

மேனிலை இரண்டாம் ஆண்டு

கணிதம்

மாதிரி வினாத்தாள் -1

நேரம் : 2.30 மணி

மதிப்பெண் : 90

பகுதி - I

அனைத்துக் கேள்விகளுக்கும் விடையளி

20 × 1 = 20

சரியான விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. A என்பது ஒரு சதுர அணி, மற்றும் அதிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரு முழு எண் (z), எனில் பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மை ?

அ) $\det(A) = \pm 1$ எனில், A^{-1} உண்டு. ஆனால் ஒவ்வொரு உறுப்பும் முழு எண்ணாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை

ஆ) $\det(A) \neq \pm 1$ எனில், A^{-1} உண்டு. ஆனால் அதிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் முழுஎண் அல்லாதவை

இ) $\det(A) = \pm 1$ எனில், A^{-1} உண்டு மற்றும் எல்லா உறுப்புகளும் முழுஎண்கள் ஆகும்

ஈ) $\det(A) = \pm 1$ எனில் A^{-1} கிடையாது

2. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ எனில், A^{12} என்பது

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5^{12} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} என்ற மூன்று வெக்டர்களுக்கு $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} = 0$, $|\bar{a}| = 7$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 3$ எனில், \bar{b} மற்றும் \bar{c} க்கு இடைப்பட்ட கோணம்

அ) 60° ஆ) 30° இ) 45° ஈ) 90°

4. $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) + \bar{b} \times (\bar{c} \times \bar{a}) + \bar{c} \times (\bar{a} \times \bar{b}) = \bar{x} \times \bar{y}$ எனில்,

அ) $\bar{x} = 0$ ஆ) $\bar{y} = 0$ இ) \bar{x} மற்றும் \bar{y} இணையானவை

ஈ) $\bar{x} = 0$ அல்லது $\bar{y} = 0$ அல்லது \bar{x} மற்றும் \bar{y} இணையானவை

5. $A : \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$, $B : \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ என்பன இரு கூற்றுகள் என்க.

$\cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta) = \frac{-3}{2}$ எனில்

அ) A உண்மை மற்றும் B உண்மையில்லை ஆ) A உண்மையில்லை மற்றும் B உண்மை

இ) A மற்றும் B உண்மை

ஈ) A மற்றும் B உண்மையில்லை

6. $i^{13} + i^{14} + i^{15} + i^{16}$ இன் இணைக் கலப்பெண்

அ) 1 ஆ) -1 இ) 0 ஈ) -i

7. ஆதியை மையமாகக் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு $\frac{1}{2}$ அதன் ஒரு இயங்கு வரை $x = 4$ எனில் நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு

- அ) $3x^2 + 4y^2 = 1$ ஆ) $3x^2 + 4y^2 = 12$ இ) $4x^2 + 3y^2 = 12$
 ஈ) $4x^2 + 3y^2 = 1$

8. $xy = 18$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் ஒரு குவியம்

- அ) (6, 6) ஆ) (3, 3) இ) (4, 4) ஈ) (5, 5)

9. மதிப்பு காண் $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + x + 3} \right)$

- அ) e^4 ஆ) e^2 இ) e^3 ஈ) 1

10. $y = 6x - x^3$ மற்றும் x ஆனது ஒரு செகண்டிற்கு 5 அலகு என்ற வீதத்தில் உயருகிறது, எனில் $x = 3$ ஆக இருப்பின் அதன் சாய்வில் ஏற்படும் மாறுவீதம்

- அ) -90 அலகுகள் / செகண்டு ஆ) 90 அலகுகள் / செகண்டு
 இ) 180 அலகுகள் / செகண்டு ஈ) -180 அலகுகள் / செகண்டு

11. $y = x^2$ என்ற சார்பிற்கு $[-2, 2]$ இல் ரோலின் மாறிலி

- அ) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ஆ) 0 இ) 2 ஈ) -2

12. $x = at^2, y = 2at$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு x அச்சை 45° கோணத்தில் சந்திக்கும் புள்ளி.

- அ) (2a, a) ஆ) (a, -2a) இ) (2a, $\sqrt{2} a$) ஈ) (a, 2a)

13. $x^2 = 4 - y$ என்ற பரவளையத்திற்கும் $y = 0$ மற்றும் $y = 3$ என்ற கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட அரங்கத்தின் பரப்பு.

- அ) $\frac{14}{3}$ சதுர அலகுகள் ஆ) $\frac{28}{3}$ சதுர அலகுகள்

- இ) $4\sqrt{3}$ சதுர அலகுகள் ஈ) $\frac{56}{3}$ சதுர அலகுகள்

14. $\int_0^1 x(1-x)^4 dx$ இன் மதிப்பு

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{30}$ c) $\frac{1}{24}$ d) $\frac{1}{20}$

15. $\frac{\left[\left(1 + \frac{dy}{dx} \right)^3 \right]^{2/3}}{\frac{d^3y}{dx^3}} = C$ என்பதில் C ஒரு மாறிலி எனில் சமன்பாட்டின் படி

- அ) 1 ஆ) 3 இ) -2 ஈ) 2

16. $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = e^{3x}$ இன் சிறப்புத் தீர்வு
 அ) xe^{3x} ஆ) e^{3x} இ) $\frac{x^2}{2}e^{3x}$ ஈ) ∞
17. ஒரு குலத்திலுள்ள ஒரு உறுப்பு a இன் வரிசை 10 (அதாவது) $0(a) = 10$ எனில் $0(a^2)^{-1}$ இன் வரிசை
 அ) 10 ஆ) 5 இ) 2 ஈ) 1
18. $[3] + {}_{11}[5] + {}_{11}[6]$ இன் மதிப்பு
 அ) [0] ஆ) [1] இ) [2] ஈ) [3]
19. இரு பகடைகள் உருட்டும் போது ஓர் 5 கிடைப்பது வெற்றி எனில் வெற்றியின் நிகழ்தகவு
 a) $\frac{25}{36}$ b) $\frac{5}{36}$ c) $\frac{1}{36}$ d) $\frac{5}{18}$
20. ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(x=0) = K$ எனில் பரவற்படியின் மதிப்பு
 அ) $\log \frac{1}{K}$ ஆ) $\log K$ இ) e^λ ஈ) $\frac{1}{K}$

பகுதி - II

எவையேனும் 7 கேள்விகளுக்கு விடையளி

7 × 2 = 14

30வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் பதிலளிக்க வேண்டும்.

21. கீழ்க்காணும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பிற்குத் தீர்வு காண்க. (இருக்குமெனில்)
- $$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$
- $$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3$$
- $$3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1$$
22. \vec{a} என்பது ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் எனில் $(\vec{a} \times \vec{i})^2 + (\vec{a} \times \vec{j})^2 + (\vec{a} \times \vec{k})^2 = 2a^2$ என நிரூபி.
23. 1 இன் 3 ஆம் படி மூலங்கள் 1, ω , ω^2 எனில் $(x-1)^3 + 8 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.
24. கூம்பின் வெட்டுமுக வளைவரை $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு $y = mx + c$ தொடுகோடாக அமைய நிபந்தனையை காண்க.
25. $f(x) = x^2 - x + 1$ என்ற சார்பு $[0, 1]$ இடைவெளியில் ஏறவும் இல்லை இறங்கவும் இல்லை என நிரூபி.
26. $w = x^2y - 10y^3z^3 + 43x - 7 \tan(4y)$ எனில் $\frac{\partial w}{\partial t}$ ஐக் காண்க, இங்கு $x=t$; $y=t^2$, $z=t^3$
27. $\int_{-1}^2 |x| dx$ இன் மதிப்புக் காண்க.
28. $e^x \sqrt{1-y^2} dx + \frac{y}{x} dy = 0$ ஐத் தீர்க்க.

29. 1 இன் 4 ஆம் படி மூலங்கள் பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் என நிரூபி.

30. ஒரு தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி x இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பானது

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

எனில் $F(2)$ இன் மதிப்புக் காண்க.

பகுதி - III

எவையேனும் 7 கேள்விகளுக்கு மட்டும் விடையளி.

$7 \times 3 = 21$

40வது கேள்விக்குக் கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும்.

31. $x + y = 3$, $2x + 3y = 8$ என்ற சமன்பாடுகளை நேர்மாறு அணி முறையில் தீர்க்க.

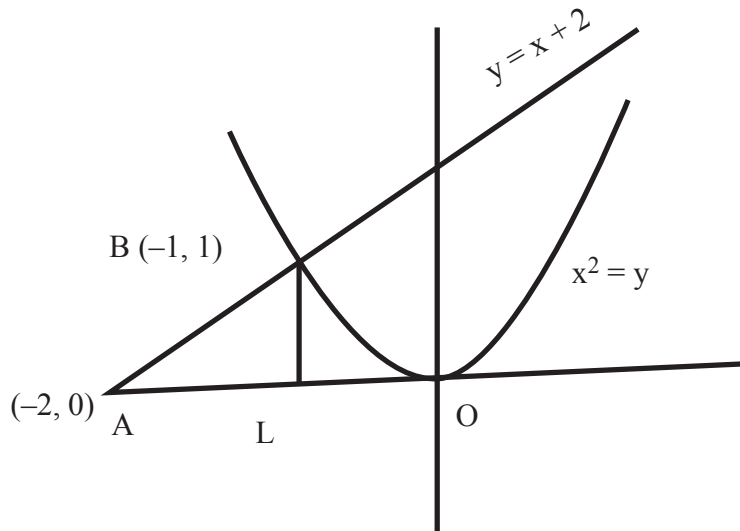
32. $x + 2y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளம் $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 19 = 0$ என்ற கோளத்தை வெட்டுகிறது எனில் கிடைக்கும் வட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

33. $Z = \frac{3i^{20} - i^{19}}{2i - 1}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதியைக் காண்க.

34. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு x, y அச்சுகளில் வெட்டும் துண்டுகள் a, b எனவும் இப்புள்ளியில் செங்கோட்டின் வெட்டும் துண்டுகள் p, q எனவும் இருப்பின் $ap + bq = 0$ எனக் காட்டுக.

35. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ என்ற இடைவெளியில் $y = \sin^2 x$ என்ற வளைவரைக்கு வளைவு மாற்றுப் புள்ளியைக் காண்க.

36. $y = x + 2$ என்ற கோட்டிற்கும், $x^2 = y$ என்ற வளைவரை மற்றும் x அச்சுக்கும் இடையேயுள்ள படத்தில் உள்ளவாறு அமைந்த அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.



37. தீர்க்க $x^2 dy + y(x+y) dx = 0$

38. $(Z_{12}, +_{12})$ ஒரு குலத்தை அமைக்குமெனில் அதிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் வரிசையைக் காண்க.
39. ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 4 மற்றும் 3. x என்பது சமவாய்ப்பு மாறியின் வெற்றியைக் குறிக்குமாயின் $P(x = 2) / P(x = 3)$ ஐக் காண்க.
40. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ க்கு யூலரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

பகுதி - IV

அனைத்துக் கேள்விகளுக்கும் விடையளி.

7 × 5 = 35

41. (அ) $4x + 3y + 6z = 25$

$x + 5y + 7z = 13$

$2x + 9y + z = 1$ ஆகிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் தரமுறையில் தீர்க்க.

அல்லது

(ஆ) $(-1, 3, 2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y + 2z = 5$ மற்றும் $3x + y + 2z = 8$ ஆகிய தளங்களுக்குச் செங்குத்தானதுமாகவும் உள்ள தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

42. (அ) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன மூன்று பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் மற்றும் a, b, c என்பன முறையே அவற்றின் எண் மதிப்புகள் என்க $\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} = abc$ எனில் $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ என நிரூபி.

அல்லது

α, β என்பவை $x^2 - 2x + 2 = 0$ இன் மூலங்கள் மற்றும் $\cot \theta = y + 1$ எனில் $\frac{(y + \alpha)^n - (y + \beta)^n}{\alpha - \beta} = \frac{\sin n \theta}{\sin^n \theta}$ எனக் காட்டுக.

43. (அ) $6x^2 + 9y^2 + 12x - 36y - 12 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் இயக்குவரை, செவ்வகலம் காண்க. மேலும் வரைபடம் வரைக.

அல்லது

(ஆ) ஒரு கப்பல் செல்லும் வழியானது அதிபரவளைய வடிவத்தில் உள்ளது. அதன் மையம் ஆதி, கரையிலுள்ள இரு நிலையங்களுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 168 மைல்கள் அது குவியங்களில் அமைந்துள்ளது. கப்பலானது அதிபரவளையத்தின் மையத்திற்கு தெற்கே 40 மைல்கள் தூரத்தில் உள்ளது எனில் அந்த அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

44. (அ) இரு எண்களின் பெருக்குத் தொகை $xy = 64$ எனுமாறு உள்ள $4x + 27y^3$ ஆனது (maximum) பெருமம் ஆகவும் உள்ள, x மற்றும் y ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) $x = a \cos^4 \theta, y = a \sin^4 \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ என்ற துணை அலகுச் சமன்பாடுகளைக் கொண்ட

வளைவரைக்கு வரையப்பட்ட எந்த ஒரு தொடுகோடும் ஏற்படுத்தும் ஆய அச்சத் துண்டுகளின் கூடுதல் a எனக் காட்டுக.

45. (அ) $u = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ என்ற சார்பிற்கு $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
அல்லது

(ஆ) $y = \sqrt{\cos x}$ என்ற வளைவரையாலும் $x = 0$, $y = 0$ என்ற கோடுகளாலும் அடைபடும் பரப்பு x அச்சைப் பொறுத்து சுழற்றும்போது ஏற்படும் திடப்பொருளின் கனஅளவைக் காண்க.

46. (அ) ஆரம் r குத்துயரம் h உடைய கூம்பின் கனஅளவைத் தொகையீட்டு முறையில் காண்க.

அல்லது

(ஆ) ஒரு வங்கியானது தொடர் கூட்டுவட்டி முறையில் வட்டியைக் கணக்கிடுகிறது. அதாவது வட்டி வீதத்தை அந்தந்த நேரத்தில் அசலின் மாறு வீதத்தில் கணக்கிடுகிறது. ஒருவரது வங்கி இருப்பில் தொடர்ச்சியான கூட்டுவட்டி மூலம் ஆண்டொன்றுக்கு 8% வட்டி பெருகுகிறது எனில், அவரது வங்கியிருப்பின் ஒரு வருட கால அதிகாரிப்பின் சதவீதத்தைக் கணக்கிடுக.

47. (அ) $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ என்ற அமைப்பில் உள்ள எல்லா அணிகளும் அடங்கிய கணம்

அணிப்பெருக்கலின் கீழ் ஒரு எபீலியன் குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டு.

அல்லது

(ஆ) தீர்க்க : $x \frac{dy}{dx} - y = (x - a) e^x$