Reg. No. [| | | | |]

காலாண்டு பொதுத் தேர்வு, செப்டம்பர் - 2018

12-ஆம் வகுப்பு] பகுதி-III **கணிதம்** [காலம் : 2.30 மணி

(மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90)

அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

(2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பிரிவு–I

குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $20 \times 1 = 20$

ii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதுக.

1. அலகு அணி I இன் வரிசை n, $k \neq 0$ ஒரு மாறிலி எனில் $adj(kI) =$

(1) $k^n(adjI)$ (2) $k(adjI)$ (3) $k^2(adjI)$ (4) $k^{n-1}(adjI)$

2. இரண்டாம் வரிசை பூச்சியமற்ற கோவை அணியின் தரம்

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

3. எப்பொழுது கிராமரின் விதி (மூன்று மாறிகளில்) செயற்படுத்த முடியும் ?

(1) $\Delta \neq 0$ (2) $\Delta = 0$ (3) $\Delta = 0, \Delta_x \neq 0$ (4) $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$

4. $\vec{a}$ க்கும் $\vec{b}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் $120°$ மேலும் அவற்றின் எண்ணளவுகள் முறையே 2 மற்றும் $\sqrt{3}$ எனில் $\vec{a}.\vec{b}$ ஆனது

(1) $\sqrt{3}$ (2) $-\sqrt{3}$ (3) 2 (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 6\vec{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$ எனில் $2\vec{a}$ மற்றும் $3\vec{b}$ ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம்

(1) $\cos^{-1}\left(\frac{34}{63}\right)$ (2) $\sin^{-1}\left(-\frac{34}{63}\right)$ (3) $\sin^{-1}\left(\frac{34}{63}\right)$ (4) $\cos^{-1}\left(-\frac{34}{63}\right)$

6. $(2,1,-1)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் தளங்கள் $\vec{r}.(\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k})=0$ மற்றும் $\vec{r}.(\vec{j}+2\vec{k})=0$ ஆகியவற்றின் வெட்டுக்கோட்டை உள்ளடக்கியதுமான தளத்தின் சமன்பாடு

(1) $x+4y-z=0$ (2) $x+9y+11z=0$ (3) $2x+y-z+5=0$ (4) $2x-y+z=0$

7. $2x-y+2z=5$ என்ற தளத்தின் செங்குத்து அலகு வெக்டர்கள்

(1) $2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ (2) $\frac{1}{3}(2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k})$ (3) $-\frac{1}{3}(2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k})$ (4) $\pm\frac{1}{3}(2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k})$

8. $\frac{1+e^{-i\theta}}{1+e^{i\theta}} =$

(1) $\cos\theta + i\sin\theta$ (2) $\cos\theta - i\sin\theta$ (3) $\sin\theta - i\cos\theta$ (4) $\sin\theta + i\cos\theta$

9. $-i+2$ என்பது $ax^2 - bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலமெனில் மற்றொரு மூலம்

(1) $-i-2$ (2) $i-2$ (3) $2+i$ (4) $2i+1$

10. ஒரு கலப்பெண்ணின் n ஆம் படி மூலங்களின் வீச்சுகளின் வித்தியாசம்

(1) $\frac{2\pi}{n}$ (2) $\frac{\pi}{n}$ (3) $\frac{3\pi}{n}$ (4) $\frac{4\pi}{n}$

(திருப்புக

11. $y^2 = x + 4$ என்ற பரவளையத்தின் இயக்குவரை

(1) $x = \frac{15}{4}$ (2) $x = -\frac{15}{4}$ (3) $x = -\frac{17}{4}$ (4) $x = \frac{17}{4}$

12. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் முனைகள்

(1) $(0, \pm 3)$ (2) $(\pm 2, 0)$ (3) $(\pm 3, 0)$ (4) $(0, \pm 2)$

13. அதிபரவளையத்தின் ஒரு குவியத்திலிருந்து அதன் தொலைத் தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் அடியானது ----- மீது அமையும்

(1) மையம் (2) ஒத்த இயக்குவரை (3) முனை (4) செவ்வகலம்

14. $24x^2 - 8y^2 = 27$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடுகோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம்

(1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (or) $\frac{2\pi}{3}$ (3) $\frac{2\pi}{3}$ (4) $-\frac{2\pi}{3}$

15. ஒரு வளைவரையின் செங்கோடு x–அச்சின் மிகை திசையில் என்னும் கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது அச்செங்கோடு வரையப்பட்ட புள்ளியில் வளைவரையின் சாய்வு

(1) $-\cot\theta$ (2) $\tan\theta$ (3) $-\tan\theta$ (4) $\cot\theta$

16. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^x}$ ன் மதிப்பு

(1) 2 (2) 0 (3) ∞ (4) 1

17. $\frac{x+1}{x+3}$ என்ற சார்பிற்கு $x \to 0$ ன்போது லோபிதாலின் விதியைப் பயன்படுத்த இயலாது. காரணம் $f(x) = x+1$ மற்றும் $g(x) = x+3$

(1) தொடர்ச்சியற்றவை (2) வகையிடத்தக்கவை அல்ல

(3) $x \to 0$ க்குத் தேறப்பெறாத வடிவத்தில் இல்லை

(4) $x \to 0$ க்குத் தேறப்பெறும் வடிவத்தில் உள்ளது

18. $y^2(a+2x) = x^2(3a-x)$ என்ற வளைவரையின் தொலைத்தொடுகோடு

(1) $x = 3a$ (2) $x = -\frac{a}{2}$ (3) $x = \frac{a}{2}$ (4) $x = 0$

19. $y^2 = x^2(1-x)$ என்ற வளைவரை எந்த இடைவெளியில் மட்டுமே வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது ?

(1) $x \le 1$ (2) $x \ge 1$ (3) $x < 1$ (4) $x > 1$

20. $\sqrt[3]{65}$ ன் மதிப்பு

(1) 4.201 (2) 4.021 (3) 4.12 (4) 4

பிரிவு–II

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்

30 ஆவது வினாவிற்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும் $7 \times 2 = 14$

21. அணிக்கோவை முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க : $x - y = 2; 3y = 3x - 7$

22. $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1 \quad 3 \quad -6]$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதை சரிபார்.

23. $B(5,2,4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செயல்படும் விசை $4\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ இன் வெக்டர் திருப்புத்திறன் $A(3,-1,3)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து $\vec{i}+2\vec{j}-8\vec{k}$ எனக் காட்டுக.

24. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$ என்ற கோட்டிற்கும் $3x+4y+z+5=0$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

25. $\omega^3=1$ எனில் $\dfrac{1}{1+2\omega}-\dfrac{1}{1+\omega}+\dfrac{1}{2+\omega}=0$ என நிரூபி.

26. சுருக்குக : $\dfrac{(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)^3(\cos 3\theta-i\sin 3\theta)^3}{(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)^{-4}(\cos\theta+i\sin\theta)^8}$

27. குவியங்கள் $(\pm 3,0)$ மற்றும் முனைகள் $(\pm 5,0)$ கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

28. $f(x)=|x-1|, 0\le x\le 2$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

29. $\sin x+\cos x$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு என்ன ?

30. $y=\sqrt{1-x}, x=0, dx=0.02$ எனில் வகையீடு dy காண்க.

பிரிவு–III

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்
40 ஆவது வினாவிற்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும் $7\times 3=21$

31. $A=\begin{bmatrix}-1 & -2 & -2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{bmatrix}$ இன் சேர்ப்பு அணி $3A^T$ என நிரூபி.

32. $\begin{bmatrix}4 & 2 & 1 & 3\\ 6 & 3 & 4 & 7\\ 2 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

33. வெக்டர் முறையில் சைன் சூத்திரத்தை எழுதி நிரூபி.

34. $\vec{a}$ என்பது ஒரு அலகு வெக்டர் மற்றும் $(\vec{x}-\vec{a}).(\vec{x}-\vec{b})=35$ எனில் $|\vec{x}|$ ன் மதிப்பு காண்க.

35. $3+i$ ஐ ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட $x^4-8x^3+24x^2-32x+20=0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.

36. $100y^2-44x^2=275$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையத் தொலைத்தகவு, முனைகள் மற்றும் குவியம் காண்க.

37. $3x^2-5xy-2y^2+17x+y+14=0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடு கோடுகளின் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

38. $y=e^x$ மற்றும் $y=e^{-x}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை என நிரூபி.

39. பின்வருவனவற்றிற்கு சங்கிலி விதியைப் பயன்படுத்தி $\dfrac{dw}{dt}$ காண்க.
$w=xy+z$, இங்கு $x=\cos t,\ y=\sin t,\ z=t.$

40. $u=\log(\tan x+\tan y+\tan z)$ எனில் $\sum \sin 2x\dfrac{\partial u}{\partial z}=2$ என நிரூபி.

பிரிவு–IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி : $7 \times 5 = 35$

41. அ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அசமபடித்தான நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பினை அணிக்கோவை முறையில் தீர்க்க :

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1, \frac{2}{x}+\frac{4}{y}+\frac{1}{z}=5, \frac{3}{x}-\frac{2}{y}-\frac{2}{z}=0$$ (அல்லது)

ஆ) P எனும் புள்ளி கலப்பெண் Z ஐக் குறித்தால் அதன் நியமப் பாதையை $\arg\left(\frac{z-2}{z-6i}\right)=\frac{\pi}{2}$ என்னும் கட்டுப்பாட்டுக்கு உட்பட்டு காண்க.

42. அ) $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{b}=2\vec{i}+\vec{k}, \vec{c}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{d}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ எனில் $(\vec{a}\times\vec{b})\times(\vec{c}\times\vec{d})=[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{d}]\vec{c}-[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]\vec{d}$ என்பதை சரிபார்க்க. (அல்லது)

ஆ) $\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$ ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க. மற்றும் அதன் மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 1 எனவும் காட்டுக.

43. அ) α, β என்பவை $x^2-2x+2=0$ ன் மூலங்கள் மற்றும் $\cot\theta = y+1$ எனில்

$$\frac{(y+\alpha)^n-(y+\beta)^n}{\alpha-\beta}=\frac{\sin n\theta}{\sin^n\theta}$$ எனக் காட்டுக. (அல்லது)

ஆ) $x^2-6x-12y-3=0$ என்ற பரவளையத்தின் அச்சு, முனை, குவியம், இயக்கு வரையின் சமன்பாடு, செவ்வகலத்தின் சமன்பாடு மற்றும் செவ்வகலத்தின் நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க. மேலும் அதன் வரைபடத்தை வரைக.

44. அ) வெட்டுத்துண்டு வடிவில் ஒரு தளத்தின் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க (அல்லது)

ஆ) ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 4 மீ, 5 மீ ஆகும். மற்றும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோண அளவின் ஏறும் வீதம் வினாடிக்கு 0.06 ரேடியன் எனில் நிலையான நீளங்களை உடைய அந்த பக்கங்களுக்கு இடையே கோண அளவு $\frac{\pi}{3}$ ஆக இருக்கும்போது அதன் பரப்பில் ஏற்படும் ஏற்றவீதம் காண்க.

45. அ) சூரியன் குவியத்திலிருக்குமாறு மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனை ஒரு நீள் வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. அதன் நெட்டச்சின் நீளம் 36 மில்லியன் மைல்கள் ஆகவும் மையத் தொலைத்தகவு 0.206 ஆகவும் இருக்குமாயின் (i) மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிக அருகாமையில் வரும்போது உள்ள தூரம் (ii) மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிகத் தொலைவில் இருக்கும்போது உள்ள தூரம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) $u=\sin xy$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

46. அ) $y=x^3$ என்ற வளைவரையை வரைக. (அல்லது)

ஆ) காஸியன் வளைவரை $y=e^{-x^2}$ எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு, குவிவு அடைகிறது என்பதையும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளையும் காண்க.

47. அ) வகையீடுகளைப் பயன்படுத்தி $y=\sqrt[3]{1.02}+\sqrt[4]{1.02}$ என்பதன் தோராய மதிப்பினைக் கணக்கிடுக. (அல்லது)

ஆ) λ, μ வின் எம்மதிப்புகளுக்கு $x+y+z=6, x+2y+3z=10, x+2y+\lambda z=\mu$ என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரேயொரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க.