

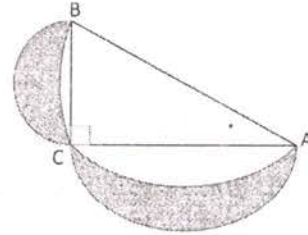




3. Mode  
4. Standard deviation
12. एक व्यक्ति स्थानिक समय 0100 बजे एक दूसरे देश की अपनी यात्रा आरंभ कर दूसरे देश पर स्थानिक समय 0900 बजे, उसी तारीख को पहुंचता है। वह अपनी वापसी यात्रा उसी रात्रि स्थानिक समय 2100 बजे शुरू कर अपने मूल स्थान पर समान यात्रा समय में पूरी करता है। यदि उसके प्रवासीय देश का समय काल उसके मूल स्थान के समय काल से 10 घंटे पीछे है तो व्यक्ति अपने मूल स्थान से कुल जितने समय बाहर था वह है
1. 48 घंटे  
2. 20 घंटे  
3. 25 घंटे  
4. 36 घंटे
12. A man starts his journey at 0100 Hrs local time to reach another country at 0900 Hrs local time on the same date. He starts a return journey on the same night at 2100 Hrs local time to his original place, taking the same time to travel back. If the time zone of his country of visit lags by 10 hours, the duration for which the man was away from his place is
1. 48 hours  
2. 20 hours  
3. 25 hours  
4. 36 hours
13. माना कि  $r$  एक धन संख्या है जिसके लिये  $r^{(1/1234)} + r^{(-1/1234)} = 2$  तो  $r^{4321} + r^{-4321} = ?$
1. 2  
2.  $2^{(4321/1234)}$   
3.  $2^{3087}$   
4.  $2^{1234}$
13. Let  $r$  be a positive number satisfying  $r^{(1/1234)} + r^{(-1/1234)} = 2$  Then  $r^{4321} + r^{-4321} = ?$
1. 2  
2.  $2^{(4321/1234)}$   
3.  $2^{3087}$   
4.  $2^{1234}$
14. एक प्लवक एक नदी में बह रहा है जो कि एक नाव से धारा की दिशा में 10 मीटर आगे है। नाव की स्थिर पानी में गति 10

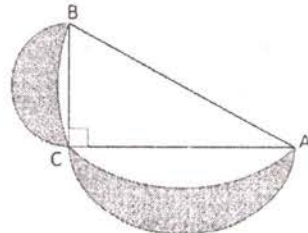
मी./मिनट है। यदि नाव को धारा की दिशा में चलाया जाये तो प्लवक तक पहुंचने में लगने वाला समय

1. 1 मिनट होगा  
2. 1 मिनट से ज्यादा होगा  
3. 1 मिनट से कम होगा  
4. यदि नदी की गति ज्ञात हो तभी जात किया जा सकता है।
14. A float is drifting in a river, 10 m downstream of a boat that can be rowed at a speed of 10 m/minute in still water. If the boat is rowed downstream, the time taken to catch up with the float
1. will be 1 minute  
2. will be more than 1 min  
3. will be less than 1 min  
4. can be determined only if the speed of the river is known
15. ABC एक लम्ब कोण त्रिभुज है जो एक अर्धवृत्त के अंदर अंतर्चित्रित है। भुजाओं BC तथा AC पर भी अर्धवृत्त बनाये जाते हैं। यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल  $a$  है, तो छायाित इंदुकों का कुल क्षेत्रफल क्या है?



1.  $a$   
2.  $\pi a$   
3.  $a/\pi$   
4.  $a/2\pi$

15. ABC is a right angled triangle inscribed in a semicircle. Smaller semicircles are drawn on sides BC and AC. If the area of the triangle is  $a$ , what is the total area of the shaded lunes?







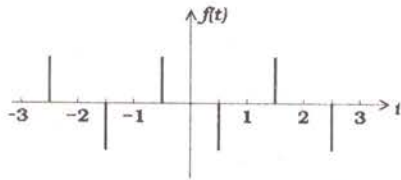
3. पवन सचमुच अंदर नहीं आती, तथा पवन का अनुभव भ्रम मात्र है।
4. ठंडी हवा ताप को घटाती है, अंतः दाब बढ़ता नहीं है।

20. In a fast moving car with open windows, the driver feels a continuous incoming breeze. The pressure inside the car, however, does not keep increasing because,

1. air coming in from the front window goes out from the rear.
2. air comes in as well as goes out through every window but the driver only feels the incoming one.
3. no air actually comes in and the feeling of breeze is an illusion.
4. cool air reduces the temperature therefore the pressure does not increase.

### भाग/PART-'B'

21. जैसे कि निम्न चित्र में दर्शाया गया है, आवर्तकाल  $T$  युक्त एक आवर्ती फलन  $f(t)$  पर विचारें।



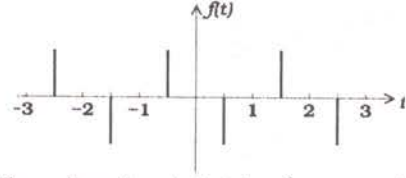
$t = \frac{1}{2}(2n-1)$  पर स्थित नोक, जहाँ  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  हैं, बल  $\pm 1$  के डिरैक डेल्टा फलन हैं। फूरिये विस्तरण

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{2\pi i n t / T}$$

में आयाम  $a_n$  इनसे दिये जाते हैं:

1.  $(-1)^n$
2.  $\frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$
3.  $i \sin \frac{n\pi}{2}$
4.  $n\pi$

21. Consider the periodic function  $f(t)$  with time period  $T$  as shown in the figure below.



The spikes, located at  $t = \frac{1}{2}(2n-1)$ , where  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , are Dirac-delta functions of strength  $\pm 1$ . The amplitudes  $a_n$  in the Fourier expansion

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{2\pi i n t / T}$$

are given by

1.  $(-1)^n$
2.  $\frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$
3.  $i \sin \frac{n\pi}{2}$
4.  $n\pi$

22. द्विविम में दीर्घवृत्त  $x^2 + 4y^2 = 8$  पर एक कण चलता है। यदि किसी क्षण पर वह बिंदु  $(x, y) = (2, 1)$  पर है तथा उसकी गति का  $x$ -घटक 6 (उपयुक्त इकाईयों में) है, तो उसकी गति का  $y$ -घटक है:

1. -3
2. -2
3. 1
4. 4

22. A particle moves in two dimensions on the ellipse  $x^2 + 4y^2 = 8$ . At a particular instant it is at the point  $(x, y) = (2, 1)$  and the  $x$ -component of its velocity is 6 (in suitable units). Then the  $y$ -component of its velocity is

1. -3
2. -2
3. 1
4. 4

23. अवकल समीकरण  $\frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} + 2x = 0$  पर विचारें। यदि  $t = 0$  पर  $x = 0$  तथा  $t = 1$  पर  $x = 1$  है, तो  $t = 2$  पर  $x$  का मान है:

1.  $e^2 + 1$
2.  $e^2 + e$
3.  $e + 2$
4.  $2e$

23. Consider the differential equation

$\frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} + 2x = 0$ . If  $x = 0$  at  $t = 0$  and  $x = 1$  at  $t = 1$ , the value of  $x$  at  $t = 2$  is

1.  $e^2 + 1$
2.  $e^2 + e$
3.  $e + 2$
4.  $2e$

24. समाकल  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$  का मान है:

1.  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
2.  $\frac{\pi}{2}$
3.  $\sqrt{2}\pi$
4.  $2\pi$

24. The value of the integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$  is

1.  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
2.  $\frac{\pi}{2}$
3.  $\sqrt{2}\pi$
4.  $2\pi$

25.  $6t^3 + 3 \sin 4t$  का लाप्लास रूपांतरण है

1.  $\frac{36}{s^4} + \frac{12}{s^2+16}$
2.  $\frac{36}{s^4} + \frac{12}{s^2-16}$
3.  $\frac{18}{s^4} + \frac{12}{s^2-16}$
4.  $\frac{36}{s^3} + \frac{12}{s^2+16}$

25. The Laplace transform of  $6t^3 + 3 \sin 4t$  is

1.  $\frac{36}{s^4} + \frac{12}{s^2+16}$
2.  $\frac{36}{s^4} + \frac{12}{s^2-16}$
3.  $\frac{18}{s^4} + \frac{12}{s^2-16}$
4.  $\frac{36}{s^3} + \frac{12}{s^2+16}$

26. यदि द्विविम में एक गतिक तंत्र की लाग्रांजी  $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + m\dot{x}\dot{y}$  है, तब उसकी हैमिल्टनी है:

1.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y + \frac{1}{2m}p_y^2$
2.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y + \frac{1}{2m}p_x^2$
3.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y - \frac{1}{2m}p_y^2$
4.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y - \frac{1}{2m}p_x^2$

26. If the Lagrangian of a dynamical system in two dimensions is  $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + m\dot{x}\dot{y}$ , then its Hamiltonian is

1.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y + \frac{1}{2m}p_y^2$
2.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y + \frac{1}{2m}p_x^2$
3.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y - \frac{1}{2m}p_y^2$
4.  $H = \frac{1}{m}p_x p_y - \frac{1}{2m}p_x^2$

27. एक विमी विभव  $V(x) = \frac{\alpha}{3}x^3 + \frac{\beta}{4}x^4$ , जहां  $\alpha, \beta > 0$  हैं, में द्रव्यमान  $m$  का एक कण चलता है। साम्यावस्था बिंदुओं में से एक है  $x = 0$ । दूसरी साम्यावस्था बिंदु के आस-पास छोटे दोलनों की कोणिक बारंबारता है:

1.  $\frac{2\alpha}{\sqrt{3m\beta}}$
2.  $\frac{\alpha}{\sqrt{m\beta}}$
3.  $\frac{\alpha}{\sqrt{12m\beta}}$
4.  $\frac{\alpha}{\sqrt{24m\beta}}$

27. A particle of mass  $m$  moves in the one-dimensional potential  $V(x) = \frac{\alpha}{3}x^3 + \frac{\beta}{4}x^4$  where  $\alpha, \beta > 0$ . One of the equilibrium points is  $x = 0$ . The angular frequency of small oscillations about the other equilibrium point is

1.  $\frac{2\alpha}{\sqrt{3m\beta}}$
2.  $\frac{\alpha}{\sqrt{m\beta}}$
3.  $\frac{\alpha}{\sqrt{12m\beta}}$
4.  $\frac{\alpha}{\sqrt{24m\beta}}$

28. एकांक द्रव्यमान का एक कण  $xy$ -तल में इस प्रकार चलता है कि  $\dot{x}(t) = y(t)$  तथा  $\dot{y}(t) = -x(t)$  हैं। हम इस निष्कर्ष पर पहुंच सकते हैं कि वह एक संरक्षी बल है जो इस विभव से व्युत्पन्नित है:

1.  $\frac{1}{2}(x^2 + y^2)$
2.  $\frac{1}{2}(x^2 - y^2)$
3.  $x + y$
4.  $x - y$

28. A particle of unit mass moves in the  $xy$ -plane in such a way that  $\dot{x}(t) = y(t)$  and  $\dot{y}(t) = -x(t)$ . We can conclude that it is in a conservative force-field which can be derived from the potential

1.  $\frac{1}{2}(x^2 + y^2)$
2.  $\frac{1}{2}(x^2 - y^2)$
3.  $x + y$
4.  $x - y$

29. तीन जड़तीय निर्देश फ्रेमों, A, B तथा C पर विचारें। A से सापेक्ष B गति  $c/2$  के साथ चलता है, तथा B से सापेक्ष C गति  $c/10$  के साथ उसी दिशा में चलता है। A पर मापित C की गति है:

1.  $\frac{3c}{7}$
2.  $\frac{4c}{7}$
3.  $\frac{c}{7}$
4.  $\frac{\sqrt{3}c}{7}$

29. Consider three inertial frames of reference A, B and C. The frame B moves with a velocity  $c/2$  with respect to A, and C moves with a velocity  $c/10$  with respect to B in the same direction. The velocity of C as measured in A is



1.  $\frac{3c}{7}$
2.  $\frac{4c}{7}$
3.  $\frac{c}{7}$
4.  $\frac{\sqrt{3}c}{7}$

30. एक समतल विद्युत चुंबकीय तरंग धन  $z$ -दिशा में प्रगामी है।  $x$ -दिशा में उच्चतम विद्युत क्षेत्र है  $10 \text{ V/m}$ । प्रति इकाई क्षेत्रफल पर शक्ति एवं चुंबकीय प्रेरण  $B$  के सन्निकटित उच्चतम मान क्रमशः हैं:

1.  $3.3 \times 10^{-7} \text{ watts/m}^2$  तथा  $10 \text{ tesla}$
2.  $3.3 \times 10^{-7} \text{ watts/m}^2$  तथा  $3.3 \times 10^{-8} \text{ tesla}$
3.  $0.265 \text{ watts/m}^2$  तथा  $10 \text{ tesla}$
4.  $0.265 \text{ watts/m}^2$  तथा  $3.3 \times 10^{-8} \text{ tesla}$

30. A plane electromagnetic wave is travelling along the positive  $z$ -direction. The maximum electric field along the  $x$ -direction is  $10 \text{ V/m}$ . The approximate maximum values of the power per unit area and the magnetic induction  $B$ , respectively, are

1.  $3.3 \times 10^{-7} \text{ watts/m}^2$  and  $10 \text{ tesla}$
2.  $3.3 \times 10^{-7} \text{ watts/m}^2$  and  $3.3 \times 10^{-8} \text{ tesla}$
3.  $0.265 \text{ watts/m}^2$  and  $10 \text{ tesla}$
4.  $0.265 \text{ watts/m}^2$  and  $3.3 \times 10^{-8} \text{ tesla}$

31. मानें कि  $yz$ -तल परावैद्युतांक  $\epsilon_{\text{left}}$  तथा  $\epsilon_{\text{right}}$  के दो माध्यमों के बीच का एक आवेशहीन सीमा की संरचना करता है जहां  $\epsilon_{\text{left}} : \epsilon_{\text{right}} = 1:2$  है। यदि बायें तरफ एकसमान विद्युत क्षेत्र है  $\vec{E}_{\text{left}} = c(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  (जहां  $c$  अचर है), तो दायें तरफ विद्युत क्षेत्र  $\vec{E}_{\text{right}}$  है:

1.  $c(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$
2.  $c(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$
3.  $c\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$
4.  $c\left(\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}\right)$

31. Suppose the  $yz$ -plane forms a chargeless boundary between two media of permittivities  $\epsilon_{\text{left}}$  and  $\epsilon_{\text{right}}$  where  $\epsilon_{\text{left}} : \epsilon_{\text{right}} = 1:2$ . If the uniform electric field on the left is  $\vec{E}_{\text{left}} = c(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  (where  $c$  is a constant), then the electric field on the right  $\vec{E}_{\text{right}}$  is

1.  $c(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$
2.  $c(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$
3.  $c\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right)$
4.  $c\left(\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}\right)$

32. धन  $z$ -दिशा में  $1 \text{ tesla}$  चुंबकीय क्षेत्र में  $xy$ -तल पर गति  $300 \text{ m/s}$  के साथ एक प्रोटॉन एक वृत्तीय कक्षा में चलता है। जब धन  $y$ -दिशा में  $1 \text{ V/m}$  का एक विद्युत क्षेत्र लागू किया जाता है, वृत्तीय कक्षा का केन्द्र

1. अचल रहता है
2. ऋण  $x$ -दिशा में  $1 \text{ m/s}$  गति से चलता है
3. धन  $z$ -दिशा में  $1 \text{ m/s}$  गति से चलता है
4. धन  $x$ -दिशा में  $1 \text{ m/s}$  गति से चलता है

32. A proton moves with a speed of  $300 \text{ m/s}$  in a circular orbit in the  $xy$ -plane in a magnetic field  $1 \text{ tesla}$  along the positive  $z$ -direction. When an electric field of  $1 \text{ V/m}$  is applied along the positive  $y$ -direction, the centre of the circular orbit

1. remains stationary
2. moves at  $1 \text{ m/s}$  along the negative  $x$ -direction
3. moves at  $1 \text{ m/s}$  along the positive  $z$ -direction
4. moves at  $1 \text{ m/s}$  along the positive  $x$ -direction

33. विद्युत स्थैतिक विभव  $V$  तथा सदिश विभव  $\vec{A}$  के निम्न रूपांतरणों  $(V, \vec{A}) \rightarrow (V', \vec{A}')$  में कौन-सा प्रमापी रूपांतरण है?

1.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} + at \hat{k})$
2.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} - at \hat{k})$
3.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} + at \hat{i})$
4.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} - at \hat{i})$

33. Which of the following transformations  $(V, \vec{A}) \rightarrow (V', \vec{A}')$  of the electrostatic potential  $V$  and the vector potential  $\vec{A}$  is a gauge transformation?

1.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} + at \hat{k})$
2.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} - at \hat{k})$
3.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} + at \hat{i})$
4.  $(V' = V + ax, \vec{A}' = \vec{A} - at \hat{i})$

34. पार्श्व  $L$ ,  $L$  तथा  $L/2$  युक्त एक त्रिविम आयतीय बक्से में स्थित एक कण के लिए प्रथम उत्तेजित अवस्था ऊर्जा  $E_1$  तथा आध्य अवस्था ऊर्जा  $E_0$  का अनुपात है:
1. 3:2
  2. 2:1
  3. 4:1
  4. 4:3
34. The ratio of the energy of the first excited state  $E_1$ , to that of the ground state  $E_0$ , of a particle in a three-dimensional rectangular box of sides  $L$ ,  $L$  and  $L/2$ , is
1. 3:2
  2. 2:1
  3. 4:1
  4. 4:3
35. निर्देशांक निरूपण में एक विमी कण के तरंगफलन को  $\psi(x)$  से तथा संवेग निरूपण में  $\phi(p) = \int \psi(x)e^{-ipx/\hbar} dx$  से निर्दिष्ट किया जाता है। यदि  $\psi(x)$  पर संकारक  $\hat{T}$  की क्रिया  $\hat{T}\psi(x) = \psi(x+a)$  से दिया जाता है, जहाँ  $a$  अचर है, तो  $\hat{T}\phi(p)$  इससे दिया जाता है
1.  $-\frac{i}{\hbar}ap\phi(p)$
  2.  $e^{-iap/\hbar}\phi(p)$
  3.  $e^{+iap/\hbar}\phi(p)$
  4.  $(1 + \frac{i}{\hbar}ap)\phi(p)$
35. The wavefunction of a particle in one-dimension is denoted by  $\psi(x)$  in the coordinate representation and by  $\phi(p) = \int \psi(x)e^{-ipx/\hbar} dx$  in the momentum representation. If the action of an operator  $\hat{T}$  on  $\psi(x)$  is given by  $\hat{T}\psi(x) = \psi(x+a)$ , where  $a$  is a constant, then  $\hat{T}\phi(p)$  is given by
1.  $-\frac{i}{\hbar}ap\phi(p)$
  2.  $e^{-iap/\hbar}\phi(p)$
  3.  $e^{+iap/\hbar}\phi(p)$
  4.  $(1 + \frac{i}{\hbar}ap)\phi(p)$
36. यदि कोणीय संवेग संकारक  $\vec{L}$  के घटक  $L_i$  हैं तो संकारक  $\sum_{i=1,2,3} [[\vec{L}, L_i], L_i]$  इस समान है:
1.  $\vec{L}$
  2.  $2\vec{L}$
  3.  $3\vec{L}$
  4.  $-\vec{L}$
36. If  $L_i$  are the components of the angular momentum operator  $\vec{L}$ , then the operator  $\sum_{i=1,2,3} [[\vec{L}, L_i], L_i]$  equals
1.  $\vec{L}$
  2.  $2\vec{L}$
  3.  $3\vec{L}$
  4.  $-\vec{L}$
37. एक विम में एक कण विभव  $V = \frac{1}{2}k(t)x^2$  पर चलता है, जहाँ  $k(t)$  एक समय-निर्भर प्राचल है। तो  $\frac{d}{dt}\langle V \rangle$ , विभव ऊर्जा के प्रत्याशित मान  $\langle V \rangle$  की परिवर्तन दर है:
1.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle + \frac{k}{2m}\langle xp + px \rangle$
  2.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle + \frac{1}{2m}\langle p^2 \rangle$
  3.  $\frac{k}{2m}\langle xp + px \rangle$
  4.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle$
37. A particle moves in one dimension in the potential  $V = \frac{1}{2}k(t)x^2$ , where  $k(t)$  is a time dependent parameter. Then  $\frac{d}{dt}\langle V \rangle$ , the rate of change of the expectation value  $\langle V \rangle$  of the potential energy, is
1.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle + \frac{k}{2m}\langle xp + px \rangle$
  2.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle + \frac{1}{2m}\langle p^2 \rangle$
  3.  $\frac{k}{2m}\langle xp + px \rangle$
  4.  $\frac{1}{2}\frac{dk}{dt}\langle x^2 \rangle$
38.  $N$  विभेद्य कणों के एक तंत्र में, जिसमें हर कण ऊर्जा अवस्थाओं 0 तथा  $\epsilon$  दोनों में से एक में हो सकता है। यदि कुल ऊर्जा  $n\epsilon$  है जहाँ  $n$  एक पूर्णांक है तो तंत्र का एंट्रॉपी इसके अनुपात में है:
1.  $N \ln n$
  2.  $n \ln N$
  3.  $\ln \left( \frac{N!}{n!} \right)$
  4.  $\ln \left( \frac{N!}{n!(N-n)!} \right)$
38. A system of  $N$  distinguishable particles, each of which can be in one of the two energy levels 0 and  $\epsilon$ , has a total energy  $n\epsilon$ , where  $n$  is an integer. The entropy of the system is proportional to
1.  $N \ln n$
  2.  $n \ln N$
  3.  $\ln \left( \frac{N!}{n!} \right)$
  4.  $\ln \left( \frac{N!}{n!(N-n)!} \right)$
39. यदि कोणीय संवेग संकारक  $\vec{L}$  के घटक  $L_i$  हैं तो संकारक  $\sum_{i=1,2,3} [[\vec{L}, L_i], L_i]$  इस समान है:
1.  $\vec{L}$
  2.  $2\vec{L}$
  3.  $3\vec{L}$
  4.  $-\vec{L}$



39. द्रव्यमान  $m$  वाले  $N$  अन्योन्यक्रियाहीन चिरप्रतिष्ठित कणों के एक तंत्र को रूप  $V(r) = \alpha(x^2 + y^2)$  के एक द्विविमी हार्मोनिक विभवाधीन किया जाता है, जहां  $\alpha$  एक धन अचर है। ताप  $T$  पर तंत्र का विहित विभाजन फलन है ( $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ):

$$1. \left[ \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^2 \frac{\pi}{\beta} \right]^N \quad 2. \left( \frac{2m\pi}{\alpha\beta} \right)^{2N}$$

$$3. \left( \frac{\alpha\pi}{2m\beta} \right)^N \quad 4. \left( \frac{2m\pi^2}{\alpha\beta^2} \right)^N$$

39. A system of  $N$  non-interacting classical particles, each of mass  $m$  is in a two-dimensional harmonic potential of the form  $V(r) = \alpha(x^2 + y^2)$  where  $\alpha$  is a positive constant. The canonical partition function of the system at temperature  $T$  is ( $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ):

$$1. \left[ \left( \frac{\alpha}{2m} \right)^2 \frac{\pi}{\beta} \right]^N \quad 2. \left( \frac{2m\pi}{\alpha\beta} \right)^{2N}$$

$$3. \left( \frac{\alpha\pi}{2m\beta} \right)^N \quad 4. \left( \frac{2m\pi^2}{\alpha\beta^2} \right)^N$$

40. एक द्वि-अवस्था तंत्र में एक कण की अवस्था 1 से अवस्था 2 में संक्रमण की गति है  $t_{12}$ , तथा अवस्था 2 से अवस्था 1 में संक्रमण की गति  $t_{21}$  है। स्थायी दशा में, कण को अवस्था 1 में पाने की प्रायिकता है:

$$1. \frac{t_{21}}{t_{12} + t_{21}} \quad 2. \frac{t_{12}}{t_{12} + t_{21}}$$

$$3. \frac{t_{12}t_{21}}{t_{12} + t_{21}} \quad 4. \frac{t_{12} - t_{21}}{t_{12} + t_{21}}$$

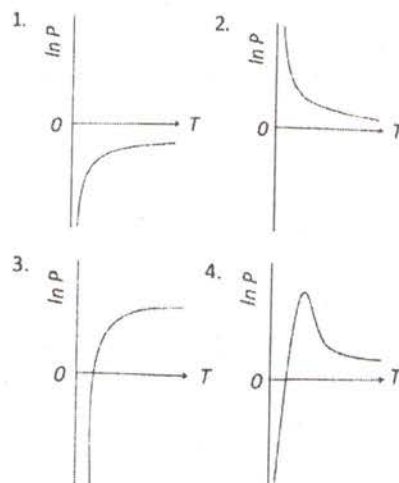
40. In a two-state system, the transition rate of a particle from state 1 to state 2 is  $t_{12}$ , and the transition rate from state 2 to state 1 is  $t_{21}$ . In the steady state, the probability of finding the particle in state 1 is

$$1. \frac{t_{21}}{t_{12} + t_{21}} \quad 2. \frac{t_{12}}{t_{12} + t_{21}}$$

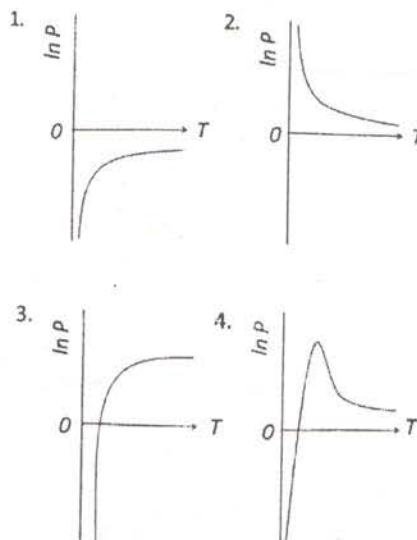
$$3. \frac{t_{12}t_{21}}{t_{12} + t_{21}} \quad 4. \frac{t_{12} - t_{21}}{t_{12} + t_{21}}$$

41. किसी तरल के द्रव और वाष्प की साम्यावस्था के लिये प्रतिबंध, सन्निकटित समीकरण  $\frac{dP}{dT} \approx \frac{Q_l}{T v_{vap}}$  (क्लासियस-क्लैपैरॉन समीकरण) से दिया जाता है, जहां  $v_{vap}$  वाष्प अवस्था में प्रति

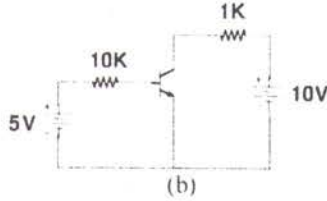
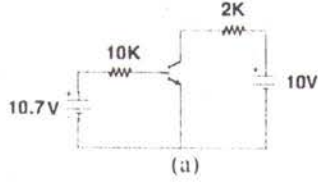
कण का आयतन है, तथा  $Q_l$  गुप्त ऊर्जा जो अचर माना जा सकता है। यदि वाष्प आदर्श गैस विधि का अनुकरण करता है, तो निम्न चित्रों में कौन-सा सही है?



41. The condition for the liquid and vapour phases of a fluid to be in equilibrium is given by the approximate equation  $\frac{dP}{dT} \approx \frac{Q_l}{T v_{vap}}$  (Clausius-Clayperon equation), where  $v_{vap}$  is the volume per particle in the vapour phase, and  $Q_l$  is the latent heat, which may be taken to be a constant. If the vapour obeys ideal gas law, which of the following plots is correct?

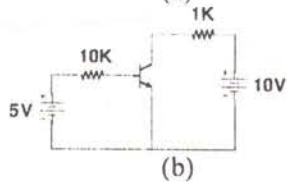
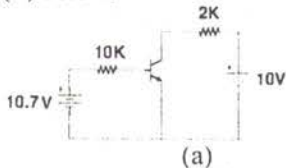


42. निम्न चित्रों (a) तथा (b) में दर्शाये गये परिपथों पर विचारें:



यदि चित्रों (a) तथा (b) में ट्रांजिस्ट्रों की धारालब्धि ( $\beta_{dc}$ ) क्रमशः 100 तथा 10 हैं, तो वे

1. क्रमशः सक्रिय एवं संतृप्त क्षेत्र पर काम करते हैं
  2. क्रमशः संतृप्त एवं सक्रिय क्षेत्र पर काम करते हैं
  3. दोनों संतृप्त क्षेत्र में काम करते हैं
  4. दोनों सक्रिय क्षेत्र में काम करते हैं
42. Consider the circuits shown in Figures (a) and (b) below.



If the transistors in Figures (a) and (b) have current gain ( $\beta_{dc}$ ) of 100 and 10 respectively, then they operate in the

1. active region and saturation region respectively
2. saturation region and active region respectively
3. saturation region in both cases
4. active region in both cases

43. द्रव की श्यानता  $\eta$ , प्वाजइ फार्मुला  $\eta = \frac{\pi P a^4}{8 l V}$  से दी जाती है। मानें कि  $l$  तथा  $V$  अत्यंत यथार्थतः मापे जा सकते हैं, परंतु  $P$  की वर्ग माध्य मूल त्रुटि 1% है तथा त्रिज्या  $a$  की एक स्वतंत्र वर्ग माध्य मूल त्रुटि 3% है। श्यानता की वर्ग माध्य मूल त्रुटि इसके निकटतम है:

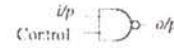
1. 2%
2. 4%
3. 12%
4. 13%

43. The viscosity  $\eta$  of a liquid is given by Poiseuille's formula  $\eta = \frac{\pi P a^4}{8 l V}$ . Assume that  $l$  and  $V$  can be measured very accurately, but the pressure  $P$  has an rms error of 1% and the radius  $a$  has an independent rms error of 3%. The rms error of the viscosity is closest to

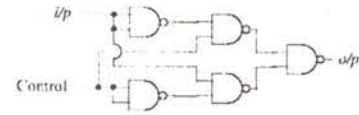
1. 2%
2. 4%
3. 12%
4. 13%

44. निम्न परिपथों में से कौन-सा एक नियंत्रित व्युत्क्रमणी जैसे काम करता है?

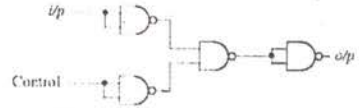
1.



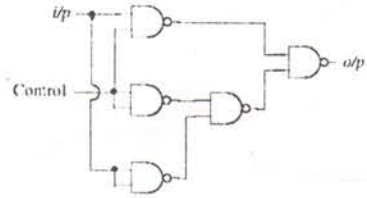
2.



3.

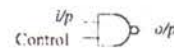


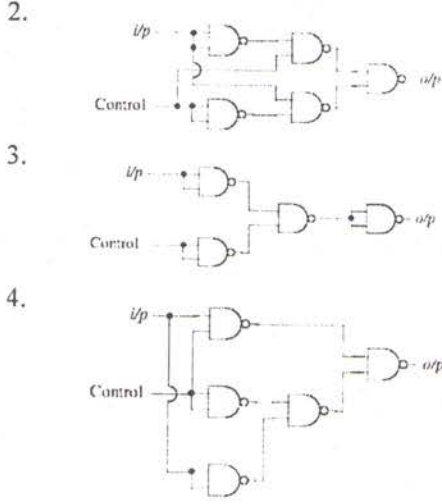
4.



44. Which of the following circuits behaves as a controlled inverter?

1.





45. ताप  $T$  में रहते एक नैज-अर्धचालक के लिए इलेक्ट्रॉनों  $n$  तथा विवरों  $p$  की सांद्रताओं को  $n = p = AT^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$  द्वारा अभिव्यक्त किया जा सकता है, जहां  $E_g$  बैंड-गैप तथा  $A$  अचर हैं। यदि दोनों प्रकार के वाहकों की गतिशीलतायें  $T^{-3/2}$  के अनुपात में हैं, तो चालकता का लॉग,  $T^{-1}$  का एक रेखिक फलन है, इस प्रवणता के साथ:

1.  $E_g / (2k_B)$                       2.  $E_g / k_B$   
3.  $-E_g / (2k_B)$                       4.  $-E_g / k_B$

45. The concentration of electrons,  $n$ , and holes,  $p$ , for an intrinsic semiconductor at a temperature  $T$  can be expressed as  $n = p = AT^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$ , where  $E_g$  is the band gap and  $A$  is a constant. If the mobility of both types of carriers is proportional to  $T^{-3/2}$ , then the log of the conductivity is a linear function of  $T^{-1}$ , with slope

1.  $E_g / (2k_B)$                       2.  $E_g / k_B$   
3.  $-E_g / (2k_B)$                       4.  $-E_g / k_B$

### भाग/PART-'C'

46. तीन वास्तविक चरों  $a, b$  तथा  $c$  में से हर एक अंतराल  $[0, 1]$  में एक एकसमान प्रायिकता बंटन से यादृच्छिकतः चुने गये हैं।  $a + b > 2c$  होने की प्रायिकता है:

1.  $\frac{3}{4}$                                       2.  $\frac{2}{3}$   
3.  $\frac{1}{2}$                                       4.  $\frac{1}{4}$

46. Three real variables  $a, b$  and  $c$  are each randomly chosen from a uniform probability distribution in the interval  $[0, 1]$ . The probability that  $a + b > 2c$  is

1.  $\frac{3}{4}$                                       2.  $\frac{2}{3}$   
3.  $\frac{1}{2}$                                       4.  $\frac{1}{4}$

47. द्विकोटी प्रदेश  $x_i x_j$ , जहां  $x_i$  त्रिविम में स्थिति-सदिश के कार्तीय निर्देशांक हैं, के 6 स्वतंत्र तत्व हैं। घूर्णन के दौरान, ये 6 तत्व, अलग-अलग समुच्चयों में अपघटित होते हैं (अर्थात्, हर समुच्चय के तत्व, उसी समुच्चय के तत्वों के रेखिक संयोजनों में ही रूपांतरित होते हैं) जिसमें

1. 4 तथा 2 तत्व होते हैं  
2. 5 तथा 1 तत्व होते हैं  
3. 3, 2 तथा 1 तत्व होते हैं  
4. 4, 1 तथा 1 तत्व होते हैं

47. The rank-2 tensor  $x_i x_j$ , where  $x_i$  are the Cartesian coordinates of the position vector in three dimensions, has 6 independent elements. Under rotation, these 6 elements decompose into irreducible sets (that is, the elements of each set transform only into linear combinations of elements in that set) containing

1. 4 and 2 elements  
2. 5 and 1 elements  
3. 3, 2 and 1 elements  
4. 4, 1 and 1 elements

48. प्रारंभिक प्रतिबंध  $x = 0$  पर  $y = 2$  के साथ

अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = x^2 - y$  पर विचारें।

मानें कि  $y_{(1)}$  तथा  $y_{(1/2)}$ ,  $x = 1$  पर ऑयलर अग्र कलन-विधि से, पग आमाप क्रमशः 1 तथा  $\frac{1}{2}$  के साथ पाये गये हल हैं।

$(y_{(1)} - y_{(1/2)})/y_{(1/2)}$  का मान है

1.  $-1/2$                                       2.  $-1$   
3.  $1/2$                                       4.  $1$



48. Consider the differential equation  $\frac{dy}{dx} = x^2 - y$  with the initial condition  $y = 2$  at  $x = 0$ . Let  $y_{(1)}$  and  $y_{(1/2)}$  be the solutions at  $x = 1$  obtained using Euler's forward algorithm with step size 1 and  $\frac{1}{2}$  respectively.

The value of  $(y_{(1)} - y_{(1/2)})/y_{(1/2)}$  is

1.  $-1/2$
2.  $-1$
3.  $1/2$
4.  $1$

49. मानें कि  $f(x, t)$  एक-विम तरंग समीकरण  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$  का एक हल है। यदि  $t = 0$  पर सभी  $x$  के लिए  $f(x, 0) = e^{-x^2}$  तथा  $\frac{\partial f}{\partial t}(x, 0) = 0$  हैं, तो भविष्य के सभी समय  $t > 0$  के लिए  $f(x, t)$  का वर्णन इससे होता है:

1.  $e^{-(x^2 - v^2 t^2)}$
2.  $e^{-(x - vt)^2}$
3.  $\frac{1}{4} e^{-(x - vt)^2} + \frac{3}{4} e^{-(x + vt)^2}$
4.  $\frac{1}{2} [e^{-(x - vt)^2} + e^{-(x + vt)^2}]$

49. Let  $f(x, t)$  be a solution of the wave equation  $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$  in 1-dimension. If at  $t = 0$ ,  $f(x, 0) = e^{-x^2}$  and  $\frac{\partial f}{\partial t}(x, 0) = 0$  for all  $x$ , then  $f(x, t)$  for all future times  $t > 0$  is described by

1.  $e^{-(x^2 - v^2 t^2)}$
2.  $e^{-(x - vt)^2}$
3.  $\frac{1}{4} e^{-(x - vt)^2} + \frac{3}{4} e^{-(x + vt)^2}$
4.  $\frac{1}{2} [e^{-(x - vt)^2} + e^{-(x + vt)^2}]$

50. मानें कि  $q$  तथा  $p$  किसी गतिक तंत्र के विहित निर्देशांक तथा संवेग हैं। निम्न रूपांतरणों में से कौन-सा विहित है?

A:  $Q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} q^2$  तथा  $P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} p^2$

B:  $Q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (p + q)$  तथा  $P_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (p - q)$

1. न तो A और न B
2. A तथा B दोनों
3. केवल A
4. केवल B

50. Let  $q$  and  $p$  be the canonical coordinate and momentum of a dynamical system. Which of the following transformations is canonical?

A:  $Q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} q^2$  and  $P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} p^2$

B:  $Q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (p + q)$  and  $P_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (p - q)$

1. neither A nor B
2. both A and B
3. only A
4. only B

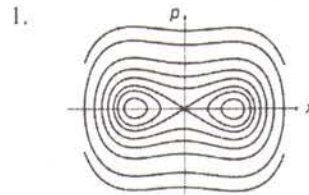
51. किसी लक्ष्य से प्रकीर्णन के लिए अवकल परिक्षेत्र  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) = a^2 + b^2 \cos^2 \theta$  से दिया जाता है। यदि अगमनी कणों का फ्लक्स  $N$  है तो प्रति एकक समय पर प्रकीर्णित कणों की संख्या है:

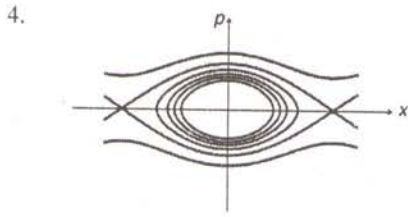
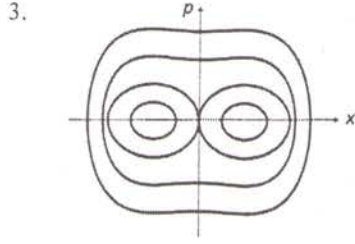
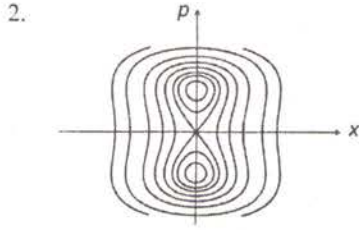
1.  $\frac{4\pi}{3} N(a^2 + b^2)$
2.  $4\pi N \left( a^2 + \frac{1}{6} b^2 \right)$
3.  $4\pi N \left( \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{3} b^2 \right)$
4.  $4\pi N \left( a^2 + \frac{1}{3} b^2 \right)$

51. The differential cross-section for scattering by a target is given by  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) = a^2 + b^2 \cos^2 \theta$ . If  $N$  is the flux of the incoming particles, the number of particles scattered per unit time is

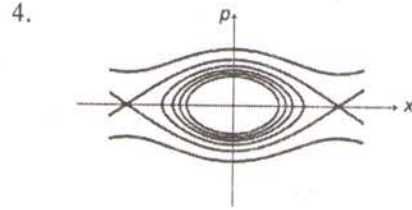
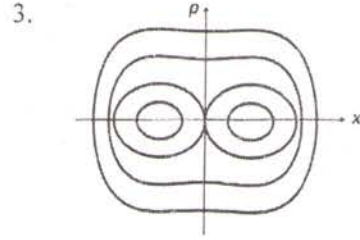
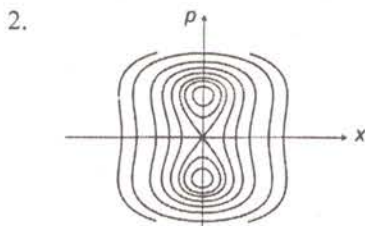
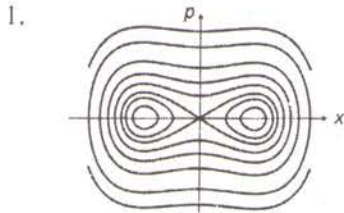
1.  $\frac{4\pi}{3} N(a^2 + b^2)$
2.  $4\pi N \left( a^2 + \frac{1}{6} b^2 \right)$
3.  $4\pi N \left( \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{3} b^2 \right)$
4.  $4\pi N \left( a^2 + \frac{1}{3} b^2 \right)$

52. एक विमी विभव  $V(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$  में गतिशील किसी कण की अवस्था समष्टि प्रपथों (अर्थात् अचर ऊर्जा के कांटूर) का विधिवत प्रतिनिधित्व निम्न चित्रों में कौन-सा करता है?





52. Which of the following figures is a schematic representation of the phase space trajectories (i.e., contours of constant energy) of a particle moving in a one-dimensional potential  $V(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$ ?



53. अनुप्रस्थ परिमाण  $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  युक्त एक आयतीय तरंग पथक कोणीय बारंबारता  $\omega = 10^9 \text{ rad/s}$  से चालित है। इस तरंग पथक में कौन-से अनुप्रस्थ विद्युत मोड़ों (TE) का प्रसारण होगा?

1.  $TE_{10}$ ,  $TE_{01}$  और  $TE_{20}$
2.  $TE_{10}$ ,  $TE_{11}$  और  $TE_{20}$
3.  $TE_{01}$ ,  $TE_{10}$  और  $TE_{11}$
4.  $TE_{01}$ ,  $TE_{10}$  और  $TE_{22}$

53. Consider a rectangular wave guide with transverse dimensions  $2 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  driven with an angular frequency  $\omega = 10^9 \text{ rad/s}$ . Which transverse electric (TE) modes will propagate in this wave guide?

1.  $TE_{10}$ ,  $TE_{01}$  and  $TE_{20}$
2.  $TE_{10}$ ,  $TE_{11}$  and  $TE_{20}$
3.  $TE_{01}$ ,  $TE_{10}$  and  $TE_{11}$
4.  $TE_{01}$ ,  $TE_{10}$  and  $TE_{22}$

54. दैर्घ्य  $L$  के एक छड़ पर कुल आवेश  $Q$  एकसमानतः बंटित है। यदि इसका प्रेक्षण इसके समांतर गति  $v$  से गतिशील एक फ्रेम से किया जाता है, तो (गतिशील प्रेक्षक द्वारा मापा गया) प्रति एकक दैर्घ्य का आवेश है:

1.  $\frac{Q}{L} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$
2.  $\frac{Q}{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
3.  $\frac{Q}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
4.  $\frac{Q}{L \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$

54. A rod of length  $L$  carries a total charge  $Q$  distributed uniformly. If this is observed in a frame moving with a speed  $v$  along the rod, the charge per unit length (as measured by the moving observer) is

$$\begin{array}{ll} 1. \frac{Q}{L} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) & 2. \frac{Q}{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ 3. \frac{Q}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & 4. \frac{Q}{L \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \end{array}$$

55. आवेश-मुक्त प्रदेश  $z > 0$  में विद्युतीय तथा चुंबकीय क्षेत्र

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= E_0 e^{-k_1 z} \cos(k_2 x - \omega t) \hat{j} \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \frac{E_0}{\omega} e^{-k_1 z} [k_1 \sin(k_2 x - \omega t) \hat{i} \\ &\quad + k_2 \cos(k_2 x - \omega t) \hat{k}] \end{aligned}$$

से दिये जाते हैं, जहां  $\omega$ ,  $k_1$  तथा  $k_2$  धन अचर हैं।  $x$ -दिशा में माध्य ऊर्जा प्रवाह है:

$$\begin{array}{l} 1. \frac{E_0^2 k_2}{2\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 2. \frac{E_0^2 k_2}{\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 3. \frac{E_0^2 k_1}{2\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 4. \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 e^{-2k_1 z} \end{array}$$

55. The electric and magnetic fields in the charge free region  $z > 0$  are given by

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= E_0 e^{-k_1 z} \cos(k_2 x - \omega t) \hat{j} \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \frac{E_0}{\omega} e^{-k_1 z} [k_1 \sin(k_2 x - \omega t) \hat{i} \\ &\quad + k_2 \cos(k_2 x - \omega t) \hat{k}] \end{aligned}$$

where  $\omega$ ,  $k_1$  and  $k_2$  are positive constants. The average energy flow in the  $x$ -direction is

$$\begin{array}{l} 1. \frac{E_0^2 k_2}{2\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 2. \frac{E_0^2 k_2}{\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 3. \frac{E_0^2 k_1}{2\mu_0 \omega} e^{-2k_1 z} \\ 4. \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 e^{-2k_1 z} \end{array}$$

56. त्रिज्या 1 cm तथा प्रतिरोध  $1 \Omega$  के एक वृत्ताकार तार पाश  $xy$ -तल में पड़ा है। धन  $z$ -दिशा में एक एकसमान चुंबकीय क्षेत्र जिसका

मान 1 s में क्षेत्र बल 10 tesla से 9 tesla तक कम किया जाता है। तार की किसी भी बिंदु से पारित आवेश है लगभग

$$\begin{array}{l} 1. 3.1 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 2. 3.4 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 3. 4.2 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 4. 5.2 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \end{array}$$

56. A uniform magnetic field in the positive  $z$ -direction passes through a circular wire loop of radius 1 cm and resistance  $1 \Omega$  lying in the  $xy$ -plane. The field strength is reduced from 10 tesla to 9 tesla in 1 s. The charge transferred across any point in the wire is approximately

$$\begin{array}{l} 1. 3.1 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 2. 3.4 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 3. 4.2 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \\ 4. 5.2 \times 10^{-4} \text{ coulomb} \end{array}$$

57. मुक्त इलेक्ट्रॉन के लिए डिरैक हैमिल्टनी  $H = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2$  चिरप्रतिष्ठित संबंध  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$  से संगत है। एक विद्युत चुंबकीय विभव  $(\phi, \vec{A})$  में आवेश  $q$  के कण के लिए चिरप्रतिष्ठित ऊर्जा-संवेग संबंध है  $(E - q\phi)^2 = c^2 (\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A})^2 + m^2 c^4$ । अतः एक विद्युत चुंबकीय क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन के लिए डिरैक हैमिल्टनी है:

$$\begin{array}{l} 1. c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{A} + \beta mc^2 - e\phi \\ 2. c\vec{\alpha} \cdot (\vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A}) + \beta mc^2 + e\phi \\ 3. c(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + e\phi + \frac{q}{c} |\vec{A}|) + \beta mc^2 \\ 4. c\vec{\alpha} \cdot (\vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A}) + \beta mc^2 - e\phi \end{array}$$

57. The Dirac Hamiltonian  $H = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2$  for a free electron corresponds to the classical relation  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ . The classical energy-momentum relation of a particle of charge  $q$  in a electromagnetic potential  $(\phi, \vec{A})$  is  $(E - q\phi)^2 = c^2 (\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A})^2 + m^2 c^4$ . Therefore, the Dirac Hamiltonian for an electron in an electromagnetic field is

$$\begin{array}{l} 1. c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{A} + \beta mc^2 - e\phi \\ 2. c\vec{\alpha} \cdot (\vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A}) + \beta mc^2 + e\phi \\ 3. c(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + e\phi + \frac{q}{c} |\vec{A}|) + \beta mc^2 \\ 4. c\vec{\alpha} \cdot (\vec{p} + \frac{q}{c} \vec{A}) + \beta mc^2 - e\phi \end{array}$$



58. द्रव्यमान  $m$  का एक कण विभव  $V = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$  में है, जहाँ  $\omega$  एक अचर है। मानें कि  $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega}\right)$ । हाईजैनबर्ग चित्र में  $\frac{d\hat{a}}{dt}$  इससे दिया जाता है:

1.  $\omega\hat{a}$
2.  $-i\omega\hat{a}$
3.  $\omega\hat{a}^\dagger$
4.  $i\omega\hat{a}^\dagger$

58. A particle of mass  $m$  is in a potential  $V = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ , where  $\omega$  is a constant. Let

$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega}\right)$ . In the Heisenberg picture  $\frac{d\hat{a}}{dt}$  is given by

1.  $\omega\hat{a}$
2.  $-i\omega\hat{a}$
3.  $\omega\hat{a}^\dagger$
4.  $i\omega\hat{a}^\dagger$

59. एक प्रतिकर्षी गोलीय विभव

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{for } r < a \\ 0 & \text{for } r \geq a \end{cases}$$

जहाँ  $V_0$  तथा  $a$  धन अचर हैं, द्वारा ऊर्जा  $E$  के एक कण का प्रकीर्णन होता है। अल्प ऊर्जा सीमांत में, कुल प्रकीर्णन परिक्षेत्र है  $\sigma = 4\pi a^2 \left(\frac{1}{ka} \tanh ka - 1\right)^2$ , जहाँ  $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E) > 0$ । सीमांत  $V_0 \rightarrow \infty$  में  $\sigma$ , तथा त्रिज्या  $a$  के एक गोल से चिरप्रतिष्ठित प्रकीर्णन परिक्षेत्र का अनुपात है:

1. 4
2. 3
3. 1
4. 1/2

59. A particle of energy  $E$  scatters off a repulsive spherical potential

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{for } r < a \\ 0 & \text{for } r \geq a \end{cases}$$

where  $V_0$  and  $a$  are positive constants. In the low energy limit, the total scattering cross-section is  $\sigma = 4\pi a^2 \left(\frac{1}{ka} \tanh ka - 1\right)^2$ , where  $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E) > 0$ . In the limit  $V_0 \rightarrow \infty$  the ratio of  $\sigma$  to the classical scattering cross-section off a sphere of radius  $a$  is

1. 4
2. 3
3. 1
4. 1/2

60. किसी द्विविम वास्तविक सदिश समष्टि के लिए

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ तथा } \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

ये दो भिन्न लांबिक आधार सदिश दिये जाते हैं। इन आधारों में किसी रेखिक संकारक का आव्यूह प्रतिनिधित्व एक ऐकिक रूपांतरण द्वारा संबंधित हैं। ऐकिक आव्यूह का रूप इस प्रकार चुना जा सकता है:

1.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
3.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
4.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

60. Two different sets of orthogonal basis vectors

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ and } \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

are given for a two-dimensional real vector space. The matrix representation of a linear operator  $\hat{A}$  in these bases are related by a unitary transformation. The unitary matrix may be chosen to be

1.  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
3.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
4.  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

61. समय  $t = 0$  पर, एक विम में अधिक संख्या

$N$  के ब्राउनी कण उद्गम से विसरण प्रारंभ करते हैं। विसरण गुणांक है  $D$ । दूरी  $L$  पर स्थित एक बिंदु से प्रति एकक समय पारित कणों की संख्या  $L$  तथा समय  $t$  पर इस प्रकार निर्भर है:

1.  $\frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-L^2/(4Dt)}$
2.  $\frac{NL}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-4Dt/L^2}$
3.  $\frac{N}{\sqrt{16\pi Dt^3}} e^{-L^2/(4Dt)}$
4.  $Ne^{-4Dt/L^2}$

61. A large number  $N$  of Brownian particles in one dimension start their diffusive motion from the origin at time  $t = 0$ . The diffusion coefficient is  $D$ . The number of particles crossing a point at a distance  $L$  from the origin, per unit time, depends on  $L$  and time  $t$  as

1.  $\frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-L^2/(4Dt)}$
2.  $\frac{NL}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-4Dt/L^2}$
3.  $\frac{N}{\sqrt{16\pi Dt^3}} e^{-L^2/(4Dt)}$
4.  $Ne^{-4Dt/L^2}$

62. तीन आईसिंग प्रचक्रणों एक त्रिकोण के शीर्षों में स्थित हैं। हर दो प्रचक्रणों के बीच बल  $J$  की लोहचुंबकीय आईसिंग अन्त्योन्यक्रिया लागू है। ताप  $T$  पर तंत्र का विभाजन फलन इससे दिया जाता है ( $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ):

1.  $2e^{3\beta J} + 6e^{-\beta J}$
2.  $2e^{-3\beta J} + 6e^{\beta J}$
3.  $2e^{3\beta J} + 6e^{-3\beta J} + 3e^{\beta J} + 3e^{-\beta J}$
4.  $(2 \cosh \beta J)^3$

62. Consider three Ising spins at the vertices of a triangle which interact with each other with a ferromagnetic Ising interaction of strength  $J$ . The partition function of the system at temperature  $T$  is given by

$$\left(\beta = \frac{1}{k_B T}\right):$$

1.  $2e^{3\beta J} + 6e^{-\beta J}$
2.  $2e^{-3\beta J} + 6e^{\beta J}$
3.  $2e^{3\beta J} + 6e^{-3\beta J} + 3e^{\beta J} + 3e^{-\beta J}$
4.  $(2 \cosh \beta J)^3$

63.  $d$ -विम में एक आदर्श बोस गैस परिक्षेपण संबंध  $\epsilon(\vec{k}) = Ak^s$ , जहां  $A$  तथा  $s$  अचर हैं, का अनुकरण करता है। बोस-आईन्सटाइन संघनन घटने के लिए उत्तेजित अवस्थाओं का निवेशन

$$N_e = c \int_0^\infty \frac{\epsilon^{(d-s)/s}}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1} d\epsilon$$

जहां  $c$  एक अचर है,  $\mu = 0$  के लिए भी परिमित रहना चाहिये। यह हो सकता है जब

1.  $\frac{d}{s} < \frac{1}{4}$
2.  $\frac{1}{4} < \frac{d}{s} < \frac{1}{2}$
3.  $\frac{d}{s} > 1$
4.  $\frac{1}{2} < \frac{d}{s} < 1$

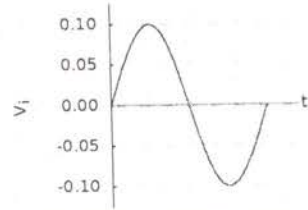
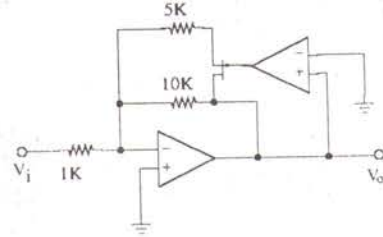
63. An ideal Bose gas in  $d$ -dimensions obeys the dispersion relation  $\epsilon(\vec{k}) = Ak^s$ , where  $A$  and  $s$  are constants. For Bose-Einstein condensation to occur, the occupancy of excited states

$$N_e = c \int_0^\infty \frac{\epsilon^{(d-s)/s}}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1} d\epsilon$$

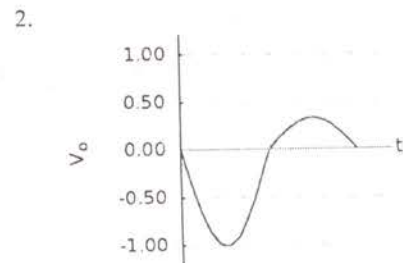
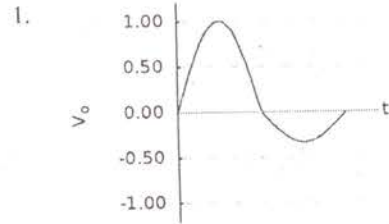
where  $c$  is a constant, should remain finite even for  $\mu = 0$ . This can happen if

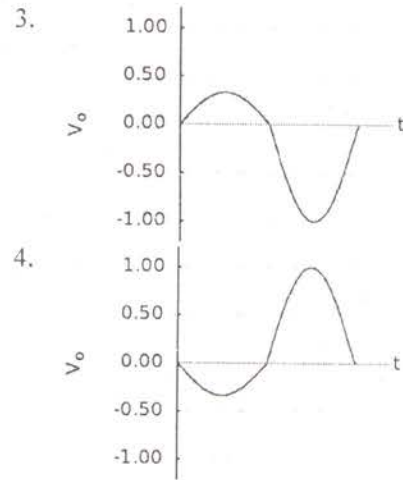
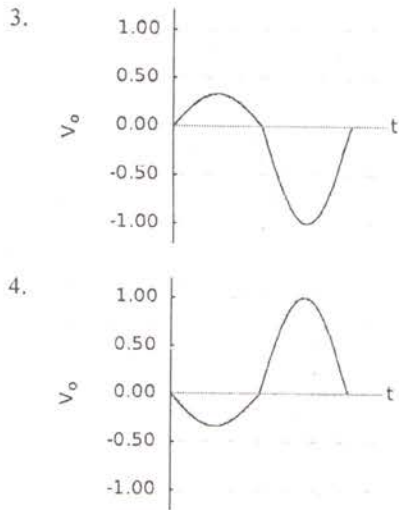
1.  $\frac{d}{s} < \frac{1}{4}$
2.  $\frac{1}{4} < \frac{d}{s} < \frac{1}{2}$
3.  $\frac{d}{s} > 1$
4.  $\frac{1}{2} < \frac{d}{s} < 1$

64. निम्न चित्र में दर्शाये गये परिपथ एवं निवेश ज्यावक्रीय तरंगरूप के लिए सही निर्गम तरंगरूप क्या है?

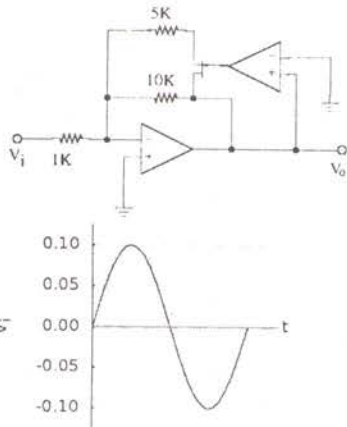


(सभी चित्रों में समय आमाप समान हैं।)

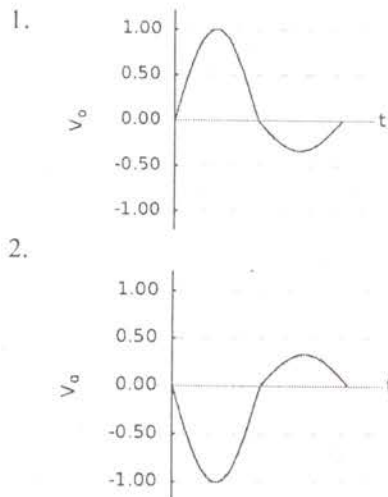




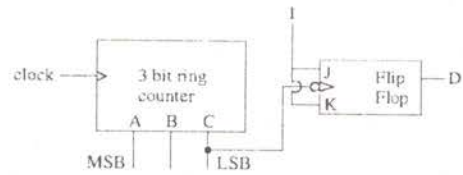
64. For the circuit and the input sinusoidal waveform shown in the figures below, which is the correct waveform at the output?



(The time scales in all the plots are the same.)

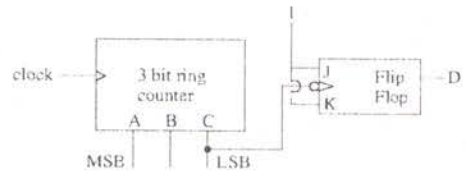


65. निम्न दिये गये तर्क परिपथ के लिए, दशमलव गणन अनुक्रम एवं A B C D से संगत परिपथ का माड्यूलस हैं:



1.  $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \pmod{6}$
2.  $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \pmod{6}$
3.  $2 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \pmod{5}$
4.  $8 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \pmod{5}$

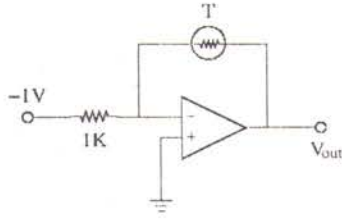
65. For the logic circuit given below, the decimal count sequence and the modulus of the circuit corresponding to A B C D are



1.  $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \pmod{6}$
2.  $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \pmod{6}$
3.  $2 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \pmod{5}$
4.  $8 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \pmod{5}$

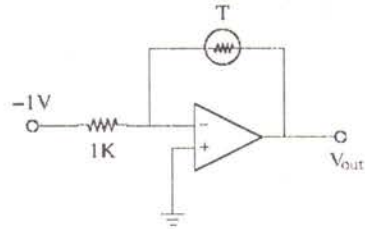
66. निम्न दिये गये परिपथ में,  $25^\circ\text{C}$  पर थर्मिस्टर का प्रतिरोध  $3\text{ k}\Omega$  है। ऊष्मण पर उसका प्रतिरोध प्रति  $^\circ\text{C}$   $150\ \Omega$  कम होता है।  $30^\circ\text{C}$  पर परिपथ का निर्गम वोल्टेज है:





1.  $-3.75$  V                      2.  $-2.25$  V  
3.  $2.25$  V                        4.  $3.75$  V

66. In the circuit given below, the thermistor has a resistance  $3$  k $\Omega$  at  $25^\circ\text{C}$ . Its resistance decreases by  $150$   $\Omega$  per  $^\circ\text{C}$  upon heating. The output voltage of the circuit at  $30^\circ\text{C}$  is



1.  $-3.75$  V                      2.  $-2.25$  V  
3.  $2.25$  V                        4.  $3.75$  V

67. ग्रेफीन के एक द्विविम चादर में अल्प-ऊर्जा इलेक्ट्रॉनिक उत्तेजन  $E(\vec{k}) = \hbar v k$  से दिये जाते हैं, जहां  $v$  उत्तेजनों की गति है। अवस्थाओं का घनत्व इसके अनुपात में है।

1.  $E$                                       2.  $E^{3/2}$   
3.  $E^{1/2}$                                 4.  $E^2$

67. The low-energy electronic excitations in a two-dimensional sheet of graphene is given by  $E(\vec{k}) = \hbar v k$ , where  $v$  is the velocity of the excitations. The density of states is proportional to

1.  $E$                                       2.  $E^{3/2}$   
3.  $E^{1/2}$                                 4.  $E^2$

68. जालक अचर  $a$  वाले साधारण घन जालक के (111) तल से तरंगदैर्घ्य  $\lambda = a$  का X-किरण परावर्तित होता है। संगत ब्रैग कोण (रेडियन में) है:

1.  $\pi/6$                                     2.  $\pi/4$   
3.  $\pi/3$                                     4.  $\pi/8$

68. X-ray of wavelength  $\lambda = a$  is reflected from the (111) plane of a simple cubic lattice. If the lattice constant is  $a$ , the corresponding Bragg angle (in radian) is

1.  $\pi/6$                                     2.  $\pi/4$   
3.  $\pi/3$                                     4.  $\pi/8$

69. ताप  $4$  K तथा  $8$  K के लिए अतिचालक के क्रांतिक चुंबकीय क्षेत्र हैं क्रमशः  $11$  mA/m तथा  $5.5$  mA/m। संक्रमण ताप है लगभग

1.  $8.4$  K                                2.  $10.6$  K  
3.  $12.9$  K                              4.  $15.0$  K

69. The critical magnetic fields of a superconductor at temperatures  $4$  K and  $8$  K are  $11$  mA/m and  $5.5$  mA/m respectively. The transition temperature is approximately

1.  $8.4$  K                                2.  $10.6$  K  
3.  $12.9$  K                              4.  $15.0$  K

70. द्विपरमाणुक अणु की कंपनिक अवस्थायें ऊर्जा  $E_v = \hbar\omega\left(v + \frac{1}{2}\right)$  तथा घूर्णनिक अवस्थायें ऊर्जा  $E_j = B j(j+1)$  के साथ होती हैं, जहां  $v$  तथा  $j$  अक्रण पूर्णांक हैं। उन संक्रमणों पर विचारें जिनमें प्रारंभिक एवं अंतिम अवस्थायें  $v \leq 1$  तथा  $j \leq 2$  से प्रतिबंधित हैं और चयन विधियों  $\Delta v = \pm 1$  तथा  $\Delta j = \pm 1$  के अधीन हैं। तो संक्रमण से अनुमत उच्चतम ऊर्जा है:

1.  $\hbar\omega - 3B$                             2.  $\hbar\omega - B$   
3.  $\hbar\omega + 4B$                             4.  $2\hbar\omega + B$

70. A diatomic molecule has vibrational states with energies  $E_v = \hbar\omega\left(v + \frac{1}{2}\right)$  and rotational states with energies  $E_j = B j(j+1)$ , where  $v$  and  $j$  are non-negative integers. Consider the transitions in which both the initial and final states are restricted to  $v \leq 1$  and  $j \leq 2$  and subject to the selection rules  $\Delta v = \pm 1$  and  $\Delta j = \pm 1$ . Then the largest allowed energy of transition is

1.  $\hbar\omega - 3B$                             2.  $\hbar\omega - B$   
3.  $\hbar\omega + 4B$                             4.  $2\hbar\omega + B$

71.  $np^2$  आणविक विन्यासों के निम्न पद प्रतीकों  $^1S_0$ ,  $^3P_0$ ,  $^3P_1$ ,  $^3P_2$  तथा  $^1D_2$  में से कौन-सी आध्यावस्था है ?

1.  ${}^3P_0$                       2.  ${}^1S_0$   
3.  ${}^3P_2$                       4.  ${}^3P_1$
71. Of the following term symbols of the  $np^2$  atomic configurations,  ${}^1S_0$ ,  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_1$ ,  ${}^3P_2$  and  ${}^1D_2$ , which is the ground state ?
1.  ${}^3P_0$                       2.  ${}^1S_0$   
3.  ${}^3P_2$                       4.  ${}^3P_1$
72. He-Ne लेसर Ne की दो ऊर्जा अवस्थाओं, जो 2.26 eV से भिन्न हैं, के उपयोग करता है। प्रकाशिक पंपन की स्थायी अवस्था स्थितियों में ऊपरी अवस्था तथा निचली अवस्थाओं में परमाणु संख्याओं का अनुपात 1/20 है। तंत्र का तुल्य ताप है लगभग: (बोल्ट्समान अचर  $k_B = 8.6 \times 10^{-5}$  eV/K)
1.  $10^{10}$  K                      2.  $10^8$  K  
3.  $10^6$  K                      4.  $10^4$  K
72. A He-Ne laser operates by using two energy levels of Ne separated by 2.26 eV. Under steady state conditions of optical pumping, the equivalent temperature of the system at which the ratio of the number of atoms in the upper state to that in the lower state will be 1/20, is approximately (the Boltzmann constant  $k_B = 8.6 \times 10^{-5}$  eV/K)
1.  $10^{10}$  K                      2.  $10^8$  K  
3.  $10^6$  K                      4.  $10^4$  K
73. मानें कि हम कोश माडल में नाभिक विभव को एक त्रिविम समदैशिक आवर्त दोलक से सन्निकटित करते हैं। न्यूनतम दो ऊर्जा अवस्थाओं का कोणीय संवेग क्रमशः  $l = 0$  तथा  $l = 1$  हैं, निम्न दो नाभिकों में प्रोटॉनों तथा न्यूट्रॉनों की स्थायित्व (मैजिक) संख्या किनमें हैं ?
1.  ${}^4_2\text{He}$  तथा  ${}^{16}_8\text{O}$       2.  ${}^2_1\text{D}$  तथा  ${}^8_4\text{Be}$   
3.  ${}^4_2\text{He}$  तथा  ${}^8_4\text{Be}$       4.  ${}^4_2\text{He}$  तथा  ${}^{12}_6\text{C}$
73. Let us approximate the nuclear potential in the shell model by a three dimensional isotropic harmonic oscillator. Since the lowest two energy levels have angular momenta  $l = 0$  and  $l = 1$  respectively,

which of the following two nuclei have magic numbers of protons and neutrons?

1.  ${}^4_2\text{He}$  and  ${}^{16}_8\text{O}$       2.  ${}^2_1\text{D}$  and  ${}^8_4\text{Be}$   
3.  ${}^4_2\text{He}$  and  ${}^8_4\text{Be}$       4.  ${}^4_2\text{He}$  and  ${}^{12}_6\text{C}$
74. यदि चार्म क्वार्क की चार्म क्वांटम संख्या  $C = 1$  दी जाती है, तो गेलमान-निशीजिमा फार्मुला जो विध्युत आवेश के लिए है, को क्वार्क की चार सुरुचियों के लिए किस प्रकार परिवर्तित करना होगा?
1.  $I_3 + \frac{1}{2}(B - S - C)$   
2.  $I_3 + \frac{1}{2}(B - S + C)$   
3.  $I_3 + \frac{1}{2}(B + S - C)$   
4.  $I_3 + \frac{1}{2}(B + S + C)$
74. The charm quark is assigned a charm quantum number  $C = 1$ . How should the Gellmann-Nishijima formula for electric charge be modified for four flavours of quarks?
1.  $I_3 + \frac{1}{2}(B - S - C)$   
2.  $I_3 + \frac{1}{2}(B - S + C)$   
3.  $I_3 + \frac{1}{2}(B + S - C)$   
4.  $I_3 + \frac{1}{2}(B + S + C)$
75. अभिक्रिया  ${}^2_1\text{D} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^4_2\text{He} + \pi^0$  प्रबल अन्योन्यक्रियाओं द्वारा घट नहीं सकता क्योंकि वह इसके संरक्षण का उल्लंघन करता है:
1. कोणीय संवेग  
2. विध्युत आवेश  
3. बैरियान् संख्या  
4. आईसोस्पिन
75. The reaction  ${}^2_1\text{D} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^4_2\text{He} + \pi^0$  cannot proceed via strong interactions because it violates the conservation of
1. angular momentum  
2. electric charge  
3. baryon number  
4. isospin

