

This question paper consists of 32 questions [Section–A (24) + Section–B (4+4)] and 12 printed pages.

इस प्रश्न-पत्र में 32 प्रश्न [खण्ड-अ (24) + खण्ड-ब (4+4)] तथा 12 मुद्रित पृष्ठ हैं।

Roll No.
अनुक्रमांक

Code No. **49/HIS/1**
कोड नं०

MATHEMATICS
गणित
(311)

Set/सेट **A**

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators 1.

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2.

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the question paper.
2. Please check the question paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the answer-book or writing roll number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. 49/HIS/1, Set **A** on the answer-book.
5. (a) The question paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the answer-book.
- (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या 49/HIS/1, सेट **A** लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :
अंग्रेजी, हिन्दी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिन्धी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
- (ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note : (i) This Question Paper consists of *two* Sections, viz., 'A' and 'B'.
(ii) *All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
(iii) Section 'B' has *two* options. Candidates are required to attempt questions from *one option* only.

- निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में दो खण्ड हैं—खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब'।
(ii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों को हल करना है। कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिए गए हैं।
(iii) खण्ड 'ब' में दो विकल्प हैं। परीक्षार्थियों को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

SECTION-A

खण्ड-अ

1. If 1, ω , ω^2 are cube roots of unity, prove the following : 2

यदि 1, ω , ω^2 इकाई के घनमूल हैं, तो निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$(1 + \omega + \omega^2)(1 + \omega^2 + \omega) = 4$$

2. Find r , if ${}^5P_r = 6 \cdot {}^5P_{r-1}$. 2

r ज्ञात कीजिए, यदि ${}^5P_r = 6 \cdot {}^5P_{r-1}$.

3. If ${}^nC_8 = {}^nC_7$, find n .

यदि ${}^nC_8 = {}^nC_7$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

Or / अथवा

If ${}^{12}C_{2n} = {}^{12}C_{2n-4}$, find 6C_n .

यदि ${}^{12}C_{2n} = {}^{12}C_{2n-4}$ है, तो 6C_n ज्ञात कीजिए।

4. Find the equation of the parabola whose focus is the origin and whose directrix is the line $2x - y - 1 = 0$.

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि मूलबिन्दु है तथा नियता रेखा $2x - y - 1 = 0$ है।

5. The 10th term of an AP is 15 and the 31st term is 57. Find the 15th term.

एक समांतर श्रेणी का 10वाँ पद 15 है तथा 31वाँ पद 57 है। उसका 15वाँ पद ज्ञात कीजिए।

6. If $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $Y = \{1, 7, 8\}$ and $Z = \{3, 5, 8, 10, 12\}$, then find the following :

यदि $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $Y = \{1, 7, 8\}$ तथा $Z = \{3, 5, 8, 10, 12\}$ है, तो निम्न ज्ञात कीजिए :

$$(X \cap Y) \cap (Y \cap Z)$$

7. If $x \in \mathbb{R}$, find the domain of the following function :

यदि $x \in \mathbb{R}$ है, तो निम्न फलन का प्रान्त ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \sqrt{(3-x)(x-5)}$$

8. Evaluate :

2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{5}{13}$$

9. For what values of k will the following quadratic equation have equal roots?

3

k के किन मानों के लिए निम्न द्विघात समीकरण के मूल समान होंगे?

$$(4k - 1)x^2 - (k - 1)x + 1 = 0$$

Or / अथवा

Find the modulus of the complex number $\frac{1 - i}{3 + i}$.

सम्मिश्र संख्या $\frac{1 - i}{3 + i}$ का मापांक ज्ञात कीजिए।

10. Using properties of determinants, prove the following :

3

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$$

Or / अथवा

Find the adjoint of the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

आव्यूह $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ का सहखंडज ज्ञात कीजिए।

11. Find the equations of the tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 = 25$ at the point (4, 3). 3

वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ के बिंदु (4, 3) पर स्पर्श-रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or / अथवा

Find the intervals in which $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$ is (a) increasing and (b) decreasing.

फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$ के लिए वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन (क) वर्धमान है और (ख) हासमान है।

12. Evaluate : 3

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$$

Or / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \log |\tan x| dx$$

13. In a simultaneous toss of two coins, find the probability of getting 2 heads. 3

दो सिक्के एकसाथ उछाले जाते हैं। 2 चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

14. Find the middle term in the expansion of $x^2 + \frac{1}{x}$. 4

$x^2 + \frac{1}{x}$ के प्रसार में मध्यपद ज्ञात कीजिए।

15. Show that the equation of a line, such that the segment of the line intercepted between the axes is bisected at the point $(1, 3)$, is $3x + y = 6$. 4

दर्शाए कि वह रेखा, जिसके अक्षों के बीच कटे अन्तःखंड बिंदु $(1, 3)$ पर समद्विभाजित होता है, का समीकरण $3x + y = 6$ है।

16. If $y = (\log x)^x + (\sin^{-1} x)^{\sin x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

यदि $y = (\log x)^x + (\sin^{-1} x)^{\sin x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

17. Evaluate : 4

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos 3x}$$

Or / अथवा

If $\sin y = x \sin(a - y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a - y)}{\sin a}$.

यदि $\sin y = x \sin(a - y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a - y)}{\sin a}$ है।

18. Solve the following differential equation : 4

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = e^{-x}$$

19. Calculate, correct to two decimal places, the mean and variance of the following data :

निम्न आँकड़ों के लिए दशमलव के दो स्थानों तक सही माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए :

Class वर्ग	0-4	4-8	8-12	12-16
Frequency बारंबारता	4	8	2	1

20. Using matrices, solve the following system of equations :

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$\begin{array}{rcl} x & + & 2y & + & z & = & 7 \\ x & & & + & 3z & = & 11 \\ 2x & + & 3y & & & = & 1 \end{array}$$

21. Sum to n terms, the following series :

निम्न श्रेणी का n पदों तक योग ज्ञात कीजिए :

$$3 \quad 15 \quad 35 \quad 63 \quad \dots$$

22. Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A} = \tan^2 \frac{A}{4}$$

Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$a \cos \frac{B+C}{2} = (b+c) \sin \frac{A}{2}$$

using sine formula.

साइन फॉर्मूले के प्रयोग से।

23. Show that among rectangles of given area, the square has the least perimeter. 6

दर्शाइए कि दिये गये क्षेत्रफल वाले आयतों में से वर्ग का परिमाप न्यूनतम होता है।

24. Evaluate : 6

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x^2 - 1}{x^4 - 1} dx$$

Or / अथवा

Find the area common to the two parabolas $x^2 = 4ay$ and $y^2 = 4ax$.

परवल्यों $x^2 = 4ay$ तथा $y^2 = 4ax$ के उभयनिष्ठ भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

SECTION-B

खण्ड-ब

OPTION-I

विकल्प-I

(Vectors and 3-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

25. Show that the vectors \vec{a} , $2\vec{b}$, $3\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} + 4\vec{b}$ are coplanar. 2

दर्शाए कि सदिश \vec{a} , $2\vec{b}$, $3\vec{a} + \vec{b}$ तथा $\vec{a} + 4\vec{b}$ समतलीय हैं।

26. Let $\vec{a} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 4\hat{j}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. Find a vector \vec{d} which is perpendicular to both \vec{a} and \vec{b} , and $\vec{d} \cdot \vec{c} = 21$. 3

माना $\vec{a} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 4\hat{j}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. एक सदिश \vec{d} ज्ञात कीजिए जो \vec{a} और \vec{b} दोनों पर लंब है तथा $\vec{d} \cdot \vec{c} = 21$ है।

27. Find the equation of the plane passing through the points (1, 2, 3) and (2, 3, 4), and which is perpendicular to the plane $3x + y + z - 5 = 0$. 4

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं (1, 2, 3) और (2, 3, 4) से होकर जाता है तथा समतल $3x + y + z - 5 = 0$ पर लंबवत् है।

28. Prove that the following lines are coplanar :

सिद्ध कीजिए कि निम्न रेखाएँ समतलीय हैं :

$$\frac{x}{4} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-3}{5}$$

$$\frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

Or / अथवा

Find the centre and radius of the circle given by the following equations :

निम्न समीकरणों द्वारा प्रदत्त वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 12z + 36 = 0, \quad x = 2y = 2z = 1$$

OPTION-II

विकल्प-II

(**Mathematics for Commerce, Economics and Business**)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

25. A man sells 1000 shares of a company (of par value ₹ 10 each) paying dividend of 20% at ₹ 25 each. He reinvests the proceeds in shares of another company (of par value ₹ 100 each) paying a dividend of $12\frac{1}{2}\%$ at ₹ 125 each. Find the change in his income.

एक व्यक्ति किसी कंपनी के 1000 शेयर (₹ 10 प्रति शेयर सममूल्य वाले) जिन पर 20% लाभांश मिलता है, प्रत्येक को ₹ 25 में बेचता है। वह प्राप्त धन को एक अन्य कंपनी के शेयरों (₹ 100 प्रति सममूल्य वाले) जिन पर $12\frac{1}{2}\%$ लाभांश घोषित है, में ₹ 125 प्रति शेयर की दर से निवेश करता है। उसकी आय में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

26. A person, at the age of 25 years, takes an insurance policy of sum assured ₹ 50,000 for 30 years term. Calculate the yearly premium assuming the following details :

3

एक व्यक्ति, जिसकी आयु 25 वर्ष है, ₹ 50,000 की एक बीमा पॉलिसी 30 वर्ष के लिए लेता है। नीचे दिये गये विवरण के अनुसार वार्षिक भुगतान हेतु प्रीमियम की गणना कीजिए :

- Tabular premium : ₹ 40/1,000
तालिका प्रीमियम
- Rebate for large sum assured : ₹ 2/1,000
अधिक बीमा राशि के लिए छूट
- Rebate for annual payment : 3%
वार्षिक भुगतान के लिए छूट

Or / अथवा

If a car costs ₹ 2,20,000, then what will be the comprehensive insurance of the car if the tabular premium is charged as ₹ 4,113 for ₹ 1,30,000 and 2.95% for excess amount and the act insurance is ₹ 160 ?

यदि एक कार का मूल्य ₹ 2,20,000 हो, तो कार का विस्तृत बीमा क्या होगा यदि तालिका प्रीमियम ₹ 1,30,000 के लिए ₹ 4,113 है और उससे अधिक राशि पर 2.95% तथा ऐक्ट बीमा ₹ 160 है?

27. Construct by simple average of price relative method, the price index of 2004 taking 1999 as base year from the following data :

4

निम्नलिखित आँकड़ों से मूल्यानुपातों के सरल माध्य की रीति से वर्ष 1999 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2004 के लिए मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए :

Commodity (वस्तु)	A	B	C	D	E	F
Price in 1999 (in ₹)	60	50	60	50	25	20
1999 में मूल्य (₹ में)						

Price in 2004 (in ₹)	80	60	72	75	37½	30
2004 में मूल्य (₹ में)						

28. The manufacturing cost of an item consists of ₹ 6,000 as overheads, material cost ₹ 5 per unit and labour cost ₹ $\frac{x^2}{60}$ for x units produced. Find how many units must be produced so that the average cost is minimum.

एक वस्तु की निर्माण लागत में ₹ 6,000 ऊपरी खर्च, ₹ 5 प्रति इकाई पदार्थ की कीमत तथा x इकाइयों के उत्पादन की श्रम लागत ₹ $\frac{x^2}{60}$ है। ज्ञात कीजिए कि औसत मूल्य न्यूनतम करने के लिए वस्तु की कितनी इकाइयों का उत्पादन अवश्य ही करना चाहिए।

★ ★ ★