d) 57°

Soln:-

$\therefore OC \perp DE$ [स्पर्श रेखा को केंद्र से मिलाने पर]

$$\therefore \angle OCA = 90^\circ - \angle ACD$$

$$= 90^\circ - 79^\circ = 11^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 11^\circ \quad [\because OC = OA = r]$$

$$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 22^\circ \quad [\text{Given}]$$

$$\angle CAB = \angle OAC + \angle OAB$$

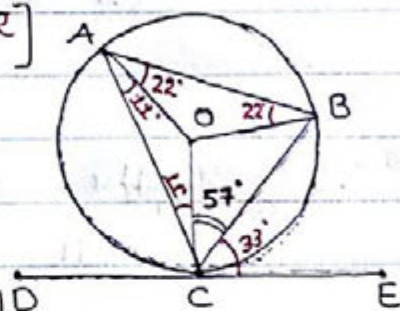
$$\therefore \angle CAB = 11^\circ + 22^\circ = 33^\circ$$

$$\therefore \angle OAB = \angle BCE = 33^\circ \quad [\text{एकान्तर वृत्तखंड के कोण}]$$

$$\therefore \angle OCB = 90^\circ - \angle BCE \quad [\because OC \perp DE]$$

$$= 90^\circ - 33^\circ$$

$$= 57^\circ$$



* यदि $a = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$ हो तो $a^2 - ax$ का मान बताएं।

a) -1

b) 0

c) 1

d) 2

Soln:- By using Componendo dividendo:-

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} = \frac{a}{1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} = \frac{a+1}{a-1}$$

$$\therefore \frac{x+2}{x-2} = \frac{(a^2+1)+2a}{(a^2+1)-2a} \quad [\text{वर्ग करने पर}]$$

Again applying Componendo dividendo,

$$\frac{x}{2} = \frac{a^2+1}{2a}$$

$$\therefore a^2+1 = ax$$

$$\therefore a^2 - ax = -1$$

* यदि $x = \sqrt{4 + \sqrt{4 - \sqrt{4 + \sqrt{4 - \dots}}}}$ हो तो x का मान कितना होगा ?

a) 4

b) $(\sqrt{3}+1)/2$

c) $(\sqrt{3}+1)/2$

d) $(\sqrt{3}-1)/2$

Soln:-

इस प्रश्न का हल एक सूत्र के प्रयोग से करेंगे,

यदि $x = \sqrt{a + \sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a - \dots}}}}$ हो

तो $x = \frac{\sqrt{4a-3}+1}{2}$

तथा

यदि $x = \sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a - \sqrt{a + \dots}}}}$ हो

तो $x = \frac{\sqrt{4a-3}-1}{2}$

पूछा गया प्रश्न में $a+$ पहले आया है

अतः $x = \frac{\sqrt{4 \times 4 - 3} + 1}{2}$
 $= \frac{\sqrt{13} + 1}{2}$

* एक समकोण त्रिभुज में लंब तथा आधार का मान क्रमशः a तथा b हैं। इस त्रिभुज में बनाये जा सकने वाले सबसे बड़े वर्ग का क्षेत्रफल a तथा b के पद में क्या होगा ?

a) $\frac{a+b}{ab}$

b) $\frac{ab}{a+b}$

c) $\left(\frac{a+b}{ab}\right)^2$

d) $\left(\frac{ab}{a+b}\right)^2$

Soln:-

माना वर्ग की भुजा = x

Figure:-

ΔABC का क्षेत्र = ΔABD का क्षेत्र + ΔCBD का क्षेत्र

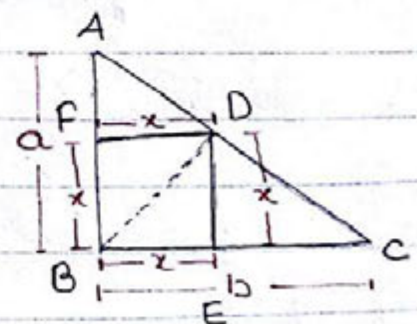
$\frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2} \times AB \times FD + \frac{1}{2} \times BC \times DE$

$\frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2} \times a \times x + \frac{1}{2} \times b \times x$

$\frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2} \times x(a+b)$

$x = \frac{ab}{a+b}$

\therefore वर्ग का क्षेत्रफल = $x^2 = \left(\frac{ab}{a+b}\right)^2$



* O केंद्र वाले वृत्त में प्रत्येक 6 cm लंबी दो समान जीवा AB तथा AC हैं। यदि वृत्त की त्रिज्या 5 cm हो तो BC का मान ज्ञात करें।

a) 2.4 cm

b) 4.8 cm

c) 9.6 cm

d) 6 cm

Soln:-

$$\therefore BO^2 - OD^2 = AB^2 - AD^2 \quad [BO^2]$$

$$\therefore (5)^2 - (x)^2 = (6)^2 - (5-x)^2$$

$$\therefore 25 - x^2 = 36 - 25 - x^2 + 10x$$

$$\therefore 10x = 50 - 36$$

$$\therefore 10x = 14$$

$$\therefore x = 7/5$$

$$\therefore BD = \sqrt{25 - (7/5)^2}$$

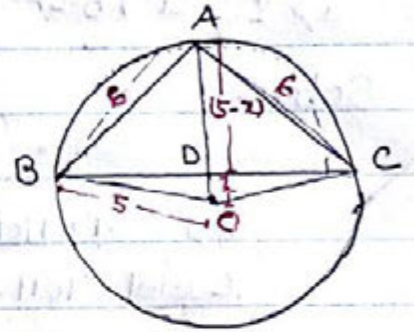
$$= \sqrt{25 - \frac{49}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{625 - 49}{25}}$$

$$= \sqrt{\frac{576}{25}} = \frac{24}{5}$$

$$\therefore BC = 2BD = 2 \times \frac{24}{5} = 9.6 \text{ cm}$$

Figure:-



* यदि $\frac{b-c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1$ हो तथा $a-b+c \neq 0$ हो तो निम्न में से कौन सा सत्य होगा ?

a) $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

b) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

c) $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$

d) $\frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a}$

Soln:-

$$\frac{b-c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1$$

$$\therefore \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1 - \frac{(b-c)}{a}$$

$$\therefore \frac{a+c}{b} \underline{= 1} + \frac{a-b}{c} \underline{= 1} = \frac{a-b+c}{a}$$

$$\therefore \frac{a-b+c}{b} + \frac{a-b+c}{c} = \frac{a-b+c}{a}$$

$$\therefore \cancel{(a-b+c)} \left\{ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right\} = \cancel{(a-b+c)} \left\{ \frac{1}{a} \right\}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

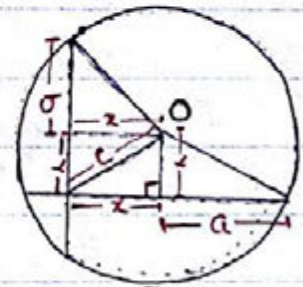
* एक वृत्त जिसका केंद्र O है की दो जीवाएँ 2a तथा 2b समकोण पर प्रतिच्छेद करती हैं। वृत्त के केंद्र से प्रतिच्छेदन बिंदु को मिलाने पर c लंबाई का एक रेखा प्राप्त होता है। वृत्त की त्रिज्या का मान a, b तथा c के पद में क्या होगा?

a) $\pm \sqrt{\frac{a^2+b^2-c^2}{2}}$ b) $\pm \sqrt{\frac{a^2+c^2-b^2}{2}}$ c) $\pm \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ d) $\pm \sqrt{\frac{a^2+b^2+2c^2}{2}}$

Soln:-

$$\therefore b^2 + x^2 = a^2 + y^2$$

केंद्र O से जीवा 2a तथा 2b पर क्रमशः y तथा x लंब डाला गया जो कि जीवाओं को दो बराबर भागों में काटेगी।



$$\therefore y^2 = \frac{c^2 - x^2}{2} \quad [\text{समकोण 4}]$$

$$\therefore b^2 + x^2 = a^2 + \frac{c^2 - x^2}{2}$$

$$\therefore 2x^2 = a^2 + c^2 - b^2$$

$$\therefore x^2 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2}$$

$$\therefore (\text{त्रिज्या})^2 = b^2 + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2}$$

$$\therefore r^2 = \frac{2b^2 + a^2 + c^2 - b^2}{2}$$

$$\therefore r = \pm \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

* O केंद्र वाले एक वृत्त का व्यास AB है। CD एक जीवा है जो वृत्त की त्रिज्या के बराबर है। AC तथा BD को बढ़ाने पर P पर मिलती हैं। $\angle APB = ?$

a) 50° b) 60° c) 70° d) 45°

Soln:- $\therefore OC = CD = OD = r, \therefore \angle OCD = \angle ODC = \angle COD = 60^\circ$ figure:-

$AO = CO [r]$ सो, $\angle OAC = \angle OCA = x$ [Let]

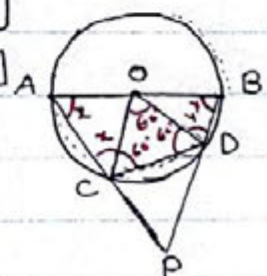
$OD = OB [r]$ सो, $\angle ODB = \angle OBD = y$ [Let]

$\therefore \angle ACD + \angle DBO = 180^\circ$ [चक्रीय चतुर्भुज]

$\therefore x + 60^\circ + y = 180^\circ$

$\therefore x + y = 120^\circ$

$\therefore \angle APB = 60^\circ [180^\circ - (x+y)]$



* यदि $\cos^2 a - \sin^2 a = \tan^2 \beta$ है, तो $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta$ का मान क्या होगा ?

- a) $\cot^2 a$ b) $\cot^2 \beta$ c) $\tan^2 a$ d) $\tan^2 \beta$

Soln:-

$$\therefore \cos^2 a - \sin^2 a = \tan^2 \beta$$

$$\Rightarrow \cos^2 a - (1 - \cos^2 a) = \tan^2 \beta$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 a - 1 = \tan^2 \beta$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 a = 1 + \tan^2 \beta$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 a = \sec^2 \beta$$

Let, $\cos^2 \beta - \sin^2 \beta = x$

उसी तरह $2\cos^2 \beta - 1 = x$

$$\Rightarrow 2\cos^2 \beta = x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sec^2 \beta} = x + 1$$

$\sec^2 \beta$ का मान रखने पर, $\frac{2}{2\cos^2 a} = x + 1$

$$\Rightarrow \sec^2 a - 1 = x$$

$$\Rightarrow x = \tan^2 a$$

* A, B तथा C एक वृत्त पर तीन बिंदु हैं। A पर स्पर्श रेखा लड़ी हुई BC को T पर मिलती है। $\angle BTA = 40^\circ$, $\angle CAT = 44^\circ$, BC द्वारा वृत्त के केंद्र पर बनाए गए कोण का मान क्या होगा ?

- a) 84° b) 96° c) 104° d) 108°

Soln: $\angle ABC = 44^\circ$ [एकान्त वृत्तखंड]

$\angle ACB = 84^\circ$ [बाह्य कोण $CAT + CTA$]

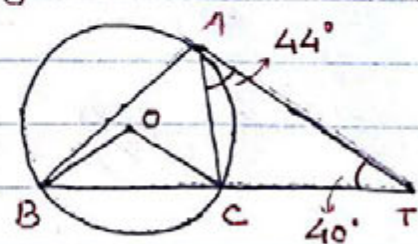
$$\therefore \angle BAC = 180 - (44 + 84)$$

$$= 180 - 128$$

$$= 52^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 2 \times 52 = 104^\circ$$
 [वृत्त के केंद्र पर बना कोण परिधि पर बने कोण का दुगुना होता है।]

Figure:-



* एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का परिमाण $2p$ cm है। तदनुसार उस त्रिभुज का क्षेत्रफल कितने वर्ग cm होगा?

- a) $(\sqrt{2}+1)p^2$ b) $(\sqrt{2}-1)p^2$ c) $(3+2\sqrt{2})p^2$ **d) $(3-2\sqrt{2})p^2$**

Soln:-

$$\because AB + BC + AC = 2p$$

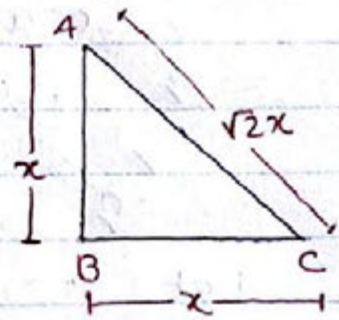
$$\therefore x + x + x\sqrt{2} = 2p$$

$$\therefore x(2 + \sqrt{2}) = 2p$$

$$\therefore x = \frac{2p}{2 + \sqrt{2}}$$

$$\therefore x = \frac{2p(2 - \sqrt{2})}{2^2 - (\sqrt{2})^2} = p(2 - \sqrt{2})$$

Figure:-



$$\therefore \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times x^2 = \frac{1}{2} \times p^2 (2 - \sqrt{2})^2$$

$$= \frac{1}{2} p^2 (6 - 4\sqrt{2})$$

$$\therefore \frac{1}{2} p^2 \cdot 2 (3 - 2\sqrt{2})$$

$$= (3 - 2\sqrt{2}) p^2$$

* यदि $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$ हो तो $\sec \theta + \tan \theta$ का मान क्या होगा?

- a) x **b) $2x$** c) $4x^2 - 1$ d) $2x^2 - 1$

Soln:-

$$\because \sec \theta = \frac{4x^2 + 1}{4x} = \frac{h}{b}$$

$$\therefore p = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$= \sqrt{(4x^2 + 1)^2 - (4x)^2}$$

$$= \sqrt{16x^4 + 1 + 8x^2 - 16x^2}$$

$$= \sqrt{16x^4 + 1 - 8x^2} = \sqrt{(4x^2 - 1)^2} = 4x^2 - 1$$

$$\therefore \sec \theta + \tan \theta$$

$$= \frac{4x^2 + 1}{4x} + \frac{4x^2 - 1}{4x} = \frac{8x^2}{4x} = 2x$$

* 50 व्यक्ति हैं और 50 डिब्बे भी हैं। उनमें पहला व्यक्ति प्रत्येक डिब्बे में 1 गोली रख देता है। दूसरा व्यक्ति हर दूसरे डिब्बे में 2 गोली रखता है। इसी तरह तीसरा व्यक्ति हर तीसरे डिब्बे में 3 गोली रखता है। इसी क्रम में 50वां व्यक्ति केवल 50वें डिब्बे में 50 गोलियां रखता है। तदनुसार 50वें डिब्बे में कुल कितनी गोलियां रखी गईं?

a) 50

b) 75

c) 79

d) 93

Soln:-

1 वा व्यक्ति 50वें डिब्बे में 1 गोली रखेगा

2 वा " " " " 2 " "

5 वा " " " " 5 " "

∴ तर्क यह है कि 50 के जितने भी गुणखंड हैं उन सब का योगफल 50वें डिब्बे में रखी गोलियों के बराबर होगा।

$$\therefore 50 = (1 \times 50), (2 \times 25), (5 \times 10)$$

$$= (1 + 2 + 5 + 10 + 25 + 50)$$

$$= 93$$

* यदि $x^2 + 2 = 2x$ हो तो $x^4 - x^3 + x^2 + 2$ का मान क्या होगा?

a) 0

b) 1

c) 2

d) x

Soln:-

$$x^2 + 2 = 2x$$

$$\Rightarrow x^4 + 4 + 4x^2 = 4x^2 \text{ [दोनों ओर } 4x^2 \text{ करने पर]}$$

$$\Rightarrow x^4 = -4$$

$$\text{तथा, } 2x - 2 = x^2 \Rightarrow 2(x-1) = x^2 \Rightarrow (x-1) = \frac{x^2}{2}$$

$$\therefore \frac{x^4 - x^3 + x^2 + 2}{2}$$

$$= \frac{-4 - x^2(x-1) + 2}{2}$$

$$= \frac{-4 - x^2 \cdot \frac{x^2}{2} + 2}{2}$$

$$= \frac{-4 - \frac{x^4}{2} + 2}{2}$$

$$= \frac{-2 - \frac{(-4)}{2}}{2}$$

$$= \frac{-2 + 2}{2} = 0$$

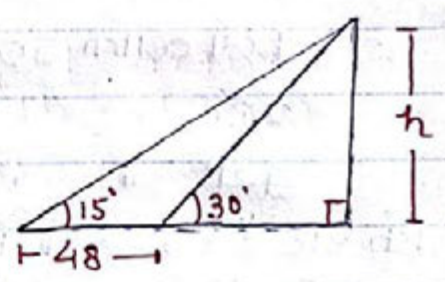
* एक मीनार के आधार तल से क्षैतिज दिशा के दो बिंदुओं A तथा B से मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण क्रमशः 15° तथा 30° हैं। तदनुसार यदि A तथा B मीनार के एक ही दिशा में हों और $AB = 48\text{m}$ हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात करें।

- a) 20 m **b) 24 m** c) 36 m d) 48 m

Soln:-

Figure:-

$$\begin{aligned} \therefore d &= h (\cot \theta_1 - \cot \theta_2) \\ \therefore 48 &= h (\cot 15^\circ - \cot 30^\circ) \\ \therefore 48 &= h (2 + \sqrt{3} - \sqrt{3}) \\ \therefore h &= \frac{48}{2} = 24\text{m} \end{aligned}$$



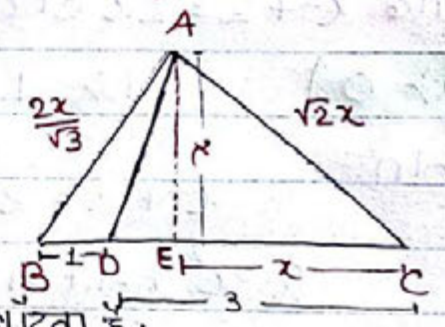
* त्रिभुज ABC में कोण B = 60° तथा कोण C = 45° और D भुजा BC को 1:3 के अनुपात में विभाजित करता है तो $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD} = ?$

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{6}$ **d) $\frac{1}{\sqrt{6}}$**

Soln:-

AE \perp BC खींचा गया।
माना $EC = x \therefore AE = x$ [$\tan 45^\circ = 1$]
 $\therefore AC = \sqrt{2}x$ [$\sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2}$]
 $\sin 60^\circ = \frac{AE}{AB}$
 $\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{AB} \Rightarrow AB = \frac{2x}{\sqrt{3}}$

Figure:-



\therefore AD भुजा BC को 1:3 के अनुपात में बाँटता है।

$$\therefore \frac{\text{Area } \triangle ABD}{\text{Area } \triangle ACD} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin \angle BAD}{\frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin \angle CAD} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2}x} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

* एक समचतुर्भुज का परिमाण $2p$ unit है और विकर्णों की लंबाई का योग m unit है तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

- a) $\frac{1}{2}(m^2 - p^2)$ b) $\frac{1}{2}(p^2 - m^2)$ **c) $\frac{1}{4}(m^2 - p^2)$** d) $\frac{1}{4}(p^2 - m^2)$

Soln:-

माना कि, $AC = 2x$ लं., $OC = x$

तथा, $BD = 2y$ लं., $BO = y$

\therefore समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$$= \frac{1}{2} \times 2x \times 2y = 2xy$$

$\therefore BD + AC = 2(x+y)$ तथा, $BC = \frac{p}{2}$ [परिमाण/4]

$$\& m = 2(x+y)$$

$$\& x+y = \frac{m}{2}$$

$\therefore \triangle OBC$ में,

$$BO^2 + OC^2 = BC^2$$

$$\& x^2 + y^2 = \frac{p^2}{4}$$

$$\& (x+y)^2 - 2xy = \frac{p^2}{4}$$

$$\& \frac{m^2}{4} - 2xy = \frac{p^2}{4}$$

$$\& 2xy = \frac{1}{4}(m^2 - p^2)$$

\therefore समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4}(m^2 - p^2)$

Short process:-

\therefore एक वर्ग भी एक समचतुर्भुज होता है।

\therefore माना कि यह एक वर्ग है।

$$\therefore BC = \frac{p}{2}$$

$$BD = \frac{m}{2} [\because AC + BD = m]$$

$$\therefore CD^2 = BD^2 - BC^2$$

$$\& a^2 = \frac{1}{4}(m^2 - p^2)$$

\therefore समचतुर्भुज (वर्ग) का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4}(m^2 - p^2)$

Figure:-

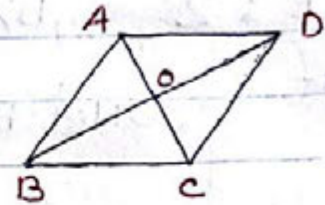
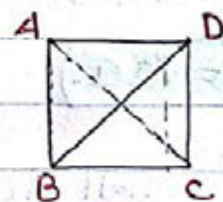


Figure:-



* एक बड़े ठोस गोलों को गलाकर समरूप लंब वृत्ताकार शंकु बनाये जाते हैं जिनकी आधार की त्रिज्या एवं ऊँचाई गोलों की त्रिज्या के बराबर हैं। इनमें से एक शंकु को गलाकर छोटा ठोस गोला बनाया जाता है। छोटे गोलों का पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा बड़े गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात होगा।

- a) 1 : 2 b) 1 : 4 c) 1 : 2^{2/3} **d) 1 : 2^{4/3}**

Soln:-

∴ गोलों की त्रिज्या (r) = शंकु की त्रिज्या (r) = शंकु की ऊँचाई (h)

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 : \frac{4}{3} \pi r^2 h$$

$$4 : 1$$

∴ बड़े गोलों के चौथाई आयतन वाला एक शंकु होगा जिसका आयतन एक छोटे गोलों के आयतन के बराबर होगा।

∴	छोटा गोला	:	बड़ा गोला
आयतन	= 1	:	4
त्रिज्या	= $\sqrt[3]{1}$:	$\sqrt[3]{4}$
क्षेत्रफल	= $(\sqrt[3]{1})^2$:	$(\sqrt[3]{4})^2$
	= 1	:	4 ^{2/3}
	= 1	:	2 ^{4/3}

* a मीटर और b मीटर लंबाई की दो जीवा क्रमशः वृत्त के केंद्र पर 60° तथा 90° का कोण अंतरित करती हैं। निम्न में से कौन सा विकल्प सही है?

- a) **b = √2 a** b) a = √2 b c) a = 2b d) b = 2a

Soln:-

माना AB तथा CD दो जीवाएँ हैं जो केंद्र पर क्रमशः 60° तथा 90° के कोण बनाते हैं।

Figure:-



∴ ABO एक समबाहु Δ होगा।

∴ त्रिज्या (AO)/(BO) = a

∴ CO = OD = a

∴ CD = $\sqrt{CO^2 + OD^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

∴ CD = b = √2 a

* AD त्रिभुज ABC के $\angle ABC$ के आंतरिक द्विभाजक का लंब है। DE को D से होकर और BC के समांतर बनाया जाता है जिससे AC पर E बिंदु पर मिल सके। यदि $AC = 12\text{cm}$ है तो AE की लंबाई कितनी होगी?

a) 3cm

b) 4cm

c) 6cm

d) 8cm

Soln:-

ED को बढ़ाया गया जो AB को F पर मिलती है। Figure:-

$$\therefore FE \parallel BC$$

$$\text{माना } \angle ABC = 2x$$

$$\therefore \angle FBD = \angle DBC = x \text{ [आंतरिक द्विभाजक]}$$

$$\angle FDB = \angle DBC = x \text{ [एकान्तकोण]}$$

$$\therefore \angle FBD = \angle FDB$$

$$\therefore FB = FD \text{ --- (i)}$$

$$\therefore \angle AFD = \angle FBD + \angle FDB = 2x \text{ [बाह्यकोण]}$$

$$\text{तथा, } \angle ADF = \angle ADB - \angle FDB = 90^\circ - x$$

$$\therefore \angle AFD + \angle ADF + \angle FAD = 180^\circ$$

$$\therefore 2x + (90^\circ - x) + \angle FAD = 180^\circ$$

$$\therefore 90^\circ + x + \angle FAD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle FAD = 90^\circ - x$$

$$\therefore \angle FAD = \angle FDA$$

$$\therefore AF = FD \text{ --- (ii)}$$

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$AF = FB$$

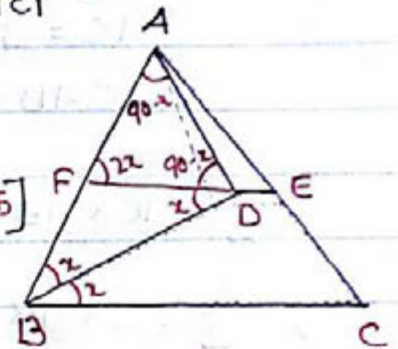
$$\therefore AE = EC \text{ [थलेस प्रमेय से } \because FE \parallel BC]$$

$$\therefore AE + EC = 12$$

$$\therefore AE + AE = 12$$

$$\therefore 2AE = 12$$

$$\therefore AE = 6$$



* त्रिभुज ABC के कोण A का समद्विभाजक BC पर बिंदु D पर मिलता है। यदि $AB=4$, $AC=3$ तथा $\angle A=60^\circ$ हो तो AD की लंबाई कितनी होगी?

a) $2\sqrt{3}$

b) $12\sqrt{3}/7$

c) $15\sqrt{3}/7$

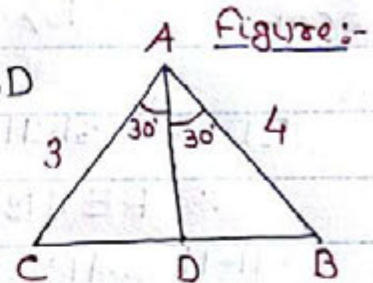
d) $6\sqrt{3}/7$

Soln:-

$$\because \text{Ar. } \triangle ABC = \text{Ar. } \triangle ACD + \text{Ar. } \triangle ABD$$

$$AC = 3, AB = 4$$

$$\angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$$



$$\because \frac{1}{2} \times AC \times AB \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin 30^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times AD \times \sin 30^\circ (AC + AB)$$

$$\therefore 6\sqrt{3} = AD \times \frac{1}{2} \times (3+4)$$

$$\therefore 6\sqrt{3} = AD \times \frac{1}{2} \times 7$$

$$\therefore AD = 12\sqrt{3}/7$$

* यदि $a+b=1$, $c+d=1$ और $a-b = \frac{d}{c}$ तो c^2-d^2 का मान क्या होगा?

a) a/b

b) -1

c) b/a

d) \pm

Soln:-

$$\because (a+b) + (a-b) = 1 + \frac{d}{c}$$

$$\therefore 2a = \frac{c+d}{c}$$

$$\text{तथा, } (a+b) - (a-b) = 1 - \frac{d}{c}$$

$$\therefore 2b = \frac{c-d}{c}$$

$$\therefore \frac{2a}{2b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{c-d} \quad [\because c+d=1]$$

$$\therefore c-d = \frac{b}{a}$$

$$\because c^2-d^2$$

$$= (c+d)(c-d)$$

$$= 1 \times (c-d)$$

$$= 1 \times b/a$$

$$= b/a$$

* त्रिभुज ABC में, $\angle BAC$ का द्विभाजक BC को D पर और त्रिभुज ABC के परिवृत्त को E पर काटता है। यदि $AB:AD=5:3$ हो तो $AE:AC=?$

a) 3:5

b) 5:3

c) 3:2

d) 2:3

Soln:- त्रिभुज ABD तथा त्रिभुज AEC में,

$\angle BAD = \angle EAC$ [$\angle A$ का द्विभाजक]

$\angle ABD = \angle AEC$ [समान चाप द्वारा परिधि पर समकोण]

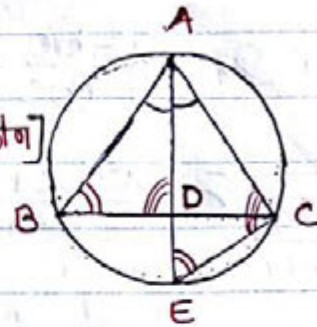
\therefore शेष $\angle ADB = \angle ACE$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle AEC$

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{5}{3}$ [$\because AB/AD = 5/3$]

Figure:-



विगत पूछे गए प्रश्न से हम एक formula भी derive कर सकते हैं।

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$

$\Rightarrow AB \cdot AC = AD \cdot AE$

$\Rightarrow AB \cdot AC = AE(AE - DE)$

$\Rightarrow AB \cdot AC = AE^2 - AE \cdot DE$

$\Rightarrow AB \cdot AC + DE \cdot AE = AE^2$

* यदि $a(\tan\theta + \cot\theta) = 1$, $\sin\theta + \cos\theta = b$ हो तो a तथा b के बीच क्या संबंध है?

a) $2a = b^2 + 1$

b) $b^2 = 2(a+1)$

c) $b^2 = 2(a-1)$

d) $2a = b^2 - 1$

Soln:- $a\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) = 1$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cdot \cos\theta = b^2$

$\Rightarrow a\left(\frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta}\right) = 1$

$\Rightarrow 1 + 2a = b^2$

$\Rightarrow \sin\theta \cdot \cos\theta = a$

$\Rightarrow 2a = b^2 - 1$

* यदि $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ca}{b^2+ca} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$ हो, तो $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$
 a) 0 b) 1 **c) 2** d) -1

Soln:-

$$\therefore \frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ca}{b^2+ca} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$$

$$\therefore \frac{a^2-bc}{a^2+bc} + 1 + \frac{b^2-ca}{b^2+ca} + 1 + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} + 1 = 1 + 3$$

$$\therefore \frac{a^2-bc+a^2+bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ca+b^2+ca}{b^2+ca} + \frac{c^2-ab+c^2+ab}{c^2+ab} = 4$$

$$\therefore 2 \left(\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} \right) = 4$$

$$\therefore \frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} = 2$$

* यदि $bc+ab+ca=abc$, तो $\frac{b+c}{bc(a-1)} + \frac{a+c}{ac(b-1)} + \frac{a+b}{ab(c-1)} = ?$
a) 1 b) 0 c) -1/2 d) 1/2

Soln:-

$$\therefore ab+bc+ca=abc$$

$$\therefore ab+ac = abc - bc \quad | \quad ab+bc = abc - ac \quad | \quad bc+ca = abc - ab$$

$$\therefore ab+ac = bc(a-1) \quad | \quad ab+bc = ac(b-1) \quad | \quad bc+ca = ab(c-1)$$

$$\therefore \frac{b+c}{bc(a-1)} + \frac{a+c}{ac(b-1)} + \frac{a+b}{ab(c-1)}$$

$$= \frac{b+c}{ab+ac} + \frac{a+c}{ab+bc} + \frac{a+b}{bc+ca}$$

$$= \frac{(b+c)}{a(b+c)} + \frac{(a+c)}{b(a+c)} + \frac{(a+b)}{c(a+b)}$$

$$= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$= \frac{ab+bc+ca}{abc}$$

$$= \frac{abc}{abc} = 1$$

* यदि $2x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$, $a > 0$, तो $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$ का मान क्या होगा?

- a) $a-1$ b) $a+1$ c) $\frac{1}{2}(a+1)$ d) $\frac{1}{2}(a-1)$

Soln:-

$$\because 2x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$\therefore x = \frac{a+1}{2\sqrt{a}}$$

$$\therefore x^2 = \frac{(a+1)^2}{4a}$$

$$\therefore x^2 - 1 = \frac{(a+1)^2 - 4a}{4a}$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{\frac{(a-1)^2}{4a}}$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 1} = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$$

$$= \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$\frac{\frac{a-1}{2\sqrt{a}} - \frac{a-1}{2\sqrt{a}}}{\frac{a+1}{2\sqrt{a}} - \frac{a-1}{2\sqrt{a}}}$$

$$= \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$\frac{2}{2\sqrt{a}}$$

$$= \frac{1}{2}(a-1)$$

* यदि x और $1/x$ का औसत A है तो x^3 और $1/x^3$ का औसत क्या होगा?

- a) $4A^3 - A$ b) $4A^3 - 3A$ c) $4A^3 - 2A$ d) $4A^3 - 4A$

Soln:-

$\because x$ तथा $1/x$ का औसत A है

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2A$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x} \right) = 8A^3$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 2A = 8A^3$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 8A^3 - 6A$$

$$\therefore x^3 \text{ तथा } 1/x^3 \text{ का औसत} = \frac{8A^3 - 6A}{2}$$

$$= \frac{2(4A^3 - 3A)}{2}$$

$$= 4A^3 - 3A$$

$$= 4A^3 - 3A$$

* एक शंकु की त्रिज्या उसके ऊँचाई का $\sqrt{2}$ गुणा है। उस शंकु से अधिकतम आयतन वाला घन काटा जाता है। शंकु के आयतन का घन के आयतन से क्या अनुपात है?

a) $3.18\pi : 1$

b) $2.25\pi : 1$

c) $2.35\pi : 1$

d) $2.45\pi : 1$

Soln:-

Figure:-1

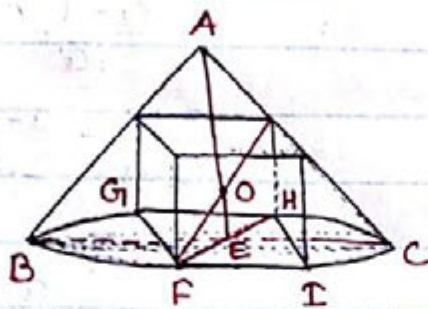
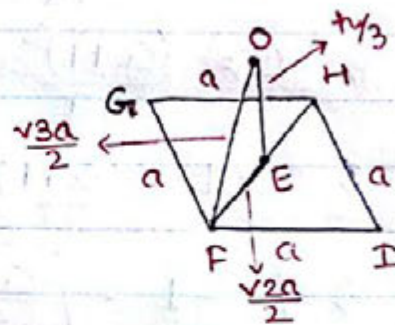


Figure:-2



चित्रांकित शंकु से अधिकतम आकार (आयतन) वाला घन तभी संभव है जब शंकु के ऊँचाई के केंद्रक (O) से घन का विकर्ण गुजरता हो तथा केंद्रक (O) घन के विकर्ण का मध्य बिंदु हो।

यदि $AE = h$ तो $OE = h/3$ [केंद्रक 2:1 में बाँटता है]

तथा, $BE = \sqrt{2}h$

माना कि घन की प्रत्येक भुजा = a

\therefore घन के विकर्ण का आधा (OF) = $\sqrt{3}a/2$

तथा घन के आधार के विकर्ण का आधा (FE) = $\sqrt{2}a/2$

\therefore चित्र (2) में,

$$OF^2 - FE^2 = OE^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 = \left(\frac{h}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{4} = \frac{h^2}{9}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4h^2}{9}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2h}{3}$$

\therefore आयतन

$$\frac{\pi(\sqrt{2}h)^2 \times h}{3} : \left(\frac{2h}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi h^3}{3} : \frac{8h^3}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{9\pi}{4} : 1$$

$$\Rightarrow 2.25\pi : 1$$

* यदि $\frac{\sqrt{a+2b} + \sqrt{a-2b}}{\sqrt{a+2b} - \sqrt{a-2b}} = \sqrt{3}$ हो तो $a:b$ का मान क्या होगा?

- a) $2:\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}:4$ c) $\sqrt{3}:2$ **d) $4:\sqrt{3}$**

Soln:-
$$\frac{\sqrt{a+2b} + \sqrt{a-2b}}{\sqrt{a+2b} - \sqrt{a-2b}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

Componendo dividendo (योगांतर निष्पत्ति) करने पर

$$\frac{\sqrt{a+2b}}{\sqrt{a-2b}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

Square करने पर,

$$\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}}$$

फिर comp. divid. करने पर,

$$\frac{a}{2b} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$$

$$\therefore a:b = 4:\sqrt{3}$$

* यदि $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = 4$ हो तो $a:b$ क्या होगा?

- a) $2:1$ b) $1:2$ c) $(\sqrt{3}+1):(\sqrt{3}-1)$ **d) $(2+\sqrt{3}):(2-\sqrt{3})$**

Soln:-

$$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = 4$$

$$\therefore \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} = \frac{2}{1}$$

Comp. divid.
$$\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a+b-2\sqrt{ab}} = \frac{2+1}{2-1}$$

$$\therefore \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{3}{1}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

Again Comp divid.
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2(2-\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

* यदि $a + \frac{1}{a} = -1$ हो तो $(1-a+a^2)(1+a-a^2)$ का मान क्या होगा?
 a) -1 b) 1 c) -4 **d) 4**

Soln:- $a + \frac{1}{a} = -1$

$$a^2 + 1 = -a \quad / \quad -a^2 = 1 + a \quad \dots\dots (i)$$

$$\& a^2 + a + 1 = 0$$

$$\& (a-1)(a^2+a+1) = 0$$

$$\& a^3 - 1^3 = 0$$

$$\& a^3 = 1 \quad \dots\dots (ii)$$

Now,

$$\left(\underset{\downarrow}{1+a^2-a} \right) \left(\underset{\downarrow}{1+a-a^2} \right)$$

$$= (-a-a)(-a^2-a^2)$$

$$= -2a \times -2a^2$$

$$= 4a^3$$

$$= 4 \times 1 = 4$$

* यदि $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$ हो तो $a^2 b^2 c^2$ का मान क्या होगा?

a) 1 b) -1 c) 2 d) -2

Soln:-

$$a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} \quad b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a} \quad c + \frac{1}{a} = a + \frac{1}{b}$$

$$\& \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = b - a \quad \& \frac{1}{c} - \frac{1}{a} = c - b \quad \& \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = a - c$$

$$\& \frac{c-b}{bc} = b-a \quad \& \frac{a-c}{ac} = c-b \quad \& \frac{b-a}{ab} = a-c$$

$$\& bc = \frac{c-b}{b-a} \quad \& ac = \frac{a-c}{c-b} \quad \& ab = \frac{b-a}{a-c}$$

$$\therefore bc \times ac \times ab = \frac{(c-b)}{(b-a)} \times \frac{(a-c)}{(c-b)} \times \frac{(b-a)}{(a-c)}$$

$$\& a^2 b^2 c^2 = 1$$

* एक समकोण त्रिभुज के दोनो न्यूनकोण वाले शीर्षों से खींची गई माध्यिकाएँ एक दूसरे को 30° के कोण पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि उस समकोण त्रिभुज के कर्ण की लंबाई 3 unit है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल वहाँ इसकाई में क्या होगा?

a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}$

c) 3

d) 9

Soln:-

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\therefore y^2 + x^2 = 9$$

$$BD = x/2, BE = y/2$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} \Rightarrow \sqrt{y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{4y^2 + x^2}{4}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3y^2 + x^2 + y^2}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3y^2 + 9}}{2}$$

$$\therefore FD = AD \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3y^2 + 9}}{6} \quad [\because \text{केंद्रक माध्यिका को 2:1 में बाँटता है}]$$

उसी प्रकार,

$$CE = \frac{\sqrt{3x^2 + 9}}{2} \quad \therefore CF = \frac{2\sqrt{3x^2 + 9}}{6} \quad [CE \text{ का } \frac{2}{3}]$$

$$\therefore \Delta CFD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{6} \quad [\text{माध्यिकाएँ } \Delta \text{ को 6 बराबर भाग वाले क्षेत्रफल में बाँटती हैं।}]$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times FD \times CF \times \sin 30^\circ = \left(\frac{1}{2} \times x \times y \right) \times \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3y^2 + 9}}{6} \times \frac{\sqrt{3x^2 + 9}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{xy}{12}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3y^2 + 9})(\sqrt{3x^2 + 9}) = 6xy$$

$$\Rightarrow (3y^2 + 9)(3x^2 + 9) = 36x^2y^2$$

$$\Rightarrow 9x^2y^2 + 27(x^2 + y^2) + 81 = 36x^2y^2$$

$$\Rightarrow 27x^2y^2 + 81 = 36x^2y^2 - 9x^2y^2$$

$$\Rightarrow 24x^2y^2 = 24(9 + 3)$$

$$\Rightarrow x^2y^2 = 12$$

$$\Rightarrow xy = 2\sqrt{3}$$

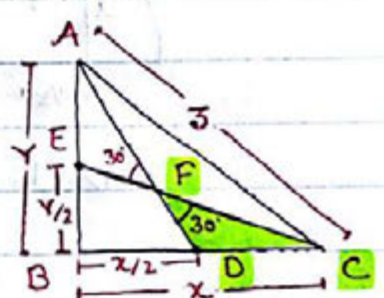
$$\therefore \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times y$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}$$

Figure:-



* किसी अर्धवृत्त में लंब अंतः वर्ग तथा पूर्णवृत्त में लंब अंतः वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा यदि अर्धवृत्त व पूर्णवृत्त की त्रिज्याएं समान हों?

a) 2 : 3

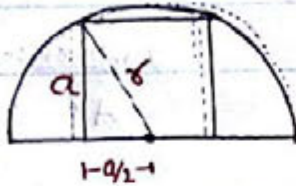
b) 3 : 4

c) 2 : 5

d) 5 : 7

Soln:-

Figure :- 1



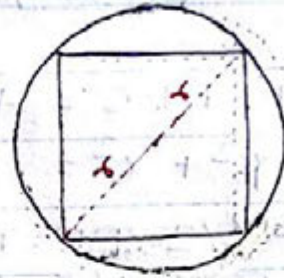
चित्र (1) से,

$$a^2 + \frac{a^2}{4} = r^2$$

$$\Rightarrow \frac{5a^2}{4} = r^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4r^2}{5}$$

Figure :- 2



चित्र (2) से,

$$\sqrt{2}a = 2r$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{2}r$$

$$\Rightarrow a^2 = 2r^2$$

∴ अंतवृत्त में लंब वर्ग का क्षेत्रफल : पूर्णवृत्त में लंब वर्ग का क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \frac{4r^2}{5} : 2r^2$$

$$\Rightarrow 2 : 5$$

* यदि $\cot\theta + \cos\theta = p$ तथा $\cot\theta - \cos\theta = q$ होतों $(p^2 - q^2)^2 = ?$

a) 16pq

b) 8pq

c) 4pq

d) 12pq

Soln:-

$$\therefore p \times q = (\cot\theta + \cos\theta)(\cot\theta - \cos\theta)$$

$$= \cot^2\theta - \cos^2\theta$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta$$

$$= \frac{\cos^2\theta(1 - \sin^2\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$= \cot^2\theta \cdot \cos^2\theta$$

$$\text{तथा, } p^2 - q^2 = (\cot\theta + \cos\theta)^2 - (\cot\theta - \cos\theta)^2$$

$$= 4 \cot\theta \cdot \cos\theta \quad [\because (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$$

$$\therefore (p^2 - q^2)^2 = (4 \cot\theta \cdot \cos\theta)^2$$

$$= 16 \cot^2\theta \cdot \cos^2\theta$$

$$= 16pq$$

* $\frac{\cos^3\theta + \sin^3\theta}{\cos\theta + \sin\theta} + \frac{\cos^3\theta - \sin^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = ?$

a) 1

b) -1

c) 0

d) 2

Soln:-

$$\frac{\cos^3\theta + \sin^3\theta}{\cos\theta + \sin\theta} + \frac{\cos^3\theta - \sin^3\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$$

$$\text{Let } \cos\theta = a, \sin\theta = b$$

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} + \frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b)}{a+b} + \frac{(a-b)^3 + 3ab(a-b)}{a-b}$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b)[(a+b)^2 - 3ab]}{(a+b)} + \frac{(a-b)[(a-b)^2 + 3ab]}{(a-b)}$$

$$= (a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$= 2(a^2 + b^2) \Rightarrow 2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 2 \times 1 = 2$$

* यदि $(x)^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ हो तो x का मान क्या होगा?

a) 1

b) $3/2$

c) $9/4$

d) $4/9$

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न में हम दोनों तरफ 'base' को बराबर कर आसानीपूर्वक हल कर सकते हैं।

$$(x)^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^{2x\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^{3x}$$

$$\Rightarrow 2x\sqrt{x} = 3x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 3/2$$

$$\Rightarrow x = 9/4$$

* यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ हो, तो $x^2 - 4x + 2$ का मान क्या होगा?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Soln:-

इस प्रकार के प्रश्न में जिस पद का मान निकालने का कहा गया हो उसमें कोई अतिरिक्त पद जोड़ घटा कर यदि उसे पूर्ण वर्ग में परिवर्तित किया जा सके तो आवश्यक पद का मान ज्ञात करने में हमें काफी आसानी होगी।

$$x^2 - 4x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 2 + 2 - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 2$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 - 2$$

$$\Rightarrow (2 + \sqrt{3} - 2)^2 - 2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3})^2 - 2$$

$$\Rightarrow 3 - 2$$

$$\Rightarrow 1$$

* यदि $x^2 + a^2 = y^2 + b^2 = ax + by = 1$ हो, तो $a^2 + b^2$ का मान क्या होगा?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 0

Soln:-

$$\therefore x^2 + a^2 = y^2 + b^2 = ax + by = 1$$

$$\& (x^2 + a^2) + (y^2 + b^2) = 1 + 1$$

$$\& (x^2 + a^2) + (y^2 + b^2) = 2$$

$$\& x(x^2 + a^2) + y(y^2 + b^2) = 2(ax + by)$$

$$[\because ax + by = 1]$$

$$\& (x^2 + a^2 - 2ax) + (y^2 + b^2 - 2by) = 0$$

$$\& (x - a)^2 + (y - b)^2 = 0$$

$$\& x - a = 0, x = a$$

$$y - b = 0, y = b$$

$$\therefore x^2 + a^2 = 1 \quad y^2 + b^2 = 1$$

$$a^2 + a^2 = 1 \quad b^2 + b^2 = 1$$

$$2a^2 = 1 \quad 2b^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{1}{2} \quad b^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Trick
 $y = \frac{1}{x}$ मानें
 $x = \frac{1}{y}$

$$a = \frac{1}{x}$$

$$b = \frac{1}{y}$$

तो इसी प्रकार
 को खतरा
 होता है।

* यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ हो तो $x^{17} + \frac{1}{x^{17}}$ का मान क्या होगा?

a) 1

b) 2

c) $\sqrt{3}$

d) $-\sqrt{3}$

Soln:- $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ हो तो, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0 \Rightarrow x^6 + 1 = 0 \Rightarrow x^6 = -1$

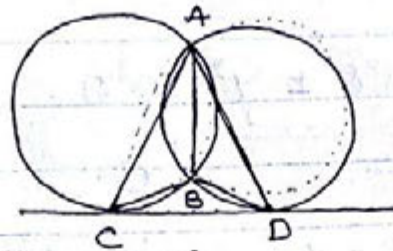
$$x^{17} + \frac{1}{x^{17}} = \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}}$$

$$= \frac{(x^6)^3}{x} + \frac{x}{(x^6)^3}$$

$$= \frac{-1}{x} + \frac{x}{-1} = -\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -\sqrt{3}$$

* दिये गए चित्र में $\angle CAD$ एवं $\angle CBD$ का योगफल ज्ञात करें।



a) 100°

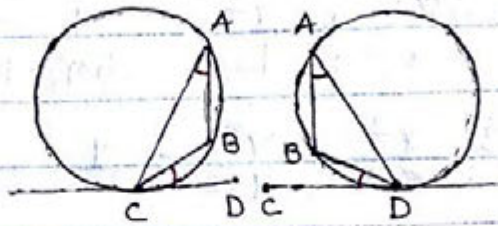
b) 120°

c) 150°

d) 180°

Soln:-

दिये गए चित्र को यदि अलग किया जाय



$\angle BCD = \angle BAC$
 तथा, $\angle BDC = \angle BAD$ [एकान्तर वृत्तखंड के कोण]

अब $\triangle BCD$ में,

$$\angle BCD + \angle BDC + \angle CBD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BAD + \angle CBD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$$

* यदि $x = \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}} - \alpha$ हो तो x का मान क्या होगा?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 4

Soln:-

$$\because x = \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}} - \alpha$$

$$\therefore x^2 = 2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4}}} - \alpha$$

$$\therefore (x^2)^3 = (2)^3 \cdot 4 \cdot \sqrt{2\sqrt[3]{4}}$$

$$\therefore x^6 = 8 \times 4 \times x$$

$$\therefore x^5 = 32x$$

$$\therefore x^5 = 32$$

$$\therefore x = 2$$

* ABC एक त्रिभुज है जिसके अंतः वृत्त की त्रिज्या 4cm है तथा भुजा BC को D पर स्पर्श करती है। यदि $BD = 8$ तथा $CD = 7$ हो तो भुजा AB का मान कितना होगा ?

a) 13 cm

b) 14 cm

c) 15 cm

d) 16 cm.

Soln:-

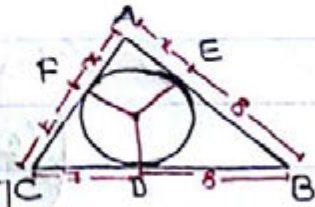
$\therefore BD = BE$ [बाह्य बिंदु से स्पर्श रेखा]

$CD = CF$ ["]

$AF = AE$ ["]

$BD = BE = 8, CD = CF = 7, AF = AE = x$ [Let]

Figure:-



$$\therefore r = \frac{\Delta}{S}$$

$$\therefore \Delta = \frac{\sqrt{(15+x) \times x \times x \times 7 \times 8}}{(15+x)}$$

$$S = \frac{30+2x}{2} = 15+x$$

$$\Delta = \sqrt{(15+x)(15+x-15)(15+x-8)(15+x-7)}$$

$$\therefore 60+4x = \sqrt{840x+56x^2}$$

$$\therefore 3600+16x^2+480x = 840x+56x^2 \text{ [Sq. both side]}$$

$$\therefore 40x^2+360x-3600=0$$

$$\therefore x^2+9x-90=0$$

$$\therefore x^2+15x-6x-90=0$$

$$\therefore (x+15)(x-6)=0$$

$$x = -15 \text{ [Not possible] so, } x = 6$$

$$\therefore AB = (8+x) = (8+6) = 14$$

Short process:-

अगर $BD = a, CD = b$ तथा $AF = c$ हो तो,

$$a+b+c = \frac{abc}{r^2}$$

प्रश्न में,

$$BD = a = 8, CD = b = 7, AF = c$$

$$\therefore 8+7+c = \frac{8 \times 7 \times c}{4^2}$$

$$\therefore 15+c = \frac{56c}{16}$$

$$\therefore 30+2c = 7c$$

$$\therefore 5c = 30, c = 6$$

$$\therefore AB = (8+c)$$

$$= 8+6$$

$$= 14$$

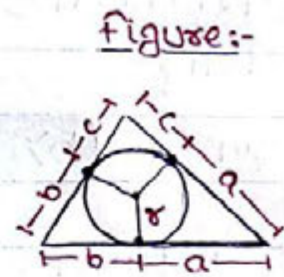
* Derivation of formula :-

$$\because r = \frac{\Delta}{s}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{(a+b+c)abc}}{(a+b+c)}$$

$$\therefore r^2 (a+b+c)^2 = (a+b+c)abc$$

$$\therefore (a+b+c) = \frac{abc}{r^2}$$



* यदि $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$ हो तो $x^3 + 3bx$ का मान क्या होगा?

a) 0

b) a

c) 2a

d) 1

Soln:-

$$x^3 = (\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}})^3$$

$$\therefore x^3 = a + \sqrt{a^2 + b^3} + a - \sqrt{a^2 + b^3} + 3\sqrt[3]{a^2 - (\sqrt{a^2 + b^3})^2} \cdot x$$

$$\therefore x^3 = 2a + 3\sqrt[3]{a^2 - a^2 - b^3} x$$

$$\therefore x^3 = 2a - 3bx$$

$$\therefore x^3 + 3bx = 2a$$

* समांतर चतुर्भुज ABCD में p तथा q, BC तथा DC के मध्य बिंदु हो तो ΔAPQ का क्षेत्रफल कितना होगा यदि चतुर्भुज का क्षेत्रफल 24 cm^2 हो?

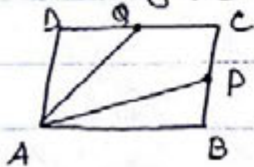
a) 6 cm^2

b) 9 cm^2

c) 10 cm^2

d) 12 cm^2

Soln:- figure:-1



$$\begin{aligned} \text{Ar. } \Delta APQ &= \frac{\text{Ar. } \square ABCD}{2} \\ &= 12 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

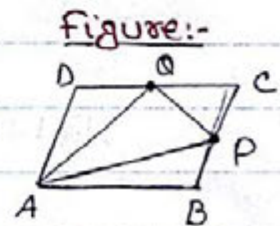
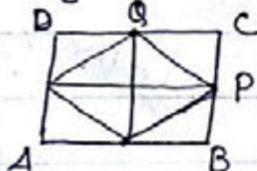


Figure:-2



$$\text{Ar. } \Delta PCQ = \frac{\text{Ar. } \square ABCD}{8} = 3 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Ar. } \Delta APQ &= \text{Ar. } \square APCQ - \text{Ar. } \Delta PCQ \\ &= (12 - 3) = 9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

* एक त्रिभुज ABC में $\angle BCA = 60^\circ$ तथा $AB^2 = BC^2 + CA^2 + x$ हो तो $x = ?$

a) $(BC)(CA)$

b) $-(BC)(CA)$

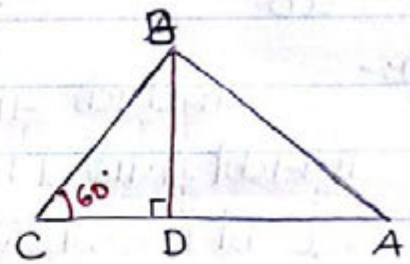
c) $(AB)(BC)$

d) 0

Soln:-

$BD \perp CA$ खींचा गया

Figure:-



$\cos 60^\circ = \frac{CD}{BC}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{CD}{BC}$

$\therefore CD = \frac{BC}{2}$

अब, $AB^2 = \underbrace{BD^2}_{BC^2 - CD^2} + \underbrace{AD^2}_{(AC - CD)^2}$
 $= BC^2 - CD^2 + (AC - CD)^2$
 $= BC^2 - CD^2 + AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD$
 $= BC^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot \frac{BC}{2}$

$\therefore AB^2 = BC^2 + AC^2 - AC \cdot BC$

$\therefore x = -(BC) \cdot (AC)$

* यदि $x^2 + x = 5$ हो तो $(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3}$ का मान कितना होगा?

a) 110

b) 125

c) 140

d) 225

Soln:-

$(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3}$

$= \left\{ (x+3) + \frac{1}{(x+3)} \right\}^3 - 3 \cdot (x+3) \cdot \frac{1}{(x+3)} \left\{ (x+3) + \frac{1}{(x+3)} \right\}$

$= \left\{ \frac{x^2 + 6x + 10}{x+3} \right\}^3 - 3 \left\{ \frac{x^2 + 6x + 10}{x+3} \right\}$

$= \left\{ \frac{x^2 + x + 5x + 10}{x+3} \right\}^3 - 3 \left\{ \frac{x^2 + x + 5x + 10}{x+3} \right\}$

$= \left\{ \frac{5x + 15}{x+3} \right\}^3 - 3 \left\{ \frac{5x + 15}{x+3} \right\}$

$[\because x^2 + x = 5, \text{ so } 5x + 10 + 5 = 5x + 15]$

$= \left\{ \frac{5(x+3)}{(x+3)} \right\}^3 - 3 \left\{ \frac{5(x+3)}{(x+3)} \right\}$

$= 125 - 15 = 110$

* यदि 'a' मीटर व 'b' मीटर ऊँचाई के दो खंभे 'p' दूरी पर स्थित हैं, तो प्रत्येक खंभे के शीर्ष की विपरीत खंभे के पाद से मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिंदु की ऊँचाई क्या होगी?

a) $\frac{(a+b)}{ab}$

b) $\frac{b-a}{ab}$

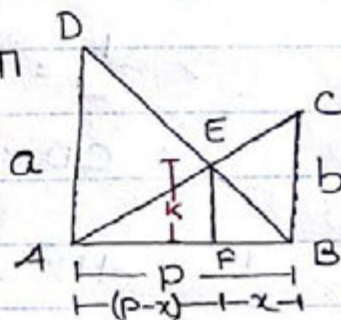
c) $\frac{ab}{a+b}$

d) $\frac{ab}{b-a}$

Soln:-

माना कि AD तथा BC दो खंभे हैं जिनकी ऊँचाई क्रमशः a तथा b हैं। AC तथा BD को मिलाने पर E पर प्रतिच्छेद करते हैं। EF ⊥ AB तो EF = k, FB = x तो AF = (p-x)

Figure:-



Δ ABC में, $\frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$

∴ $\frac{p-x}{p} = \frac{k}{b}$

Δ ABD में,

$\frac{FB}{BA} = \frac{EF}{AD}$

∴ $\frac{x}{p} = \frac{k}{a}$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर,

$\frac{p-x}{p} + \frac{x}{p} = \frac{k}{a} + \frac{k}{b}$

∴ $\frac{p-x+x}{p} = \frac{k(a+b)}{ab}$

∴ $k = \frac{ab}{a+b}$

* यदि $47.2506 = 4A + \frac{7}{B} + 2C + \frac{5}{D} + 6E$ हो तो $5A + 3B + 6C + D + 3E = ?$

a) 150.3603

b) 153.6003

c) 153.60003 d) 150.6030

Soln:-

$4A + \frac{7}{B} + 2C + \frac{5}{D} + 6E = 40 + 7 + 0.2 + 0.05 + 0.0006$

So, $4A = 40 \mid \frac{7}{B} = 7 \mid 2C = 0.2 \mid \frac{5}{D} = 0.05 \mid 6E = 0.0006$

$A = 10 \mid B = 1 \mid C = 0.1 \mid D = 100 \mid E = 0.0001$

then, $5A + 3B + 6C + D + 3E$

$= 5 \times 10 + 3 \times 1 + 6 \times 0.1 + 100 + 3 \times 0.0001$

$= 50 + 3 + 0.6 + 100 + 0.0003$

$= 153.6003$

* ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें $AB : AD = 2 : 1$ है। समांतर चतुर्भुज का एक कोण 60° है। समांतर चतुर्भुज के विकर्णों का अनुपात क्या होगा?

a) $\sqrt{7} : \sqrt{3}$

b) $7 : 3$

c) $\sqrt{7} : \sqrt{5}$

d) $7 : 5$

Soln:- $DE \perp AB$ तथा $CF \perp AB$ खींचा गया।

Figure:-

$\triangle ADE$ में,

$$\sin 60^\circ = \frac{DE}{AD} = \frac{DE}{2x}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DE}{2x}$$

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

$$\therefore AE = \sqrt{x^2 - \frac{3x^2}{4}} = \frac{x}{2}$$

$$BE = AB - AE = 2x - \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

$$\text{तथा, } AF = AB + BF = 2x + \frac{x}{2} = \frac{5x}{2}$$

$$\therefore \frac{AC^2}{DB^2} = \frac{AF^2 + CF^2}{BE^2 + DE^2}$$

$$\frac{AC^2}{DB^2} = \frac{\left(\frac{5x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^2}{\left(\frac{3x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^2} \quad [\because DE = CF]$$

$$\therefore \frac{AC^2}{DB^2} = \frac{\frac{25x^2}{4} + \frac{3x^2}{4}}{\frac{9x^2}{4} + \frac{3x^2}{4}}$$

$$\therefore \frac{AC^2}{DB^2} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{AC}{DB} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

Short process:-

यदि इस प्रकार के प्रश्न में कोण का मान 60° दिया हो तथा बड़ी भुजा का मान a और छोटी भुजा का मान b हो तो:-

$$\frac{\text{बड़ा विकर्ण}}{\text{छोटा विकर्ण}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2 + b^2 - ab}}$$

$$\therefore \frac{AC}{DB} = \sqrt{\frac{(2)^2 + (1)^2 + 2 \times 1}{(2)^2 + (1)^2 - 2 \times 1}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

* Derivation of formula :-

DE ⊥ AB तथा CF ⊥ AB खींचा गया
 Δ ADE में,

$$\sin 60^\circ = \frac{DE}{AD}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DE}{b}$$

$$\therefore DE = \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{b^2 - \frac{3b^2}{4}} = \frac{b}{2}$$

$$BE = AB - AE = a - \frac{b}{2} = \frac{2a-b}{2}$$

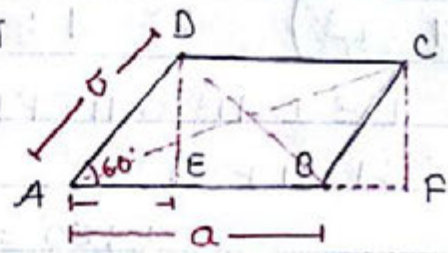
$$\text{तथा } AF = AB + BF = a + \frac{b}{2} = \frac{2a+b}{2}$$

$$\therefore \frac{AC^2}{BD^2} = \frac{AF^2 + FC^2}{BE^2 + DE^2} = \frac{\left(\frac{2a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{b\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(\frac{2a-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{b\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\therefore \frac{AC^2}{BD^2} = \frac{4a^2 + b^2 + 4ab + 3b^2}{4a^2 + b^2 - 4ab + 3b^2}$$

$$\therefore \frac{AC^2}{BD^2} = \frac{4(a^2 + b^2 + ab)}{4(a^2 + b^2 - ab)}$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2 + b^2 - ab}}$$



* यदि $x = \sqrt{a^3/b} \cdot \sqrt{a^3/b} = \alpha$ हो तो x का मान क्या होगा?

a) $\sqrt[3]{a^3 b}$

b) $\sqrt{a^3 b}$

c) $\sqrt[4]{a^3 b}$

d) $\sqrt[5]{a^3 b}$

Soln:- $\therefore x = \sqrt{a^3/b} \cdot \sqrt{a^3/b} = \alpha$

$$\therefore x^2 = a \cdot \sqrt[3]{b \cdot \frac{a^3}{b}} = \alpha$$

$$\therefore (x^2)^3 = a^3 \cdot b \cdot x$$

$$\therefore x^6 = a^3 b x$$

$$\therefore x = \sqrt[5]{a^3 b}$$