ഗണിതം

Resource Team :

1. **Narayanan K.**
   BAR HSS Bovikkanam
2. **Gireesh Babu A.**
   GHSS Mogral Puthur
3. **Rajagopalan M.K.**
   GHSS Uppilikai
4. **Premarajan N.P.**
   GHSS Kakkat

ആമുഖം

പ്രിയ കുട്ടികളെ,

ഈ വർഷം 2012 മാർച്ച് എസ്.എസ്.എൽ.സി. പരീക്ഷയ്ക്ക് തയ്യാറെടുക്കുന്ന കുട്ടികൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ആത്മവിശ്വാസം നേടാനും, പിന്നോക്കം നിൽക്കുന്നവരുടെ പഠനശേഷി വർദ്ധിപ്പിക്കാനും സഹായകരമാകുന്ന വിധത്തിലുള്ള ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളാണ് വരും ഭാഗങ്ങളിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. ഇതിലെ ഓരോ പ്രശ്നങ്ങളും കുട്ടികൾ സ്വയം വിശകലനം ചെയ്ത് പരിഹരിക്കാൻ ശ്രമിക്കേണ്ടതാണ്. അത്യാവശ്യമെങ്കിൽ മാത്രം മറ്റ് കുട്ടികളുടെയോ, അദ്ധ്യാപകരുടെയോ സഹായം തേടി പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിച്ചാൽ ഓരോ ഘട്ടത്തിലും സ്വയം വിലയിരുത്തലിനും പരീക്ഷയ്ക്ക് പോകുമ്പോൾ നിങ്ങളുടെ ആത്മവിശ്വാസം വർദ്ധിപ്പിക്കാനും സഹായിക്കും. പുതിയ പത്താംതരം പാഠപുസ്തകത്തിന്റെ ഓരോ ആശയങ്ങളും നേടിയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതിന് ഉതകുന്ന പരമാവധി പ്രശ്നങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളിക്കാൻ ശ്രമിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഓരോ പാഠഭാഗത്തിനും മുന്നോടിയായി, ചെറിയ ഒരു ആമുഖവും അതിലെ പ്രധാന ആശയങ്ങളും നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഇതിന് ശേഷം നിങ്ങളെ സഹായിക്കുന്നതിനുള്ള ചില സൂചനകളും നിങ്ങൾക്ക് കാണാം. ഈ പുസ്തകം സ്വയം സമർപ്പണത്തോടും ആത്മവിശ്വാസത്തോടും പരിശീലിച്ചാൽ നിങ്ങൾക്ക് വരുന്ന എസ്.എസ്.എൽ.സി. പരീക്ഷയിൽ C+ മുകളിലുള്ള ഗ്രേഡ് കിട്ടും എന്ന കാര്യത്തിൽ തർക്കമില്ല. കൂടാതെ ഇതിന്റെ അവസാന ഭാഗത്ത് ഒരു മാതൃകാ ചോദ്യപേപ്പറും നൽകിയിട്ടുണ്ട്. ഇത് അവസാനം സ്വയം വിലയിരുത്തലിനായി ഉപയോഗിക്കുമല്ലോ?

''നിങ്ങൾക്ക് ഏവർക്കും ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വിജയാശംസകൾ''

യൂണിറ്റ് 1

സമാന്തരശ്രേണികൾ

ആമുഖം

സംഖ്യാശ്രേണികൾ ഉണ്ടാകുന്ന വിവിധ സാഹചര്യങ്ങളിലൂടെയാണ് ശ്രേണികൾ എന്ന ആശയം പരിചയപ്പെടുന്നത്. വിവിധ ശ്രേണികളിൽ നിന്നും അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരേ വ്യത്യാസമുള്ള സംഖ്യാശ്രേണികളെ സമാന്തരശ്രേണികൾ എന്നും, അടുത്തടുത്ത പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്നുമാണ് പറയുന്നത്. ഇത്തരം ശ്രേണികളിൽ ഏത് രണ്ട് സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന് അനുപാതികമാണ്. കൂടാതെ എണ്ണൽസംഖ്യകളെയെല്ലാം ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യകൂട്ടിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി ഉണ്ടാകുന്നതെന്ന് തിരിച്ചറിയുവാനും സമാന്തരശ്രേണികളുടെ പൊതുവായ രൂപം തിരിച്ചറിയുവാനും സാധിക്കുന്നു. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കാൻ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക ഉപയോഗിക്കാമെന്നും മനസ്സിലാക്കാം.

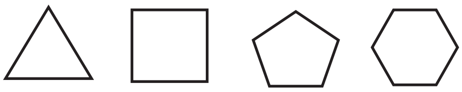
ആശയങ്ങൾ

- ഭൗതിക സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും വിവിധ സംഖ്യാശേണികൾ രൂപപ്പെടുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നു തുടങ്ങി, ഒരേസംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടികിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി (Arithmetic Sequence).
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളിൽ നിന്നും പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കാം.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം, പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമാണ്.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും അറിഞ്ഞാൽ മറ്റേത് പദത്തിന്റെയും പദസ്ഥാനം കണ്ടുപിടിക്കാം.
- ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയെയും $x_n = an+b$ എന്ന രൂപത്തിലെഴുതാം; അതായത് ഈ രൂപത്തിലുള്ള ഏത് ശ്രേണിയും സമാന്തരശ്രേണിയാണ്.
- ആദ്യപദം 'f' പൊതുവ്യത്യാസം 'd' ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം dn+(f-d) ആണ്.
- എണ്ണൽ സംഖ്യകളെയെല്ലാം ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണികിട്ടും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ കുറെപദങ്ങളുടെ തുക, ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തേയും പദങ്ങളുടെ തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ്.

  തുക = $\frac{1}{2}n(x_1+x_n)$; x_1-ആദ്യപദം, x_n - അവസാനപദം.

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1. ഒരേ വലുപ്പമുള്ള തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം, സമഷഡ്ഭുജം..... എന്നിങ്ങനെ വശങ്ങളുള്ള എണ്ണം ഓരോന്നുവീതം കൂടിവരുന്ന സമബഹുഭുജങ്ങളുടെ പാറ്റേൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു.



   1. ഓരോ രൂപത്തിലും ഉപയോഗിച്ച തീപ്പെട്ടികമ്പുകളുടെ എണ്ണം സംഖ്യാശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   2. ഓരോ രൂപത്തിലെയും കോണുകളുടെ എണ്ണം സംഖ്യാശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   3. ഓരോ കോണളവുകൾ സംഖ്യാശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   4. ഓരോന്നിലേയും കോണുകളുടെ തുക സംഖ്യാശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   5. ഓരോന്നിലും വരയ്ക്കാവുന്ന ആകെ വികർണങ്ങളുടെ എണ്ണം സംഖ്യാശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   6. ഓരോന്നിന്റെയും ചുറ്റളവുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
   7. മുകളിൽ എഴുതിയ സംഖ്യാശ്രേണികളിൽ നിന്നും സമാന്തരശ്രേണി എടുത്തെഴുതുക.

2. 8, 14, 20, 26 ..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ,
   1. പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
   2. അടുത്തമൂന്ന് പദങ്ങൾ എഴുതുക?
   3. ശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദവും 15-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?
   4. ശ്രേണിയുടെ 26-ാം പദം എത്ര?
   5. ശ്രേണിയുടെ 2 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ?
   6. ശ്രേണിയുടെ ഒരു പദമാണോ 152?
   7. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം (n-ാം പദം) എഴുതുക.
3. 1, 2, 3, 4, ... എന്നീ എണ്ണൽസംഖ്യകളെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 5 കൂട്ടിയാണ് ഗൗതം ശ്രേണി എഴുതിയത്.
   1. ഈ ശ്രേണി സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?
   2. ബിജഗണിതരൂപം എഴുതുക
   3. 250 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?
   4. ഈ ശ്രേണിയിലെ 15-ാം പദം എത്ര?
   5. ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 90 ആകുമോ?
4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആണ് അതിന്റെ 15-ാം പദം 44 ആണ്.
   1. 30-ാം പദം എത്ര?
   2. 30-ാം പദത്തിനോട് എത്രകൂട്ടിയാൽ 42-ാം പദം കിട്ടും?
   3. ഈ ശ്രേണിയിൽ 77 ഒരു പദമാണോ?
   4. ശ്രേണിയിലെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 42 ആകുമോ?

5. 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
   1. ഇത് സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?
   2. 50ൽ താഴെ ഇത്തരത്തിലുള്ള എത്രസംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?
   3. 300ൽ താഴെ ഇത്തരത്തിലുള്ള എത്രസംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?
   4. 100നും 300നും ഇടയിൽ ഇത്തരത്തിലുള്ള എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?

6. −30, −28, −26, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ
   1. എത്ര ന്യൂനസംഖ്യാപദങ്ങൾ ഉണ്ട്?
   2. 'O' ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?
   3. ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യാപദമേത്?
   4. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
   5. ശ്രേണിയുടെ എത്രാംപദമാണ് 40.

7. ചില സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും നൽകിയിട്ടുണ്ട്. ഓരോന്നിനെയും $x_n=an+b$ എന്ന രൂപത്തിലെഴുതുക. ഓരോന്നിലും ആദ്യത്തെ മൂന്നുപദങ്ങൾ എഴുതുക.
   1. ആദ്യപദം = −2 പൊതുവ്യത്യാസം = 5
   2. ആദ്യപദം = 2 പൊതുവ്യത്യാസം = −5
   3. ആദ്യപദം = 1 പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{1}{2}$
   4. ആദ്യപദം = −1 പൊതുവ്യത്യാസം = $-\frac{1}{2}$
   5. ആദ്യപദം = $\frac{1}{2}$ പൊതുവ്യത്യാസം = −1
   6. ആദ്യപദം = $\frac{1}{2}$ പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{1}{4}$
   7. ആദ്യപദം = $\frac{1}{2}$ പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{1}{3}$

8. ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. അതിലെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങൾ, 5 പദങ്ങൾ, 7 പദങ്ങൾ എന്നിവ എഴുതുക. ഓരോന്നിലും രണ്ടറ്റത്തെ പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യത്തിലുള്ള പദവുമായി എങ്ങിനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?

9. രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതരൂപങ്ങൾ ചുവടെകൊടുക്കുന്നു.
   1. ശ്രേണി 1 : $5n+3$
   2. ശ്രേണി 2 : $6n-2$

      1. രണ്ട് ശ്രേണികളുടെയും പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര? ആദ്യപദം എത്ര?
      2. രണ്ട് ശ്രേണികളും എഴുതുക.
      3. രണ്ട് ശ്രേണികളിലും ഏതെങ്കിലും സ്ഥാനത്തെ സംഖ്യ തുല്യമാകുമോ? എങ്കിൽ തുല്യമായ സംഖ്യ ഏത്? സ്ഥാനമേത്?
      4. ഈ ശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

n-ാം പദം = $an+b$
ആദ്യപദം = $a+b$
പൊതുവ്യത്യാസം = a

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 30, പൊതുവ്യത്യാസം -1 ആണെങ്കിൽ 10-ാം പദം, 21-ാം പദം ഇവ കാണുക.

Tips

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം 'f' പൊതുവ്യത്യാസം -1, ആയ ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും m-ാം പദം = n, 'n' എണ്ണൽസംഖ്യയായാൽ n-ാം പദം = m.

11. 4, 6, 8, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒന്നാംപദവും രണ്ടാംപദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2:3 ആണ്. ഇതേ അംശബന്ധമുള്ള മറ്റു പദജോഡികൾ എഴുതുക.

Hints: $x_n=an+b$

$x_1=a+b$

$x_2=2a+b$

$x_1:x_2 = a+b:2a+b=2:3$

$\therefore \frac{a+b}{2a+b}=\frac{2}{3} \quad \therefore a=b$

$\therefore x_n=(n+1)a$

12. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 3-ാം പദവും 6-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 4:5 ആണ്.

1. 7-ാം പദവും 11-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?
2. 7-ാം പദം 16 ആയാൽ 11-ാം പദം എത്ര?

13.
1. 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
2. ആദ്യത്തെ 10 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
3. 1 നും 50 നും ഇടയിലുള്ള 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക കാണുക.
4. 2, 3, 4, ...11 വരെ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
5. 3, 5, 7, 9, ... 21 എന്നീ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
6. 5, 8, 11, 14, ... 32 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുക എത്ര?
7. 1 മുതൽ 10 വരെ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 2 കൂട്ടിയ ശ്രേണിയുടെ തുക എത്ര?

Tip: 1+2+3+4+.....................+ n = ½n(n+1)

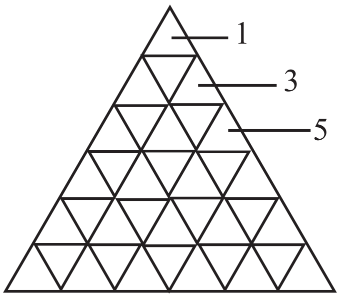
14. 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക ഉപയോഗിച്ച്,

1. ആദ്യത്തെ 20 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
2. മൂന്നിന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ ആദ്യത്തെ 20 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
3. 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ ആദ്യത്തെ 20 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
4. 3 മുതൽ 22 വരെയുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
5. n-ാം പദം 4n+2 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

15. 1. ചിത്രത്തിലെ 4-ാം വരിയിൽ എത്ര ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ട്?

2. ഈ രീതിയിൽ വരച്ചാൽ 20-ാം വരിയിൽ എത്ര ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ട്?

3. ആദ്യത്തെ 20 വരികളിലായി എത്ര തികോണങ്ങൾ ഉണ്ട്?



16. 8, 14, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ,

1. ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
2. 15-ാം പദം എത്ര?
3. 4-ാം പദത്തിന്റെയും 12-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?
4. ഇതേ തുക വരുന്ന മറ്റുരണ്ട് ജോടികൾ എഴുതുക.
5. ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക
6. ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n-പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

17. 1+2+3+.......... $n=\frac{1}{2}n(n+1)$ ഉപയോഗിച്ച്,

1. ആദ്യത്തെ n-ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
2. 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ n-സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
3. n-ാം പദം 6n+3 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.
4. ആദ്യത്തെ 'n' ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.
5. n-ാം പദം an+b ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

18. 3, 5, 7, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയെക്കാൾ എത്രകൂടുതലാണ് 4, 6, 8, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക.

19. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n-പദങ്ങളുടെ തുക $3n^2+2n$ ആയാൽ,

1. ആദ്യപദം എത്ര?
2. പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
3. ശ്രേണി എഴുതുക
4. എത്രാംപദമാണ് 191?
5. 25-ാം പദം എത്ര?
6. ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
7. n-ാം പദം എന്ത്?

Tips: n - പദങ്ങളുടെ തുക
$= \frac{1}{2}dn^2+(f-\frac{1}{2}d)n$
ആദ്യപദം = $\frac{1}{2}d+f-\frac{1}{2}d$='f'
f = n^2 ന്റെ ഗുണകം + n ന്റെ ഗുണകം
പൊതുവ്യത്യാസം d = n^2 ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ ഇരട്ടി

20. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

	n-ാം പദം	സമാന്തരശ്രേണി	n-പദങ്ങളുടെ തുക
1.	8n+5	....	....
2.	12-6n	....	....
3.	....	9, 13, 17, ...	....
4.	....	....	$5n^2+3n$
5.	....	20, 14, 8, ...	....

21. ഒരു സ്കൂളിലെ കുട്ടികളെ 20 വരികളിലായി നിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഒരു വരിയിൽ ഉള്ളതിനേക്കാൾ നിശ്ചിത എണ്ണം കുട്ടികൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്തവരിയിൽ. 8-ാം വരിയിൽ 41 കുട്ടികളും 13-ാം വരിയിൽ 56 കുട്ടികളുമാണ് ഉള്ളത്.
    1. ഒരു വരിയിൽ ഉള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര കുട്ടികൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്തവരിയിൽ?
    2. 5-ാം വരിയിലും 16-ാം വരിയിലും കൂടി ആകെ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?
    3. കുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണം എത്ര?

22. ഒരു പൂക്കളത്തിൽ പൂക്കൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നത് 15 ഏകകേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങളായാണ്. ഏറ്റവും ഉള്ളിലത്തെ വൃത്തത്തിൽ ഉള്ളതിനേക്കാൾ നിശ്ചിത എണ്ണം പൂക്കൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വൃത്തത്തിൽ ഉള്ളത്. 5-ാം വൃത്തത്തിൽ 54 പൂക്കളും 10-ാം വൃത്തത്തിൽ 84 പൂക്കളും ഉണ്ട്.
    1. അടുത്തടുത്ത വൃത്തങ്ങളിലെ പൂക്കളുടെ എണ്ണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?
    2. ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തിലെയും അവസാന വൃത്തത്തിലേയും പൂക്കളുടെ എണ്ണമെത്ര?
    3. പൂക്കളത്തിലെ ആകെ പൂക്കളുടെ എണ്ണമെത്ര?

23. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 7n+3 ആയാൽ,
    1. ആദ്യപദം കാണുക.
    2. പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക
    3. ശ്രേണി എഴുതുക
    4. 148 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാകുമോ?
    5. ശ്രേണിയുടെ 24-ാം പദം കാണുക.
    6. ഈ ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ആകാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?
    7. ഈ ശ്രേണിയുടെ എത്രാംപദമാണ് 213.
    8. 200 ന് മുകളിലുള്ള ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം ഏതാണ്?
    9. 500 ന് തൊട്ട്താഴെയുള്ള ഈ ശ്രേണിയുടെ പദമേത്?
    10. 200 നും 500 നും ഇടയിൽ ഈ ശ്രേണിക്ക് എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും.
    11. 200 നും 500 നും ഇടയിലുള്ള ഈ ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.

24. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 3 പദങ്ങളുടെ തുക 15, ഗുണനഫലം 80 ആയാൽ ശ്രേണി എഴുതുക.

Hints: തുടർച്ചയായ മൂന്ന്പദങ്ങൾ
f - d, f, f+d

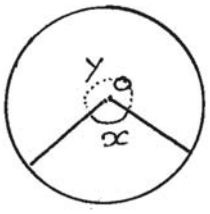
***

യൂണിറ്റ് 2
വൃത്തങ്ങൾ

ആമുഖം

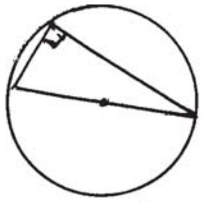
ഒമ്പതാം ക്ലാസിൽ ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം മട്ടമാണെന്ന് കണ്ടു. കോണുകളിലൂടെ വൃത്തത്തെ മനസ്സിലാക്കലാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ ഉള്ളത്. രണ്ട് നിശ്ചിത ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് രേഖകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കളെല്ലാം ചേർന്ന് ഒരു വൃത്തം ഉണ്ടാകുന്നു. ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ, മറുചാപത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ കൂടാതെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ. നിശ്ചിത കോണുകളുള്ള ഒരു തിക്രോണം വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാനും ഒരു കോണിന്റെ പകുതിയാക്കാനും ഇരട്ടിയാക്കാനുമൊക്കെ ഈ തത്വം ഉപയോഗിക്കാം. ഇതിനെ തുടർന്ന് വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കാവുന്ന ചതുർഭുജങ്ങളുടെ എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകമാണെന്ന് കണ്ടെത്തുന്നു. കൂടാതെ വൃത്തത്തിലെ പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന ഞാണുകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന ഒരു തത്വത്തിലേക്കും ഇത് ഏതൊരു ബഹുഭുജത്തിന് തുല്യപരപ്പളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കാനുള്ള ഒരു മാർഗ്ഗത്തിലേക്കും കുട്ടികളുടെ ചിന്തകളെ എത്തിക്കുന്നു.

ആശയങ്ങൾ



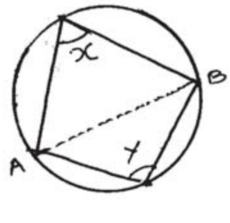
ഒരു ചാപത്തിന്റെയും മറുചാപത്തിന്റെയും കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുക 360^0

$x+y = 360^0$

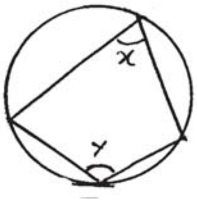


അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ 90^0

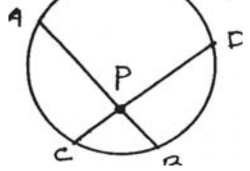
ഒരേചാപത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.



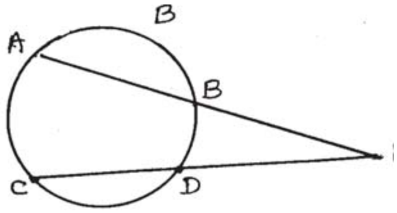
ഒരു ചാപത്തിലെ കോണും മറുചാപത്തിലെ കോണും അനുപൂരകമാണ്. $x+y=180^0$



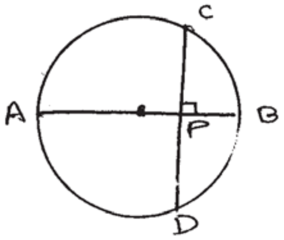
ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരക മാണ്. $x+y=180^0$



AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P - യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ
PA x PB = PC x PD



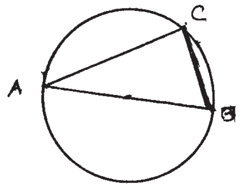
AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ നീട്ടിവരച്ച് P - യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ
PA x PB = PCxPD



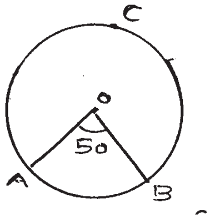
AB എന്ന വ്യാസത്തിന് ലംബമായി CD എന്ന ഞാൺ വരച്ചാൽ PA x PB = PC^2 = PD^2

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

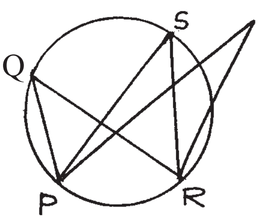
1. ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസ മാണ് $\angle ACB$ എത്ര?



2. ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ACB എന്ന ചാപ ത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ കാണുക? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.



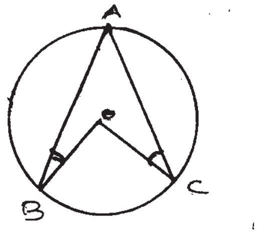
3. ചിത്രത്തിൽ $\angle PQR$ ന് തുല്യമായ കോൺ ഏത്? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.



4. താഴെകൊടുത്ത പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക. ഓരോന്നിന്റെയും ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് കണ്ടെത്തുക.

	ഒരു വൃത്തത്തിലെ തുല്യ അകലത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ	$\angle ABC$ യുടെ അളവ്	ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
1.	3 ബിന്ദുക്കൾ A, B, C		
2.	4 ബിന്ദുക്കൾ A, B, C, D		
3.	5 ബിന്ദുക്കൾ A, B, C, D, E		
4.	6 ബിന്ദുക്കൾ		
5.	....		
6.	....		

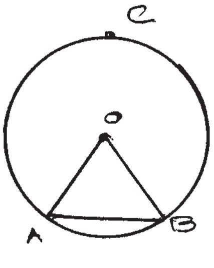
5. ചിത്രത്തിൽ $\angle ABO = 15^0, \angle AOC = 120^0$ ആയാൽ,



1. $\angle BAC =$ .... (കാരണം ....)
2. $\angle BOC =$ .... (കാരണം..)

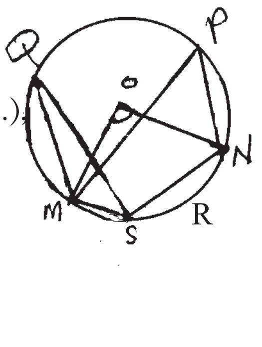
6. 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. OA, OB ഇവ യോജിപ്പിക്കുക. $\angle AOB$ യുടെ പകുതി അളവുള്ള രണ്ടു കോണുകൾ വൃത്തത്തിൽ ശീർഷം വരത്തക്കവിധം (പൊട്രാക്ടർ ഉപയോഗിക്കാതെ) വരക്കുക.

7. ചിത്രത്തിൽ OA എന്ന ആരവും AB എന്ന ഞാണും ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60^0 ആയാൽ,



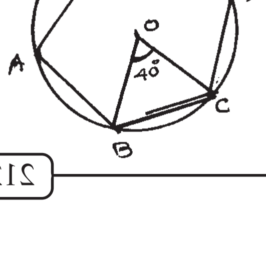
a. ACB എന്ന ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
b. ആരം 5 സെ.മീ. എങ്കിൽ AB എത്ര?
c. OAB എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ഉചിതമായ പേരെന്ത്?

8. ചിത്രത്തിൽ $\angle MON = 100^0, \angle MQS = 20^0$ യും ആയാൽ



1) $\angle MPN =$...................... (കാരണം:...)
2) $\angle MSN =$...................... (കാരണം:.....................................)
3) ചാപം SRN ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
: .... (കാരണം:..................)

9. ചിത്രത്തിൽ AB = BC = CD



$\angle BOC = 40^0$ ആയാൽ
$\angle AED$ കാണുക

10. ഒരു വൃത്തം വരക്കുക. അതിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരത്തക്കവിധം കോണുകൾ 50^0, 60^0, 70^0 വരുന്ന ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

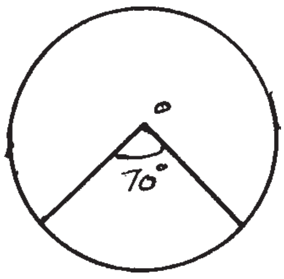
(സൂചന: ഒരു ചാപത്തിലെ കോൺ 50^0 ആയാൽ മറുചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?)

11. PQRS ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമായാൽ

1. $\angle P + \angle R =$........... 2. $\angle Q + \angle S =$...........

12. ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ 2:3:5:4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായാൽ അത് ചക്രീയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

13. തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ചിത്രം വരച്ച് ഒരു 35^0 കോണും $17\frac{1}{2}^0$ കോണും നിർമ്മിക്കുക. (സമഭാജി വരക്കാതെയും പൊട്രാക്ടർ ഉപയോഗിക്കാതെയും)

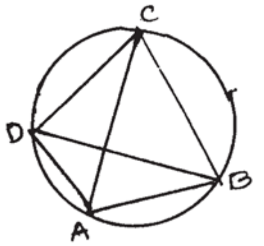


14. ചിത്രത്തിൽ

$\angle ADB = 40^0$

$\angle ABD = 30^0$

$\angle BAC = 50^0$



ആയാൽ താഴെപറയുന്ന കോണളവുകൾ കാണുക. ഇവയുടെ കാരണവും എഴുതുക.

$\angle ACB =$............ (..)

$\angle BDC =$............ (..)

$\angle ADC =$............ (..)

$\angle ABC =$............ (..)

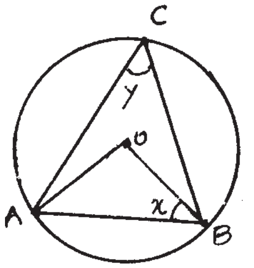
$\angle ACD =$............ (..)

$\angle BCA =$............ (..)

$\angle BCD =$............ (..)

$\angle BAD =$............ (..)

15. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.



ചിത്രം

$\angle OBA = x^0$ ആയാൽ x+y = 90^0 എന്ന് തെളിയിക്കുക

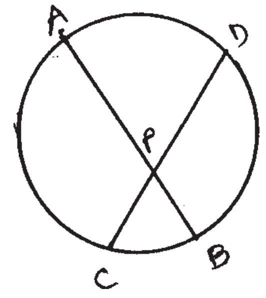
[$\angle OAB =$..........., $\angle AOB =$............]

16. പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ. വരുന്നതും കോണുകൾ 50^0, 60^0 ആകത്തക്കവിധം ΔPQR നിർമ്മിക്കുക.

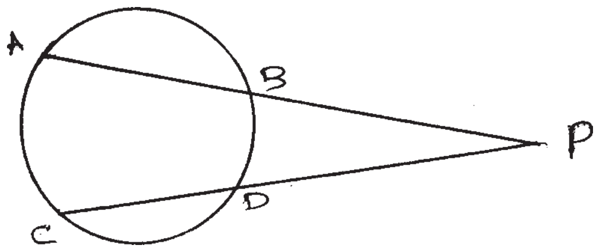
17. 4 സെ.മീ. പരിവൃത്ത ആരമുള്ള ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

18. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് ഞാണുകൾ AB, CD ഇവ P- യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന വ്യത്യസ്ത സന്ദർഭങ്ങൾ തന്നിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ ഈ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

	AB	CD	PA	PB	PC	PD
1	8		6	2	4	
2	14		12		6	
3		14	3		12	2
4	17	8			4	4
5			2	9	3	
6	15				9	4
7	9		4			2
8	8.5		6			3



19. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P-യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.



	PA	PB	PC	PD	AB	CD
1	12	-	-	8	6	-
2	-	3	6	4	-	-
3	10	3	-	5	-	-
4	9	-	-	3	4	-
5	12	-	9	-	9	-
6	8	5	-	4	-	-
7	-	5	15	2	-	-
8	12	10	-	6	-	

20. AB എന്ന വ്യാസത്തെ CD എന്ന ഞാൺ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ലംബമായി ഖണ്ഡിക്കുന്നു. എങ്കിൽ താഴെതന്ന അളവുകൾ ശരിയാകുംവിധം പൂരിപ്പിക്കുക.

	AB	CD	PA	PB	PC
1	17		16		
2		12	9		
3	8		6		
4	8		7		
5	8		5		

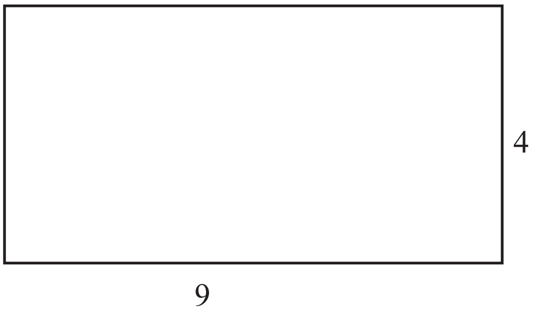
21. 7cm വ്യാസം വരുന്ന വൃത്തം വരച്ച് $\sqrt{12}$ സെ.മീ. നീളമുള്ള രേഖ നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ 12 ച.സെ.മീ. പരപ്പളവുള്ള സമചതുരവും നിർമ്മിക്കുക.

22. 6 സെ.മീ. വശം വരുന്ന സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം നിർമ്മിച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

23. AB=5സെ.മീ., $\angle A = 40^0$ സമപാർശ്വത്രികോണം വരച്ച് പരിവൃത്തം നിർമ്മിക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.

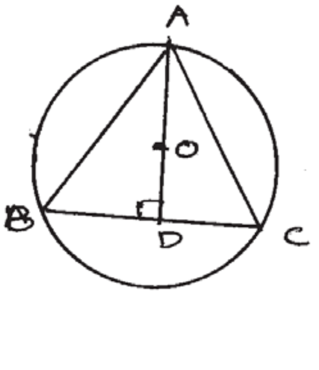
24. 90^0 ഒരു കോൺ വരത്തക്കവിധം ΔPQR നിർമ്മിച്ച് പരിവൃത്തം വരക്കുക. ഇതിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തി എഴുതുക.

25. ABCD എന്ന ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിൽ A-യുടെ പകുതിയാണ് C-യുടെ അളവ്. B-യുടെ 3 മടങ്ങാണ് D-യുടെ അളവ് എങ്കിൽ $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ ഇവ എത്ര?



26. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരാകൃതിയിലുള്ള കടലാസിന്റെ അതേ പരപ്പളവ് വരുന്ന ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

27. ചിത്രത്തിൽ ABC സമുഭുജ ത്രികോണമാണ്.
$\angle ADB = 90^\circ, AB = 6$ സെ. മീ. BD കാണുക.
ΔABC യുടെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.
(സൂചന:- 30, 60, 90 അളവുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$



***

യൂണിറ്റ് 3

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ആമുഖം

ഒരു ചരമുള്ള ഒന്നാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളും രണ്ട് ചരമുള്ള ഒന്നാംകൃതി സമവാക്യജോടികളും നാം മുമ്പ് പരിചയപ്പെട്ടു. ഇതിൽ ഒരു ചരമുള്ള രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യമാണ് നാം പരിചയപ്പെടുന്നത്. എട്ടാംതരത്തിൽ ചെയ്ത പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ ഈ പാഠഭാഗത്തിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുന്നത് ഉചിതമായിരിക്കും. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം കാണുന്നതിന് ആദ്യം തന്നെ ഊന്നൽ നൽകാതെ ഭാഷാവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്ന വ്യത്യസ്തങ്ങളായ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിശീലിക്കുകയാകും ഉചിതം. പിന്നീട് പരിഹാരം കാണുന്ന പ്രവർത്തനവും, വിവേചകവും പരിചയപ്പെടുന്നതാവും ഉചിതം.

അശയങ്ങൾ

- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളിൽ നിന്നും സമവാക്യ രൂപീകരണം
- രണ്ടാം കൃതിയിലുള്ള സമവാക്യ രൂപീകരണവും പരിഹാരവും
- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം രണ്ട് എണ്ണമാണെന്നും. ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഒന്നു മാത്രമേ പരിഗണിക്കുന്നുള്ളു.
- വർഗ്ഗ പൂർത്തിയാക്കി പരിഹാരം കാണൽ
- $ax^2+bx+c=0$ എന്ന രീതിയിലുള്ള രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- $p(x)=ax^2+bx+c$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിനു പരിഹാരങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ $p(x)=0$ ആയിരിക്കും.
- $ax^2+bx+c=0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിൽ b^2-4ac യെ സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം എന്നാണ് പറയുന്നത്,

  (i) $b^2-4ac > 0$, (പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുത്), ആയാൽ രണ്ട് വ്യത്യസ്ത പരിഹാരങ്ങളും (ii) $b^2-4ac < 0$, (പൂജ്യത്തേക്കാൾ ചെറുത്) ആയാൽ പരിഹാരങ്ങൾ ഇല്ല

  (iii) $b^2-4ac=0$, ആയാൽ ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേയുള്ളൂ എന്നും മനസ്സിലാക്കണം.

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

സമവാക്യ രൂപീകരണം

1) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 2 cm കൂട്ടിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് $144cm^2$ ആയി വർദ്ധിച്ചു.
2) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയോക്കാൾ 2 cm കൂടുന്നതാണ്, പരപ്പളവ് $80cm^2$.
3) തുടർച്ചയായ രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ഗുണന ഫലം 110
4) തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 99
5) തുടർച്ചയായ ഒറ്റ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 5050
6) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2 cm കൂടുകയും മറ്റെവശം 3 cm കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. അപ്പോൾ പരപ്പളവ് $91\ cm^2$.

7) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 24 cm അതിന്റെ പരപ്പളവ് 35 cm^2.

8) ഒരു വൃത്തസ്തൂപിയുടെ ചരിവുയരം (പാർശ്വോന്നതി) ഉയരെത്തേക്കാൾ 8 cm കൂടുതലും പാദത്തിന്റെ ആരം പാർശ്വോന്നതിയേക്കാൾ 1 cm കുറവും

9) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം 3 cm കൂട്ടിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് 100 cm^2 ആയി. ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഒരു വശം X എന്നിരിക്കട്ടെ

3 സെ.മീ. കൂടിയപ്പോൾ വശം X +3

പരപ്പളവ് = $(X+3)^2$

$(X+3)^2=100$, X +3 = 10 or -10

x=7, x=-13

വശം =7cm (ആയിരിക്കുമല്ലോ)

10) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പൊതു വ്യത്യാസം 5 ഉം, രണ്ടാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം 49 ആയാൽ, ആദ്യ പദം, മൂന്നാമത്തെ പദം എത്ര?

11) i) $x^2+6x+9 = (x+3)^2$ ആണല്ലോ?

ii) x^2-6x+9 = ...

iii) x^2+4x+4 = ...

iv) $x^2+8x+16$ = ...

v) $x^2-10x+25$ = ...

12) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിനോട്, ആസംഖ്യയുടെ രണ്ട് മടങ്ങും ഒന്നും കൂട്ടിയപ്പോൾ 81 കിട്ടി. സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക.

13) പൂരിപ്പിക്കുക

a) $x^2+2x=8$

x^2+2x +___ = 8+___

$(x+___)^2$ = ______

x=______

b) $x^2+6x=9$

x^2+2x+___ =9+____

$(x+___)^2$ =_____

x=______

14) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 4cm കൂടുതലാണ്, പരപ്പളവ് 140cm^2ആയാൽ നീളവും വീതിയും എത്ര?

വീതി x ആയാൽ നീളം = x+4

$x(x+4) = 140$

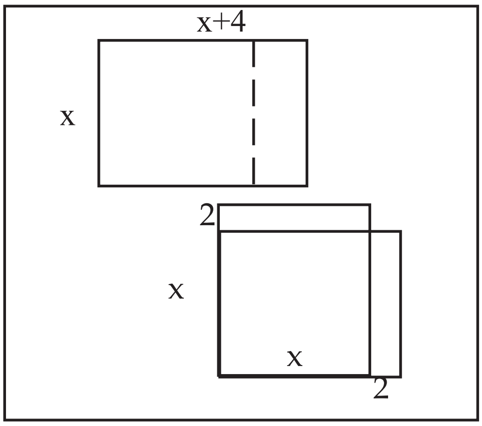
$x^2+4x = 140$

x^2+4x +___ = 140 +____

$(x+2)^2$ = ___

x+2 = ____or ____

x = ____, _____



15) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിൽ നിന്ന് സംഖ്യയുടെ 6 മടങ്ങ് കുറച്ചപ്പോൾ 40 കിട്ടി, സംഖ്യ എത്ര

16) രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 18, ഗുണന ഫലം 180, സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

17) ആദ്യത്തെ എത്ര എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 4950 ആകും.

n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{n(n+1)}{2}$

$\frac{n(n+1)}{2} = 4950$

$n^2+n-9900=0 \quad (ax^2+bx+c=0)$

$a=1, b=1, c=-9900$

വിവേചകം = $b^2 - 4ac$

$\therefore \quad b^2-4ac = 1^2-4x1x1-9900$

$\therefore \quad b^2 - 4ac=37601>0$

$\therefore$ മൂല്യങ്ങളുടെ എണ്ണം രണ്ട് അല്ലേ

$\therefore \quad n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

n = ..., ...

n = 99

18) പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

സമവാക്യം		a	b	c	വിവേചകം (b^2-4ac)
1	$x^2+2x-5=0$				
2	$x^2+x+5=0$				
3	$x^2+1=0$				
4	$4x^2+20x+25=0$				
5	$x^2-6x-7=0$				

19) $p(x) = x^2+2x+1$, xന്റെ ഏത് വിലക്കാണ് p(x)= 0 ആകുന്നത്

$x^2+2x+1=0$		$x^2+2x+1=0$
$(x+1)^2 =0$	അല്ലെങ്കിൽ	a=1, b=2, c=1
x+1=0		b^2 -2ac =0
x=-1		$x = \frac{-2\pm0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

20) $p(x) = x^2+4x+5$,; xന്റെ ഏത് വിലയ്ക്കാണ് p(x) = 0 ആകുന്നത്.

21) $p(x) = x^2+x+1$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

1) xന്റെ ഏത് വിലയ്ക്കാണ് ബഹുപദത്തിന്റെ വില പൂജ്യം

2) xന്റെ ഏത് വിലയ്ക്കാണ് ബഹുപദത്തിന്റെ വില -1 ആകുന്നത്.

3) xന്റെ ഏത് വിലയ്ക്കാണ് ബഹുപദത്തിന്റെ വില =1 ആകുന്നത്

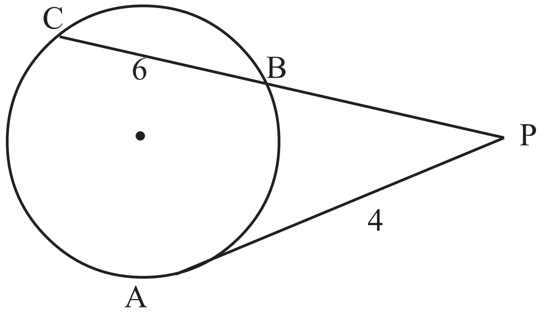
22) ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെ തുക 2 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

23) ഒരു മട്ട ത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശത്തേക്കാൾ 1 കുറവാണ് ഒരു വശം, മൂന്നാമത്തെ വശം രണ്ടാമത്തെ വശത്തേക്കാൾ 7 കുറവാണ്. ഈ ത്രികോണ ത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 30cm^2 ആയാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്ര?

24) പരപ്പളവ് 700cm^2 ചുറ്റളവ് 104 cm ആയ ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കുവാൻ കഴിയുമോ?

25) 30 രൂപ കൊടുത്ത് രവി കുറച്ച് പുസ്തങ്ങൾ വാങ്ങി. പുസ്തകത്തിന്റെ വില. 1 രൂപ കുറ വായിരുന്നെങ്കിൽ ഒരു പുസ്തകം അധികം കിട്ടിമായിരുന്നു. എങ്കിൽ ഒരു പുസ്തക ത്തിന്റെ വില എത്ര?

26) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് PC യുടെ നീളം കാണുക.



- തുടർച്ചയായ രണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ — x, x+1
- തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഇരട്ട/ഒറ്റ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ — x, x+2 OR x+1, x-1
- ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ 3 മടങ്ങും — x, 3x
- ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വർഗ്ഗവും — x, x^2
- ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും — x, $\frac{1}{x}$
- ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെ അഞ്ച് മടങ്ങും — x, $\frac{5}{x}$
- തുക 6 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ — (3+x), (3-x)
- വ്യത്യാസം 6 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ — (3+x), (3-x)
- ചുറ്റളവ് 60 ആയാൽ നീളവും വീതിയും — (15+x) (15-x)
- മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം — പാദം^{2}+ലംബം^{2}+കർണ്ണം^{2}
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ രണ്ട്പദങ്ങൾ — $\left(x-\frac{d}{2}\right)\left(x+\frac{d}{2}\right)$
- ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് — ½bh
- സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 4xഒരു വശം — 4b

  പരപ്പളവ് (ഒരുവശം)^2 — b^2
- വേഗത = ദൂരം/സമയം, സമയം = ദൂരം/സമയം
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ n പദങ്ങളുടെ തുക = $\frac{n}{2}$ (ആദ്യപദം+അവസാനപദം)

  അവസാന പദം = ആദ്യപദം + (n-1) പൊതുവ്യത്യാസം

യൂണിറ്റ് 4

ത്രികോണമിതി

ആമുഖം

ത്രികോണത്തിന്റെ പഠനം 7-ാം ക്ലാസ്സുമുതൽ ആരംഭിച്ചു. 8,9 ക്ലാസ്സുകളിലൂടെ കടന്നാണ് ത്രികോണമിതി എന്ന പാഠഭാഗത്ത് എത്തിചേർന്നിക്കുന്നത്. ഇതുവരെ പഠിച്ച ത്രികോണത്തിന്റെ പഠനത്തിന്റെ പൂർണ്ണതയാണ് ഈ പാഠംഭാഗം കൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ അതിന്റെ വശത്തിന്റെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു എന്നതിൽ ഊന്നിയാണ് ഈ പാഠത്തിന്റെ വളർച്ച.

ആശയങ്ങൾ

- 60^0, 60^0, 60^0 ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ അംശബന്ധം 1:1:1 ആണ്.
- 45^0, 45^0, 90^0 യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:1:\sqrt{2}$ ആണ്.
- 30^0, 60^0, 90^0 ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ അംശബന്ധം $\sqrt{3}$: 2 ആണ്.
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു ന്യൂനകോൺ പരിഗണിച്ചാൽ,

ആ കോണിന്റെ $\frac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$ ത്തെ sin എന്നും,

$\frac{\text{സമീപ വശം}}{\text{കർണ്ണം}}$ ത്തെ cos എന്നും,

$\frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപ വശം}}$ ത്തെ tan എന്നും പറയുന്നു.

x, 90-x, 90 ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ Sinx : Cosx : 1എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

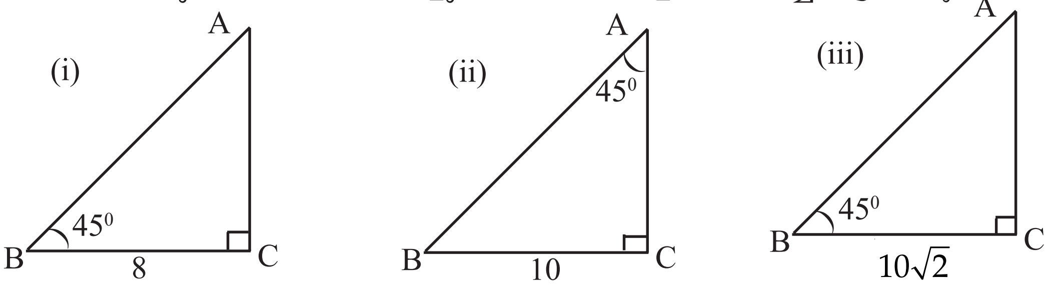
പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1) ത്രികോണം ABC യിൽ AC=BC, C=90^0, AB=8cm ആണ് മറ്റ് വശങ്ങളുടെയും കോണുകളുടെയും അളവ് കണക്കാക്കുക.

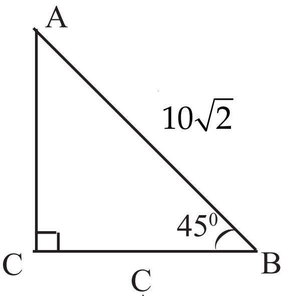
2) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 10cm, രണ്ട് കോണുകൾ 60^0 വീതം ആണെങ്കിൽ എല്ലാവശങ്ങളും കണക്കാക്കുക.

> ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 1:1:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും കോണുകൾ തുല്യവും 60^0 വിതമാണ്.

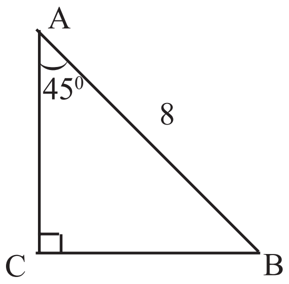
3) താഴെ കൊടുത്ത ത്രികോണങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.



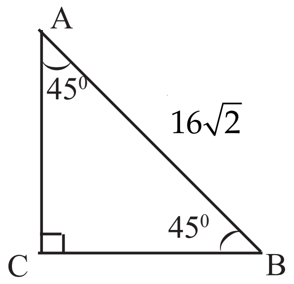
(iv)



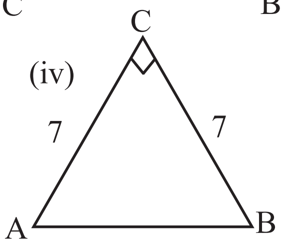
(v)



(vi)



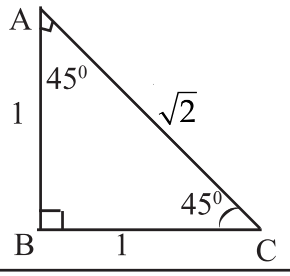
(iv)



ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

ചിത്രം	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	BC	AC	AB
i						
ii						
iii						
iv						
v						
vi						
vii						

45, 45, 90 കോണുകളുള്ള സമ പാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 1 :1 : $\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

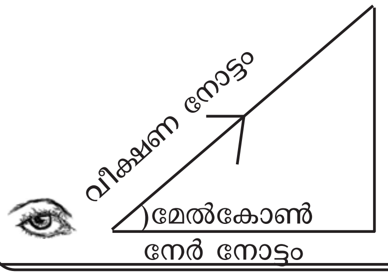


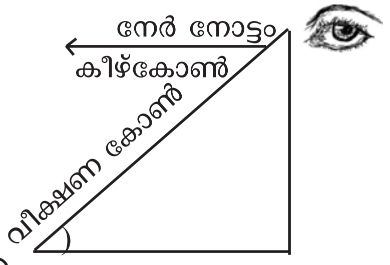
$$AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}}$$

$$AC = AB x \sqrt{2} = BC \sqrt{2}$$

4) ഒരു തെങ്ങിന്റെ മുകളറ്റം ചുവടിൽ നിന്ന് 20 സെ.മീ. അകലെ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ 45^0 മേൽകോണിൽ കാണാമെങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?

5) വഴി വിളക്കിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് ഒരു കമ്പി, വിളക്കിന്റെ ചുവട്ടിൽ 25 മീ. അകലെയുള്ള ഒരു കുറ്റിയിലേക്ക് വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. കമ്പി നിലത്തോട് 45^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നുവെങ്കിൽ വിളക്ക് കാലിന്റെ ഉയരമെത്ര, കമ്പിയുടെ നീളമെത്ര?



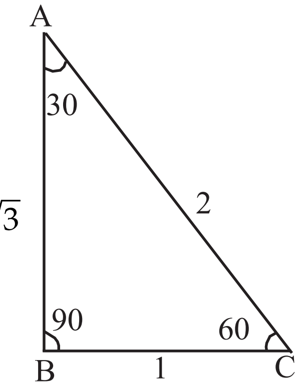


കോണളവിന് 30^0, 60^0, 90^0 ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തി ലായിരിക്കും. ചിത്രത്തിൽ,

$$BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{2}$$

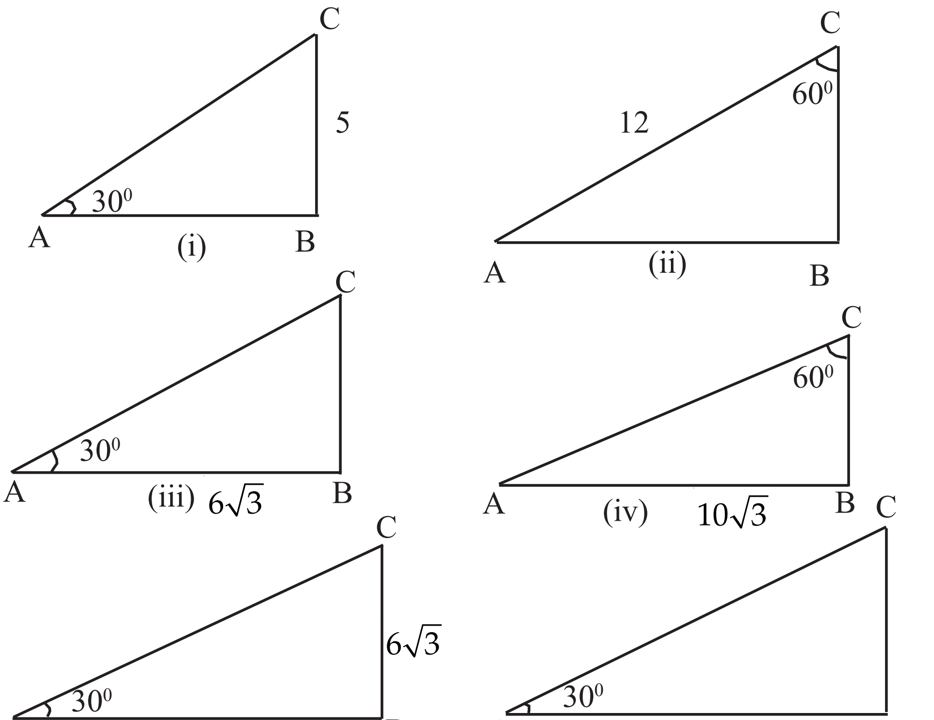
$$AB = \sqrt{3}\ BC = \frac{\sqrt{3}AC}{2}$$

$$AC = 2BC = 2B = 2\frac{AB}{\sqrt{3}}$$



6) 10 മീ നീളമുള്ള ഒരു ഏണി ലംബമായ മതിലിൽ ചാരിവെച്ചിരിക്കുന്നു. ഏണിയുടെ മുക ളറ്റം മതിലിനോട് 45^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു എങ്കിൽ മതിലിന്റെ ഉയരമെത്ര?

7) ചുവടെ കൊടുത്ത ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്ത പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക



ചിത്രം	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	AB	BC	AC
i						
ii						
iii						
iv						
v						
vi						

8) സൂര്യൻ 60^0 മേൽകോണിൽ കാണുമ്പോൾ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം 30മീ ആണ്. എങ്കിൽ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?

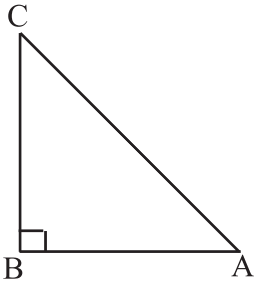
9) ഒരു മതിലിൽ മുകളിനോട് ചേർന്ന് ചാരിവെച്ചിരിക്കുന്ന ഏണി നിലത്തോട് 60^0 കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നു. മതിലിന്റെ ചുവടും ഏണിയുടെ ചുവടും തമ്മിലുള്ള അകലം 10 മീ ആയാൽ മതിലിന്റെ ഉയരമെത്ര? ഏണിയുടെ ഉയരമെത്ര?

10) പുഴയോരത്തുള്ള ഒരു ടവറിന്റെ മുകളറ്റം മറുകരയിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ 60^0 മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. അവിടെ നിന്ന് 20 മീ പിറകോട്ട് മാറി ടവറിന്റെ മുകളറ്റം നോക്കുമ്പോൾ 45^0 ൽ കണ്ടു. എന്നാൽ ടവറിന്റെ ഉയരമെന്ത്? പുഴയുടെ വീതി എന്ത്?

11) ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവടിൽ നിന്ന് 100 മീറ്റർ അകലെ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ മുകളറ്റം 30^0 മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾക്ക് 1.6 മീറ്റർ ഉയരമുണ്ടെങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

12) ഒരു സമാന്തരികത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങളുടെ നീളം 9 സെ.മീ., 6 സെ.മീ. വീതവും അവളുടെ ഉൾക്കോൺ 30^0 ആയാൽ പരപ്പളവ് എത്ര?

13) ΔABC യിൽ, $\angle B = 90$ ആണ്. ചിത്രത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർക്ക് ഷീറ്റ് പൂർത്തീകരിക്കുക.



- ΔABC യുടെ കർണ്ണം ....
- $\angle A$ യുടെ സമീപവശം ....
- $\angle A$ യുടെ എതിർവശം ....
- $SinA = \dfrac{\angle A \text{എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$ = ...
- $CosA = \dfrac{\angle A \text{ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$ = ...
- $TanA = \dfrac{\angle A \text{യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{യുടെ സമീപനം}}$ =...................

$\angle C$ യുടെ സമീപവശം ....

$\angle C$ യുടെ എതിർവശം ....

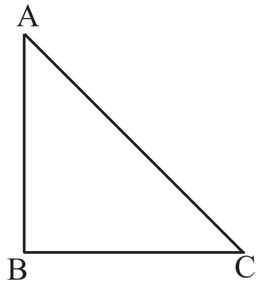
Sin C = ...

Cos C = ...

Tan C = ...

ഇതുപോലെ മട്ട ത്രികോണം XYZ, PQR വരച്ച് ന്യൂന കോണുകളുടെ സമീപവശം എതിർ വശം Sin, Cos, Tan വിലകൾ കണ്ടെത്തുക.

14



Δ ABC യിൽ $\angle B$ മട്ട കോണാണ്, ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

AC	AB	BC	$\angle A$	$\angle C$
8			26^0	
10				42^0
7			37^0	
4			110^0	
5				112^0
		6	38^0	

Δ ABC യിൽ, $\angle B = 90^0$ യും

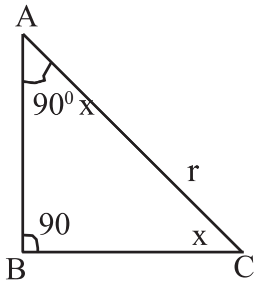
$\angle C$ = x യും, കർണ്ണം AC= r ഉം

ആയാൽ

AB = r Sin x

BC = r Cosx

$\angle A$ = 90-x



ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ x, 90-x, 90 എന്നിവ ആയാൽ അവയ്ക്ക് എതിരേയുള്ള വശങ്ങൾ.

Sinx : Cos x : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ആയിരിക്കും.

മുകളിലെ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങൾ

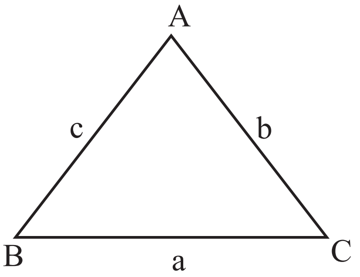
rSinx, rCos x, r എന്നിവയാണല്ലോ

14) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 2 വശങ്ങൾ 10 സെ. മി., 15 സെ. മി ആണ് അവയുടെ ഉൾക്കോൺ 50^0 യും ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

Hints :-
- ഏകദേശം ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു വശത്തേക്ക് എതിർ മൂലയിൽ നിന്ന് ഉന്നതി വരയ്ക്കുക
- ത്രികോണം രണ്ട് മട്ടത്രികോണമായി മാറിയല്ലോ? മുകളിൽ പറഞ്ഞ ആശയം
- ഉപയോഗിച്ച് കൊണ്ട് ഉന്നതി കണക്കാക്കുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ½ x പാദംxലംബം ആണല്ലോ.

ΔABC യിൽ $\angle A$ യുടെ എതിർവശം 'a'യും $\angle B$ യുടെ എതിർവശം 'b'യും, $\angle C$ യുടെ എതിർവശം ശം 'c'യും ആയാൽ പരപ്പളവ്

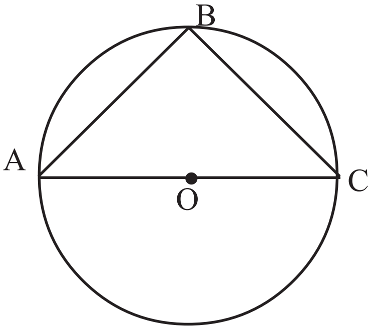
½ ab Sin C= ½ bc Sin A = ½ ac Sin B



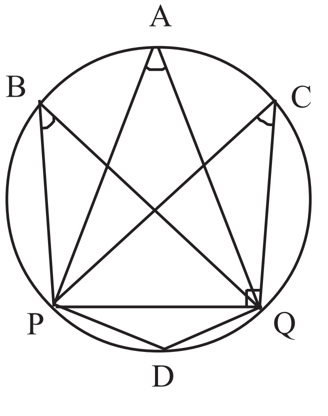
16) ചുവടെ പട്ടികയിൽ ചില ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ, അളവും ഉൾകോണളവും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

ഒരു വശം	അടുത്ത വശം	ഉൾകോൺ	ഒരു വശത്തേക്കുള്ള ഉന്നതി	പരപ്പളവ്
12	15	40^0		
16	30	79^0		
10	17	125^0		
20	18	130^0		
14	20	45^0		
22	18	60^0		

17) O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AC വ്യാസമാണ്. $\angle BAC$ = 25^0, AB =18 സെ. മി. ആണ്. വൃത്തത്തിന്റെ അരം എത്ര?
Sin 25 = 0.4226



18) ചിത്രത്തിൽ $\angle A=40^0$ ആയാൽ,

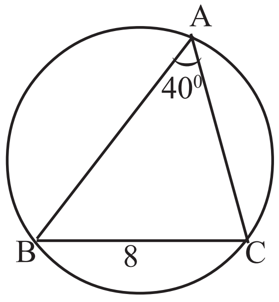


$\angle B, \angle C, \angle D$ ഇവ കണക്കാക്കുക

$\angle PQC = 90^0$ ആയാൽ PC യ്ക്ക് വൃത്തവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ഉചിതമായ പേര് എഴുതുക.

19) ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 40^0$ ഉം BC=8 ഉം ആയാൽ, ΔABC യുടെ പരിവൃത്ത ആരം കാണുക.

(Hint : വൃത്ത ഖണ്ഡം BAC യിൽ BC കർണ്ണമല്ലാത്ത വശമായി വരുന്ന ഒരു മട്ട ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ കർണ്ണം വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ഒരു ന്യൂന കോൺ 40^0 എന്നും മനസ്സിലാക്കി വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണക്കാക്കുക)



20) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 6 സെ. മീ, 7 സെ. മീ അതിന്റെ ഉൾകോൺ 42^0 ആയാൽ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.

21) ചിത്രത്തിൽ RS $\perp$ PQ ആണ്

$\angle P =$ ....

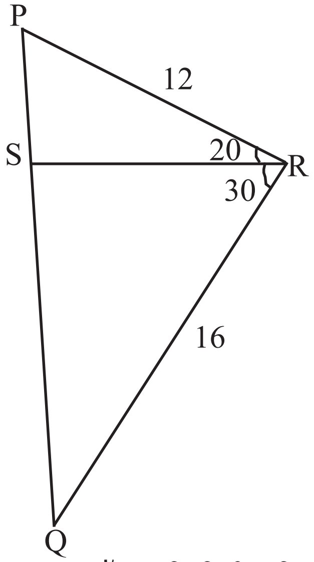
$\angle Q =$ ....

$PS = PR \times$ ....

$RS = PR \times$ ....

$SQ = QR \times$ ....

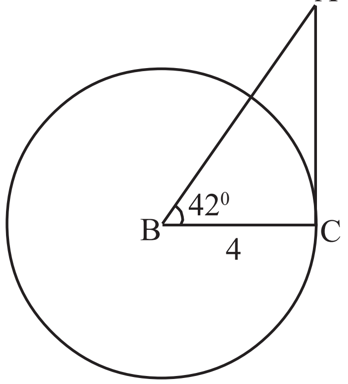
ΔPQR ന്റെ പരപ്പളവ്



22) ഒരു മതിലിൽ ഒരു ഏണി ചാരിവെച്ചിരിക്കുന്നു. ഏണിയുടെ ചുവട് മതിലിൽ നിന്നും 3 മീറ്റർ അകലെയാണ്. ഏണിയും തറയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 40^0 ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയുമായി എന്ത് ഉയരത്തിലാണ്?

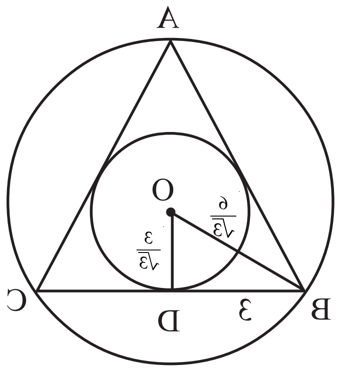
23) ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് 50 മീ അകലെ നിന്നിരിക്കുന്ന ഒരാൾ ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 45^0 മേൽ ക്കോണിൽ കണ്ടു. അവന് ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് 20^0 കീഴ്കോണിൽ വേരൊറു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് കാണുവാൻ കഴിയുന്നു. എങ്കിൽ ഗോപുരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്ന് കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിലേക്ക് അകലം എത്ര?

24)



ചിത്രത്തിൽ B കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ C യിലുള്ള തൊടുവരയാണ് AC, BC=4cm, $\angle B = 42^0$ ആയാൽ AC യുടെ നീളമെന്ത്.

25) ABC ഒരു സമഭുജ ത്രികോണമാണ്. ഒരു വശം 6 സെ.മീ. ആണ്. ഇതിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?



***

യൂണിറ്റ് 5
ഘനരൂപങ്ങൾ

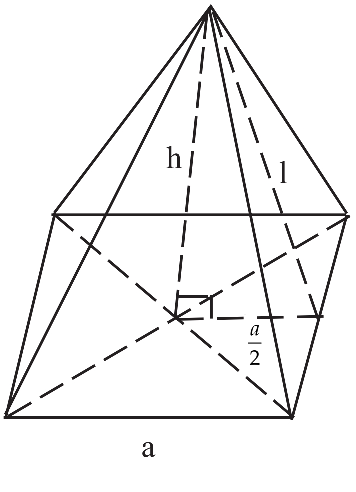
ആമുഖം

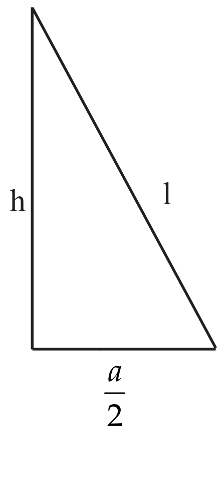
സ്തംഭങ്ങൾ എന്ന വിഭാഗത്തിൽപ്പെടുന്ന ഘനരൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് ഏഴാംക്ലാസ് മുതൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. സമചതുരസ്തൂപിക, വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം മുതലായ ഘനരൂപങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. പാദവക്ക്, പാർശ്വോന്നതി, പാർശ്വവക്ക് എന്നീ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ ചില സമവാക്യങ്ങളിലൊതുക്കാതെ അവയെ വിവിധ മട്ട ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളായി കാണാനുള്ള ജ്യാമിതീയ വീക്ഷണത്തിനാണ് ഊന്നൽ നൽകിയിരിക്കുന്നത്. കൂടാതെ ഇത്തരം ഘനരൂപങ്ങളുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്, വ്യാപ്തം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗമാണ് പ്രധാനമായും ചർച്ചചെയ്യുന്നത്.

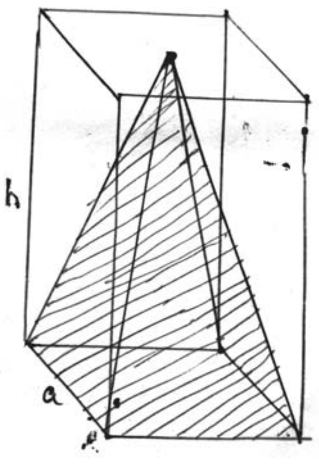
ആശയങ്ങൾ

- പാദം സമചതുരാകൃതി
- പാർശ്വമുഖങ്ങൾ 4 എണ്ണം, അവ സർവ്വസമത്രികോണങ്ങൾ.
- ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരുവശം സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിനു തുല്യം.
- ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷിക കോൺ 90^0 യേക്കാൾ കുറവായിരിക്കണം.
- സ്തൂപികയുടെ ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് പാദവികർണ്ണങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുന്നതിനുവരെയുള്ള ദൂരംസ്തൂപികയുടെ ഉന്നതിയാകുന്നു.
- സ്തൂപികയുടെ ശീർഷത്തിനും പാദവക്കിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാക്കുന്നു.
- ചരവുയരം $l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)}^2$
- സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല വ്സ്തീർണ്ണം(പരപ്പളവ്)
  = പാദ വിസ്തീർണ്ണം + പാർശ്വതലവിസ്തീർണ്ണം
  = a^2+ 2al
- സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ x പാദപ്പരപ്പളവ് X ഉയരം

$= \frac{1}{3} a^2h$

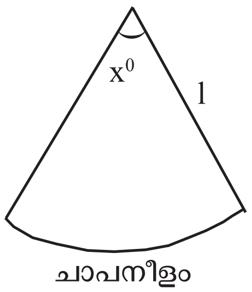


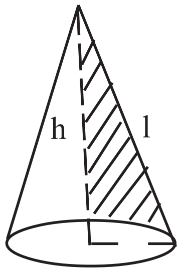




വൃത്തസ്തൂപിക

- വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചക്രമുഖം (പാർശ്വമുഖം) വൃത്താംശം ആകുന്നു.
- വൃത്ത സൂപിക, ഒരു വൃത്താംശവും, വൃത്തവും ചേർന്നതാകുന്നു.
- വൃത്താംശത്തിന്റെ അരം സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാക്കുന്നു.
- വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോണു ചാപനീളവും അനുപാതികമാണ്.
- വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും, സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവും ആനുപാതികമാണ്?
- സെക്ടർ (വൃത്താംശത്തിന്റെ) കേന്ദ്ര കോണു സ്തൂപികയുടെ പാദ അരവും അനുപാതികമാണ്.





l- ചരിവുയരം

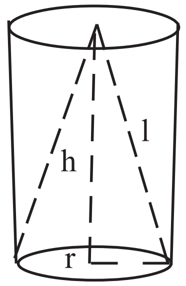
h- ഉന്നതി

r- ആരം

വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = $l=\sqrt{h^2+r^2}$

$h=\sqrt{l^2r^2}$

$r=\sqrt{l^2-h^2}$

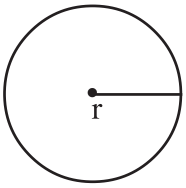


വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദ പരപ്പളവ് + വക്ര മുഖ പരപ്പളവ് = πr^2 + വൃത്താശം പരപ്പളവ്

വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $=\frac{1}{3}\times$ വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $=\frac{1}{3}\text{x}\pi\text{x}r^2h$

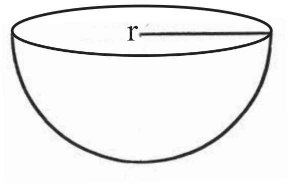
ഗോളം

- ഗോളം എങ്ങിനെ മുറിച്ചാലും വൃത്തം കിട്ടും.
- ഗോളത്തിന്റെ, കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ഗോളോപരിതലത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം ഗോളത്തിന്റെ ആരമാക്കുന്നു.
- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$
- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$



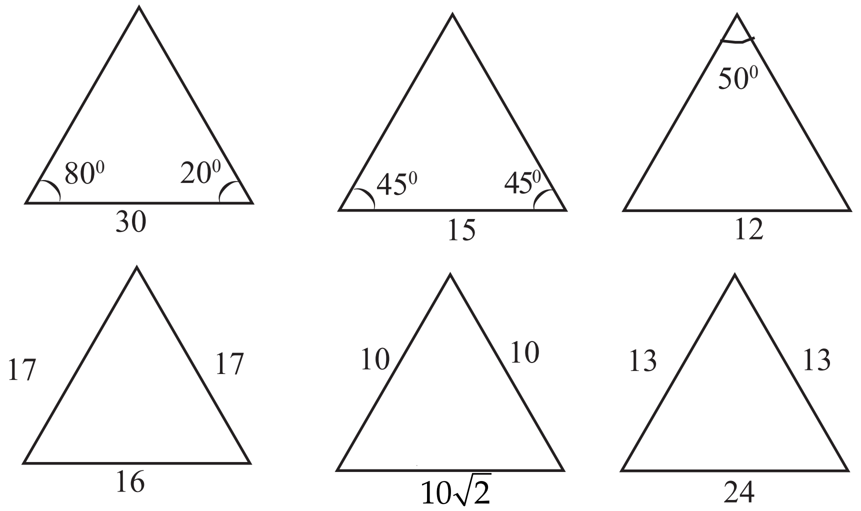
അർദ്ധഗോളം

- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയും അതേ അരമുള്ള വൃത്തവും ചേർന്ന ഘനരൂപമാണ് അർദ്ധഗോളം.
- ഇതിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $=2\pi r^2+\pi r^2=3\pi^2$
- വ്യാപ്തം $=\frac{2}{3}\pi r^3$



പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1. a) താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു സമചതുരം സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖമാകാൻ സാധ്യത ഉള്ളത് ഏത്?



b) ആ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതി (ചരിവുയരം) എത്ര?

c) ആ സ്തൂപികയുടെ പാദ വക്കിന്റെ അളവെത്ര?

d) അതിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

2. സമചതുരം സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി h, പാർശ്വോന്നതി l, പാദവക്ക് a, പാർശ്വവക്ക് e, ആയാൽ പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

a	h	l	e
12	8	....	....
10	....	....	13
....	24	25	....
30	....	50	....

സൂചന: സമചതുര സ്തൂപികയിൽ

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

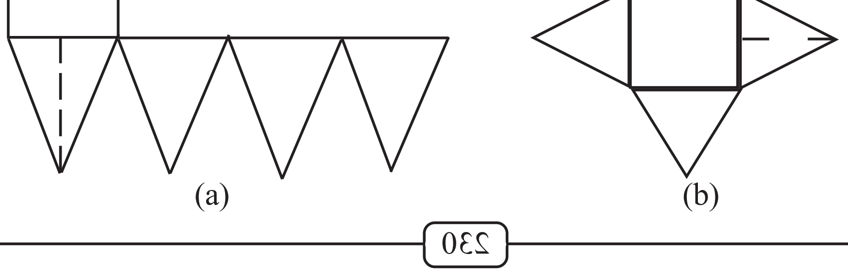
$$e = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$e = \sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{l^2 + h^2}$$

3. സമചതുര സ്തൂപികയെ ഒരു വക്കിൽ കൂടിമുറിച്ച് നിവർത്തി വച്ച രൂപമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. പാദവക്ക്, പാർശോന്നതി ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക.



(a) (b)

4. 12 സെ.മി. വശമുള്ള ഒരു സമചതുരവും, 12 സെ.മി. പാദവും എതിർ ശീർഷത്തിലേക്കുള്ള അകലം 10 സെ. മി. ആയ 4 സമവപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ഇതു പൊതിയാനാവശ്യമായ പേപ്പറിന്റെ അളവ് എന്ത്? സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി എന്ത്?

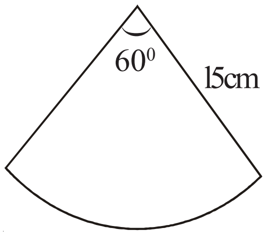
5. രാമൻ ഉണ്ടാക്കാനുദ്ദേശിച്ച സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് 45^0 ആകുന്നു. ഇത് കേട്ട റഹിം ഈ സ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ സാധ്യമാവില്ല എന്നും സാധിക്കും എന്ന് ജോസഫും വാദിച്ചു. അവരുടെ അഭിപ്രായപ്പോത്തോട് പ്രതികരിക്കുക. കാരണം വ്യക്തമാക്കുക.

6. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 1400 ച. സെ.മീ. ആകുന്നു. അതിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 80. സെ.മി. ആയാൽ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എന്ത്?

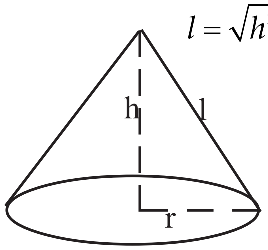
7. സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം 16,000 cm^3ആയാൽ. അതിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

8. സമചതുര സ്താംഭാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ 75 ലീറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും. ഇതേ പാദവക്കും ഉന്നതിയുമുള്ള സമചതുര സ്തൂപികാകൃതിയുലുള്ള പാത്രത്തിൽ എത്ര വെള്ളം കൊള്ളും.

9. a) ചിത്രത്തിൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ അരം എത്ര?
   b) ചാപ നീളം എത്ര?
   c) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോണും വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രിയ കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം
   c) ഈ വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ അതിന്റെ ചരിവുയരം എന്ത്?



10. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

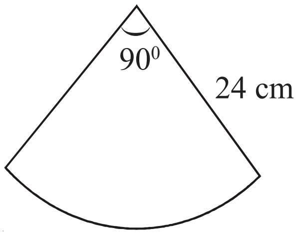


$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

r	h	l
5	10	....
12	....	13
....	60	61
9	12	....
6	....	10
27	36	....

11. വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം (അംശബന്ധം) പട്ടികയിൽ പൂരിപ്പിക്കുക.

കേന്ദ്രകോൺ x^0	പാദ ആരം r
180^0	....
....	6 സെ.മീ.
72^0	....
60^0	....
....	3 സെ.മീ.



12. പാദ ആരം 10 സെ.മീറ്ററും ഉന്നതി 24 സെ.മീറ്ററും ഉള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള പാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ ലോഹത്തകിടിന്റെ അളവ് എന്ത്? ഈ വൃത്താം ശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

ചരിവുയരം $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{x}{360} x \pi l^2$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = πrl, l - ചരിവുയരം, r - ആരം.

13. പാദ ആരം 5 സെ.മീറ്ററും ചരിവുയരം 15 സെ.മീറ്ററും ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യമായ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവ് എത്ര? (സൂചന:വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരവും സ്തൂപികയുടെ ആരവും ആനുപാതികമാണ്)

14. ഒരു അർദ്ധവൃത്തം വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

15. പാദവ്യാസം 30cmഉം, ഉയരം 4cm ഉള്ള വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

16. ഒരു അർദ്ധ വൃത്തം വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവും പാദപരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണക്കാക്കുക.

17. വൃത്ത സ്തൂപികകളുടെ വ്യപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 16:25 ആക്കുന്നു. ഇവയുടെ ഉന്നതികൾ തുല്യമായാൽ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

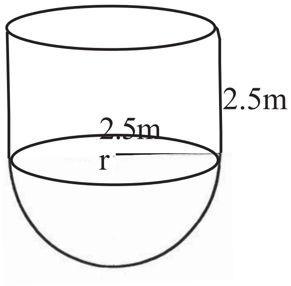
18. 216^0 കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക. വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം 25cm ആകുന്നു. സ്തൂപികയുടെ ആരം എന്ത്? ഉന്നതി എന്ത്?

19. ആരം 6 cm ആയ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര? വ്യാപ്തം എത്ര?

20. ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തവും ഉപരിതല പരപ്പളവും സംഖ്യാ പരമായി തുല്യമാണ്? എങ്കിൽ ആരം എത്ര?

21. അരം 8 cm അർദ്ധ ഗോളത്തിന്റെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ് എത്ര? ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുക.

22. ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘനരൂപത്തിന്റെ പൊതുവായ ആരം 2.5m വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം 2.5m എങ്കിൽ ഈ രൂപത്തിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ അളവ് എത്ര?



23. വക്കുകളുടെ നീളം 12 cm ആയ ക്യൂബിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ ആരം എത്ര? ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര? വ്യാപ്തം എത്ര?

24. 8 cm അരമുള്ള ഒരു ഗോളത്തെ 2 അർദ്ധഗോളങ്ങളാക്കി മാറ്റിയാൽ അവ ഓരോന്നിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര? വ്യാപ്തമെത്ര?

25. ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒരു വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ നീളം 6 മീറ്ററും വ്യാസം 2 മീറ്ററും ആകുന്നു. ഇതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തും 2 മീറ്റർ വ്യാസമുള്ള അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ഘനരൂപത്തിന്റെ ഏകദേശ ചിത്രം വരക്കുക. വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

***

യൂണിറ്റ് 6
സൂചക സംഖ്യകൾ

ആമുഖം

രേഖീയ സംഖ്യകളെ മുഴുവനായും ഒരു രേഖയിൽ ബിന്ദുക്കൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാമെന്ന് രേഖീയ സഖ്യകൾ എന്ന അദ്ധ്യായത്തിൽ 9-ാം ക്ലാസിൽ നാം പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു. എന്നാൽ ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുകളെ എങ്ങനെ ഒരു ജോടി സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം എന്നാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിക്കുന്നത്. ഇതിലൂടെ അക്ഷങ്ങൾ മനസ്സിൽ കണ്ട്കൊണ്ട് തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് ബിന്ദുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലേക്കും അശയം വളർത്തേണ്ടതാണ്.

ആശയ വികസനം

- രേഖീയ സംഖ്യകൾ, ഒരു രേഖയിലെ 2 ബിന്ദുകൾ തമ്മില്ലുള്ള അകലം
- ഒരു തലത്തിലുള്ള ഏത് ബിന്ദുവിനേയും സംഖ്യാ ജോടികൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം.
- സൂചകാക്ഷം, സൂചക സംഖ്യ, അധാര ബിന്ദു എന്നീ ആശയങ്ങൾ
- സൂചകാക്ഷത്തിലേക്കും, അതിന് സമാന്തരമായ വരകളിലേയും സൂചക സംഖ്യയുടെ പ്രത്യേകത
- സൂചകാക്ഷത്തിലും, അതിന് സമാന്തര മായതുമായ വരകളിലെ രണ്ട് ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണാനും പ്രായോഗിക്കാനും.
- അക്ഷങ്ങൾ മനസ്സിൽ കണ്ടുകൊണ്ട് തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുകളുടെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുന്നു.

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

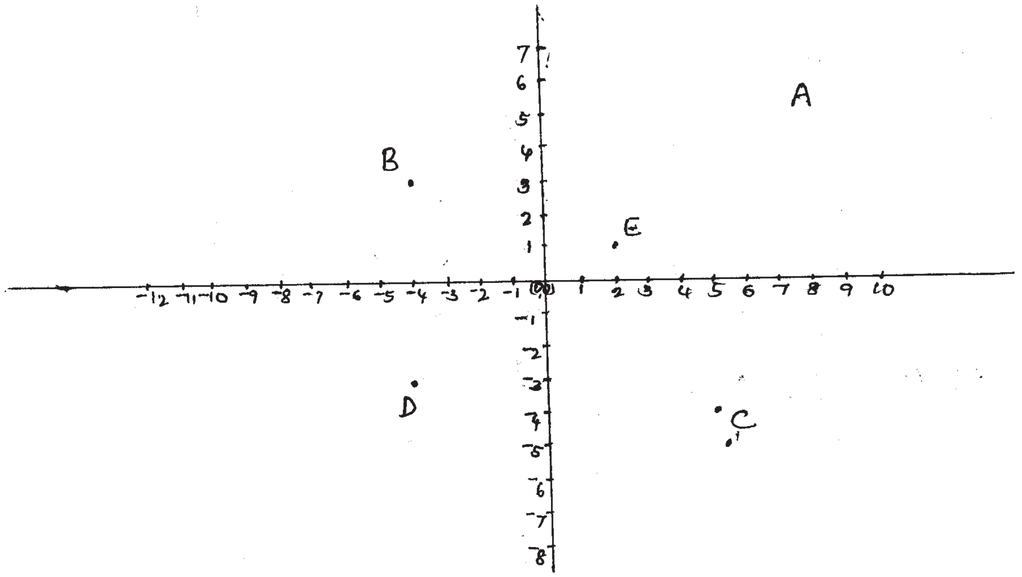
1) ഒരു സംഖ്യാരേഖ നിർമ്മിച്ച് അതിൽ 2, −1, 0, −5, 3 എന്നീ ബിന്ദുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
2) സംഖ്യാ രേഖയിൽ 3,4 എന്നീ ബിന്ദുകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുകൾ എഴുതുക.
3) സംഖ്യാ രേഖയിൽ−2, 3 എന്നീ ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെന്ത്
   സംഖ്യ രേഖയിൽ x, y എന്നീ ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x-y|$
4) താഴെ കൊടുത്ത പട്ടികയിലെ സഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക

സംഖ്യകൾ	സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം	വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുത് കുറച്ചത്	ചെറുതിൽ നിന്ന് വലുത് കുറച്ചത്
5, 2			
7, 0			
−2, 3			
5, −4			
7, −8			

5) X സൂചകാക്ഷവും, y സൂചകാക്ഷവും നിർമ്മിച്ച് താഴെ കൊടുത്ത സൂചക സംഖ്യകളെ അടയാളപ്പെടുത്തുക

A(-2,4), B(5,2), C(0,4), D(4,-1), E(-2, -3), F(7, -2),
G(3,0), H(0, -2), I (-2, 0)

6) ചുവടെ കൊടുത്ത ബിന്ദുകളിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക



7) X സൂചകാക്ഷത്തിൽ നിന്ന് 2 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലും, y സൂചകാക്ഷത്തിൽ നിന്ന് 3 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലും ഉള്ള മൂന്ന് ബിന്ദുകൾ എഴുതുക

8) (-2,4) എന്ന ബിന്ദു X സൂചകാക്ഷത്തിൽ നിന്ന് എന്ത് അകലത്തിലാണ് y സൂചകാക്ഷത്തിൽ നിന്ന് എന്ത് അകലത്തിലാണ്. ഇതേ പ്രത്യേകതയുള്ള മറ്റൊരു ബിന്ദു കണ്ടെത്താമോ?

9) അധാര ബിന്ദു കേന്ദ്രമായ 4 യൂണിറ്റ് അരമുള്ള വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

10) X സൂചകാക്ഷവും, y സൂചകാക്ഷവും നിർമ്മിച്ച് താഴെ ചേർന്ന സൂചക സംഖ്യകളെ ക്രമമായി അടയാളപ്പെടുത്തി യോജിപ്പിക്കുക.

(3,3), (3,5), (-4, 5), (-4,-4), (3,-4), (3,0), (-4, 0)

11) താഴെ കൊടുത്ത ബിന്ദുകളെ X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുകൾ, y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുകൾ, അക്ഷത്തിലല്ലാത്തവ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുക.

(-2,0), (0,-3), (5,0), (7,0), (4,3), (0,4), (-5,0),(7,2), (-2,-3), (4,0), (-5,0), (0,0)

12) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ ജോടി ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക.

a) (2,0), (-6, 0) b) (-2,0), (0, 0)
c) (3,0), (7, 0) d) (-2,0), (5, 0)

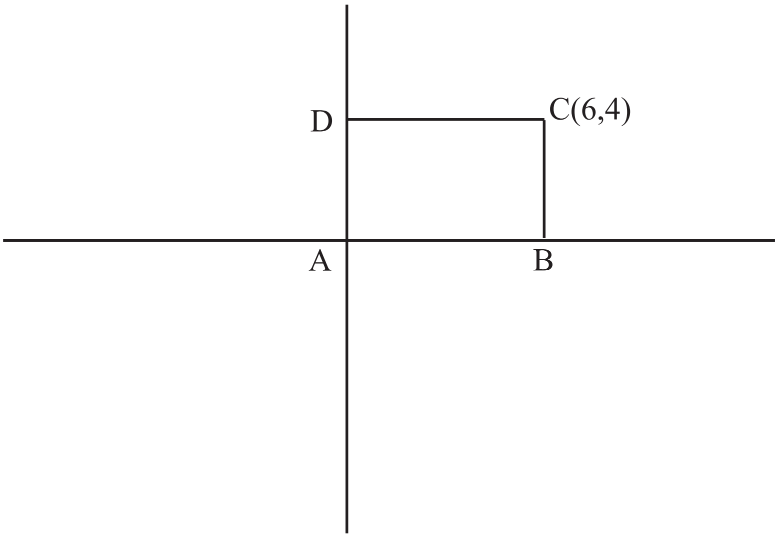
e) (4,0), (0, 0)　　f) (0,3), (0, 7)

g) (0, −2), (0, −5)　　h) (0, −7), (0, −1)

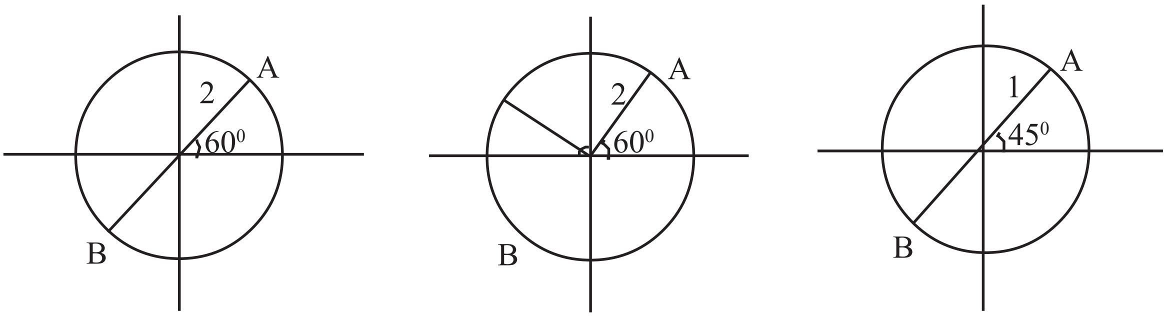
i) (0, 4), (0, −2)　　j) (0, −6), (0, 0)

x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുകളുടെ y സൂചക സംഖ്യകൾ പൂജ്യമാണ്, (x,0) രൂപത്തിലാണ്.
y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുകളുടെ, x സൂചക സംഖ്യകൾ പൂജ്യമാണ് (0, y) രൂപത്തിലാണ്. ആധാര ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (0,0) ആണ്

13) ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂന്ന് മൂലകളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. ഇവിടെ നീളം അളക്കാൻ ഉപയോഗിച്ചു ഏകകം ½ സെന്റിമീറ്ററാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയാണ്?



14) ഓരോ ചിത്രത്തിലും A, B ബിന്ദുകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക



15) സമചതുരം ABCD യിൽ AB എന്ന വശം x അക്ഷത്തിലാണ്. A(-1, 0), B(4,0) ആയാൽ സമചതുരം ABCD യുടെ എല്ലാ ശീർഷങ്ങളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(Hint : CD, x അക്ഷത്തിന് മുകളിലും താഴെയും വരാം)

16) സമചതുരം PQRS ൽ PQ എന്ന വശം y അക്ഷത്തിലാണ്. P(0, 4), Q(0,-2) ആയാൽ സമചതുരം PQRS ന്റെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

17) ആധാര ബിന്ദുവിൽ നിന്നും അകലം 4 ആയ, അക്ഷങ്ങളിലൂടെയുള്ള ബിന്ദുകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

18) x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി (0,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്ന സമാന്തര വരയിലെ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

19) y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി (–2,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്ന മൂന്ന് ബിന്ദുകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

20) (4,5), (−2,5), (−2, −1), (4,−1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

21) PQR സമഭുജ ത്രികോണമാണ്, P(1,0),Q(7,0) ആയാൽ R ന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

22) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

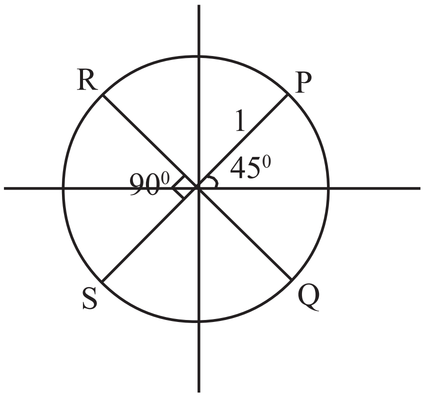
a) (5,2), (−7, 2) b) (−3,−1), (4,−1))

c) (4,3), (12, 3) d) (5,2), (5, 3)

e) (−2,−7), (−2, 8) f) (4,12), (4, −4)

- a എന്ന ഏത് സംഖ്യയ്ക്കും (x,a) എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ കൂട്ടം, x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി aഅകലത്തിലുള്ള വരയാണ്.
- (x_1,a), (x_2,a) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1-x_2|$ ആണ്.
- (a,y) രൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുകളുടെ കൂട്ടം y അക്ഷത്തിൽ സമാന്തരമായി a അകലത്തിലുള്ള വരയാണ്.
- (a,y_1), (a,y_2) ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1-y_2|$ ആണ്.

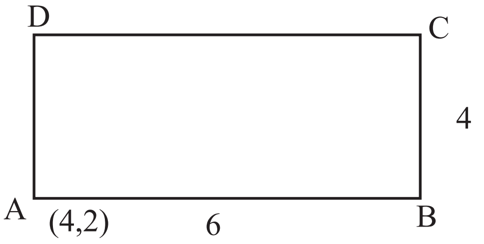
23) ചിത്രത്തിൽ PQRS എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.



24) (4,5) എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വരച്ച വൃത്തം (10,5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്നു. വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതെങ്കിലും ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ ഏഴുതുക.

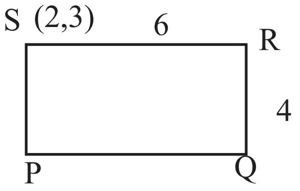
25) ചുവടെ കൊടുത്ത ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ് അവയുടെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

a)

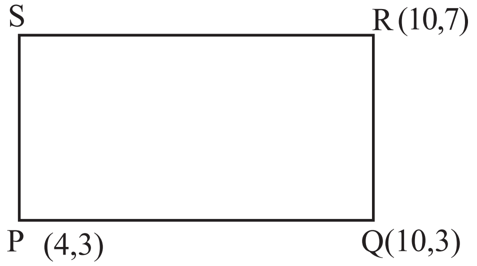


b)

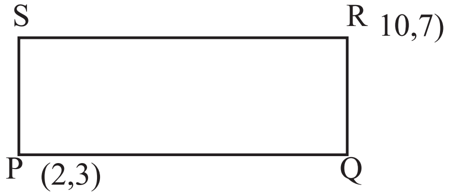
c)



d)



e)



25) ചുവടെ കൊടുത്ത ബിന്ദുക്കളുടെ ജോടികൾ എതിർ മൂലകളായും വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായും വരുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളവും മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) (−2, 3), (−2, −3)
b) (3, 2), (7, 6)
c) (−2,−4), (2, 3)
d) (−2,−3), (2, −1)

***

യൂണിറ്റ് 7

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ആമുഖം

എന്തിനേയും സംഖ്യങ്ങളായി കാണുക എന്നതാണ് ഗണിതത്തിന്റെ സ്വഭാവം. കൃത്യമായി ഫലം പ്രവചിക്കാൻ കഴിയാത്ത സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതകളുടെ ഏറ്റക്കുറച്ചിലിനെ സംഖ്യകളാക്കി താരതമ്യം ചെയ്യുകയാണ് സാധ്യതാ സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം.

ആശയങ്ങൾ

- ലളിതമായ പ്രശ്നങ്ങളിലെ സാധ്യത സംഖ്യയാക്കുന്നതിലെ യുക്തിയാണ് സാധ്യതാ പഠനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം.
- സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുവാൻ സാധിക്കുന്നു.
- ഒരു നിശ്ചിത സംഭവത്തിന്റെ സാധ്യത എന്നത്, അതിന് അനുകൂലമായ എണ്ണം ആകെ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഫലങ്ങളുടെ എത്രഭാഗമാണ് എന്നതാണ്.
- രണ്ട് പ്രവൃത്തികൾ വെവ്വേറെ ചെയ്യുന്ന മാർഗ്ഗങ്ങളുടെ ഗുണഫലമാണ് അവ ഒരുമിച്ച് ചെയ്യാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളുടെ എണ്ണം

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

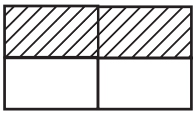
1) ഒരു ചെപ്പിൽ 10 മുത്തുകളുണ്ട്, 9 വെളുത്തതും, 1 കറുത്തതും, ഇതിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്ത് എടുത്താൽ വെളുത്തതാക്കാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? കറുത്തതാക്കാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

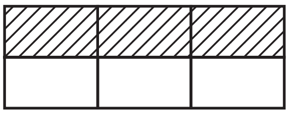
2) ഒരു ചെപ്പിൽ 10 മുത്തുകളുണ്ട്, 6 വെളുത്തതും, 4 കറുത്തതും ഇതിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്ത് എടുത്താൽ വെളുത്തത് ആക്കാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? കറുത്ത മുത്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

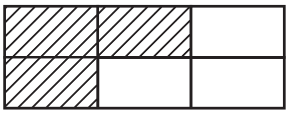
3) ഒരു ചെപ്പിൽ 10 മുത്തുകളുണ്ട്, 5 വെളുത്തതും, 5 കറുത്തതും ഇതിൽ നിന്ന് നോക്കാത്തെ ഒരു മുത്ത് എടുത്താൽ വെളുത്തതാക്കാനുള്ള സാധ്യത? കറുത്തതാക്കാനുള്ള സാധ്യത?

4) 1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഒരോന്നും ഒരു കടലാസിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടു. ഇതിൽ നിന്ന് എടുക്കുന്ന കടലാസ്
   1) ഒറ്റ സംഖ്യ ആക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
   2) ഇരട്ട സംഖ്യ ആക്കാനുള്ള സാധ്യത?
   3) 3 ന്റെ ഗുണിതമാക്കാനുള്ള സാധ്യത?
   4) 5 ന്റെ ഗുണിതമാക്കാനുള്ള സാധ്യത?

5) ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രണ്ട് ചതുരങ്ങളിൽ കറുപ്പിച്ചഭാഗത്ത് കുത്തിടാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.

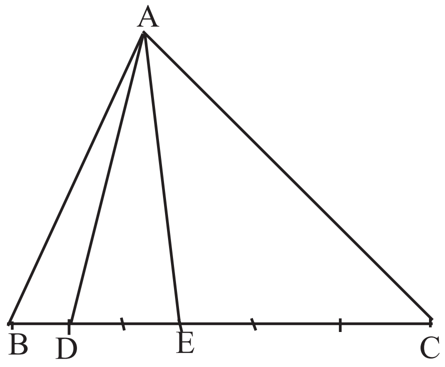
i) 

ii) 

iii) 

6) ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പാദത്തെ 1:2:3 എന്ന അംശ ബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ കുത്ത്,

1. Δ ABD യ്ക്ക് ഉള്ളിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.
2. Δ ADE യ്ക്ക് അകത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.
3. Δ AECയ്ക്ക് ഉള്ളിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.
4. Δ ABE യ്ക്ക് ഉള്ളിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.
5. Δ ADC യ്ക്ക് ഉള്ളിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്.



7) 10 പന്തുകൾ വീതമുള്ള രണ്ട് പെട്ടികൾ, അദ്യത്തേതിൽ 5 എണ്ണം വെളുത്തതും, 5 എണ്ണം കറുത്തതും, രണ്ട് മാസത്തെ പെട്ടിയിൽ 7 എണ്ണം വെളുത്തതും 3 എണ്ണം കറുത്തതും.

1) വെളുത്ത പന്താണ് എടുത്തതെങ്കിൽ ഏത് പെട്ടിയിൽ നിന്ന് എടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്?
2) ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് കറുത്ത പന്ത് എടുക്കാൻ സാധ്യത എത്രയാണ്?
3) ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് വെളുത്ത പന്ത് എടുക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
4) രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് വെളുത്ത പന്തെടുക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
5) രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ കറുത്ത പന്തെക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

8) ഒരു പെട്ടിയിൽ 1,2 എന്നെഴുതിയ രണ്ട് കടലാസ് മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ, 1,2,3 എന്നെഴുതിയ മൂന്നുകടലാസ് കഷണങ്ങളും ഇട്ടിട്ടുണ്ട്. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസ് വീതമെടുത്തപ്പോൾ,

1) ആകെ എത്ര സംഖ്യജോടികളുണ്ട്?
2) രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യ ആക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
3) രണ്ടും ഇരട്ട സംഖ്യ ആക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
4) ഒന്ന് ഒറ്റയും മറ്റേത് ഇരട്ട സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത?

9) ഒരു കൂട്ടയിൽ 25 മാങ്ങയുണ്ട്, അതിൽ 10 എണ്ണം പഴുത്തിട്ടില്ല. മറ്റൊരു കൂട്ടയിൽ 20 മാങ്ങയുണ്ട്, അതിൽ 6 എണ്ണം പഴുത്തിട്ടില്ല. ഓരോ കൂട്ടയിൽ നിന്നും ഓരോ മാങ്ങ എടുത്താൽ ഒന്നെങ്കിലും പഴുത്തതാക്കാനുള്ള സാധ്യത.

hints:- 1) ആകെ മാങ്ങയുടെ ജോടികൾ 25X20=500 എണ്ണം, 500 എണ്ണത്തെ മൂന്നു കൂട്ടമ്യായി തരംതിരിക്കുക.

1) രണ്ടും പഴുക്കാത്തത് 2) രണ്ടും പഴുത്തത് 3) ഒന്ന് പഴുത്തതും, മറ്റേത് പഴുക്കാത്തതും.

10) ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യ പറയാനാവശ്യപ്പെടുക?

1) ഇതിലെ രണ്ടക്കങ്ങളുംതുല്യമാക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

2) ആദ്യത്തെ അക്കം, രണ്ടാമത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ വലുതാക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

3) ആദ്യത്തെ അക്കം, രണ്ടാംമത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ ചെറുതാക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

***

യൂണിറ്റ് 8

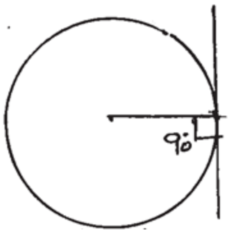
തൊടുവരകൾ

ആമുഖം

വൃത്തത്തെ ആസ്പദമാക്കി തൊടുവര എന്ന പുതിയ ഒരു ജ്യാമിതീയ ആശയമാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുന്ന വരയാണ് തൊടുവര (സ്പർശരേഖ). വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിനെ തൊടുബിന്ദു എന്നുപറയുന്നു. വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിലും ഒരു തൊടുവര നിർമ്മിക്കാം. കൂടാതെ ഒരു തൊടുവര തൊടുബിന്ദുവിൽകൂടിയുള്ള ആരത്തിനു ലംബമാണ്. അതായത് ഏത് ആരത്തിന്റെയും വൃത്തത്തിലെ അഗ്രബിന്ദുവിൽകൂടിയുള്ള ലംബം തൊടുവരയാണ്. വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽകൂടിയും വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരുബിന്ദുവിൽ നിന്ന് '2' തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാമെന്നും ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമാണെന്നും കണ്ടെത്തുന്നു. ഈ തത്വം തന്നെ കോണുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണും അനുപൂരകമാണെന്നും കണ്ടെത്തുന്നു. ഇതിനുപുറമേ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും ആ കോണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമാണ്. ഇതിൽനിന്നും കേന്ദ്രം ഉപയോഗിക്കാതെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗത്തിലേക്ക് എത്തുന്നു. അധ്യായത്തിന്റെ അവസാന ഭാഗത്ത് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെ തൊടുന്ന ഒരു വൃത്തം (അന്തർവൃത്തം) എങ്ങിനെ വരയ്ക്കാമെന്നും ചർച്ചചെയ്യുന്നു.

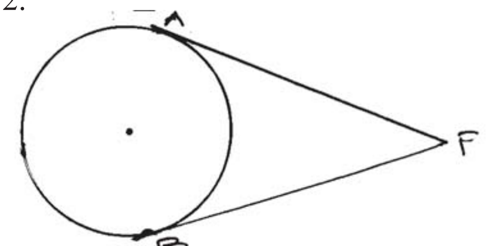
ആശയങ്ങൾ

1.



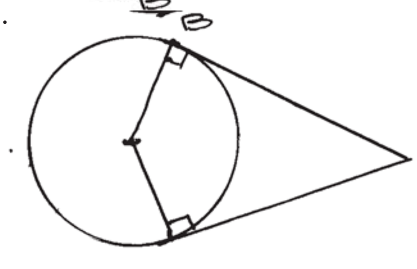
തൊടുവര തൊടുബിന്ദുവിലെ ആരത്തിന് ലംബമാണ്.

2.



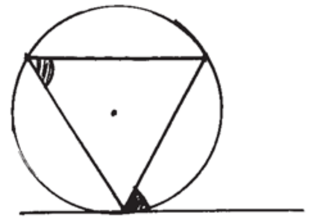
വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ബാഹ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരക്കാം. അവതുല്യമാണ്.

3.



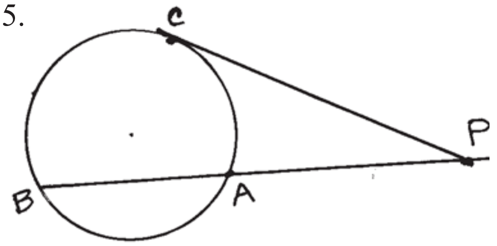
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ 2- തൊടുവരകളും 2 അരങ്ങളും ചേർന്ന് വരുന്ന ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.

4.



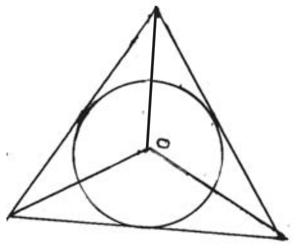
തൊടുവരയും തൊടുബിന്ദുവിലെ ഒരു ഞാണും ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ മറു ഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യം.

5.



ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയും ഛേദക രേഖയും P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ PA x PB = PC^2 ആയിരി

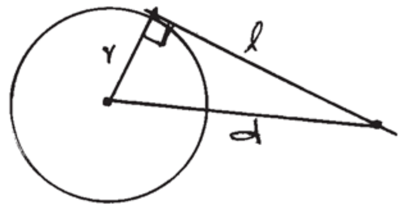
6.



ക്കും.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ സമഭാജികൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കും. ഇത്

7.



ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്.

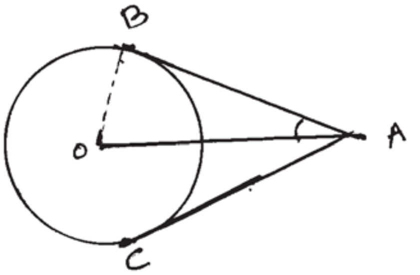
അരം r, തൊടുവരയുടെ നീളം l കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം d ആയാൽ $d=\sqrt{l^2+r^2}$

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1) ചിത്രത്തിൽ $\angle A=30^\circ$ ആയാൽ

i) $\angle AOB$ എത്ര?

ii) OA = 12 സെ.മീ. ആയാൽ AC =



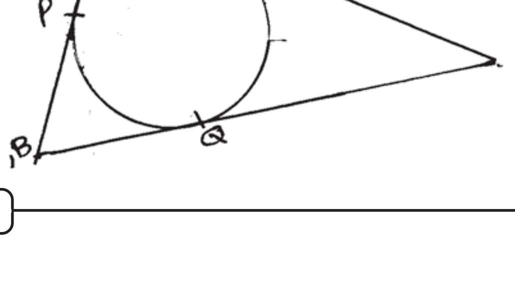
2) 5 സെ. മീ. അരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് 15 സെ. മീ. അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം എത്ര?

3) ചിത്രത്തിൽ AP =2 സെ.മീ

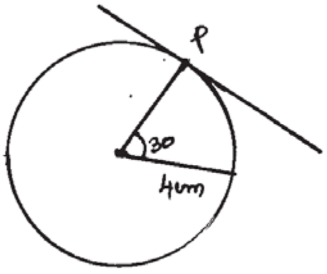
BQ =4 സെ.മീ

CR =5 സെ.മീ എങ്കിൽ,

ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക



4) തന്നിരിക്കുന്ന അളവിലുള്ള ചിത്രം വരക്കുക

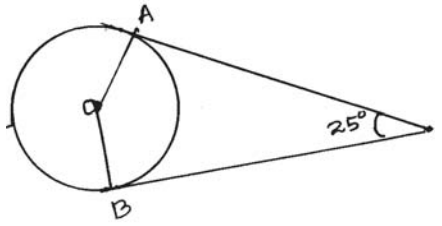


5) ചിത്രത്തിൽ

i) $\angle OAP$ = ... (കാരണം)

ii) $\angle OBP$ = ... (കാരണം)

iii) $\angle AOB$ = ... (കാരണം)



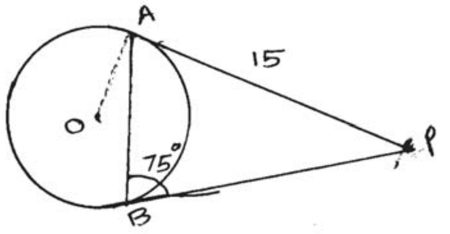
6) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് PA, PB സ്പർശ രേഖകൾ

i) PB =

ii) $\angle PAO$ =

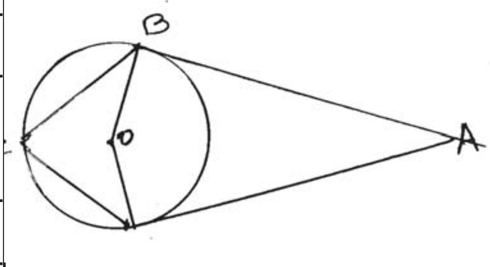
iii) $\angle OAB$ =

iv) $\angle PAB$ =



7) ചിത്രം പഠിച്ച് താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

$\angle A$	$\angle BOD$	$\angle BCD$	ചാപം BCD	ചാപം BED
40				
	100			
		60		
			310	
				120



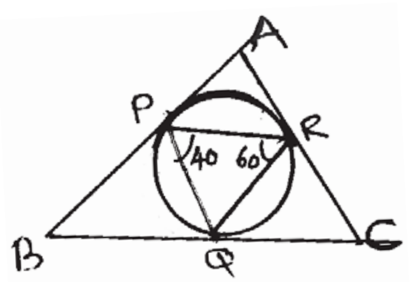
8) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് താഴെ കൊടുത്ത ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കാണുക

i) $\angle RQC$ = ... (കാരണം.......)

ii) $\angle BQP$ =

iii) $\angle ARP$ =

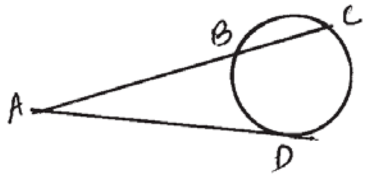
iv) ΔABC യുടെ എല്ലാം കോണുകളുടെയും അളവ് എഴുതുക



9) 3 cm അരമുള്ള വൃത്തം 50^0, 60^0, 70^0 കോണളവുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന രീതിയിൽ നിർമ്മിക്കുക

10) 4 cm വശമുള്ള സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന ഒരു വൃത്തം വരക്കുക.

11) ചിത്രത്തിൽ BC=9, AB=15 ആയാൽ



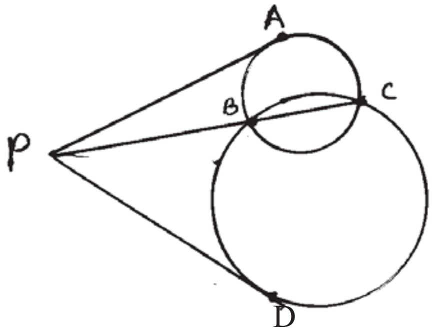
a) ABയുടെ നീളം എത്ര?

b) ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി താഴെ കൊടുത്ത പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

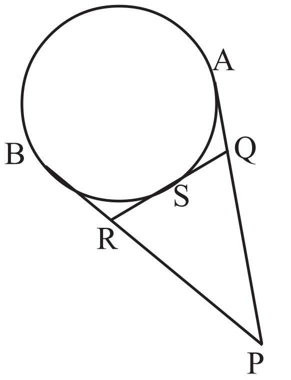
AB	BC	AC	AD
4	-	9	-
-	6	8	4
4	5	-	-
-	7	16	-
-	12	-	8

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.

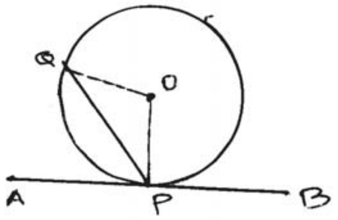
12) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് ൽ PA= PD എന്ന് തെളിയിക്കുക.



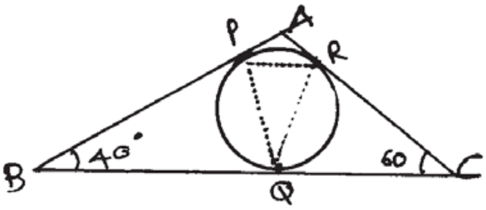
13) ചിത്രത്തിൽ PA, PB, PQ ഇവ വൃത്തത്തിൽ തൊടുവരകളാണ്. Δ PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് PA യുടെ ഇരട്ടിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



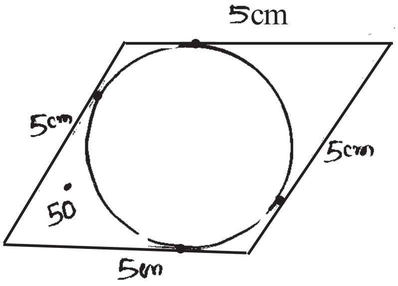
14) ചിത്രത്തിൽ $\angle APQ=50^0$ ആയാൽ $\angle POQ$ എത്ര?



15) ചിത്രത്തിൽ ΔPQR ന്റെ കോണളവുകൾ കാണുക.

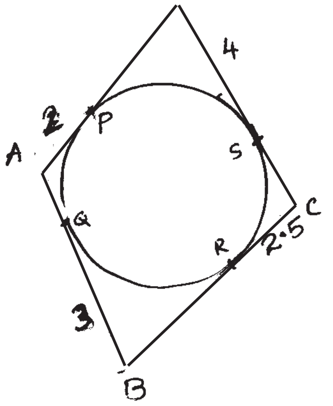


16)



നൽകിയിരിക്കുന്ന ചിത്രം അതേ അളവിൽ വരക്കുക

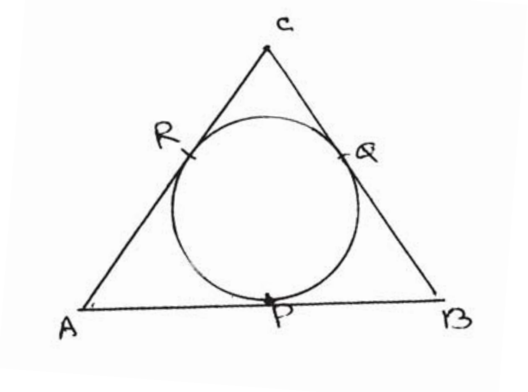
17) ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് AB+DC = BC+AD എന്ന് തെളിയിക്കുക.
P, Q, R, S തൊടുബിന്ദുക്കളാണ്. AP=2, DS=4, CR=2.5, BQ=3



18) ഒരു വൃത്തത്തിലെ 4 ബിന്ദുകൾ യോജിപ്പിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2 യൂണിറ്റാണ് ഇതേ ബിന്ദുകളിൽ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന രേഖകൾ ചേർന്ന് കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ പ്രത്യേകയെന്ത്? ഒരു വശം എത്ര?

19) Δ ABC യുടെ അന്തർ വൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P,Q, R എന്നീ ബിന്ദുകളിൽ തൊടുന്നു. AB=3cm, BQ=5cm, CR=4cm ആയാൽ

AB =
BC =
AC =



20) ചിത്രം 19 ൽ AB=14cm, BQ=16cm, CR=18cm ആയാൽ,

AP =

BQ =

CR =

(സൂചന:- ഇവിടെ AP=x എന്നെടുത്താൽ, BP=14-x, BQ=2+x, AR=x)

21) ചിത്രത്തിൽ 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ വ്യാസമാണ്. AB, വൃത്തത്തിലെ D യിലെ തൊടുവരയാണ്. PQ, $\angle BAD=30^0$

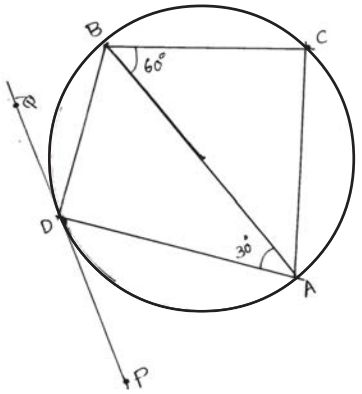
$\angle ABC =$ 60^0 ആയാൽ

$\angle DCB =$ .... (കാരണം)

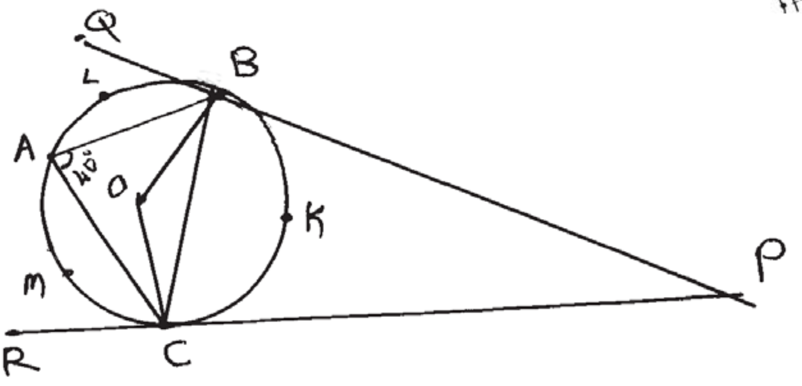
$\angle PDA =$ .... (കാരണം)

$\angle CAB =$ .... (കാരണം)

$\angle ACB =$ .... (കാരണം)



22)



ഈ ചിത്രത്തിൽ PQ, PR തൊടുവരകൾ, B, C ഇവ തൊടുബിന്ദുക്കൾ, $\angle A=40^0$ അയാൽ താഴെകൊടുത്തവ കാണുക.

i $\angle PBC$ =

ii $\angle PCB$ =

iii $\angle BPC$ =

iv $\angle BOC$ =

v $\angle OBC$ =

vi $\angle OCB$ =

23) 5 സെ. മി. വശമുള്ള സമഷഡ്ഭുജം വരക്കുക. ഇതിന്റെ വശങ്ങൾ തൊടുവരകൾ ആകത്തക്ക വിധം വൃത്തം വരക്കുക.

(സൂചന:- 5 സെ. മീ. അരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് ഷഡ്ഭുജം വരക്കാമല്ലോ)

യൂണിറ്റ് 9

ബഹുപദങ്ങൾ

ആമുഖം

ബഹുപദങ്ങൾ എന്ന ആശയം 9-ാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചതിന്റെ തുടർച്ചയായാണ് ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. സംഖ്യകളിലെ, ശിഷ്ടം, ഘടകം, ഘടക്രിയ എന്നീ ആശയങ്ങൾ ബഹുപദങ്ങളിൽ ചർച്ചചെയ്യപ്പെടുകയാണ് ഈ പാഠഭാഗത്തിൽ ചെയ്യുന്നത്. രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഘടകക്രിയയ്ക്കാണ് ഇവിടെ പ്രാധാന്യം നൽകിയിരിക്കുന്നത്.

ആശയങ്ങൾ

- ബഹുപദത്തിന്റെ ഹരണം
- ശിഷ്ട സിദ്ധാന്തം, $P(x)$ നെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം $P(a)$
- ഘടകസിദ്ധാന്തം, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $x-a$ എങ്കിൽ $P(a) = 0$.
- രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഘടകക്രിയ

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1) ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഓരോ ബഹുപദത്തിലും xന്റെ വില, −1, 1, 0, 2, −2 എന്നിവ കൊടുത്ത് വില കാണുക.

   a) $3x^2+7x+9$
   b) x^2+6x^2+5x+4
   c) $3x^3+9x^2-2x-7$
   d) $x(x-3)$
   e) $(2x+1)(3x^2-4x+5)$
   f) $(x-1)(x^2+6x+2)$

2) $(x-3)$ എന്നത് x^2-5x+6 എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

   Hint:- ശിഷ്ടം =0, എന്ന് പരിശോധിച്ചാൽ മതി.

   ശിഷ്ടം = $p(3)$
   $\therefore p(3)= x^2-5x3+6$
   $= 9-15+6$
   $= 15-15$
   $p(3)= 0$
   ശിഷ്ടം=0
   $\therefore$ $(x-3)$, x^2-5x+6 ന്റെ ഒരു ഘടകം

3) ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ബഹുപദങ്ങൾ ഓരോന്നും x^3+7x^2+7x+8 ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

   $(x-1)$, $(x+1)$, $(x-2)$, $(x+2)$, $(x+3)$

4) x^3-1എന്ന ബഹുപദത്തെ $x-1$കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം എത്ര?

5) $x+1$ എന്നത് x^2+1 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ?

6) $6x^2+3x-5$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ $x-1$

7) $2x^2-6x-6$ ൻരെ ഒരുഘടകമാണോ $2x+3$

8) n ഏതൊരു എണ്ണൽ സംഖ്യ ആയാലും x^n-1 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ $x-1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

9) n ഏതൊരു ഒറ്റ സംഖ്യ ആയാൽ x^n+1 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ $x+1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

10) $x^{15}-1$ ന്റെ ഘടകമാണ് $x-1$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

11) x^2+Kx+8 എന്ന ബഹു പദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം $x-4$ ആയാൽ kയുടെ വില എന്ത്?

Hint : 1) p(x) എന്ന ബഹുപദത്തെ (x-a), കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം p(a)=0 ആയാൽ (x-a), p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്.

2) p(-a) =0, ആയാൽ (x+a), p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്.

3) p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകം ax+b ആയാൽ, $p(-b/a) = 0$

4) p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകം ax-b ആയാൽ, $p(b/a) = 0$

12) $4x^2-3x+1$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ

1) $2x-1$ 2) $3x-2$ 3) $2x+1$ 4) $3x+1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

13) താഴെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫല മായി എഴുതുക

1) $x^2-9x+20$ 2) $x^2+5x-14$

3) x^2+9x+3 4) $x^2-7x+10$

5) x^2-2x-2 6) $x^2-2x-35$

14) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫല മായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ, കഴിയുമെങ്കിൽ ഘടകങ്ങളായി എഴുതുക

i) x^2+3x+2 ii) x^2-2 iii) x^2+x+1

iv) x^4+1 v) x^2-x-1 vi) x^2+2x-1

vii) x^4+x^2+1

Hints : $ax^2+bx+c=0$ യിൽ $b^2-4ac<0$, നെഗറ്റിവ് ആയാൽ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം ഗുണന ഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല

15. x3+8x2-8x+15 നോട് ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം (x-2) എങ്കിൽ കൂട്ടിയ സംഖ്യ ഏത്?

***

യൂണിറ്റ് 10

ജാമിതിയും ബീജഗണിതവും

ആമുഖം

സൂചക സംഖ്യകൾ എന്ന പാഠഭാഗത്ത് ഒരു തലത്തിലുള്ള ഏത് ബിന്ദുവിനേയും സൂചക സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം. അങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ സ്ഥാനത്തെ കുറിച്ച് പൂർണ്ണത ലഭിക്കുന്നു എന്നു കണ്ടു. ഈ പാഠ ഭാഗത്ത് രണ്ട് ബിന്ദുകൾ പരിഗണിക്കുമ്പോൾ അവ തമ്മിലുള്ള അകലവും, അവ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന വര x അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ചരിവും, വരയിലെ x സൂചക സംഖ്യ മാറുമ്പോൾ y സൂചക സംഖ്യക്ക് ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റം അനുപാതികം എന്ന് മനസ്സിലാക്കി അവ തമ്മിൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നതും ആണ് വിവരിച്ചിട്ടുള്ളത്.

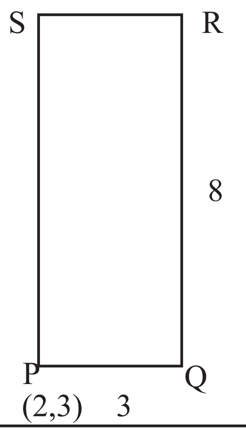
ആശയ വികസനം

- സമചതുരം, ചതുരം സമ പാർശ്വ ലംബകം മുതലായ അടങ്ങുന്ന എല്ലാ മൂലകളിലേയും സൂചക സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തൽ.
- ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം ഉപയോഗിച്ച് വികർണ്ണം കണ്ടെത്തുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ തലത്തിലെ ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കൽ.
- ഒരു വരയിലെ ഒരേ അകലത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചക സംഖ്യയിലെ മാറ്റവും, y സൂചക സംഖ്യയിലെ മാറ്റവും, അനുമാനികമാണ് എന്ന കണ്ടെത്തലിൽ നിന്നും ഇതിന്റെ അനുപാതിക സ്ഥിരംവര x അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ചരിവ് ആണ് എന്ന് മനസ്സിലാക്കണം.
- ഈ തത്വത്തിൽ നിന്ന് ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുകളെല്ലാം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു ബീജഗണിത സമവാക്യം ഉണ്ടാക്കുന്നു.
- ഒരു ഒന്നാം കൃതി രണ്ട് ചരമുള്ള (x, y) ബീജഗണിത സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു വര ഉണ്ടാകുമെന്നും. ആ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുകളും, ഈ സമവാക്യം അനുസരിക്കും എന്നും തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.

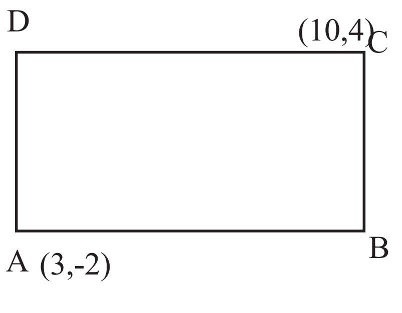
പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1) ചുവടെ കൊടുത്ത ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്. അവയുടെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

a)

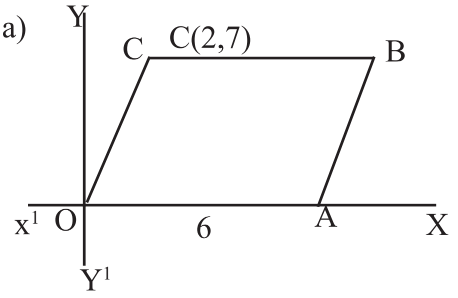


b)

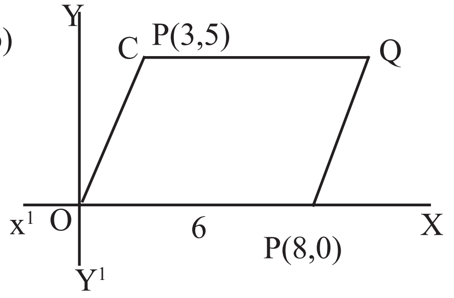


2) ചുവടെ കൊടുത്ത സമാന്തരികങ്ങളുടെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

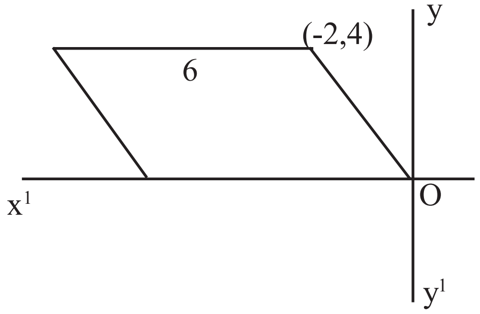
a)



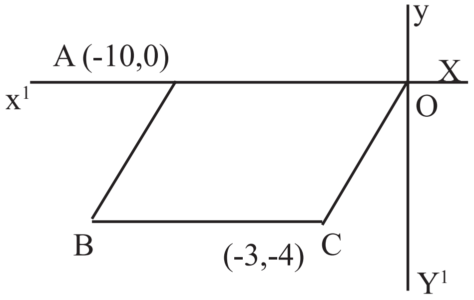
b)



c)

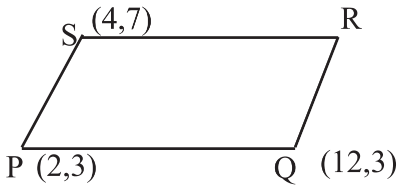


d)

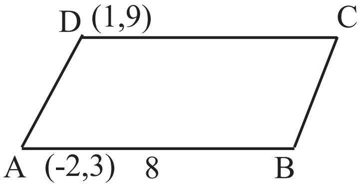


3) താഴെ കൊടുത്തി സമാന്തരികങ്ങളുടെ ഒരു വശം X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്, എല്ലാ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

a)

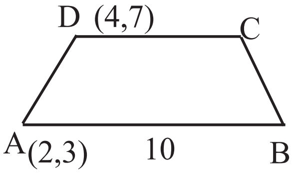


b)

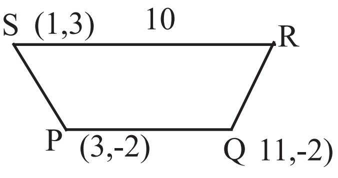


4) താഴെ കൊടുത്ത സമ പാർശ്വ സംബകങ്ങളുടെ ഒരു വശം X അക്ഷത്തിന് സമാന്തര മാണ്. മറ്റ് എല്ലാ മൂലകങ്ങളുടെയും സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

a)



b)



5) ഒരു സമാന്തരികത്തിന്റെ മൂന്ന് ശീർഷണങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. നാലാമത്തെ ശർഷത്തിന്റെ സൂചക സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക.

6) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ ജോഡി ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക.

a) (5,7), (5,-4)

b) (-3,4), (-12,4)

c) (3,-2), (-3,6)

d) (4,3), (9,15)

e) (-2,-5), (-7,2)

7) (5,-4), (7,-2), (4,-1) ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

8) (-5,0), (-2,1), (-3,4),(-6,3) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

9) (-6,3), (0,0), (-1,2),(-7,-1) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

10) (2,1), (7,2), (6,4),(1,3) ഒരു സമാന്തരികത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

11) (2,-1), (3,-3), (-7,-1) ഒരു മട്ട ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

12) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം(5,2), ഇത് (9,5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ അരം എത്ര?

Hint: (5,2), (9,5) തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക

13) കേന്ദ്ര (-2,4)ഉം അരം 5 ആയ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. താഴെ കൊടുത്ത ബിന്ദുകളെ വൃത്തത്തിന് അകത്ത്, പുറത്ത്, വൃത്തത്തിൽ എന്നിങ്ങനെ വേർത്തിരിച്ച് എഴുതുക

(2,7), (-1,3), (-7,0),(2,3), (3,2)

14) (-3,2), (4,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ X അക്ഷരത്തിലുള്ള ബിന്ദു ഏത്?

15) (4,-4), (2,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ y അക്ഷരത്തിലുള്ള ബിന്ദു ഏത്?

16) (1,3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 4 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ X അക്ഷരത്തിൽ എത്ര ബിന്ദുകൾ ഉണ്ട്? അവ ഏതൊക്കെയാണ്? y അക്ഷരത്തിലോ?

17) (-4,2), (1,3), (-3,-3) എന്നീ മൂലകളോട് കൂടിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത കേന്ദ്രവും അരവും കണക്കാക്കുക.

18) (–2, –2), (–2, 2), (4, –2), (4,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം എന്ത്? ആരം എന്ത്?

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$(x_1 a), (x_2 a)$ എന്നീ ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1-x_2|$

$(a_1,x_1), (a_2, x_2)$ എന്നീ ബിന്ദുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1-y_2|$

- ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷമാണെന്ന് തെളിയിക്കാൻ ചെറിയ രണ്ട് വശത്തിന്റെ അളവുകളുടെ തുക വലുതിനേക്കാൾ കൂടുതൽ എന്ന് തെളിയിക്കണം
- മട്ട ത്രികോണമെന്ന് തെളിയിക്കാൻ ചെറിയ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ വർഗ്ഗങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ വലുതിന്റെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യം എന്ന് തെളിയിക്കണം
- രണ്ട് വശം തുല്യമായാൽ സമപാർശ്വ ത്രികോണം
- മൂന്ന് വശങ്ങൾ തുല്യമായാൽ സമഭുജ ത്രികോണം
- 4 വശം, 2 വികർണം തുല്യമായാൽ സമചതുരം
- 2 ജോഡി എതിർവശം, വികർണം തുല്യമായാൽ ചതുരം
- 4 വശം തുല്യമായാൽ സമഭുജ സമാന്തരികം
- 2 ജോഡി എതിർവശം തുല്യമായാൽ സാമാന്തരികം.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് എല്ലാ മൂലകളിലേക്കും തുല്യഅകലമായിരിക്കും.
- ഏത് ബഹുഭുജത്തിന്റെയും പരിവൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും അതിൻരെ എല്ലാ മൂലകളിലേക്കും തുല്യഅകലമായിരിക്കും.

വരയുടെ ചരിവ്

- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ y, സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യകിട്ടും
- $(x_1,y_1), (x_2, y_2)$ ബിന്ദുകൾ ഒരു വരയിലായാൽ വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിൽ സൂചക സംഖ്യകൾ
  $(x_1,y_1), (x_2, y_1)$

  $\therefore$ ചരിവ് = $\frac{y_1-y_1}{x_2-x_1}=\frac{o}{x_2-x_1}=0$
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിൽ ഇത്തരം സംഖ്യ ഇല്ല
  $(x_1,y_1), (x_1, y_2)$

  $\therefore$ ചരിവ് = $\frac{y_2-y_1}{x_1-x_1}=\frac{y_2-y_1}{0}$ വിലയില്ല.

19) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കളും ഓരോ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളായാൽ വരകളുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക.

a) (7,5), (10,6)

b) (−2,3), (4, 2)

c) (5,4), (12, 4)

d) (1, 2), (−2, 4)

e) (−1,−2), (−5,−6)

20) (2,1), (4, 4) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര (6,7) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്ന് പോകുമോ? (0, −2) ആയാലോ?

21) (6,−8), (4, −4), (2, 0) എന്നീ ബിന്ദുകൾ ഒരേ വരയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

22) (−7, −9), (−1, −1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ ഉള്ള വരയിലെ ബിന്ദുകൾ, വരയിലല്ലാത്ത ബിന്ദുകൾ എന്ന രീതിയിൽ താഴെ കൊടുത്ത ബിന്ദുകളെ വേർതിരിക്കുക.

(2,3), (3, 2), (5,6), (−2, −3)

23) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ ജോഡി ബിന്ദുകളും യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകളിൽ സമാന്തരമായവ, സമാന്തരമല്ലാത്തവ, ലംബമായവ എന്നിങ്ങളെ വേർത്തിരിച്ച് എഴുതുക.

a) (−7, −9), (−3, −1)

b) (4, 1), (6, 5)

c) (−5, −3), (−2, −1)

d) (−1, 4), (2, 6)

e) (0,−4), (5,−5)

f) (0,−8), (5,5)

e) (2, 0), (−1, 5)

- സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവ് തുല്യമായിരിക്കും
- ലംബമായ വരകളുടെ ചരിവിന്റെ ഗുണന ഫലം −1 ആയിരിക്കും.

24) (−4, 3), (2, 4), (3, 7), (−3, 6) ഇവ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

25) (−2, −5), (1, −3), (−3, 3), (−6, 1) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

- രണ്ടു ജോഡി എതിർവശം സമാന്തരമായാൽ സമാന്തരിക ആയി.
- രണ്ടു ജോഡി എതിർവശം സമാന്തരവും സമീപജോഡി പരസ്പരം ലംബവുമായാൽ ചതുരമായി.

26) (−5, −5), (7, 1) എന്നീ ബിന്ദുകൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും (3, 3), (−1, −5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും സമാന്തരമല്ലെന്ന് തെളിയിക്കുക. ഇവ തമ്മിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(Hint : ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (x, y) എങ്കിൽ,
(x, y), (-5, -5) ന്റെ ചരിവും (-5, -5), (7, 1) ന്റെ ചരിവും തുല്യമായിരിക്കും.
(x, y), (3, 1) ന്റെ ചരിവും (3, 1), (-1, -5) ന്റെ ചരിവും തുല്യമായിരിക്കും.)

27) (2, 3) ബിന്ദുവിലുടെ ചരിവ് $\frac{1}{3}$ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യ എഴുതുക.

28) (2, 3) ബിന്ദുവിലുടെ ചരിവ് -3 ആയ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു എഴുതുക.

29) മുകളിലെ ചോദ്യത്തിലെ രണ്ട് വരകളും പരസ്പരം ലംബമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

വരയുടെ സമവാക്യം :

30) ചോദ്യം 19 ലെ ഓരോ ജോഡി ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ച് ലഭിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

31) ചോദ്യം 23 ലെ ഓരോ ജോഡി ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ചു ലഭിക്കുന്ന വരകളുടെ സമവാക്യം എഴുതുക. സമവാക്യം താരതമ്യം ചെയ്യുക. സമാന്തര വരകളുടെ സമവാക്യം, ലംബവരകളുടെ സമവാക്യം ഇവ വേർതിരിച്ചു പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുക.

32) ചുവടെ കൊടുത്ത സൂചക സംഖ്യയും ചരിവും ഉപയോഗിച്ചു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

(a) (2, 3) ചരിവ് $\frac{2}{3}$

(b) (-3, 1) ചരിവ് -3

(c) (0, 4) ചരിവ് $(-\frac{1}{2})$

(d) (1, -4) ചരിവ് $(\sqrt{3})$

33) ചുവടെ കൊടുത്ത ഓരോ വരയുടെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും അതിന്റെ ചരിവ് കണ്ടെത്തുക.

(a) $2x-5y+4 = 0$

(b) $3x+2y+5 = 0$

(c) $-3x+2y-4 = 0$

(d) $4x-3y = 0$

***

യൂണിറ്റ് 11

സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

ആമുഖം

വിഭാഗങ്ങളും ആവൃത്തികളുമായി ചിട്ടപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ഒരു പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യവും, മധ്യമവും കണക്കുക്കൂട്ടുന്നതെങ്ങനെ എന്നതാണ് ഈ പാഠത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കം. ഇങ്ങനെ ചെയ്യുമ്പോൾ ചില സങ്കൽപ്പങ്ങൾ അത്യാവശ്യമാണ്. ഈ സങ്കൽപ്പങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് പാഠഭാഗം പഠിച്ചാൽ പൊതുവെ എളുപ്പമായ അധ്യായമാണിത്.

ആശയം

- വിവരങ്ങളുടെ മാധ്യം, വിവരങ്ങളുടെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.
- ആവൃത്തി പട്ടികാരീതിയിൽ വിവരങ്ങൾ തമ്മിൽ മാധ്യം
- വിഭാഗങ്ങൾ ഉൾപ്പെട്ട ആവൃത്തി പട്ടികകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കൽ
- ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യമം കണ്ടെത്തൽ

പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

1) മാധ്യം കണക്കാക്കുക

a) 35 32 50 58 45

b) ആദ്യത്തെ 20 ഒറ്റ സംഖ്യകൾ

c) ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ

2) 18, 21, k, 11, 18, 16 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം 19 ആയാൽ k യുടെ വിലയെന്ത്?

3) താഴെ കൊടുത്ത ഓരോ കൂട്ടം സംഖ്യകളുടെയും മാധ്യമം കാണുക.

1) 28 24 39 40 38 34 33 28 30

2) 16 14 24 32 24 19 28 37

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{വിവരങ്ങളുടെ തുക}}{\text{വിവരങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

മധ്യമം = വിവരങ്ങൾ ആരോഹണ, അവരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതുമ്പോൾ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന വിവരം

4) ഒരു പ്രദേശത്തെ 30 തൊഴിലാളികളുടെ കൂലിയുടെ പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കണക്കാക്കുക.

കൂലി	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	കൂലി x എണ്ണം
120	3	
150	7	
190	12	
210	6	
240	2	
ആകെ		

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{ആകെ തുക}}{\text{എണ്ണം}}$$

5) ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 40 കുട്ടികളുടെ ഭാരം താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക.

ഭാരം (kg)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
36	5
41	13
43	7
48	9
54	6
ആകെ	**40**

6) ആകെ ക്ലാസ്സിലെ 40 കുട്ടികൾക്ക് ഒരു പരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	വിഭാഗ മധ്യം	ആകെ
0-10	3	$\left(\frac{0+10}{2}\right)=5$	3X5=15
10-20	7		
20-30	15		
30-40	12		
40-50	3		

മാർക്കിന്റെ മാധ്യം $= \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

$= \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} = ?$

7) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ വയസ്സ് ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്നു. വയസ്സിന്റെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക

വയസ്സ്	ആവൃത്തി
20-25	4
25-30	10
30-35	24
35-40	20
40-45	11
45-50	6
50-55	5

8) താഴെ കൊടുത്ത ആവൃത്തി പട്ടികയുടെ മാധ്യം കണക്കാകുക

വിഭാഗം	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ആവൃത്തി	5	8	17	12	8

9) ഒരു സ്കൂളിന്റെ 10-ാം തരം A, B ഡിവിഷനിലെ കുട്ടികൾ ഓണ പരീക്ഷയിൽ നേടിയ മാർക്ക് ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. മാധ്യം കണക്കാക്കി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

മാർക്ക്	**A**	**B**
0 -10	3	4
10-20	8	10
20-30	14	9
30-40	10	11
40-50	5	6

10) ഒരു റെഡിമെയ്ഡ് തുണിക്കടയിൽ ഒരു ആഴ്ചയിൽ വില്ക്കപ്പെട്ട ഷർട്ടുകളുടെ സൈസ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമം കാണുക.

സൈസ്സ്	**എണ്ണം**
28	2
30	3
34	3
36	4
38	5
40	15
42	1
44	3
46	1

11) ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾ ഗണിത പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്കാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാർക്കുകളുടെ മധ്യമവും, മാധ്യവും കണ്ട് താരതമ്യം ചെയ്ത് ഉചിതമായത് കണ്ടെത്തുക.

മാർക്ക്	**കുട്ടികളുടെ എണ്ണം**
0-10	8
10-20	25
20-30	15
30-40	1
40-50	1

***

MODEL EVALUATION 2011-12

MATHEMATICS

Std X

Max. Score : 80

Time 2½ hrs

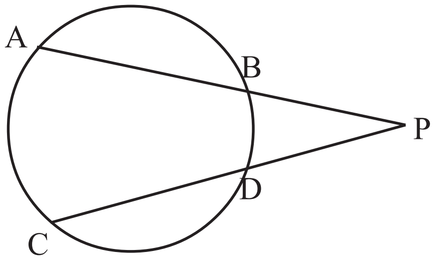
നിർദ്ദേശങ്ങൾ

- ഓരോ ചോദ്യവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നിർദ്ദേശങ്ങൾ വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കി വേണം ഉത്തരമെഴുതാൻ.
- ഓരോ ഉത്തരത്തിനും ആവശ്യമുള്ള വിശദീകരണം അതാത് ഉത്തരം എഴുതിയിട്ടുള്ള സ്ഥലത്ത്തന്നെ എഴുതേണ്ടതാണ്.
- ചില ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ചോയ്സ് നൽകിയിട്ടുണ്ട്. അത്തരം ചോദ്യങ്ങളിൽ അല്ലെങ്കിൽ എന്ന് രേഖപ്പെടുത്തി A, B വിഭാഗങ്ങളായി വേർതിരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇതിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു ചോദ്യ ത്തിന് ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.
- ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് 15 മിനിട്ട് കൂൾ ഓഫ് ടൈം ആയി നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

---

1. 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 210 ആണല്ലോ. എങ്കിൽ 5 മുതൽ 100 വരെയുള്ള 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക എന്ത്? (2)

2. ചിത്രത്തിൽ PA =9, AB = 1, PD = 6, CD യുടെ അളവെന്ത്? (2)



3. ΔPQR ഒരു സമഭുജ ത്രികോണമാണ്. P(2,0), Q(10,0) ആയാൽ R ന്റെ സൂചകസംഖ്യ കൾ എഴുതുക. (2)

4. പൊതുവ്യത്യാസം 9 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. നിങ്ങൾ എഴുതിയ സമാന്ത രശ്രേണിയിൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 190 ആകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക. 190 നിങ്ങൾ എഴുതിയ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക. (3)

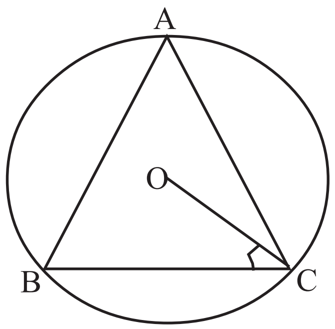
5. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. (3)

$\angle OCB = 40^0$ ആയാൽ

$\angle A$ യുടെ അളവെന്ത്?

എല്ലാ കോണളവുകൾക്കും

$\angle A + \angle OCB = 90$ തെളിയിക്കുക.



6. 6, 10, 14 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക 390 ആകുമോ? (3)

7. A. ഒരു തിക്രോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 8c.m., 7 c.m., വീതവും അവയ്ക്ക് ഇടയിലുള്ള കോൺ 65^0 ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. $\text{Sin } 65^0 = 0.8268$ (3)

അല്ലെങ്കിൽ

7. B. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 12cm ഉം അതിന് എതിരെയുള്ള കോൺ 63^0 യും ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര? $\text{Sin } 63^0 = 0.8910$ (3)

8. 15 സെ.മീ. ആരവും 216^0 കേന്ദ്രകോണും വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം, പാർശ്വോന്നതി, ഉന്നതി എന്നിവ കണക്കാക്കുക. (3)

9. (-2, 4), (5, -6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകൾ ആയതും, വശങ്ങൾ അക്ഷരങ്ങൾക്ക് സമാന്തരവും ആയ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. ഈ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക? (3)

10. രണ്ട് പാത്രങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലും 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള അക്കങ്ങൾ എഴുതിയ നറുക്കുകൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ടിൽ നിന്നും ഓരോ നറുക്കെടുത്ത് നറുക്കിന്റെ തുക 11 ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? തുക 5 ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? (3)

11. x^3-1 ന്റെ ഘടകമാണോ x-1 എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (3)

12. (1, 3), (4, 8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എന്താണ്? (x, y) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണെങ്കിൽ ഈ വരയിലുള്ള മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യ എഴുതുക. (3)

13. ഒരു പ്രദേശത്ത് ലഭിച്ച് മഴയുടെ അളവ് അനുസരിച്ച്, ഒരു മാസത്തെ ദിവസങ്ങളെ തരം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

മഴയുടെ അളവ്	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
50	2
52	4
54	7
56	4
58	2
60	3
62	6
64	3
	30

14. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം 7n+5 ആണ്.

a. ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം എത്ര?

b. ഈ ശ്രേണിയിൽ 100 നും 200 നും ഇടയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്? (4)

15. A. 4 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിൽ കോണുകൾ 60, 70, 50 ആയ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക? (4)

അല്ലെങ്കിൽ

B. 12 ച.സെ.മീ. പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക. (4)

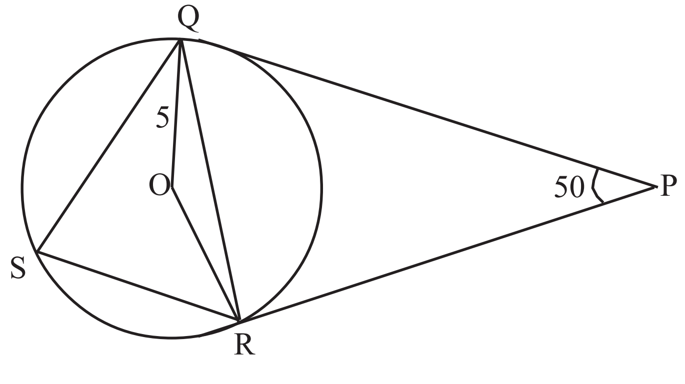
16. 4cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 9സെ.മീ. അകലമുള്ള ബിന്ദുവാണ് P. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകൾ വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക. (4)

17. $2x^2+5x+3$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. (3)

18. പണിക്കാരുടെ എണ്ണം പ്രായത്തിന് അനുസരിച്ച് എഴുതിയതാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

പ്രായം	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
25–30	12
30–35	14
35–40	16
40–45	8
45–50	5
50–55	3
55–60	2

19.



a. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5cm, തൊടുവരയുടെ നീളം 12 സെ.മീ., PO യുടെ നീളമെന്ത്?

b. $\angle P = 50^0$ ആയാൽ $\angle QOR, \angle S, \angle PQR$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക. (4)

20. A ഒരു ജോലി ചെയ്ത് തീർക്കുന്നതിന് ഒരു കമ്പനി ആവശ്യപ്പെട്ടതിനേക്കാൾ അഞ്ച് ദിവസം കൂടുതലാണ് രണ്ടാമത്തെ കമ്പനി ആവശ്യപ്പെട്ടത്. രണ്ട് കമ്പനികളും ഒരുമിച്ച് ജോലി ചെയ്തപ്പോൾ ആകെ 6 ദിവസം കൊണ്ട് ജോലിചെയ്ത് തീർന്നു. എങ്കിൽ ഓരോ കമ്പനികളും ഒറ്റക്ക് ജോലി തീർക്കാൻ എത്രദിവസം ആവശ്യമായിവരും?

അല്ലെങ്കിൽ

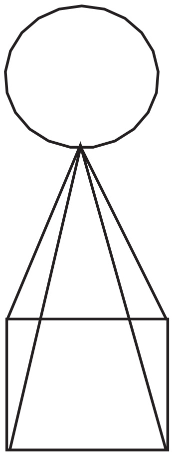
20. B ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{29}{10}$ ആണ്. സംഖ്യ ഏത്?

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക 2ൽ കുറയില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

21.A ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് 8 സെ.മീ., ഉയരം 3 സെ.മീ., അതിന്റെ വ്യാപ്തം ഉപരിതല പരപ്പളവ് ഇവ കണക്കാക്കുക. ഇതിന്റെ ഇരട്ടി പാദവക്കും, ഉയരമുള്ള സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എന്തായിരിക്കും?

അല്ലെങ്കിൽ

21.B ഒരു ട്രോഫിയുടെ ആകൃതി ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ മുകളിൽ ഗോളം ഘടിപ്പിച്ച ആകൃതിയിലാണ്. സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് 20 സെ.മീ., ഗോളത്തിന്റെ ആരം 10 സെ.മീ., ആകെ ഉയരം 44 സെ.മീ., ട്രോഫിയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക. (5)



22. ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് 25 മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു ടവറിന്റെ മുകളഗ്രം 63^0 മേൽക്കോണിലും, കീഴഗ്രം 42^0 കീഴ്ക്കോണിലും കാണുന്നു. ആൾക്ക് 1.5 മീറ്റർ ഉയരമുണ്ടെങ്കിൽ ടവറിന്റെ ഉയരമെന്ത്? കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

$\tan 63^0 = 1.9626$, $\tan 42^0 = 0.9004$. (5)

23. (2,1), (1, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും (3,5) (4,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും സമാന്തരമല്ലെന്ന് തെളിയിക്കുക. ഈ രണ്ടുവരകളും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (5)

***