

Second Year – JUNE 2017
SAY/IMPROVEMENT

Time : 2½ Hours
 Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the ‘cool-off time’.
- Use the ‘cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടെസ്റ്റ്’ ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റൊളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർഖം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനുമ്പോൾ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നുമ്പിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ശാമ്പുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്ലിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സഹായത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ഫോറാമുകൾ പെയ്യാനാകാത്ത കാൽമൈലേറ്ററുകൾ ഒഴികെക്കുകളും ഒരു ബ്ലാക്ക്ടോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. (i) The condition for a function f from $x \rightarrow y$ is an onto function,
- range of f = co-domain of f
 - range of f = domain of f
 - range of $f \neq$ domain of f
 - range of $f \neq$ co-domain of f
- (Score : 1)
- (ii) If $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are defined by $f(x) = x + 1$ and $g(x) = x^2$. Find fog and gof.
(Scores : 2)
- (iii) Let $f : R \rightarrow R$ be a function defined by $f(x) = 3x + 2$, show that f is a bijective function.
(Scores : 2)
2. (i) The principal value of $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ is
- $\frac{\pi}{3}$
 - $\frac{\pi}{2}$
 - $\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{4}$
- (Score : 1)
- (ii) Solve : $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$
(Scores : 3)
3. (i) If A is a matrix of order 5×4 and B is a matrix of order 4×7 , then the matrix AB has order
- 4×4
 - 5×7
 - 7×5
 - 5×4
- (Score : 1)
- (ii) If $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ then find $(A + 2B)'$
(Scores : 2)
- (iii) Find A^{-1} , if $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
(Scores : 2)
4. (i) The matrix $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ is a _____ matrix.
- Symmetric
 - Skew-symmetric
 - Singular
 - Non-singular
- (Score : 1)
- (ii) Prove that $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$
(Scores : 3)

1. (i) x തെന്നിനും y ലേഡ്യുള്ള ഒരു ഫലംഗഷൻ f ഓൺടു ഫലംഗഷൻ ആകുന്നതിനുള്ള നിബന്ധന
- (a) range of f = co-domain of f
 (b) range of f = domain of f
 (c) range of $f \neq$ domain of f
 (d) range of $f \neq$ co-domain of f (സ്കോർ : 1)
- (ii) $f : R \rightarrow R, g : R \rightarrow R$ എന്നിവ നിർദ്ദൃചിട്ടുള്ളവയാണ് $f(x) = x + 1, g(x) = x^2$ എങ്കിൽ fog യും gof ഉം കാണുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (iii) $f : R \rightarrow R$ എന്ന ഫലംഗഷൻ നിർദ്ദൃചിതിക്കുന്നത് $f(x) = 3x + 2$ എന്നാണ്. f ഒരു വൈജ്ഞാനിക്കും ഫലംഗഷനാബന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
2. (i) $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ റെഞ്ച് പ്രിൻസിപ്പിൽ വാല്യുവാണ് _____
- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$
 (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ (സ്കോർ : 1)
- (ii) $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ എന്നത് നിർഭ്യാരണം ചെയ്യുക. (സ്കോർസ് : 3)
3. (i) A എന്നത് 5×4 ഓർഡയിലുള്ള ഒരു മാട്രിക്സും B എന്നത് 4×7 ഓർഡയിലുള്ള ഒരു മാട്രിക്സുമാബന്നിൽ AB എന്ന മാട്രിക്സിന്റെ ഓർഡയർ
- (a) 4×4 (b) 5×7
 (c) 7×5 (d) 5×4 (സ്കോർ : 1)
- (ii) $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്നിവയാബന്നിൽ $(A + 2B)'$ കണ്ണുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (iii) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ A^{-1} കണ്ണുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
4. (i) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സ് ഒരു _____ മാട്രിക്സ് ആണ്.
- (a) സിമ്മടിക് (b) സക്യൂ-സിമ്മടിക്
 (c) സിംഗുലർ (d) നോൺ-സിംഗുലർ (സ്കോർ : 1)
- (ii) $\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

63

- (i) The function $f(x) = x^2$ in $(-\infty, 0)$ is _____.
(a) increasing
(b) decreasing
(c) neither increasing nor decreasing
(d) constant (Score : 1)

(ii) Find the equations of tangent and normal to the given curve $y = x^3$ at $(1, 1)$. (Scores : 3)

9. (i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ is _____.
 (a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$ (b) $2\sqrt{x} + c$
 (c) $\sqrt{x} + c$ (d) $\log |x| + c$ (Score : 1)
- (ii) Evaluate $\int \sin^3 x dx$ (Scores : 2)
- (iii) Evaluate $\int x \log x dx$ (Scores : 2)

OR

- (i) $\int_0^1 e^x dx = _____.$
 (a) e (b) $e + 1$
 (c) $e - 1$ (d) 0 (Score : 1)
- (ii) Show that $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{4}$ (Scores : 2)
- (iii) Evaluate $\int_0^1 x e^x dx$ (Scores : 2)

10. Consider the curves $y = x^2$ and $y^2 = 8x$
 (i) Find the x co-ordinates of points of intersection of the given two curves. (Score : 1)
 (ii) Find the area of the region enclosed by the given two curves. (Scores : 3)
11. Consider the differential equation $x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$
 (i) Write the differential equation in linear form. (Score : 1)
 (ii) Find the integrating factor of the differential equation. (Score : 1)
 (iii) Hence solve the differential equation. (Scores : 2)
12. (i) Let $A(1, 2, 4)$ and $B(2, -1, 3)$ be two points
 (a) Find \vec{AB} (Score : 1)
 (b) Find a unit vector in the direction of \vec{AB} . (Scores : 2)
 (ii) Prove that $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$ (Scores : 3)

9. (i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ ആണ്.
 (a) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$ (b) $2\sqrt{x} + c$
 (c) $\sqrt{x} + c$ (d) $\log |x| + c$ (സ്കോർ : 1)
- (ii) $\int \sin^3 x dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (iii) $\int x \log x dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

അല്ലെങ്കിൽ

- (i) $\int_0^1 e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) e (b) e + 1
 (c) e - 1 (d) 0 (സ്കോർ : 1)
- (ii) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{4}$ കാണുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (iii) $\int_0^1 x e^x dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

10. $y = x^2$, $y^2 = 8x$ എന്നി രണ്ട് വക്രങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

- (i) തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് വക്രങ്ങളുടെയും സംഗമ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംവ്യൂഹം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (ii) പ്രസ്തുത രണ്ട് വക്രങ്ങളും തമ്മിൽ ചുറ്റപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാകുന്ന റിജിയൻ്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

11. $x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$ എന്ന ഡിഫീൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.
- (i) ഈ ഡിഫീൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തെ ലീനിയർ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. (സ്കോർ : 1)
- (ii) ഡിഫീൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇൻഡ്രോറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (iii) ഡിഫീൻഷ്യൽ സമവാക്യം നിർഖാരണം ചെയ്യുക. (സ്കോർസ് : 2)

12. (i) A(1, 2, 4), B(2, -1, 3) എന്നി രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

- (a) \vec{AB} കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർ : 1)
- (b) \vec{AB} യുടെ ഭിംഗിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)
- (ii) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

13. (i) Show that the acute angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$. (Scores : 3)

(ii) Find the equation of the plane with intercepts 2, 3, 4 on the x, y, z axes respectively. (Scores : 2)

OR

(i) Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \quad \text{(Scores : 3)}$$

(ii) Find the distance of the plane $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ from the origin. (Scores : 2)

14. A cloth manufacturing company produces shirts and trousers. Three machines A, B, C be used for the production of these clothes. Machines A and C are available for operation atmost 12 hours, whereas B must be operated for atleast 5 hours a day. The time required for construction of one cloth on the 3 machines are given in the following table :

Cloth	Hours required		
	A	B	C
Shirt	3	2	1
Trousers	4	3	2

Company sells are the clothes and get a profit of ₹ 150 and ₹ 200 on a cloth of shirt and trouser respectively. Company wants to know how many number of each item to be produced to maximize the profit ?

To formulate a linear programming problem,

(i) Write the objective function (Score : 1)

(ii) Write all constraints (Scores : 3)

13. (i) ഒരു ക്യൂബിന്റെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വികർഖന്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ന്യൂനകോണി
 $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)

- (ii) x, y, z അക്ഷങ്ങളിലെ ഇൻഡിസപ്പറ്റുകൾ യഥാക്രമം 2, 3, 4 ആയ ഒരു പ്ലാറ്റിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

അല്പക്കിൽ

- (i) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$,
 $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 3)
- (ii) മൂലപിന്ധിവിൽ നിന്നും $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ എന്ന പ്ലാറ്റിനിലുള്ള ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക. (സ്കോർസ് : 2)

14. ഒരു വസ്തു നിർമ്മാണകമ്പനി ഷർട്ടുകളും ടൗസറുകളും ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്നു. A, B, C എന്നീ 3 മെഷീനുകൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് തുണികൾ നിർമ്മിക്കുന്നത്. A, C എന്നീ മെഷീനുകൾ ദിവസം 12 മണിക്കൂർ മാത്രമേ പ്രവർത്തിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. എന്നാൽ B എന്ന മെഷീൻ 5 മണിക്കൂറേക്കിലും പ്രവർത്തിപ്പിക്കുകയും വേണം. 3 മെഷീനിലും കൂടി ഒരു വസ്തു നിർമ്മിക്കാനുള്ള സമയം താഴെ പട്ടിപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു:

വസ്തു	ആവശ്യമുള്ള മണിക്കൂർ		
	A	B	C
ഷർട്ട്	3	2	1
ടൗസർ	4	3	2

കമ്പനി നിർമ്മിക്കുന്ന എല്ലാ വസ്തുങ്ങളും വില്പന്പെടുകയും ഷർട്ടിന്റെയും ടൗസറിന്റെയും വസ്തുങ്ങളിൽമേൽ യഥാക്രമം 150 രൂപയും 200 രൂപയും ലാഭവും ലഭിക്കുന്നു. ലാഭം മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുന്നതിന് ഓരോ വിഭാഗം വസ്തുങ്ങളുടെയും എണ്ണം എത്രവീതം നിർമ്മിക്കണമെന്ന് കമ്പനിക്ക് അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

ഒരു ലീനിയർ ഫ്രോഗ്രാഫിംഗ് ഫ്രോബ്ലൂം രൂപപ്പെടുത്തുവാൻ

- (i) ഒബ്ജക്ടീവ് ഫംഗ്ഷൻ എഴുതുക (സ്കോർ : 1)
- (ii) എല്ലാ കൺസ്ട്രയിനുകളും എഴുതുക (സ്കോർസ് : 3)

15. Consider the linear programming problem :

$$\text{Maximize } Z = 3x + 2y$$

Subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

- (i) Draw the graphs of the lines $x + 2y = 10$ and $3x + y = 15$ in the same plane.

(Scores : 2)

- (ii) Solve this linear programming problem graphically.

(Scores : 2)

16. Two students A and B appearing an examination, such that the probability of passing the examination of A is $\frac{3}{7}$ and that of B is $\frac{5}{7}$.

- (i) Find the probability of A and B not passing the examination. (Score : 1)
(ii) Find the probability that exactly one of them passing the examination. (Scores : 2)
(iii) Find the probability that both A and B passing the examination. (Scores : 2)

17. A random variable x has the following probability distribution :

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	0	k	$2k$	$3k$	$4k$

- (i) Find the value of k . (Score : 1)
(ii) Find $P(x < 3)$. (Scores : 2)
(iii) Find the mean of the random variable x . (Scores : 2)
-

15. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം പരിശീലനക്കുക :

$$\text{Maximize } Z = 3x + 2y$$

Subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

- (i) $x + 2y = 10, 3x + y = 15$ എന്നി രേഖകളുടെ ശാഹ്യ ഒരേ ഷൈയിനിൽ വരയ്ക്ക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

- (ii) ശാഹ്യപയോഗിച്ച് ഈ ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം നിർബന്ധം ചെയ്യുക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

16. A, B എന്നി 2 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഒരു പരീക്ഷയിൽ പങ്കെടുക്കുന്നു. A എന്ന വിദ്യാർത്ഥി

പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി $\frac{3}{7}$ ഉം B എന്ന വിദ്യാർത്ഥി ജയിക്കുന-

തിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി $\frac{5}{7}$ ഉം ആണ്.

- (i) A യും B യും പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാതിരിക്കുന്നതിനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 1)

- (ii) ഒരാൾ മാത്രം പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

- (iii) രണ്ടുപേരും പരീക്ഷയിൽ ജയിക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

17. x എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിസ്റ്റ് പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ

കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

x	0	1	2	3	4
$P(x)$	0	k	$2k$	$3k$	$4k$

- (i) k യുടെ വില കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 1)

- (ii) $P(x < 3)$ കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

- (iii) x എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിസ്റ്റ് മീൻ കണ്ണുപിടിക്കുക.

(സ്റ്റോർസ് : 2)

7053

12