To get A+ questions and answers for SSLC examination 2018 – 19

Geared up by Dr.V.S.RaveendraNath

1.സമാന്തര ശ്രേണികൾ

സമവാക്യങ്ങൾ

First term = f ; Common difference = d ;
X_n = Nth term ; n = number of terms; S_n = Sum .
$X_n = f + (n - 1)d$; $X_n = dn + (f - \mathbf{d})$; $X_n = an + b$
(a - common difference, $a + d$ first term)
$d = x_2 - x_1$.

$d = \frac{x_m - x_n}{m - n}$, d = പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം / സ്ഥാന വ്യത്യാസം

a, b, c ഇവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ച ആയ മൂന്നു പദങ്ങളായാൽ
$b = \frac{a + c}{2}$

x, x + d ,x + 2d , x + 3d, x + 4d എന്നിവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ അഞ്ച് പദങ്ങളായാൽ

പദങ്ങളുടെ തുക = 5× മധ്യപദം
= 5× (x + 2d)

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ ഏഴ് പദങ്ങളായാൽ

പദങ്ങളുടെ തുക = 7× മധ്യപദം
= 5× (x + 3d)

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളായാൽ x + y + z = 3 y .

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2f + (n-1)d\right]$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[x_1 + x_n\right]; S_n = \frac{n}{2}\left[f + 1\right]$$

$$S_n = \frac{d}{2}n + n\left(f - \frac{d}{2}\right)$$

…………………………………………………………………………………….drvsr

1.സമാന്തര ശ്രേണികൾ - എസ്. എസ്. എൽ. സി. ചോദ്യങ്ങളും ഉത്തരങ്ങളും.

Q1.പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. ഇതിന്റെ 11-ാം പദം കാണുക. (മാർച്ച് 2016) 2 മാർക്ക്

ഉത്തരം : -

സമാന്തരശ്രേണി = 4 , 7, 10, ...

11-ാം പദം = f + 10d = 4 + 10 × 3 = 34.

....drvsr

Q2. $5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times ....\times 5^{2n} = (0.04)^{-21}$ ആയാൽ n എത്രയാണ് . (മാർച്ച 2016) 3 മാർക്ക്

ഉത്തരം : -

$5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times ....\times 5^{2n} = (0.04)^{-21}$

$=\left(\frac{4}{100}\right)^{-21}$

$=\left(\frac{1}{25}\right)^{-21} = (25)^{21} = (5^2)^{21} = 5^{42}$

$ie.,5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times ....\times 5^{2n} = 5^{42}$

$5^{2+4+6+.......+2n} = 5^{42}$

$ie.,2+4+6+.......2n = 42$

$n(n+1) = 42; n^2+n-42 = 0$

$(n+7)(n-6) = 0$

$\therefore n = -7 or n = 6$

$n = 6$

....drvsr

Q3.ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $3n^2 + 2n$. ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും ബീജഗണിതരൂപവും കാണുക. (മാർച്ച 2016) 4 മാർക്ക്

ഉത്തരം :

പദങ്ങളുടെ തുക (തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം) = $3n^2 + 2n$

ആദ്യപദം = $3\times 1^2 + 2\times 1 = 5$

ആദ്യ രണ്ടുപദങ്ങളുടെ തുക = $3\times 2^2 + 2\times 2 = 16$

രണ്ടാം പദം = $16-5 = 11$

പൊതുവ്യത്യാസം = $11-5 = 6$

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം . X_n = dn + (f - d)

= 6n + (5 – 6) = 6n – 1

....drvsr

Q4.ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 10 ആണ്.പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയാൽ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്ന് പദങ്ങൾ എഴുതുക. 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (മാർച്ച 2015) 2 മാർക്ക്.

ഉത്തരം :

ആദ്യപദം =10 : പൊതുവ്യത്യാസം =3.

ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്ന് പദങ്ങൾ = 10, 13, 16, …

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d)$

$100 = 3n + (10-3)$

$100 = 3n + 7$

$3n = 100 - 7$

$n = \frac{93}{7} = 31$

n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ ആയതിനാൽ 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണ്.

....drvsr

Q5. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $3n^2 + n$. ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യ പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക. (മാർച്ച 2015) 3 മാർക്ക്)

ഉത്തരം :

പദങ്ങളുടെ തുക (തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം) = $3n^2 + n$

ആദ്യപദം = $3\times1^2+1=4$

ആദ്യ രണ്ടുപദങ്ങളുടെ തുക = $3\times2^2+2=14$

രണ്ടാം പദം = $14-4=10$

പൊതുവ്യത്യാസം = $10-4=6$.

....drvsr

Q6. പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങൾ എണ്ണൽ സംഖ്യകളാണ്

a)ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദം x ആയാൽ തൊട്ടടുത്ത പദം ഏതാണ് ?

b)ഈ ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക $\frac{4}{15}$ ആയാൽ ഈ പദങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

അല്ലെങ്കിൽ

a)ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ . പൊതുവ്യത്യാസം d ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളം $x - d$ ആയാൽ മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം എഴുതുക.

b)വശങ്ങളുടെ നീളം സമാന്തരശ്രേണിയിലായ ഏത് മട്ടത്രികോണവും . വശങ്ങളുടെ നീളം 3, 4, 5 ആയ മട്ടത്രികോണത്തിനോട് സദൃശ്യമായിരിക്കും എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(മാർച്ച 2015) 4 മാർക്ക്.)

ഉത്തരം :

a) പൊതുവ്യത്യാസം = 4

ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദം x ആയാൽ തൊട്ടടുത്ത പദം $= x + 4$.

b)ഈ ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങൾ $=\frac{1}{x},\frac{1}{x+4}$

തുക = $\frac{4}{15}$

ചോദ്യം അനുസരിച്ച് $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}=\frac{4}{15}$

$\frac{x+4+x}{x(x+4)}=\frac{4}{15}$

$15(2x+4)=4x(x+4)$

$30x+60=4x^2+16x$

$4x^2+16x-30x-60=0$

$4x^2-14x-60=0 \div 2$

$2x^2-7x-30=0$

. ദ്വിമാന സമവാക്യം പ്രയോഗിച്ച് x കണ്ടുപിടിക്കുക

$x=-\frac{5}{2} or 6$; $-\frac{5}{2}$ സ്വീകാര്യമല്ല : $\therefore x=6$.

അതുകൊണ്ട് പദങ്ങൾ 6 , 10 ആയിരിക്കും

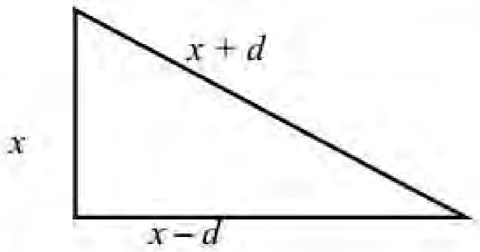
....drvsr

a) പൊതുവ്യത്യാസം = d

ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളം = $x - d$

കർണം = $x + d$

മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം = x



b)പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം അനുസരിച്ച്

കർണ വർഗം = പാദ വർഗം + ലംബ വർഗം

$(x+d)^2=(x-d)^2+x^2$

$x^2+2xd+d^2=x^2-2xd+d^2+x^2$

$x^2-4xd=0$

$x(x-4d)=0; x=0 or x-4d=0$

$x=4d$

ഇവിടെ വശത്തിന്റെ നീളങ്ങൾ $x - d$, x , $x + d$ ആണ്

$x=4d$ എന്ന് വില കൊടുത്താൽ

$4d-d, 4d, 4d+d$

$=3d, 4d, 5d$

അതായത് ഇവിടെ വശങ്ങൾ 3 , 4, 5 വശങ്ങളായ ത്രികോണത്തിന് സദൃശമാണ്.

....drvsr

Q7. 9 , 15, 21, ...എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക .

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഇരുപത്തിയഞ്ചാം പദം കാണുക.

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഇരുപത്തിയഞ്ചാം പദം മുതൽ അമ്പതാം പദം വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.

d) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതാനും പദങ്ങളുടെ തുക 2015 ആകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട്?

(മാർച്ച് 2015) 5 മാർക്ക്)

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 6. 9 . 15. 21. ....

പൊതുവ്യത്യാസം = 9 - 6 = 3

a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d)$

$= 6n + (9 - 6) = 6n + 3.$

b) ഇരുപത്തിയഞ്ചാം പദം = $f + 24d$

$= 9 + 24 \times 6 = 153$

c) അമ്പതാം പദം $= f + 49d$

$= 156 + 49 \times 6 = 303$

$n = \frac{x_n - f}{d} + 1$

$= \frac{303 - 153}{6} + 1 = 26$

തുക $= \frac{n}{2}(f + x_n) = \frac{26}{2}(153 + 303) = 5928$

d) തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം

$S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$

$2015 = \frac{n}{2}[2 \times 9 + (n-1)6]$

$2015 = \frac{n}{2}[18 + (n-1)6]$

$2015 = \frac{n}{2}[18 + 6n - 6]$

$2015 = \frac{n}{2}[6n + 12]$

$2015 = \frac{6n^2 + 12n}{2}$

$4030 = 6n^2 + 12n$

$6n^2 + 12n - 4030 = 0 \div 2$

$3n^2 + 6n - 2015 = 0$

വിവേചകം $= b^2 - 4ac = 6^2 - 4\times 3\times -2015$

$= 24216$

വിവേചകം പൂർണ വർഗം അല്ലാത്തതിനാൽ പദങ്ങളുടെ തുക 2015 ആകില്ല.

....drvsr

Q8. 6,11,16,.........ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്. ഇതിലെ അടുത്ത പദം ഏതാണ്? ഈ ശ്രേണിയിൽ ഒരു പദമായിവരുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യ ഏതാണ്?

(മാർച്ച് 2014 . മാർക്ക് 2)

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 6,11,16,.........

പൊതുവ്യത്യാസം = 11 - 6 = 5.

ഇതിലെ അടുത്ത പദം = 16 + 5 = 21.

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 5n + (6 - 5) = 5n + 1$

ഇവിടെ n = 20 ആയാൽ പദം

n = 19 ആയാൽ പദം

അതുകൊണ്ട് ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യ 101 ആണ്. .

....drvsr

Q9. a) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അഞ്ചാം പദം 40 . പത്താം പദം 20 ഉം ആണ്. ഈ ശ്രേണിയിലെ പതിനഞ്ചാം പദം ഏത ?

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ തുക പൂജ്യം കിട്ടും?

(മാർച്ച് 2014 . മാർക്ക് 3)

ഉത്തരം :

a) ആദ്യ പദം f എന്നും പൊതുവിത്യാസം d എന്നും ഇരിക്കട്ടെ.

അഞ്ചാം പദം = 40 . ie., f + 4d = 10 →(1)

പത്താം പദം = 20 . ie., f + 9d = 20 →(2)

Solve (1) and (2) we get d = - 4 and f = 56.

പതിനഞ്ചാം പദം = f + 14d = 56 + 14 x -4 = 0

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ n പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ തുക പൂജ്യം കിട്ടും എന്ന് സങ്കല്പിക്കുക

$$ie., S_n = \frac{n}{2}\left[2f + (n-1)d\right]$$

$$0 = \frac{n}{2}\left[2\times 56 + (n-1) - 4\right]$$

$$0 = \frac{n}{2}\left[112 - 4n + 4\right]$$

$$0 = \frac{116n - 4n^2}{2} = 4n^2 - 116n$$

$0 = 2n(2n+58); ie., 2n-58 = 0$

$2n = 58; n = 29 or 0$

$\therefore n = 29$

അതുകൊണ്ട് 29 പദങ്ങളുടെ തുക പൂജ്യം ആയിരിക്കും.

....drvsr

Q10. a) 8,11,14,.........എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

b) 121 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട് ?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റെയും വർഗ്ഗം ശ്രേണിയിലെ പദമാവില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (മാർച്ച് 2014 . മാർക്ക് 4)

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 8,11,14,.........

പൊതുവ്യത്യാസം = 11 - 8 = 3.

a) ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 3n + (8 - 3) = 3n + 5.$

b) $X_n = 3n + 5.$; ie., $121 = 3n + 5$

$3n = 121 - 5 = 116; n = 116/3 = 38.66..$

ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ 121 ഒരു പദമല്ല.

c) n -ാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം

$= (3n+5)^2$

$= 9n^2 + 30n + 25 \div 3$ (പൊതുവ്യത്യാസം 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു)

$= 3\left(3n^2 + 10n + \frac{25}{3}\right)$

ഇവിടെ പൊതുവ്യത്യാസമായ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം വരുന്നു.

അതുകൊണ്ട് n -ാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദം ആവുകയില്ല.

....drvsr

Q11. 6,10,14,.........എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ് ?

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ തുക 240 കിട്ടും ?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ കുറച്ചു പദങ്ങളുടെ തുക 250 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട് ? (മാർച്ച് 2014 . മാർക്ക് 5)

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 6,10,14,.........

ആദ്യപദം = 6 ; പൊതുവ്യത്യാസം =10 -6 = 4.

a) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$S_n = \frac{n}{2}[2f+(n-1)d]$

$= \frac{n}{2}[2\times 6+(n-1)4] = \frac{n}{2}[12+4n-4]$

$= \frac{n}{2}[8+4n] = \frac{n}{2}\times 2[4+2n] = n(4+2n)$

$= 2n^2+4n.$

b) $2n^2+4n=240$ ആകുന്ന n ന്റെ വില കണ്ടു പിടിച്ചാൽ മതി.

$ie., 2n^2+4n-240=0 \div 2$

$n^2+2n-120=0$

$(n+12)(n-10)=0$

$n+12=0. or n-10=0$

$n=-12, or n=10. -ve 12 rejected$

$\therefore n=10.$

ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 240 ലഭിക്കും.

c) $2n^2+4n=250$ ആകുന്ന n ന്റെ വില കണ്ടു പിടിച്ചാൽ മതി.

$ie., 2n^2+4n=250 \div 2$

$n^2+2n=125.$

$n^2+2n+1=125+1$ (Using perfect square)

$(n+1)^2=126$

$n+1=\sqrt{126}$

ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ കുറച്ചു പദങ്ങളുടെ തുക 250 ആകില്ല.
കാരണം ഇവിടെ n ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ സംഖ്യ അല്ല

....drvsr

Q12. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ടാമത്തേയും നാലാമത്തേയും പദങ്ങൾ വിട്ടുപോയിരിക്കുന്നു . ഈ സ്ഥാനത്തുവരുന്ന സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക? (മാർച്ച് 2013 . മാർക്ക് 2)

11,---- ,19,------- ....

ഉത്തരം :

a,b, c എന്നിവ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളായാൽ

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{11+19}{2} = 15$

പൊതുവ്യത്യാസം = 15 - 11 = 4

നാലാമത്തേയും പദം = 19 + 4 = 23.

....drvsr

Q13. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $5n^2 - 2n$ ആണ്.

a) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര? (മാർച്ച് 2013 . മാർക്ക് 3)

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങൾ എഴുതുക.

ഉത്തരം :

n പദങ്ങളുടെ തുക $5n^2 - 2n$.

ആദ്യപദം = $5\times1^2+2\times1=7$

a) ആദ്യ രണ്ടുപദങ്ങളുടെ തുക = $5\times2^2+2\times2=24$

രണ്ടാം പദം = $24-7=17$

പൊതുവ്യത്യാസം = $17-7=10$

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങൾ = 7,17

....drvsr

Q13.

1,4,7,10,.........എന്ന സമാന്തരശ്രേണി ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക..

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

b) 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ?എന്തുകൊണ്ട്

c)ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റേയും വർഗ്ഗം ശ്രേണിയിലെ തന്നെഒരു പദമായിരിക്കും എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (മാർച്ച് 2013 . മാർക്ക് 4)

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 1,4,7,10,.........

പൊതുവ്യത്യാസം = 4 - 1 = 3.

a) ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 3n + (1 - 3) = 3n - 2.$

b) $X_n = 3n - 2$. ; ie., 100 = 3n - 2

3n = 100 + 2 = 102; n = 102/3 = 34.

ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ അതിനാൽ 100 ഒരു പദമാണ്.

c) n -ാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം

$(3n-2)^2 = 9n^2 - 12n + 2$

ഇതും ഒന്നാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.

$ie., 9n^2 - 12n + 4 - 1$

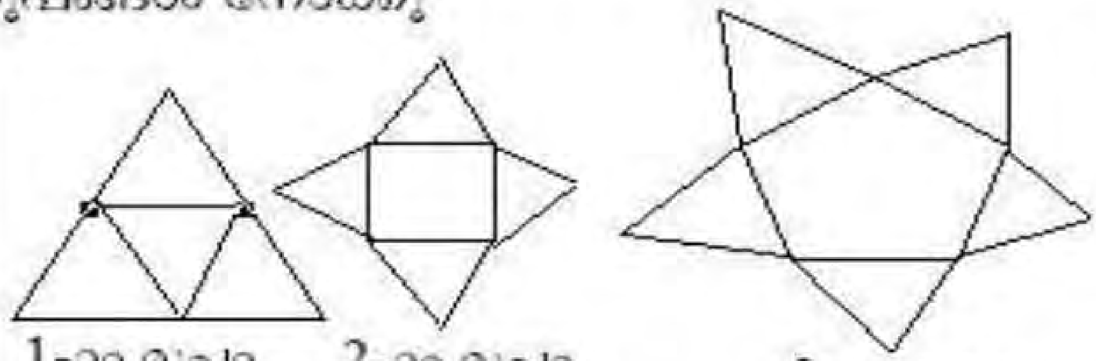
$= 9n^2 - 12n + 3$

$= 3(3n^2 - 4n + 1)$

ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതൊരു പദത്തിന്റേയും വർഗ്ഗം ശ്രേണിയിലെ തന്നെഒരു പദമായിരിക്കും

....drvsr

Q13. തീപ്പെട്ടിക്കോലുകൾ കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഈ രൂപങ്ങൾ നോക്കൂ



1-ാം രൂപം 2-ാം രൂപം 3-ാം രൂപം

a) അടുത്ത രൂപമുണ്ടാക്കാൻ എത്ര കോലുകൾ വേണം?

b) ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ 1,2,3, ... എന്നീ സംഖ്യകളും, 1-ാം രൂപം, 2-ാം രൂപം, 3-ാം രൂപം...... എന്നിങ്ങനെയുള്ള രൂപങ്ങളിൽ ഉപയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

c) കോലുകളുടെ എണ്ണം ക്രമമായി എഴുതിയാൽ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള ബീജഗണിതവാചകം എന്താണ്?

ഉത്തരം :

1-ാം രൂപത്തിലെ കോലുകളുടെ എണ്ണം = 9.

2-ാം രൂപത്തിലെ കോലുകളുടെ എണ്ണം = 12.

3-ാം രൂപത്തിലെ കോലുകളുടെ എണ്ണം = 15.

പൊതുവ്യത്യാസം = 12 - 9 = 3.

അടുത്ത രൂപമുണ്ടാക്കാൻ വേണ്ട കോലുകളുടെ എണ്ണം = 15 + 3 = 18.

b) ഇവിടെ 1,2,3, ... എന്നീ സംഖ്യകളിൽ ഓരോന്നിന്റേയും 3മടങ്ങിനോട് 6കൂടിയതാണ് 1,2,3, ... എന്ന രൂപങ്ങളിൽ പ്രയോഗിച്ച കോലുകളുടെ എണ്ണം

$(ie., 1\times 3+6=9; 2\times 3+6=12; 3\times 3+6=15)$

n -ാം പദത്തിന്റെ ബീജഗണിതവാചകം

$X_n = dn + (f - d)$
$\quad = 3n + (9 - 3)$
$\quad = 3n + 6.$

....drvsr

Q14. 12,23,34,.........എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണി നോക്കുക.

a) ഇതിലെ 10-ാം സംഖ്യ എന്താണ്?

b) 1111 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ?എന്തുകൊണ്ട് ?

ഉത്തരം :

സമാന്തരശ്രേണി = 12,23,34, ...

പൊതുവ്യത്യാസം= 23 - 12 = 11

a)10-ാം സംഖ്യ $= f + 9d = 12 + 9 \times 11 = 111$

b) ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 11n + (12 - 11)$
$\quad = 11n + 1.$

$X_n = 11n + 1.$; ie., $1111 = 11n + 1$

$11n = 1111 - 1 = 1110$; $n = 1110/11 = 100.9090..$

ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ 1111 ഒരു പദമല്ല.

....drvsr

Q15.ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം 6- ഉം ആദ്യത്തെ 6 പദങ്ങളുടെ തുക 66 ഉം ആണ്

a)ഇതിലെ 6-ാം പദം എന്താണ്?

b)ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്താണ്?

c)ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 6 സംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ്?

ഉത്തരം :

ആദ്യപദം = 6

ആദ്യത്തെ 6 പദങ്ങളുടെ തുക = 66 , n = 6

a)

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$$

$$ie., 66 = \frac{6}{2}\left[2 \times 6 + (6-1)d\right]$$

$$66 = 3\left[12 + 5d\right]$$

$$22 = 12 + 5d$$

$$5d = 22 - 12 = 10; d = 2$$

$\therefore$ 6-ാം പദം $= f + 5d = 6 + 5 \times 2 = 16$

b)ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം = 2.

c)ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 6 സംഖ്യകൾ
= 6. 8, 10, 12, 14, 16.

....drvsr

Q16.ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം 6- ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 4 ഉം ആണ്.പദങ്ങളുടെ തുക 66 ഉം ആണ്

a)ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്താണ്?

b)ഇതിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാനുള്ള ബീജഗണിതവാചകം എന്താണ്?

c)ഇതിലെ ആദ്യത്തെ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാലാണ് 510 കിട്ടുക?

<u>ഉത്തരം :</u>

ആദ്യപദം = 6 , പൊതുവ്യത്യാസം = 4

a) ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 4n + (6 - 4)$

$= 4n + 2.$

b)ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാനുള്ള ബീജഗണിതവാചകം

$$S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2}[2 \times 6 + (n-1)4]$$

$$= \frac{n}{2}[12 + 4n - 4]$$

$$= \frac{n}{2} \times 2[6 + 2n - 2]$$

$$= n(2n+4) = 2n^2 + 4n$$

c)ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക 510 എന്ന് വിചാരിക്കുക

$ie.,2n^2 + 4n = 510$

$2n^2 + 4n - 510 = 0; 2n^2 + 4n - 510 = 0 \div 2$

$n^2 + 2n - 255 = 0$

$(n+17)(n-15) = 0$

$n + 17 = 0; n = -17$

$n - 15 = 0; n = 15$

$-ve 17 rejected$

$\therefore n = 15$

ഈ ശ്രേണിയിലെ 15 പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാലാണ് തുക 510 കിട്ടുക.

....drvsr

Q17. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദത്തിന്റെ 8മടങ്ങ് 12-ാം പദത്തിന്റെ 12മടങ്ങിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ 20-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും?

__ഉത്തരം :__ ചോദ്യം അനുസരിച്ച്

8(f+7d) = 12(f+11d) ; 8f+56d = 12f+132d

8f - 12f + 56d - 132d = 0 ; -4f - 76d = 0

ie., 4f + 76d = 0 ' 4(f + 19d) = 0

ie., f + 19d = 0

ie., 20-ാം പദം = 0.

....drvsr

Q18. ഒരു പൂക്കള പ്രദർശനത്തിൽ പൂക്കൾ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് 10ഏകകേന്ദ്രവൃത്തങ്ങളായിട്ടാണ്.ഇവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലുമാണ്. മൂന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിൽ 40പൂക്കളും 5-ാംമത്തെ വൃത്തത്തിൽ 60പൂക്കളും ഉണ്ടെങ്കിൽ പൂക്കളുടെ ആകെ എണ്ണം എത്ര ?

__ഉത്തരം :__ മൂന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിൽ 40പൂക്കൾ

ie., f + 2d = 40 →(1)

5-ാംമത്തെ വൃത്തത്തിൽ 60പൂക്കൾ

ie., f + 4d = 60 →(2) 60 ;solve (1) and (2)

get f= 20 and d = 10.

പൂക്കളുടെ ആകെ എണ്ണം 10പദങ്ങളുടെ തുകയാണ്

$$s_{_} = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$$

$$s_{20} = \frac{10}{2}[2\times 20 + (10-1)10]$$

$$s_{20} = 5[40+90] = 5\times 130 = 650$$

$$s_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$$

$$s_{20} = \frac{10}{2}[2\times 20 + (10-1)10]$$

$$s_{20} = 5[40+90] = 5\times 130 = 650$$

പൂക്കളുടെ ആകെ എണ്ണം = 650.

....drvsr

Q19.100 നും **300** നും ഇടയ്ക്ക് **11** കൊണ്ട് നിശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന എത്ര പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?

__ഉത്തരം :__

പൊതുവ്യത്യാസം = 11

ഒന്നാം പദം = 110

(ഒന്നാം പദം കാണുന്നതിന്

100 നെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക..ശിഷ്ടത്തിനോടുകൂടി എത്ര (1) കൂടിയാൽ പൊതു വ്യത്യാസം കിട്ടും (10) എന്നുനോക്കി അത് നോട് 100 കൂടിയാൽ ആദ്യപദം 110 ലഭിക്കും.)

അവസാന പദം = 297

(അവസാന പദംകാണുവാൻ **300** നെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ
ലഭിക്കുന്ന ശിഷ്ടം **3 ,**
300 ൽ നിന്ന് കുറയ്ക്കണം
300 - 3 = 297)

നിശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന പൂർണ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

$$n = \frac{X_n - f}{d} + 1 = \frac{297 - 110}{11} + 1$$

$$= \frac{187}{11} + 1 = 17 + 1 = 18$$

....drvsr

Q20. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.ആവശ്യമായ സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് കോണളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക?

ഉത്തരം :

കോണുകൾ ***f - d, f, f + d*** എന്ന് സങ്കല്പിക്കുക

***ie., f - d +f + f + d* = 180**

(ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക **180)**

***3f* = 180 ; f = 180/3 = 60.**

മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ കോൺ ***90*** ആണ്.

ie., f + d = 90; 60 + d = 90 ;
d = 90 - 60 =30.

കോണുകൾ ***f - d, f, f + d***
= 60 - 30 , 60, 60 + 30
= 30, 60, 90.

....drvsr

Q21. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 230 ഉം ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 560 ഉം ആണ്.

a)ആദ്യത്തെ പദവും പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക.
b)ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക?
c)തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക?

ഉത്തരം :

a) ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക = 230

$ie., S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d] = 230$

$= \frac{10}{2}[2f + (10-1)d] = 230$

$= \frac{10}{2}[2f + 9d] = 230$

$2f + 9d = \frac{230 \times 2}{10} = 46$

$2f + 9d = 46 \rightarrow (1)$

ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക = 560

$ie., S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d] = 560$

$= \frac{16}{2}[2f + (16-1)d] = 560$

$= \frac{16}{2}[2f + 15d] = 560$

$2f + 15d = \frac{560 \times 2}{16} = 70$

$2f + 15d = 70 \rightarrow (2)$

Solve (1) and (2)

$2f + 9d = 46 \rightarrow (1)$

$2f + 15d = 70 \rightarrow (2)$

$-6d = -24$

$d = 4$

From (1) we get f= 5

ആദ്യത്തെ പദം = 5 , പൊതുവ്യത്യാസം = 4

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$X_n = dn + (f - d) = 4n + (5 - 4) = 4n + 1.$

c) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$

$S_n = \frac{n}{2}[2 \times 5 + (n-1)4]$

$S_n = \frac{n}{2}[10 + 4n - 4]$

$S_n = \frac{n}{2}[4n + 6] \div 2$

$= n(2n+3) = 2n^2 + 3n$

....drvsr

Q21. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 6n + 3 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ

a) ആദ്യത്തെ ഇരുപത് പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക?

<u>ഉത്തരം :</u>

ബീജഗണിതരൂപം = 6n + 3

a) ആദ്യത്തെ ഇരുപത് പദങ്ങളുടെ തുക

b) $S_n = \frac{n}{2}[f + x_n]$

c) ആദ്യപദം = 6n + 3 ∴Put n = 1 and 20 .
$f = 6 \times 1 + 3 = 9$

d) $X_{20} = 6 \times 20 + 3 = 123$

$S_{20} = \frac{20}{2}[9 + 123] = 10 \times 132 = 1320$

b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

f = 9

a) രണ്ടാം പദം = 6n + 3 ∴Put n = 2

b) $= 6 \times 2 + 3 = 15$

$\therefore d = 15 - 9 = 6$

$S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$

$S_n = \frac{n}{2}[2 \times 9 + (n-1)6]$

c) $S_n = \frac{n}{2}[18 + 6n - 6]$

$S_n = \frac{n}{2}[6n + 12] \div 2$

$= n(3n + 6) = 3n^2 + 6n$

....drvsr

The End of the Chapter 1.

Geared up by Dr.V.S.RaveendraNath.

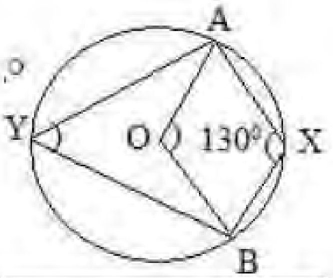
To get A+ questions and answers for SSLC examination 2018 – 19

Geared up by Dr.V.S.RaveendraNath

2.വൃത്തങ്ങൾ

Q1. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രവും $\angle$ **AXB = 130^0** യും ആണ്. $\angle$ **AYB,** $\angle$ **AOB** ഇവകാണുക?

(മാർച്ച് 2016 . മാർക്ക് 2



<u>ഉത്തരം :</u>

AXBY ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജമാണ്. എതിർകോണുകളുടെ തുക **180^0**

$ie., \angle AXB + \angle AYB = 180^0$

$\Rightarrow 130 + \angle AYB = 180^0$

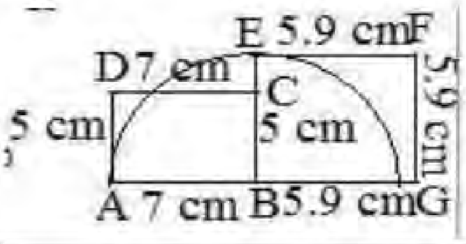
$\therefore \angle AYB = 180 - 130 = 50^0$

$\therefore \angle AOB = 50 \times 2 = 100^0$

....drvsr

Q2. വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 7cm, 5cmആയ ചതുരം വരക്കുക. അതേ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക. (മാർച്ച് 2016 . മാർക്ക് 4)

<u>ഉത്തരം :</u>



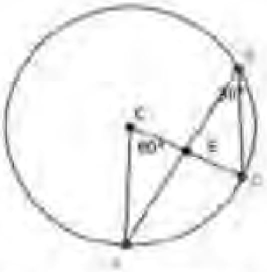
7cm,5cmൽ ചതുരം വരയ്ക്കുക 7cmആരത്തിൽ Bകേന്ദ്രമായ ഒരു

അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുക. BCരേഖ നീട്ടി Eയിൽ കൂട്ടിമുട്ടിക്കുക. BE നീളം എടുത്ത് EF, BG, GFഇവ വരയ്ക്കുക(ഈ അളവുകൾ ഏകദേശം 5.9cmആയിരിക്കും)

....drvsr

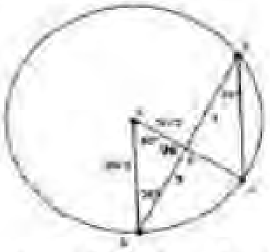
Q3. ചിത്രത്തിൽ **C**വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. കൂടാതെ **$\angle$ ABD = 30^0**

a) **$\angle$ ACD** യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?



b) **$\angle$ ABD = $\angle$ CAB** കൂടാതെ **AB = 6cm** വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക ഇവകാണുക? (മാർച്ച് 2016 . മാർക്ക് 3)

<u>ഉത്തരം :</u>



a) $\angle$ ACD = 2 ×30 = 60 (ഒരേചാപം)

b) $\angle$ ABD = $\angle$ CAB = 30^0 (തന്നിരിക്കുന്നു)

AB = 6 cm (തന്നിരിക്കുന്നു)

In ΔAEC

$\angle$ E = 180 - (60 + 30) = 90^0

ഇവിടെ AB $\perp$ CD ; AE = BE = 3.

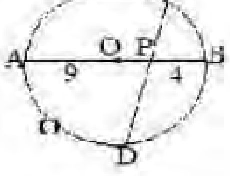
In Right angled ΔAEC

COS 30 = എതിർ വശം / കർണവശം

ie., $\sqrt{3}$ /2= AE / AC ; $\sqrt{3}$ /2= 3 / AC

AC = 6 /$\sqrt{3}$; ഇവിടെ AC = ആരം= 6 /$\sqrt{3}$ cm

....drvsr



Q3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. ABഎന്ന

വ്യാസത്തിന് ലംബമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണാണ് CD. കൂടാതെ PA = 9cm . PB = 4 cm.

a) PC × PD എത്രയാണ്?

b) PC , PD ഇവയുടെ രണ്ടിന്റേയും നീളം ഒരേസമയം എണ്ണൽ സംഖ്യയാവില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (മാർച്ച് 2015 . മാർക്ക് 3)

<u>ഉത്തരം :</u>

a) PC × PD

$$PA \times PB = PC \times PD$$

$$ie., PC \times PD = 9 \times 4 = 36$$

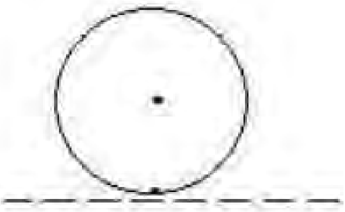
$$PC + PD = 9 + 4 < 13$$

b) തുക 30 ൽ കുറവും ഗുണനഫലം 36 ഉം ആയ എണ്ണൽ സംഖ്യ ഇല്ല.

....drvsr

Q4.

30 cm ആരമുള്ള ഒരു ചക്രത്തിന്റെ ഏറ്റവും പുറമേയായി ഒരു അടയാളമുണ്ട് . അടയാളം ഇപ്പോൾ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ നിലത്തോട് ചേർന്നാണ് ഉള്ളത്. ചക്രം ഒരു നേർരേഖയിലൂടെ 31.4 cm ഉരുണ്ടാൽ



a) ചക്രം എത്ര കോണളവിൽ തിരിയും ?

b) അടയാളം നിലത്തുനിന്നും എത്ര ഉയരത്തിലാവും? (മാർച്ച് 2015 . മാർക്ക് 3)

<u>ഉത്തരം :</u>

a) ആരം = 30 cm.

ചക്രം സഞ്ചരിച്ച ദൂരം വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന് തുല്യം.

$$ie., 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 30 = 188.4 cm$$

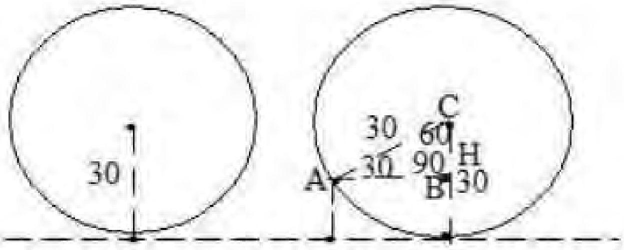
ചക്രം സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 31.4 cm

$$ie., 2\pi r \times \frac{x^0}{360} = 31.4$$

$$188.4x = \frac{31.4 \times 360}{488.4}; x = 60^0$$

ചക്രം തിരിഞ്ഞ കോണളവ് = 60^0 .

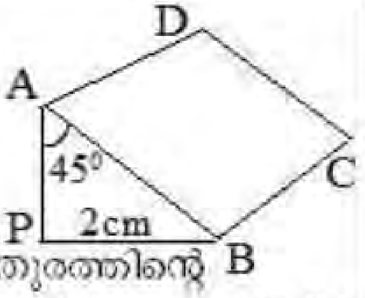
b)



In right triangle ABC , $\angle A = 30^0$, $\angle B = 90^0$,
$\angle C = 60^0$. $\cos 60 = H/30$ ie., $1/2 = H/30$
$H = 15cm$. അടയാളത്തിന് നിലത്തുനിന്നുള്ള ഉയരം = 15cm

....drvsr

Q5. ചിത്രത്തിൽ APB ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്. ABCD ഒരു സമചതുരവുമാണ്. കൂടാതെ PB = 2 cm $\angle PAB = 45^0$,എങ്കിൽ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? (മാർച്ച് 2014 , മാർക്ക് 2)



ഉത്തരം :

$\angle PAB = 45^0 \cdot \angle ABP = 45^0 \cdot \angle APB = 90^0$

ഇവിടെ ΔAPB മട്ടത്രികോണമായതിനാൽ വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ അംശബന്ധത്തിലാണ്.

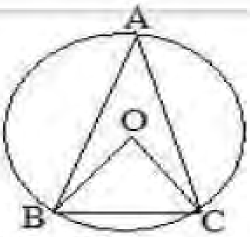
$\therefore PB = 2$ cm ; $AB = 2\sqrt{2}$ cm

ie., സമചതുരത്തിന്റെ വശം = $2\sqrt{2}$ cm

$\therefore$ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$
$= 8 \text{ cm}^2$

....drvsr

Q6. ചിത്രത്തിലെ വൃത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് **O** . കൂടാതെ ABCഒരു സമപാർശ്വത്രികോണവും OBC ഒരു സമഭുജത്രികോണവുമാണ്.



∠A, ∠ABO എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക?

(മാർച്ച് 2014 , മാർക്ക് 2)

ഉത്തരം :

$\angle BOC = 60^\circ$.

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{60}{2} = 30$$

Δ ABCഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം

∴ പാദകോണുകൾ തുല്യം

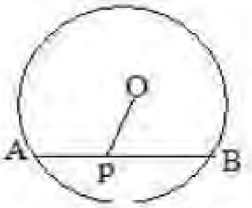
$$\therefore \angle B = \frac{180 - 30}{2} = \frac{150}{2} = 75$$

ΔOBC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ്.

$\therefore \angle ABO = 75 - 60 = 15^\circ$

....drvsr

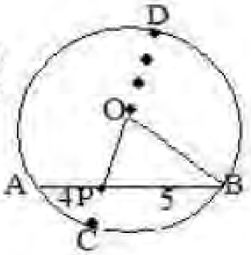
Q7. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6cm ആണ്. PA = 4cm, PD= 5cm OP യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക?



(മാർച്ച് 2014 , മാർക്ക് 2)

ഉത്തരം :

ചിത്രത്തിൽ OP എന്ന വര ഇരു വശത്തേയ്ക്കും നീട്ടി ഇതിനെ CD എന്ന ഞാണായിമാറ്റുക.



DO = OC = 6cm.

PD = DO + OP

PD = 6 + OP

PC = OC - OP = 6 - OP

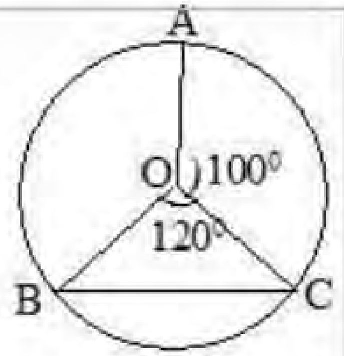
AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ , PC × PD = PA × PB

ie., (6 - OP) (6 + OP) = 4 × 5

ie., OP^2 36 = 20 ; OP^2 = 36   20 ; OP^2 = 16 ;

OP = $\sqrt{16}$ = 4 cm .

Q8. 4 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരക്കുക. $\angle A = 60^0$, $\angle B = 50^0$ വരത്തക്കവിധത്തിൽ A ,B, C ഇവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആകുന്നതുപോലെ ത്രികോണം വരക്കുക. (മാർച്ച് 2014 . മാർക്ക് 3)



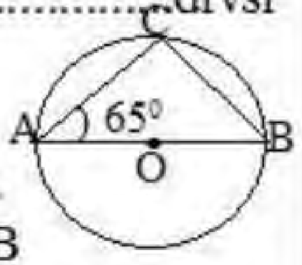
ഉത്തരം :

നിർമ്മാണ രീതി

4cm. ആരമുള്ള **O** കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരക്കുക. വൃത്തത്തിൽ **OB** എന്ന ആരം വരയ്ക്കുക. $\angle BOC = 120^0$ ആകത്തക്കവിധം വൃത്തത്തിൽ C എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി **OC** എന്ന ആരം വരക്കുക. $\angle AOC = 100^0$ ആകത്തക്കവിധം വൃത്തത്തിൽ **A** എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി **OA** എന്ന ആരം വരക്കുക . **AB, BC,AC** എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.

....drvsr

Q8. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തിലെ വ്യാസമാണ് AB . ചാപത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് C . $\angle BAC = 65^0$ ആയാൽ $\angle C$,$\angle B$ ഇവ കാണുക?



ഉത്തരം :

$\angle BAC = 65^0$ (തന്നിരിക്കുന്നു)

$\angle C = 90^0$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

$\therefore \angle B = 180 - (90 + 65) = 25^0$.

....drvsr

Q9. ചാപത്തിന്റേയും ശിഷ്ടചാപത്തിന്റേയും കേന്ദ്രകോണുകൾ 2:3എന്ന അംശബന്ധത്തിലായാൽ ഓരോകോണും എത്രവീതമാണ്?

ഉത്തരം :

കേന്ദ്രകോണുകൾ = 2:3

ie., $2x$, $3x$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റേയും ശിഷ്ടചാപത്തിന്റേയും തുക 360 ആണ്.

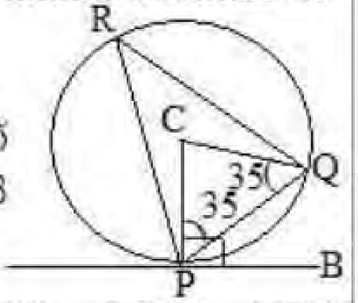
ie., $2x + 3x = 360$; $5x = 360$; $x = 360/5 = 72^0$

$\therefore$ ചാപത്തിന്റെ കോണുകൾ

$2x = 2 \times 72 = 144^0$; $3x = 3 \times 72 = 216^0$

....drvsr

Q10.



ചിത്രത്തിൽ C കേന്ദ്രമായ വൃത്തിലെ തൊടുവരയാണ് AB.വൃത്തം AB യെ P യിൽ സ്പർശിക്കുന്നു.

$\angle CQP = 35^0$ ആയാൽ $\angle CPQ$, $\angle QPB$, $\angle PRQ$ എന്നിവ കാണുക?

ഉത്തരം :

$\angle CQP = 35^0$ (തന്നിരിക്കുന്നു)

$\angle CQP = 35^0$ (CP = CQ ആരങ്ങൾ തുല്ല്യം)

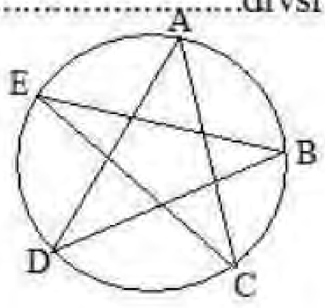
$\therefore \angle QPB = 90 - 35 = 55^0$ (തൊടുവരയും സ്പർശബിന്ദുവും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഞാൺ 90^0ആയിരിക്കും)

$\angle C = 180 - (35+35) = 110$

$\therefore \angle PRQ = 110/2 = 55^0$. (ഒരേ ചാപം)

....drvsr

Q11.



ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D, E എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. എന്നതെളിയിക്കുക?

ഉത്തരം :

$\angle A = \frac{1}{2} \times$ ചാപം DC യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ

$\angle B = \frac{1}{2} \times$ ചാപം DE യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ

$\angle C = \frac{1}{2} \times$ ചാപം AE യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ

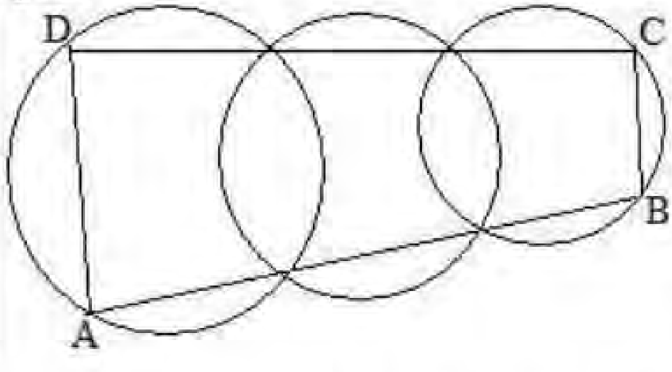
$\angle D = \frac{1}{2} \times$ ചാപം AB യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ

$\angle E = \frac{1}{2} \times$ ചാപം BC യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \frac{1}{2} \times 360 = 180^0$

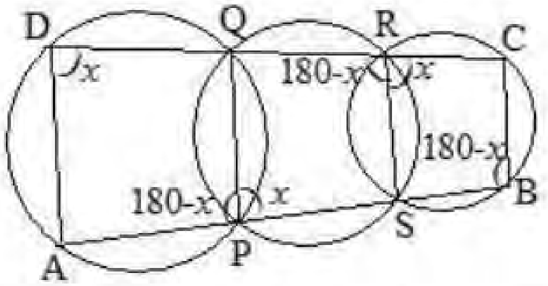
....drvsr

Q12.



ചിത്രത്തിൽ നൽകിയിട്ടുള്ള ചതുർഭുജം ABCD ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക? (മാർച്ച് 201 . മാർക്ക് 3)

ഉത്തരം :



ചക്രീയചതുർഭുജം APQD ൽ $\angle D = x^0$ ആയാൽ $\angle APQ = 180 - x$, ($\angle APQ$, $\angle SPQ$ എന്നിവ രേഖീയജോടികൾ ആയതിനാൽ)

$\angle SPQ = x$. ചക്രീയചതുർഭുജം PQRS ൽ $\angle QRS = 180 - x$. ($\angle QRS$, $\angle CRS$ എന്നിവ രേഖീയജോടികൾ ആയതിനാൽ)

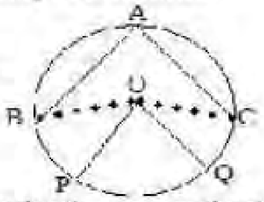
$\angle CRS = x$, ചക്രീയചതുർഭുജം RCBS ൽ $\angle CBS = 180 - x$

ഇവിടെ $\angle D + \angle B = x + 180 - x = 180^0$.

അതായത് എതിർ ശീർഷ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങൾ ആയതിനാൽ ABCDഒരു ചക്രീയചതുർഭുജം ആണ്.

....drvsr

Q13. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകളും അവയ്ക്കു സമാന്തരമായ ആരങ്ങളുമാണ്.



a) $\angle BOX$, $\angle POQ$ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്?

b) B, C ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ നീളവും P, Q ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ നീളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ്?

ഉത്തരം :

a) AB, OP ഇവയും സമാന്തരവും AC, OQ സമാന്തരവും ആണെന്ന് തന്നിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് $\angle BAC = \angle POQ$ ആയിരിക്കും.

ചാപം, ശിഷ്ടചാപം, കേന്ദ്രകോൺ ബന്ധം അനുസരിച്ച് $\angle BOC = 2 \times \angle BAC$

എന്നാൽ $\angle BAC = \angle POQ$ ആയതുകൊണ്ട്

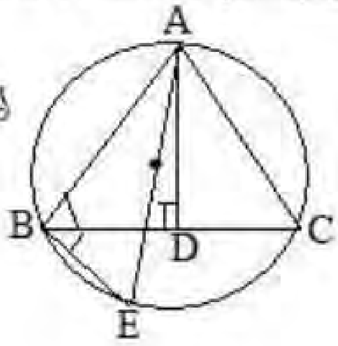
$\angle BOC = 2 \times \angle POQ$

അതായത് $\angle BOC$, $\angle POQ$ വിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് എന്ന് കണ്ടെത്താനാകും.

....drvst

Q14. ചിത്രത്തിൽ ABCഎന്ന ത്രികോണത്തിൽ . Aയിൽ നിന്ന് BCയിലേയ്ക്കുള്ള ലംബമാണ് AD:

ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിൽ **A** യിൽ കൂടിയുള്ള വ്യാസമാണ്AE.



a) **Δ ADC, Δ ABE** ഇവ സദൃശമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക?

b) **Δ ABC,** പരപ്പളവ്

$$\frac{AB \times BC \times CA}{2AE}$$

എന്ന് തെളിയിക്കുക?

ഉത്തരം :

a) ചിത്രത്തിലെ $\angle$ ABE = 90^0 (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ട കോൺ)

മട്ട **Δ ADC** മട്ട **Δ ABE** എന്നിവ പരിഗണിച്ചാൽ

$\angle$ ADC = $\angle$ ABE = 90^0 .

$\angle$ AEB = $\angle$ ACD (ഒരേ വൃത്തത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യം)

$\therefore$ മട്ട **Δ ADC** സദൃശ്യം മട്ട **Δ ABE** (രണ്ട് കോണുകൾ തുല്യം)

b) സദൃശ്യ ത്രികോണങ്ങളുടെ സമാനവശങ്ങൾ ആനുപാതികമായതുകൊണ്ട്

$$\frac{AE}{CA} = \frac{AB}{AD};$$

$$AE \times AD = AB \times CA$$

$$\therefore AD = \frac{AB \times CA}{AE}$$

Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ്

$$=\frac{1}{2} base \times altitude$$

$$=\frac{1}{2} \times BC \times AD$$

ഇവിടെ

$AD=\frac{AB \times CA}{AE}$ എന്ന് വില ആരോപിച്ചാൽ Δ ABCയുടെ പരപ്പളവ്

$$=\frac{1}{2} \times BC \times \frac{AB \times CA}{AE}=\frac{BC \times AB \times CA}{2AE}$$

....drvsr

The End of the Chapter 2.

Geared up by Dr.V.S.RaveendraNath. ....

3. സാധ്യതയുടെ ഗണിതം.

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ സാധ്യതയെ സംഖ്യ
നായി വിശദീകരിക്കുകയും
വിവിധസന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കാ
നുള്ള മാർഗ്ഗവും
പ്രയോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ
സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ
ആവശ്യകതയെപ്പിറ്റിയും പഠിക്കുകയാണ്
ലക്ഷ്യം.

$$\text{സാധ്യത (P)} = \frac{\text{അനുയോജ്യമായ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം (F)}}{\text{ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം (N)}}$$

ഒരു കാര്യം 'm' തരത്തിലും മറ്റൊരുകാര്യം 'n'
തരത്തിലും ആയാൽ രണ്ടു കാര്യങ്ങളും
'$m \times n$' തരത്തിൽ പൂർത്തിയാക്കാം.

$$\text{ജ്യാമതീയ സാധ്യത} = \frac{\text{ഷെഡ് (ചെറിയ) രൂപത്തന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെ രൂപത്തിന്റെ (വലിയ)പരപ്പളവ്}}$$

$$\text{ജോഡികൾ സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ജോഡികളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം}}$$

....drvsr

Q1. ഒരു പെട്ടിയിൽ 5, 10 എന്നെഴുതിയ രണ്ട് കടലാസുകഷണങ്ങളും, മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1,3,5 എന്നെഴുതിയ മൂന്ന് കടലാസുകഷണങ്ങളും ഇട്ടിട്ടുണ്ട്. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസുവീതമെടുത്തു.

a) രണ്ടും ഒറ്റ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b) ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യയും, ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയും കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

(മാർച്ച് 2016 , മാർക്ക് 3)

ഉത്തരം :

ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ സംഖ്യകൾ

$= 5, 10\ (m)$

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ സംഖ്യകൾ

$= 1,3,5\ (n)$

ആകെ സാധ്യത കാണണം.

$ie., m \times n = 2 \times 3 = 6$

ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$P = \frac{F}{N} = \frac{1}{2}$$

ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഇരട്ട സംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$P = \frac{F}{N} = \frac{1}{2}$$

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$P = \frac{F}{N} = \frac{3}{3} = 1$$

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഇരട്ട സംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$P = \frac{F}{N} = \frac{0}{3} = 0$$

a) രണ്ടും ഒറ്റ ആകാനുള്ള സാധ്യത $- m \times n$
(ie., ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത)

$$ie., \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

b) ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യയും, ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയും കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

(*ie.,* ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒറ്റസംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത + ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഇരട്ട സംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഇരട്ട സംഖ്യകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത)

$$ie., \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$

....drvsr

Q2. രണ്ട് പെട്ടികൾ ഉണ്ട്. 1 മുതൽ 10 വരെ എഴുതിയ കടലാസുകൾ രണ്ടു പെട്ടികളിലും ഇട്ടിരിക്കുന്നു.. ഓരോപെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ

കടലാസുവീതം എടുത്താൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളും അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

ഉത്തരം :

ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും എടുക്കാവുന്ന കടലാസ് $m \times n = 10 \times 10 = 100$ (N)

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ

= 2, 3, 5, 7 (4 എണ്ണം)

∴ രണ്ടു പെട്ടികളിലും കൂടി

$$m \times n = 4 \times 4 = 16 \quad (F)$$

∴ രണ്ടു കടലാസുകളും അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{F}{N} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}.$$

....drvsr

Q3. ഒരു പെട്ടിയിൽ 8 കറുത്ത മുത്തും 12 വെളുത്ത മുത്തും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 9 കറുത്ത മുത്തും 6 വെളുത്ത മുത്തും ഉണ്ട്. രണ്ടു പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ മുത്തു നീതം എടുക്കുന്നു.

a) രണ്ടു മുത്തും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

b) ഒരു കറുത്ത മുത്തും ഒരു വെളുത്ത മുത്തും കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

ഉത്തരം :

ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം

= 8 കറുത്തമുത്ത് + 12 വെളുത്തമുത്ത് = 20 (m)

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം

= 9 കറുത്തമുത്ത് + 6 വെളുത്തമുത്ത് = 15 (n)

രണ്ടു പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ മുത്തുകൾ എടുക്കാനുള്ള സാധ്യത $m \times n = 20 \times 15 = 300 \ (n)$

a) രണ്ടു മുത്തും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത

= ആദ്യ പെട്ടിയിൽ നിന്നും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{8}{20} \times \frac{9}{15} = \frac{72}{300} = \frac{6}{25}$$

b) ഒരു കറുത്ത മുത്തും ഒരു വെളുത്ത മുത്തും കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = ആദ്യ പെട്ടിയിൽ നിന്നും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത + ആദ്യ പെട്ടിയിൽ നിന്നും വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത × രണ്ടാമത്തെ പെട്ടി

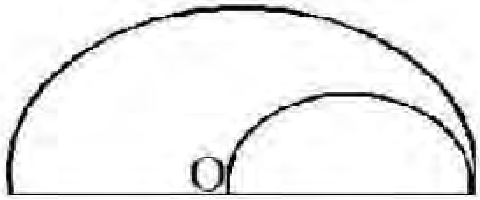
യിൽ നിന്നും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$=\frac{8}{20}\times\frac{6}{15}+\frac{12}{20}\times\frac{9}{15}=\frac{48}{300}+\frac{108}{300}=\frac{156}{300}$$

$$=\frac{13}{25}$$

....drvsr

Q3. ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് അർദ്ധവൃത്തങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഇതിൽ വലുതിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് O .



കണ്ണടച്ചുകൊണ്ട്
വലിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിനുള്ള
അത് ചെറിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിനകത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

ഉത്തരം :

കുത്ത് ചെറിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിനകത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{\text{ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെ രൂപത്തിന്റെ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}$$

ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ വലിയ

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $2r$

$$= \frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{\frac{1}{2}\pi (2r)^2} = \frac{1}{4}$$

....drvsr

Q4. ഒരു പെട്ടിയിൽ കറുത്തതും വെളുത്തതുമായി ആകെ 18 മുത്തുളുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത് കറുത്ത മുത്താകാനുള്ള സാധ്യത 1/3 ആണ്. എങ്കിൽ

a) കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

b) വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

c)ഇതിലേയ്ക്ക് എത്ര വെളുത്ത മുത്തുകൾ കൂട് ഇട്ടാൽ കറുത്ത മുത്ത് എടുക്കാനുള്ള സാധ്യത 1/4 ആകും.

ഉത്തരം :

a) കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം
$m \times n = 18 \times 1/3 = 6.$

b) വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം
$= 18 - 6 = 12.$

c) വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം $= x$ (suppose)
അപ്പോൾ x വെളുത്ത മുത്തുകൾ ഇട്ടാൽ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ സാധ്യത 1/4 ആകും.

$$ie., \frac{6}{18+x} = \frac{1}{4}; 18 + x = 24, \therefore x = 6$$

$\therefore$ 6 വെളുത്ത മുത്തുകൾ ഇട്ടാൽ കറുത്ത മുത്തിന്റെ സാധ്യത 1/4 ആകും.

....drvsr

Q5. ആറ് മുഖങ്ങളുള്ള ഒരു സമചതുരക്കട്ടയാണ് പകിട. ഓരോ മുഖങ്ങള്ലും 1,2,3,4,5,6 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ ഒരെണ്ണം എഴുതിയിരിക്കും. ഒരു പകിട എറിഞ്ഞാൽ അതിൽ ഒറ്റ സംഖ്യാമുഖം മുകളിൽ വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? ഇരട്ട സംഖ്യാമുഖം മുകളിൽ വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? മുഖം അഭാജ്യ സംഖ്യയായാ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ഉത്തരം :

മുഖങ്ങൾ = 1,2,3,4,5,6.

ഇരട്ട സംഖ്യാമുഖങ്ങൾ = 2,4,6. (എണ്ണം)

ഒറ്റ സംഖ്യാമുഖങ്ങൾ = 1,3,5 (3 എണ്ണം)

അഭാജ്യ സംഖ്യാമുഖം = 2,3,5(3എണ്ണം)

ഒറ്റ സംഖ്യാ സാധ്യത = 3/6 = 1/2.

ഇരട്ട സംഖ്യാ സാധ്യത = 3/6 = 1/2

അഭാജ്യ സംഖ്യാ സധ്യത = 3/6 = 1/2.

....drvsr

Q6. 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഓരോ ചെറിയ കടലാസുകഷണങ്ങളിൽ എഴുതി ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരെണ്ണമെടുത്താൽ കിട്ടുന്ന 7 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 3 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകളാകാൻ സാധ്യത എത്ര?

ഉത്തരം :

7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ശ്രേണി (1 നും 100നും ഇടയ്ക്കുള്ളവ) = 7,14,21,28,..................,98.

$$a = 7; d = 14 - 7 = 7; x_n = 98 ; n = ?$$

$$n = \frac{x_n - f}{d} + 1 = \frac{98 - 7}{7} + 1 = 13 + 1 = 14$$

1 നും 100 നും ഇടയിൽ 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 14 എണ്ണം ഉണ്ട്.

∴ സാധ്യത = F/N – 14/100 – 7/50.

7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 3 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ = 3,10,17,24,...................................,94.

$a = 3; d = 10 - 3 = 7; x_n = 94 ; n = ?$

$$n = \frac{x_n - f}{d} + 1 = \frac{94-3}{7} + 1 = 13+1 = 14$$

∴ സാധ്യത = F/N = 14/100 = 7/50.

....drvsr

Q7. ഒരു പെട്ടിയിൽ 6 കറുത്തമുത്തുകളും 9 വെളുത്ത മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 3 കറുത്ത മുത്തുകളും 7 വെളുത്ത മുത്തുകളും ഉണ്ട്. പെട്ടിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോ മുത്തെടുത്താൽ ഒരേ നിറമുള്ള മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? ഒരു കറുത്തതും വെളുത്തതും കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?.

ഉത്തരം :

	Box - 1	Box - 2
കറുപ്പ്	6	3
വെളുപ്പ്	9	7
ആകെ	15	10

1-ാം പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 15
2-ാം പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 10
ആകെ ജോഡി $= m \times n = 15 \times 10 = 150$ (N)
രണ്ടു പെട്ടിയിൽ നിന്നും കിട്ടാവുന്ന കറുത്ത മുത്തിന്റെ എണ്ണം $= m \times n = 6 \times 3 = 18$.
രണ്ടു പെട്ടിയിൽ നിന്നും കിട്ടാവുന്ന വെളുത്ത മുത്തിന്റെ എണ്ണം $= m \times n = 9 \times 7 = 63$.

ഒരേ നിറത്തിലാകുന്നവയുടെ എണ്ണം
$18 + 63 = 81$ (F)
രണ്ടും ഒരേ നിറത്തിലാകാനുള്ള സാധ്യത
$= F/N \quad 81/150$.
ഒരു മുത്ത് കറുത്തതും മറ്റേത് വെളുത്തതും ആയവയുടെ എണ്ണം
$= 6 \times 7 + 9 \times 73 = 42 + 27 = 69$.
$(m \times n + m \times n)$
∴ രണ്ടും വ്യത്യസ്ത മാകാണുള്ള സാധ്യത
$= F/N = 69/150$.
ഒരെണ്ണമെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത
$= F/N = 18/150 + 69/150 = 87/150$.
....drvsr

Q8. ഒരു കെട്ട് ചീട്ടിൽ നിന്ന്

a)ചുവന്ന നിറത്തിവുള്ള ചീട്ട് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b)എടുക്കുന്ന ചീട്ടിൽ എണ്ണൽ സംഖ്യ വരുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ഉത്തരം :

ഒരു കെട്ട് ചീട്ടിൽ 52 എണ്ണം ചീട്ടുകൾ ഉണ്ട്.

പികുതി വീതം കറുപ്പും ചുമപ്പും.

52 ചീട്ടിലെ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ

= 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10എന്നിവ (9എണ്ണം)

ഇങ്ങനെ നാലു വിധം. ie., $9 \times 4 = 36$

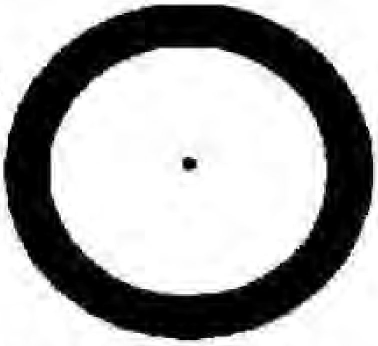
ചുവന്ന ചീട്ടുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = 26/52= 1/2

എണ്ണൽ സംഖ്യ കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത

= 36/52 =9/13.

....drvsı

Q9. ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ് വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം. ഈ വൃത്തത്തിലേക്ക് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ ആകുത്ത് ഷേയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക?



ഉത്തരം :

ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r എന്നിരിക്കട്ടെ

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= 2r$.

ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \pi r^2$

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$$= \pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$

ഷേയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$= 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$

$$\text{സാധ്യത} = \frac{\text{ഷെഡ് (ചെറിയ) രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെ രൂപത്തിന്റെ (വലിയ)പരപ്പളവ്}}$$

$$= \frac{3\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{3}{4}$$

....drvsr

Q10. 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള രണ്ട് പകിടകൾ ഒന്നിച്ചുരുട്ടുന്നു

a) പകിടകളിൽ നിന്ന് കിട്ടാവുന്ന സംഖ്യകളെ ഓരോ ജോഡിയായി എടുത്താൽ , ആകെ എത്ര ജോഡികൾ ഉണ്ടാകും?

b) സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകുന്ന എത്ര ജോഡികളുണ്ട്?

c) സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

d) ഗുണനഫലം ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

ഉത്തരം :

a) ഒരു പകിടയിലെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 6 (m)

മറ്റേ പകിടയിലെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 6 (n)

$\therefore$ കിട്ടാവുന്ന ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം

$$= m \times n = 6 \times 6 = 36.$$

b) രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകണമെങ്കിൽ രണ്ട് സംഖ്യകളും ഒറ്റ സംഖ്യകളായിരിക്കണം.

ആദ്യ പകിടയിലെ ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

= 3 (m)

മറ്റേ പകിടയിലെ ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

= 3 (n)

∴ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകുന്ന ജോഡികളുടെ എണ്ണം $= m \times n = 3 \times 3 = 9$.

c) സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത = F/N = 9/36 = 1/4 .

d) ഗുണനഫലം ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത ആകെ സാധ്യത - ഗുണനഫലം ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത.

ie., 1 - 1/4 = 3/4.

> Note:-
>
> എല്ലായിപ്പോഴും നടക്കുന്ന ഒരു കാര്യത്തിന്റെ സാധ്യത 1 ആയിരിക്കും. ഒരിക്കലും നടക്കാത്ത ഒരു കാര്യത്തിന്റെ സാധ്യത 0 ആയിരിക്കും.

....drvsr

Q11. ഒരു പെട്ടിയിൽ 4 ചുവന്ന പന്തും കുറച്ച് നീല പന്തും ഉണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നൊരുപന്തെടുത്തപ്പോൾ , നീല പന്തുകൾ ലഭിക്കാനുള്ള സാധ്യത ചുവന്ന പന്തുകൾ ലഭിക്കാനുള്ള സാധ്യതയുടെ 3 ഇരട്ടിയാണ്. എന്നാൽ നീല പന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ഉത്തരം :

നീല പന്തുകൾ = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

ചുവന്ന പന്തുകൾ = 4.

ആകെ പന്തുകൾ = $x + 4$

ചുവന്ന പന്തുകൾ ലഭിക്കാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{F}{N} = \frac{4}{x + 4}$$

ചുവന്ന പന്തുകൾ ലഭിക്കാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{F}{N} = \frac{x}{x + 4}$$

ചോദ്യം അനുസരിച്ച്

$$\frac{x}{x+4} = 3 \times \frac{4}{x+4}; \frac{x}{x+4} = \frac{12}{x+4}$$

$$x^2 + 4x = 12x + 48;$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$ie., (x + 4)(x - 12) = 0$$

$\therefore\ x = -4\ or\ 12\ ; -4\ rejected$

$x = 12$

$\therefore$ നീല പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 12 .

....drvsr

Q12. 10A ക്ലാസ്സിൽ 20 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്.10B യിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും 25 പെൺകുട്ടികളുമാണുള്ളത്. ഗണിതക്വസ്സ് മത്സരത്തിൽ പങ്കെടുക്കാനായി ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഓരോ കുട്ടിയെ വീതം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ ,

a)രണ്ടും ആൺകട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

b)ഒരു പെൺകുട്ടി മാത്രം ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

c)ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

ഉത്തരം :

10A ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ $= 20 + 20 = 40$

10B ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ $= 15 + 25 = 40$

ആകെ കുട്ടികൾ $= m \times n = 40 \times 40 = 1600$

ആൺകുട്ടികളുടെ അനുകൂലഫലങ്ങൾ

$= m \times n = 20 \times 15 = 300$

a)രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത

F/N = 300/1600 = 3/16 .

ആൺകുട്ടികളുടേയും പെൺകുട്ടികളുടേയും അനുകൂലഫലങ്ങൾ

$m \times n + m \times n \quad 20 \times 15 + 25 \times 20 = 800$

b)ഒരു പെൺകുട്ടി മാത്രം ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത = F/N = 800/1600 = 1/2.

c)ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള അനുകൂലഫലങ്ങൾ $20 \times 25 + 20 \times 15 + 20 \times 25$

$= 500 + 300 + 500 = 1300$

....drvsr

The End of the Chaper...........................drvsr

Dr.V.S.RaveendraNath

M.sc.,M.ed.,Ph.d.

****

4. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ.

രണ്ടാം കൃതിയിലുള്ള സമവാക്യങ്ങളുടെ ബീജഗണിതരൂപം $ax^2 + bx + c = 0$ ആണ്.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Q1. ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങിന്റേയും തുക 7/2 ആണ്.

a) സംഖ്യ x എന്ന് എടുത്ത് തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക?

b) സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക. (മാർച്ച 2016) 4 മാർക്ക്

<u>ഉത്തരം : -</u>

സംഖ്യ $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ

ie., ചോദ്യമനുസരിച്ച് $x + \frac{3}{x} = \frac{7}{2}$

$2x$ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക

$$\Rightarrow 2x^2 + 6 = 7x; \Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$a = 2, b = -7, c = 6$$

$$\therefore x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 6}}{2 \times 2} = \frac{7 \pm 1}{4}$$

$$= 2 or \frac{3}{2}$$

$\therefore$ സംഖ്യ = 2 or 3/2.

....drvsr

Q2. 8 cm നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിവളച്ച് ചതുരം ഉണ്ടാക്കണം. വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 2cm ആയ ചതുരം ഇങ്ങനെ ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (മാർച്ച 2016) 4 മാർക്ക്

ഉത്തരം : -

ഉണ്ടാക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 8cm

ie., $2(l + b) = 8$cm ; ie., $l + b = 8/2 = 4$cm

വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = 2cm

വീതി = x ; നീളം = $4 - x$

$l^2 + b^2 = d^2$ (*formulae*)

ie., $(4 - x)^2 + x^2 = 2^2$; $16 - 8x + x^2 = 4$

$x^2 - 8x + x^2 + 12 = 0$; $2x^2 - 8x + 12 = 0$ $\div 2$

$x^2 - 4x + 6 = 0$; $a = 1, b = -4, c = 6$

വിവേചകം = $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 6$

$= 16 - 24 = -8.$

ഇവിടെ വിവേചകം നെഗറ്റീവ് ആയതിനാൽ ഇത്തരം ഒരു ചതുരം ഉണ്ടാക്കുവാൻ സാധിക്കുകയില്ല.

....drvsr

Q3. ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 12 ആണ്. ആസംഖ്യയോട് 36 കൂട്ടിയാൽ അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചെഴുതിയ സംഖ്യ ലഭിക്കും. സംഖ്യ കാണുക?

ഉത്തരം : -

ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം x എന്നിരിക്കട്ടെ

പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം y എന്നിരിക്കട്ടെ

$\therefore$ സംഖ്യ $= 10y + x$

അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം = 12 .

ie., $x \times y = 12$; $x = 12 / y \rightarrow (1)$

By question, $10y + x + 36 = 10x + y$

$10y - y - x - 10x = -36$; $9y - 9x = -36 \div 9$

$y - x = -4 \rightarrow (2)$

Put $x = 12/y$ in equation (2)

ie., $y - 12/y = -4$; y കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

ie., $y^2 - 12 = -4y$; $y^2 + 4y - 12 = 0$.

$(y + 6)(y - 2) = 0$; ie., $y = -6$ or $y = 2$.

+ 6 rejected.   Hence $y = 2$.

∴ സംഖ്യ $= 10y + x = 10 \times 2 + x$

$= 20 + x ; 20 + 12/2$

$= 20 + 6 = 26$

....drvsr

Q4. ചുറ്റളവ് 70cm പരപ്പളവ് $300cm^2$ ആയ ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കണം. ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തായിരിക്കണം?

ഉത്തരം : - ചുറ്റളവ് 70cm ; പരപ്പളവ് $300cm^2$

ie., $2(l + b) = 70$ cm ; $l + b = 70/2 = 35$.

വീതി $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ ; നീളം $= 35 - x$

പരപ്പളവ് $= 300cm^2$; *ie.,* $l \times b = 300cm^2$

ie., $x(35 - x) = 300$; $35x - x^2 = 300$

ie., $x^2 - 35x + 300 = 0.$; $(x - 20)(x - 15) = 0$

$x = 20$ or $x = 15$.

നീളം = 20cm ; വീതി = 15 cm.

....drvsr

Q5.ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ ദിവസവും1200 രൂപക്ക് ഓറഞ്ചും 1200 രൂപക്ക് മാങ്ങയും വാങ്ങും. ഒരു ദിവസം ഓറഞ്ചിനും മാങ്ങക്കും കിലോഗ്രാമിന് 40 രൂപ വീതമായിരുന്നു വില. അന്ന് ഓറഞ്ചും മാങ്ങയും എത്ര കിലോഗ്രാം വീതമാണ് അയാൾക്ക് കിട്ടിയത്? മറ്റൊരുദിവസം ഒരു കി.ഗ്രാം മാങ്ങക്ക് ഒരു കി.ഗ്രാം ഓറഞ്ചിനേക്കാൾ 10 രൂപ കുറവായിരുന്നു.അതിനാൽ അയാൾക്ക് ഓറഞ്ചിനേക്കാൾ 20 കി.ഗ്രാം മാങ്ങ കൂടുതൽ കിട്ടി. എങ്കിൽ ഒരു കി.ഗ്രാം ഓറഞ്ചിന്റെ അന്നത്തെ വില എന്തായിരുന്നു?

ഉത്തരം : -

ഓറഞ്ചിനും മാങ്ങക്കും കിലോഗ്രാമിന് 40 രൂപ വീതം വിലയുള്ള ദിവസം ഓരോ ഇനവും കിട്ടിയ തൂക്കം = 1200 / 40 = 30 Kg.

മാങ്ങക്ക് 10 രൂപ കുറവുണ്ടായിരുന്ന ദിവസത്തെ ഓറഞ്ചിന്റെ വില = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

∴ ആദിവസത്തെ മാങ്ങയുടെ വില = $x - 10$

By question,

$$\frac{1200}{x-10} = \frac{1200}{x} + 20$$

x (x - 10) കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$$\frac{1200}{x-10}\times x(x-10)=\frac{1200}{x}\times x(x-10)+20\times x(x-10)$$

$$1200x = 1200(x-10)+20x(x-10)$$

$$1200x = 1200x - 12000 + 20x^2 - 200x$$

$$20x^2 - 200x - 12000 = 0 \div 20$$

$$x^2 - 10x - 600 = 0; (x+20)(x-30) = 0$$

$$x+20 = 0 or x-30 = 0; x = -20 or x = 30$$

$$-20 rejected \therefore x = 30$$

ഓറഞ്ചിന്റെ വില = Rs.30/-

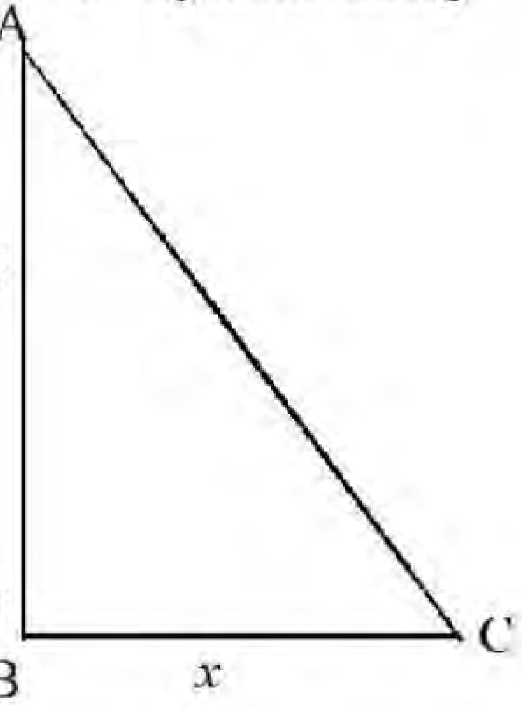
മാങ്ങയുടെ വില 30 - 10 Rs.20/-.

....drvsr

Q6. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബ വശങ്ങളിൽ ഒന്നിന് മറ്റെ വശത്തെക്കാൾ 6cm നീളം കൂടുതലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $36cm^2$ ആയാൽ അതിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക?

ഉത്തരം : -

ലംബവശങ്ങൾ $= x , x + 6$ എന്നിരിക്കട്ടെ.



പരപ്പളവ് = 36cm^2

ie., 1/2 bh = 36

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times x \times (x+6)$$

$$= \frac{x^2 + 6x}{2} = 36$$

2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

$x^2 + 6x = 36 \times 2$

$x^2 + 6x - 72 = 0$

$(x - 6)(x + 12) = 0$

ie., $x - 6 = 0$ or $x + 12 = 0$

ie., $x = 6$ or $x = -12$. ; -12 rejected.

Hence x = 6 cm

ലംබവശങ്ങൾ $= x , x + 6$

$= 6$cm , 12cm.

…………………………………………………………drvsr

Q7. ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റേയും തുക 25/12 ആണ്. സംഖ്യ ഏത്?

ഉത്തരം : -

സംഖ്യ $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

വ്യുൽക്രമം $= 1/x$.

By question , x + 1/x = 25/12.

$$Multiplyed\ by 12x$$

$$x \times 12x + \frac{1}{x} \times 12x = \frac{25}{12} \times 12x$$

$$12x^2 + 12 = 25x; 12x^2 - 25x + 12 = 0$$

$$a = 12, b = -25, c = 12$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{24} = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{24}$$

$$= \frac{25 \pm 7}{24}. Hence x = \frac{4}{3} or \frac{3}{4}$$

സംഖ്യ = 4/3 ആയാൽ വ്യുൽക്രമം = 3/4
സംഖ്യ = 3/4 ആയാൽ വ്യുൽക്രമം = 4/3

....drvsr

Q8. ഒരു അധിസംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുത്ക്രമത്തിന്റേയും തുക എല്ലായിപ്പോഴും 2 അല്ലെങ്കിൽ അതിൽ കൂടുതലായിരിക്കും എന്ന് തെളിയിക്കുക?

ഉത്തരം : -

അധിസംഖ്യ = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

വ്യുൽക്രമം = $1/x$.

By question , $x + 1/x = 2$.

x കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

Multiplyed by 12 x

$$x \times x + \frac{1}{x} \times x = 2 \times x$$

$$x^2 + 1 = 2x; x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0; \therefore x = 1$$

അധിസംഖ്യ = 1 ആയാൽ വ്യുൽക്രമം = 1/1 = 1.

തുക = 1 + 1 = 2 .

∴ ഇതിൽ നിന്നും ഒരു അധിസംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റേയും തുക 2 ഓ അതിൽ കൂടുതലോ ആകാം എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

drvsr

Q9. ഒരു ജോലി ചെയ്തു തീർക്കുന്നതിന് ബാബു വിന് അബുവിനേക്കാൾ 6 ദിവസം കൂടുതൽ വേണം. ഇവർ രണ്ടുപേരും ഒരുമിച്ച് ജോലിചെയ്താൽ 4 ദിവസം കൊണ്ട് ജോലി തീരും. എങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും ഒറ്റക്ക് ആ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണം?

ഉത്തരം : -

അബുവിന് ഒറ്റക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ
വേണ്ട ദിവസം $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ.
അബു ഒരു ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്യുന്ന ജോലി
$= 1/x$
ബാബുവിന് ഒറ്റക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ
വേണ്ട ദിവസം $= x + 6$.

ബാബു ഒരു ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്യുന്ന ജോലി
$= 1/x + 6$

By question ,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4};$$

$Multiplyed \quad by\ 4x(x+6)$

$$ie., \frac{1}{x} \times 4x(x+6) + \frac{1}{x+6} \times 4x(x+6) = \frac{1}{4} \times 4x(x+6)$$

$$4(x+6)+4x=x(x+6)$$

$$4(x+6)+4x = x(x+6)$$

$$4x+24+4x = x^2+6x$$

$$x^2+6x-4x-24-4x=0$$

$$x^2-2x-24=0$$

$$(x-6)(x+4)=4$$

$$\therefore\ x=6\ or x=-4; -4\ rejected$$

$$\therefore\ x=6$$

അബുവിന് ഒറ്റക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ
വേണ്ട ദിവസം $= 6$
ബാബുവിന് ഒറ്റക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ
വേണ്ട ദിവസം $- x + 6$.; 6 + 6 = 12.

....drvsr

Q10. ഒരു റെയിൽവെ സ്റ്റേഷനിൽ നിന്നും 192km അകലെയുള്ള മറ്റൊരു സ്റ്റേഷനിലേക്ക് യാത്ര പരിഗണിക്കുക. സൂപ്പർഫാസ്റ്റ് ട്രെയിൻ എക്സ്പ്രസ് ട്രെയിനിനേക്കാൾ 48 മിനിറ്റ് നേരത്തെ എത്തും.

രണ്ടു വണ്ടികളുടേയും വേഗതകളിലെ വ്യത്യാസം 20km/h ആണ്. രണ്ട് വണ്ടികളുടേയും വേഗത കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം : -

എക്സ്പ്രസ് ട്രെയിനിന്റെ വേഗത

$= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

എക്സ്പ്രസ് ട്രെയിൻ എത്താൻ എടുക്കുന്ന സമയം $= 192/x$ (Time = distance/speed)

സൂപ്പർഫാസ്റ്റ് ട്രെയിനിന്റെ വേഗത $= x + 20$

സൂപ്പർഫാസ്റ്റ് ട്രെയിൻ എത്താൻ എടുക്കുന്ന സമയം $= 192/x + 20$

By question ,

$$\frac{192}{x} - \frac{192}{x + 20} = \frac{48}{60}$$

take 192 *out*

$$192 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 20} \right) = \frac{48}{60}$$

$$\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+20}\right)=\frac{48}{60\times 192}$$

$$\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+20}\right)=\frac{48}{60\times 192}=\frac{1}{240}$$

Multiplyed by $240\,x(x+20)$

$$ie.,\ \frac{1}{x}-\frac{1}{x+20}=\frac{1}{240}$$

$$\frac{1}{x}\times 240\,x(x+20)-\frac{1}{x+20}\times 240\,x(x+20)$$

$$=\frac{1}{240}\times 240\,x(x+20)$$

$$240\,(x+20)-240\,x=x(x+20)$$

$$240\,x+4800\ -240\,x=x^2+20\,x$$

$$x^2+20\,x-240\,x-4800\ +240\,x=0$$

$$x^2+20\,x-4800\ =0$$

$$(x+80)(x-60)=0$$

$$ie.,\ x+80=0\,or x-60=0$$

$$\therefore\ x=-80\,or x=60;-80\ rejected$$

$$Hence x\ =60$$

എക്സ്പ്രസ് ട്രെയിനിന്റെ വേഗത = 60km/h

സൂപ്പർഫാസ്റ്റ് ട്രെയിനിന്റെ വേഗത = $x + 20$

= 60 + 20 = 80km/h

....drvsr

Q11. ഒരു അധിസംഖ്യയോട് 1 കൂട്ടിയപ്പോൾ ആ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം കിട്ടി. സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക?

ഉത്തരം : -

അധിസംഖ്യ = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

By question , $x + 1 = x^2$. ie., $x^2 - x - 1 = 0$

a = 1, b = -1, c = -1

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times -1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{5}}{2}, or \ \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

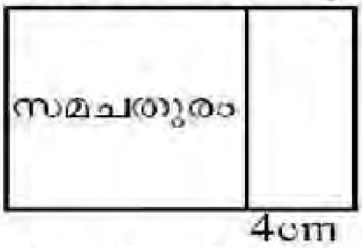
സംഖ്യ അധിസംഖ്യ ആയതിനാൽ $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

സ്വീകാര്യമല്ല .

അതുകൊണ്ട് അധിസംഖ്യ $= \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

....drvsr

Q12. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ രണ്ട് സമാന്തരവശങ്ങൾ 4cm വീതം നീട്ടി വരച്ച ചിത്രമാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 396 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്ററാണ്.

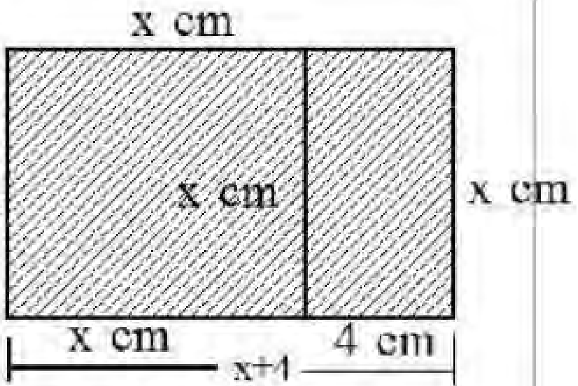
a) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x cm എന്നെടുത്ത് തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഒരു ബീജഗണിതവാക്യമായി എഴുതുക.

b) ഈ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം : -

a) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ. x cm

പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ വീതി $= x$ എന്നിരിക്കട്ടെ.



പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം $= x + 4$

പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= 396 cm^2$

നീളം x വീതി =396

$x (x + 4) = 396$; $x^2 + 4x - 396 = 0$.

b) $x^2 + 4x - 396 = 0$

$(x + 22) (x - 18) = 0$

$x + 22 = 0$ or $x - 18 = 0$

$x = -22$ or $x = 18$; -22 rejected

so $x = 18$

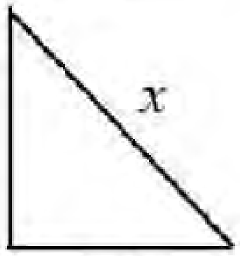
ചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം = 18 cm.

....drvsr

Q13. മൂന്ന് ദണ്ഡുകൾ മട്ടത്രികോണാകൃതിയിൽ വിളക്കിച്ചേർത്തിരിക്കുന്നു. ഏറ്റവും നീളം കുറഞ്ഞ

വശം കർണ്ണത്തേക്കാൾ 8 സെ.മി.കുറവാണ്. ചുറ്റളവ് 30 സെ.മി. സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

ഉത്തരം : -



കർണ്ണം = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

ചെറിയ വശം = $x - 8$ cm

ചുറ്റളവ് = 30 സെ.മി.

മൂന്നാമത്തെ വശം = $30 - (x + x - 8)$

$= 30 - 2x + 8 = 38 - 2x$

പൈതഗോറസ് തത്വമനുസരിച്ച്

$(\text{പാദം})^2 + (\text{ലംബം})^2 = (\text{കർണ്ണം})^2$

$(38 - 2x)^2 + (x - 8)^2 = x^2$

$1444 - 152x + 4x^2 + x^2 - 16x + 64 = x^2$

$= 4x^2 - 168x + 1508 = 0 \div 4$

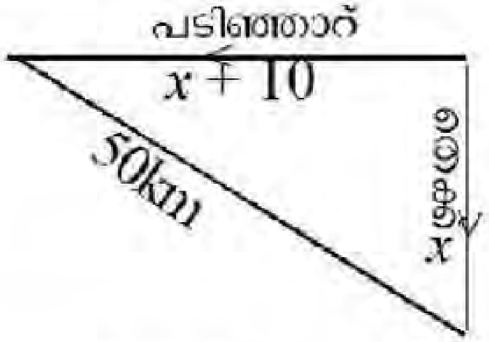
$x^2 - 42x + 377 = 0$

$\therefore$ സമവാക്യം $x^2 - 42x + 377 = 0$

....drvsr

Q14. ഒരു റെയിൽവേ ജംഷനിൽ നിന്ന് ഒരേ സമയം രണ്ട് വണ്ടികൾ പുറപ്പെട്ടു. ഒരെണ്ണം പടിഞ്ഞാറുഭാഗത്തേക്കും മറ്റേത് തെക്ക് ഭാഗത്തേക്കും. പടിഞ്ഞാറു ഭാഗത്തേക്ക് പോയ വണ്ടിയുടെ വേഗത മറ്റേ വണ്ടിയുടെ വേഗതയേക്കാൾ 10 km/hour കൂടുതലാണ്. ഒരു മണിക്കൂറിനു ശേഷം വണ്ടികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 50km ആയാൽ തെക്കോട്ട് പോയ വണ്ടിയുടെ വേഗത എത്ര?

ഉത്തരം : -



തെക്കോട്ട് പോയ വണ്ടിയുടെ വേഗത $= x$

പേടിഞ്ഞാറു ഭാഗത്തേക്ക് പോയ

വണ്ടിയുടെ വേഗത $= x + 10$

ഒരു മണിക്കൂർ കൊണ്ട് വണ്ടികൾ സഞ്ചരിച്ച

ദൂരം $= 50$km

ie., $x^2 + (x + 10)^2 = 50^2$.

$x^2 + x^2 + 20x + 100 - 2500 = 0$

$2x^2 + 20x - 2400 = 0 \div 2$

$x^2 + 10x - 1200 = 0$

$\Rightarrow (x + 40)(x - 30) = 0$

$\Rightarrow x + 40 = 0$ or $x - 30) = 0$

If $x + 40 = 0$, $x = -40$

or $x - 30 = 0$, $x = 30$

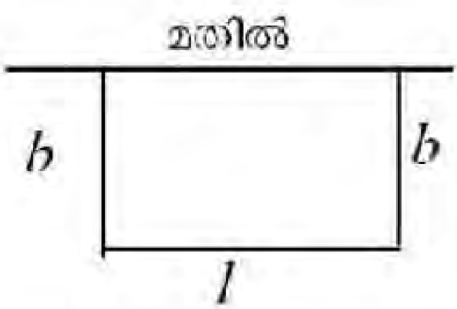
-40 rejected , Hence $x = 30$.

തെക്കോട്ട് പോയ വണ്ടിയുടെ വേഗത $= x = 30$ km/h

....drvsr

Q15. ഒരു കൃഷിക്കാരൻ $100m^2$ പരപ്പളവുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള കൃഷി സ്ഥലം ഒരുക്കാൻ തീരുമാനിച്ചു. അതിനുചുറ്റും വേലി കെട്ടുന്നതിന് 30 മീറ്റർ നീളമുള്ള കമ്പിയാണുള്ളത്. വയലിന്റെ ഒരു വശത്ത് അയാളുടെ മതിലുണ്ട്. വയലിന്റെ നീളവും വീതിയും കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം : -



ഇവിടെ മതിൽ വയലിന്റെ ഒരു നീളം കൂടിയ വശത്തിന്റെ ഭാഗമായി മാറുന്നു. .

നീളം $= l$, വീതി $= b$

പരപ്പളവ് $= 100m^2$

കമ്പിയുടെ നീളം $= 30$ മീറ്റർ

അതായത് $2b + l = 30$ മീറ്റർ

$$l = 30 - 2b$$

പരപ്പളവ് $= l \times b = 100$

$= (30 - 2b)\, b = 100$

$= 30b - 2b^2 = 100 \div 2$

$15b - b^2 = 50$; $b^2 - 15b = -50$;

$b^2 - 15b + 50 = 0$

$\Rightarrow (b - 5)(b - 10) = 0$

If $b - 5 = 0$, or $b - 10 = 0$

$b - 5 = 0$, $b = 5$ or $b = 10$

നീളം $= l = 30 - 2b = 30 - 2 \times 5 = 20m$

വീതി $= b = 5m$

.....drvsr

Q15. ഒരു തോട്ടത്തിന്റെ നീളം 50 മീറ്റർ വീതി 30 മീറ്റർ തോട്ടത്തിന് ചുറ്റും ഒരേരീതിയിൽ പാതയുണ്ട്.പാത ഉൾപ്പെടെ തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1836 ചതുരശ്രമീറ്റർ. ആയാൽ പാതയുടെ വീതി കാണുക?

ഉത്തരം : -

തോട്ടത്തിന്റെ നീളം 50 മീറ്റർ
തോട്ടത്തിന്റെ വീതി 30 മീറ്റർ
തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1836
പാതയുടെ വീതി = x m

പാത ഉൾപ്പെടെ തോട്ടത്തിന്റെ നീളം = 50 + 2x

പാത ഉൾപ്പെടെ തോട്ടത്തിന്റെ നീളം = 30 + 2x

പാത ഉൾപ്പെടെ തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 1836

ie., $(50 + 2x)(30 + 2x) = 1836$

$\Rightarrow 1500 + 100x + 60x + 4x^2 = 1836 \div 4$

$\Rightarrow 375 + 25x + 15x + x^2 = 459$

$\Rightarrow 375 + 25x + 15x + x^2 - 459 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 40x - 84 = 0$; $\Rightarrow (x + 42)(x - 2) = 0$

$x = -42$ or $x = 2$; -42 rejected Hence $x = 2$

$\therefore$ പാതയുടെ വീതി = 2m

....drvsr

Q16. രണ്ട് സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക = $500m^2$, ചുറ്റളവുകളുടെ വ്യത്യാസം 40 മീറ്റർ. ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ കാണുക?

ഉത്തരം : -

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക = $500m^2$,

ചുറ്റളവുകളുടെ വ്യത്യാസം 40 മീറ്റർ.

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ = *x, y* എന്നിരിക്കട്ടെ

ie., $x^2 + y^2 = 500$ (1) ; *ie.,* $4x - 4y = 40 \div 4$

$x - y = 10$; $y = x - 10$

(1) ൽ y യുടെ വില ആരോപിച്ചാൽ

ie., $x^2 + (x - 10)^2 = 500$

$x^2 + x^2 - 20x + 100 = 500$

$2x^2 - 20x + 400 = 0 \div 2$

$x^2 - 10x - 200 = 0$

$(x - 20)(x + 10) = 0$

If $x - 20 = 0$ or $x + 10 = 0$

ie $x = 20$ or $x = -10$. -10 rejected ,

Hence $x = 20$; $y = x - 10$, $y = 20 - 10 = 10$.

$\therefore$ വശങ്ങൾ = 20 , 10

....drvsr

Q16. ബസിന്റെ വേഗത 10km/hr കൂടുതലായിരുന്നെങ്കിൽ 450km യാത്രയുടെ സമയം 1/2 മണിക്കൂർ കുറയുമായിരുന്നു. ബസിന്റെ വേഗത എത്ര?

ഉത്തരം : -

ബസിന്റെ വേഗത = x km/hr

യാത്രയുടെ സമയം = $\frac{450}{\quad}$

വേഗത 10km/hr കൂടുതലായിരുന്നെങ്കിൽ

ബസിന്റെ വേഗത = $x + 10$ km/hr

ഇപ്പോൾ ബസിന്റെ വേഗത $= \frac{450}{x+10}$

ചോദ്യം അനുസരിച്ച്

$$\frac{450}{x} - \frac{450}{x+10} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{450(x+10) - 450x}{x(x+10)} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{450x + 4500 + 450x}{x(x+10)} = \frac{3}{2} \times x(x+10)$$

$$4500 \times 2 = 3x^2 + 30x$$

$$9000 = 3x^2 + 30x \div 3$$

$3000 = x^2 + 10x; x^2 + 10x - 3000 = 0$

$(x + 60)(x - 50) = 0; x = -60, 50$

-60 rejected , Hence x = 50 km/hr.

ബസിന്റെ വേഗത എത്ര = 50 km/hr.

....drvsr

Q17. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8cmവീതം വർദ്ധിപ്പിച്ചപ്പോൾ പരപ്പളവ് 1225 ച.സെ.മി ആയി. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം x എന്നെടുത്ത് ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെഒരുവശത്തിന്റെ നീളം കാണുക. വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

(സ്കോ.: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

ഉത്തരം :

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം x

വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം $x + 8$

പരപ്പളവ് $(x + 8)^2 = 1225$

$ie., x + 8 = 35$

$x = 35 - 8 = 27$

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം= 27 സെ.മി

വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം= 35 സെ.മി.

....drvsr

Q18. ചുറ്റളവ് 100 മീറ്ററും പരപ്പളവ് 600 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെനീളം

കാണുക.

ഉത്തരം : -

ചുറ്റളവ് = 100 മീറ്റർ .

നീളം + വീതി = 50 മീറ്റർ.

പരപ്പളവ് = 600 ചതുരശ്രമീറ്റർ

ie., $l \times b = 600 \rightarrow (1)$; $l + b = 50$; $l = 50 - b$

Put the value of l in equation (1)

we get $(50 - b)b = 600$;

$\Rightarrow 50b - b^2 = 600$; $\Rightarrow b^2 - 50b + 600 = 0$

$\Rightarrow (b - 30)(b - 20) = 0$; so $b = 30$ and 20

നീളം = 30m ; വീതി = 20m.

....drvsr

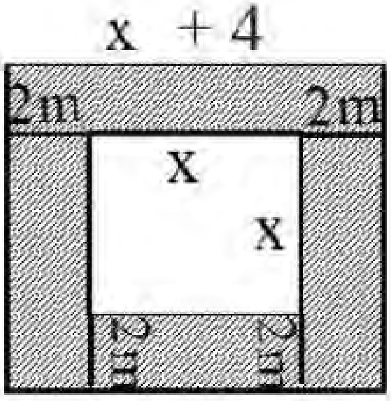
Q19. സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും പുറത്തുകൂടി 2 മീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു പാത വെട്ടിയിരിക്കുന്നു.. പാതയുടെ മാത്രം പരപ്പളവ് 116 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

ഉത്തരം : -

തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

പാതയുടെ വീതി = 2m

പാതയുൾപ്പെടെയുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ നീളം = x + 4



പാതയുടെ പരപ്പളവ് = പാതയുൾപ്പെടെയുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് -തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.

ie., $a^2 = (x + 4)^2 - x^2 = 116$

$\Rightarrow x^2 + 8x + 16 - x^2 = 116$

$\Rightarrow 8x + 16 = 116$; $\Rightarrow 8x = 116 - 16 = 100$

$x = 100/8 = 12.5m$

$\therefore$ തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = 12.5m

....drvsr

Q20. രാജുവിന് ഒരു ജോലി ചെയ്യാൻ എടുക്കുന്ന ദിവസത്തേക്കാൾ 16 ദിവസം കൂടുതൽ വേണം രവിക്ക് ആജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ. രണ്ടുപേരും ഒരുമിച്ച് ആജോലി ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ 15 ദിവസം കൊണ്ട് തീരും. രാജുവിന് ആ ജോലി തനിച്ച് തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണം?

ഉത്തരം : -

രാജുവിന് ജോലി ചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x$

രവിക്ക് ജോലി ചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x + 16$

ചോദ്യം അനുസരിച്ച്

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1(x+16)+x}{x(x+16)} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2x+16}{x^2+16x} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow 15(2x+16) = x^2 + 16x$$

$$\Rightarrow 30x + 240 = x^2 + 16x$$

$\Rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0$

$\Rightarrow (x-24)(x+10) = 0$

$\therefore x = 24 or x = -10, -10 rejected$

$Hence x = 24$

രാജുവിന് ജോലി ചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x = 24$

രവിക്ക് ജോലി ചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x + 16$

$= 24 + 16 = 40$

....drvsr

Q21. ഒരു ടങ്കിൽ വെള്ളം നിറക്കാൻ ഒരു വലിയ കുഴലും പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ ഒരു ചെറിയ കുഴലുമുണ്ട് ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് പുറത്തേയ്ക്ക് ഒഴുക്കിക്കളയാൻ എടുക്കുന്ന സമയെത്തേക്കാൾ 1 മിനിറ്റ് സമയം കുറച്ചു മതി വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് ചാങ്ക് നിറക്കാൻ. ഈ രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ചുപയോഗിച്ചാൽ 56 മിനിറ്റ്കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും. വലിയ കുഴൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയാനെടുക്കുന്ന സമയം കാണുക.

ഉത്തരം : -

ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം പുറത്തേയ്ക്ക് ഒഴുക്കിക്കളയാൻ എടുക്കുന്ന സമയം $= x$

എങ്കിൽ വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം നിറക്കാൻ വേണ്ട സമയം $= x - 1$

രണ്ടു കുഴലുകളും ഒരുമിച്ച് ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{1}{56}\Rightarrow\frac{x-(x-1)}{x(x-1)}=\frac{1}{56}$$

$$\Rightarrow\frac{x-x+1}{x^2-x}=\frac{1}{56}\Rightarrow\frac{1}{x^2-x}=\frac{1}{56}$$

$$\Rightarrow x^2-x=56\Rightarrow x^2-x-56=0$$

$$\Rightarrow(x-8)(x+7)=0$$

$$\therefore x=8 or x=-7, -7 rejected$$

$$Hence x=8.$$

ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം പുറത്തേയ്ക്ക് ഒഴുക്കിക്കളയാൻ എടുക്കുന്ന സമയം $= x = 8$ മിനിറ്റ്

വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം നിറക്കാൻ വേണ്ട സമയം $= x - 1 = 8 - 1 = 7$ മിനിറ്റ്

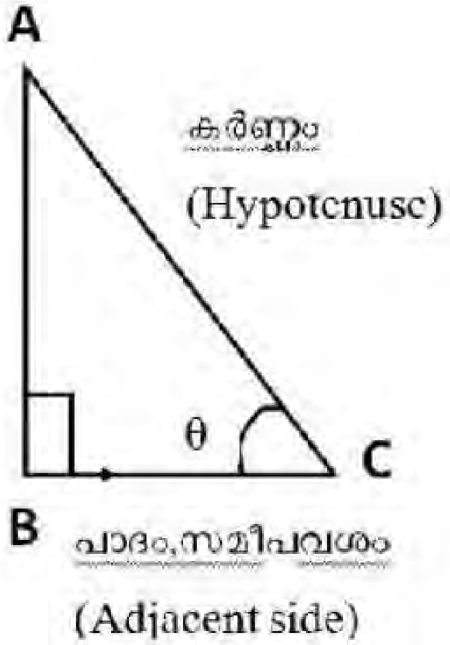
....drvsr

The End of the Chapter ....drvsr

Dr.V.S.RaveendraNath
M.Sc.,M.Ed.,Ph.D.

5. ത്രികോണമിതി.

ലംബം,
എതിർവശം
(Opposite side)



$$\text{Sin} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണംവശം}}$$

$$\text{Cos} = \frac{\text{സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം വശം}}$$

$$\text{Tan} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$

One Ancient Teacher Of History Swore At His Class.

1. കോണുകൾ45^0,45^0,90^0 വശങ്ങൾ 1: 1: √2 അംശബന്ധം
2. കോണുകൾ30^0,60^0,90^0വശങ്ങൾ 1: √3 .2 അംശബന്ധം.

Values of trigonometric functions.

Functions	0	30	45	60	90	180
Sin	0	1/2	1/√2	√3/2	1	0
Cos	1	√3/2	1/√2	1/2	0	-1
Tan	0	1/√3	1	√3	Not defined	0

....drvsr

Q1. ΔABC ൽ AB = 8 cm BC = 10 cm ∠CBA = 130° ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക?(Sin = 0.76,cos 50 = 0.64, tan 50 = 1.19),(March 2016).

ഉത്തരം :-

AB = 8cm ; BC = 10 cm ; ∠CBA = 130°

പരപ്പളവ്=

$$\frac{1}{2}acSinB$$

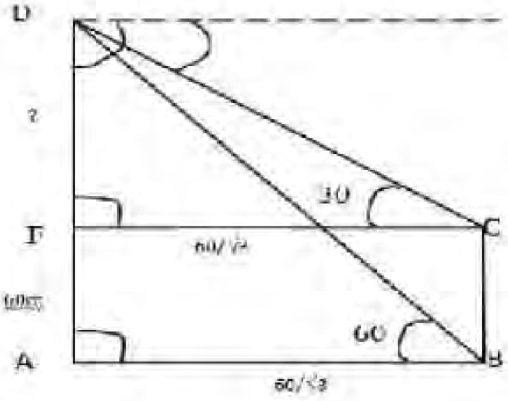
$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times 130^0 \rightarrow 5 \times 8 \times (180-130); \rightarrow 40 \times Sin50$$

$$\Rightarrow 40 \times 0.76 = 30.4cm^2$$

....drvsr

Q2.

60 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ഒരു ടവറിന്റെ മുകളിലേക്കും ചുവട്ടിലേക്കുമുള്ള കീഴ്കോണുകൾ യഥാക്രമം 30°, 60° ആണ്. ടവറിന്റെ ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഉത്തരം :-

ടവറിന്റെ ഉയരം=BC എന്നിരിക്കട്ടെ

കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം(AD) = 60m

∠ADB = 60° ;∠FCD = 30° ,

ie., എതിർവശം / സമീപ വശം = tan 60° = √3

ie., AD/AB = √3 ; AD = AB × √3 ;;

AB = AD/√3 = 60/√3

∴ CF = 60/√3 In ΔDFC, FC = 60/√3

∠C = 30° ,ie., tan 30 = opp/adj = FD/FC=1/√3

$$\frac{FD}{\frac{60}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \Rightarrow \frac{FD \times \sqrt{3}}{60} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \; FD \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \quad 60$$

ie.:

$$\Rightarrow \; FD \times 3 \quad 60 \Rightarrow FD \quad \frac{60}{3} \quad 20$$

∴ ടവറിന്റെ ഉയരം = 60 – 20 = 40 m

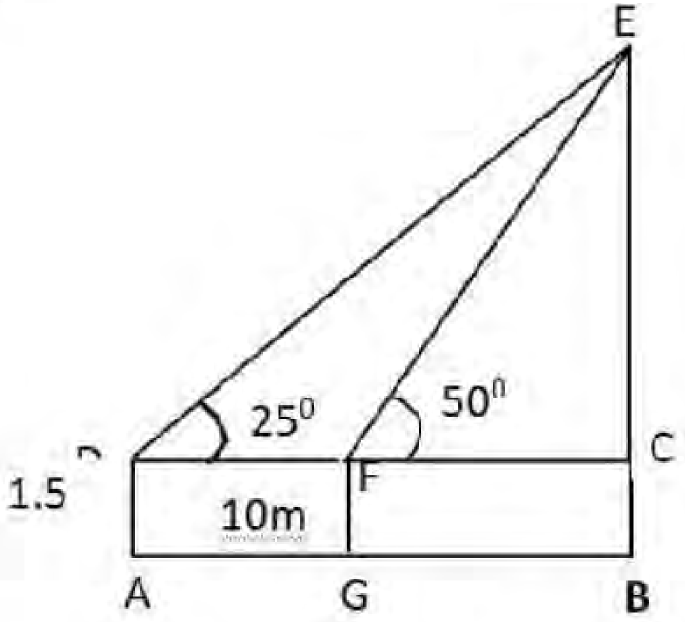
…………………………………………………………………………………………drvsr

Q3.

പുഴയോരത്തു നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി, അക്കരെയോടു ചേർന്നു നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 50° മേൽക്കോണിൽ കണ്ടു. 10 മീറ്റർ പുറകോട്ടു മാറി നോക്കിയപ്പോൾ അത് 25° മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. കുട്ടിയുടെ ഉയരം 1.5 മീറ്റർ. പുഴയുടെ വീതിയും, മരത്തിന്റെ ഉയരവും കണക്കാക്കുക.

[$\tan 25° = 0.47$, $\tan 50° = 1.19$]

ഉത്തരം :-



മരത്തിന്റെ ഉയരം = BE എന്നിരിക്കട്ടെ (BE = BC + EC)

$$EC = \frac{a \tan A \times \tan B}{\tan A - \tan B} \Rightarrow \frac{10 \tan 50 \times \tan 25}{\tan 50 - \tan 25}$$

$$= \frac{10 \times 1.19 \times 0.47}{1.19 - 0.47} = \frac{5.593}{0.768} = 7.768 \approx 7.77$$

മരത്തിന്റെഉയരം =7.77 +1.5 = 9.27മീറ്റർ

പുഴയുടെവീതി– FC എന്നിരിക്കട്ടെ

ΔECFയിൽ $\angle F = 50^0$; CF = 7.77 (given) tan 50 = opp/adv = CE/FC

Ie., $CF = FC \times 1.19 \Rightarrow 7.77 = FC \times 1.19$

$\Rightarrow FC = 7.77/1.19 \quad = 6.52\ 9m$

$\therefore$ പുഴയുടെവീതി– 6.52 9m

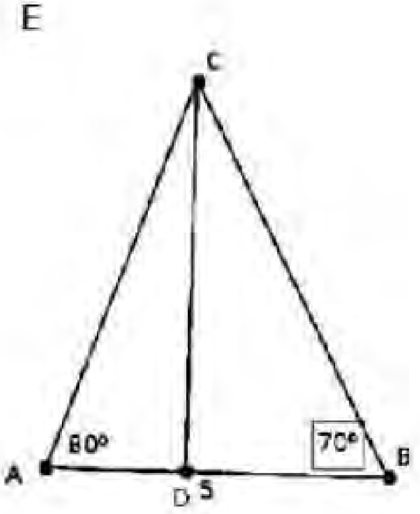
---#v#o-t\#o

Q4.

ത്രികോണം ABC യിൽ AB=5 സെ.മീ. $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരവും മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളവും കണക്കാക്കുക. (ആവശ്യമായ വിലകൾ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്ന് തെരഞ്ഞെടുത്ത് ഉപയോഗിക്കാം)

കോൺ	sin	cos	tan
70°	0.94	0.34	2.75
80°	0.98	0.17	5.67

ഉത്തരം :-



$$CD = \frac{5 \times \tan 80^0 \times \tan 70^0}{\tan 80^0 + \tan 70^0}$$

$$= \frac{5 \times 2.75 \times 5.67}{2.75 + 5.67}$$

$= 77.9625/8.42$

$= 9.26$ cm

$\sin 70^0 = CD/BC$

$BC = CD / \sin 70^0$

$= 9.26 / .94 = 9.85$ cm

$AC = CD / \sin 80^0$

$= 9.26 / .98$

$= 9.45$ cm

പരിവൃത്ത വ്യാസം $= AB/\sin 30^0$

$= 5 / .5$

$= 10$

പരിവൃത്ത ആരം $= 5$ cm

....drvsr

Q5.

ഗോപിയും ഗൗതമും ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായാണ് നിൽക്കുന്നത്. കുട്ടികളും ഗോപുരവും ഒരേ വരയിലുമാണ്. ഗോപി, ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 36° മേൽക്കോണിലും ഗൗതം 52° മേൽക്കോണിലും കാണുന്നു. കുട്ടികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 60 മീറ്ററാണ്.

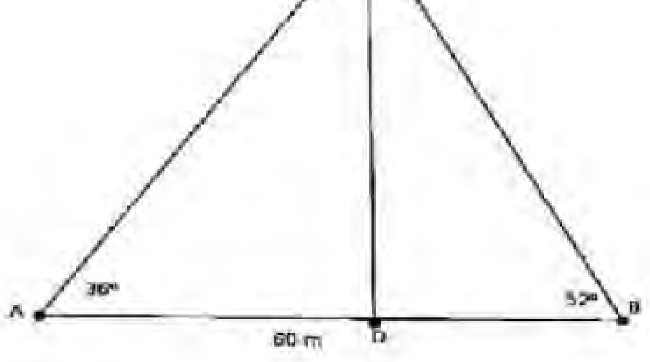
a) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

b) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.
(കുട്ടികളുടെ ഉയരം പരിഗണിക്കേണ്ടതില്ല. ആവശ്യമായ വിലകൾ ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്ന് എടുക്കാം)

കോൺ	sin	cos	tan
36°	0.59	0.81	0.72
52°	0.79	0.62	1.28

ഉത്തരം :-

(a)



(b) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം = CD

$$CD = 60 \frac{\tan 36^0 \times \tan 52^0}{\tan 36^0 + \tan 52^0}$$

$$= 60 \frac{0.72 \times 1.28}{0.72 + 1.28}$$

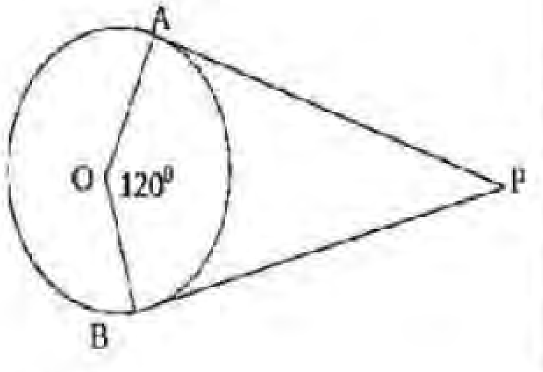
= 55.296/2

= 27.65 m

ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം = 27.65 m

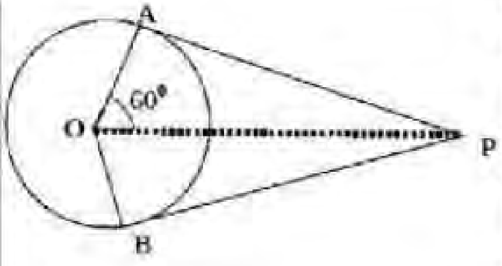
....**drvsr**

Q6.



ചിത്രത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 സെ. മീ. അകലെയാണ്. P യിൽനിന്നുള്ള തൊട്ടുവരകളാണ് PA, PB എന്നിവ. വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും തൊട്ടുവരകളുടെ നീളവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം :-



$\Delta OAP \equiv \Delta OBP$ (3 വശങ്ങളും യഥാക്രമം തുല്യമായ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ)

$\angle POA = 60^0$

$\text{Sin}\angle POA = \frac{AP}{OP} \Rightarrow \text{Sin } 60^0 = \frac{AP}{6}$

ie $\sqrt{3}/2 = \frac{AP}{6} \Rightarrow 2AP = 6 \times \sqrt{3}$

$\therefore AP = 3\sqrt{3}$

∴ സ്പർശരേഖയുടെ നീളം = $3\sqrt{3}$ സെ. മീ.

$\text{Cos}\angle POA = \frac{OA}{OP} \Rightarrow \text{Cos } 60^0 = \frac{OA}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OA}{6}$

∴ $2OA = 6 \times 1 \Rightarrow OA = 3$ ⇒ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 3 സെ. മീ.

....drvsr

Q7.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം 6 സെ. മീറ്ററും 5 സെ. മീറ്ററു മാണ്. അവയുടെ ഇടയിലുള്ള കോൺ 50^0 ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്? ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക. [$\text{Sin } 50^0 = 0.77$, $\text{Cos } 50^0 = 0.64$, $\tan 50^0 = 1.19$]

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}\ bc\text{Sin}A = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times \text{Sin } 50^0$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times 0.77 = 3 \times 5 \times 0.77$

$= 11.55$ ച. സെ. മീ.

മൂന്നാമത്തെ വശം a ആയാൽ;

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \text{Cos } 50^0$

$= 36 + 25 - 60 \times 0.64 = 61 - 38.4$

$= 22.6$

∴ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം = $\sqrt{(22.6)} \approx 4.75$ സെ. മീ.

....drvsr

Q8

ഒരു ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിൽക്കുന്ന 1.7 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ 50 മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ടവറിന്റെ മുകളിൽ കയറി നോക്കിയപ്പോൾ അത് 50^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്.

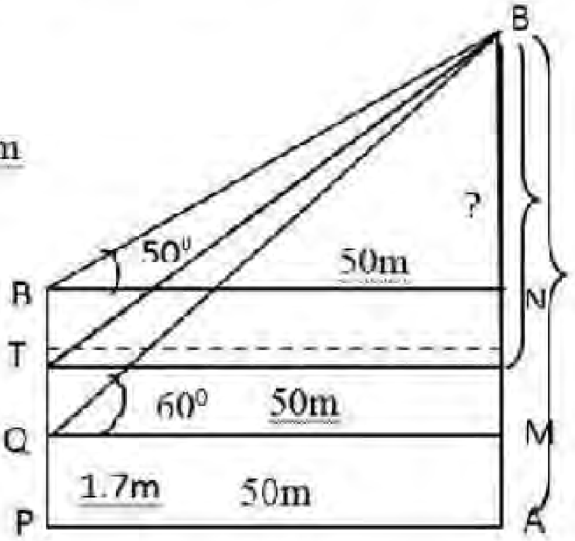
തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ വച്ച് ഒരു ഏകദേശചിത്രം വരക്കുക.

ടവറിന്റേയും കെട്ടിടത്തിന്റേയും ഉയരം കണക്കാക്കുക.

$\sin 50^0 = 0.77$, $\cos 50^0 = 0.64$, $\tan 50^0 = 1.19$

$\sin 60^0 = 0.87$, $\cos 60^0 = 0.50$, $\tan 60^0 = 1.73$

ഉത്തരം :



മനുഷ്യന്റെ ഉയരം PQ = TR = 1.7m

MN = QR

ഇവിടെ AN = PR

ടവർ = PT

കെട്ടിടം – AB (BM + 1.7m)

NM = QR – PT

In ΔBMQ, $\angle Q = 60^0$.

Tan 60 = opp./adj = BM /QM = 1.73,

BM / 50 = 1.73, $\Rightarrow$ BM = 1.73 × 50 = 86.5m

∴ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = BM + 1.7 = 86.5 + 1.7 = 88.2m.

In ΔBNR , RN = 50m, $\angle R = 50$;

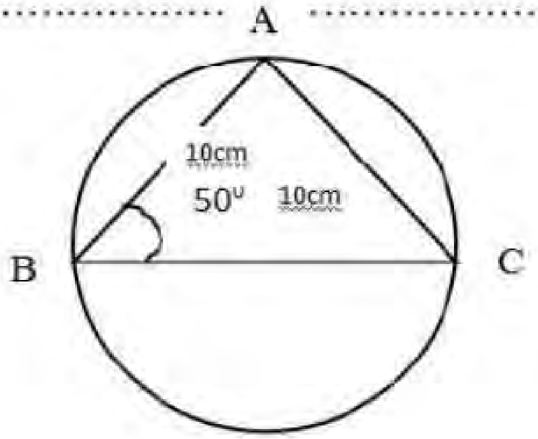
Tan 50 = opp./adj , BN / RN = 1.19, ie., BN / 50 = 1.19

BN = 1.19×50 = 59.5m

$\therefore$ ടവറിന്റെഉയരം(PT) = BM – BN = 86.5 – 59.5 = 27m.

………………………………… ………………………………drvsr

Q9.

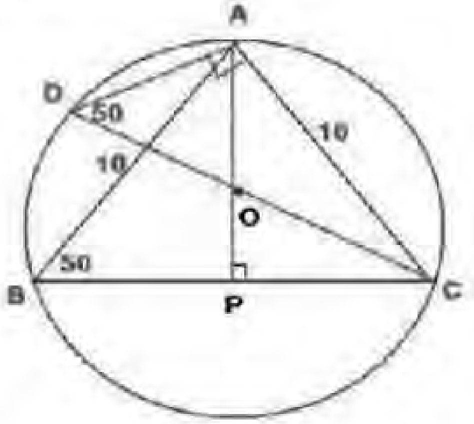


a) BC യുടെ നീളംകാണുക !

b) വൃത്തത്തിന്റെവ്യാസംകണക്കാക്കുക?

sin50 = 0.77, cos50 = 0.64, tan50 = 1.19. (March 2013)

ഉത്തരം :-



ABC സമപാർശ്വ ത്രികോണം , $\angle B$ $\angle C$ 50^0

In ΔADC , $\angle A = 90^0$ (Angle in semi circle)

In ΔABP , $\angle A = 180 - (50 + 90) = 40^0$.

In ΔADO സമപാർശ്വ ത്രികോണം. $\angle D = \angle A = 40 + 10 = 50$

In ΔABP , $\angle B = 50^0$.

Cos 50 – adj / hyp – BP/AB – 0.64. (given)

ie., BP /10 = 0.64 , Hence BP = $0.64 \times 10 = 6.4$.

$\therefore$ BC = $6.4 \times 2 = 12.4$ (AP midpoint)

b) In ΔCDA , $\angle D = 50$, DC = diameter.

Sin 50 – opp. / hpy. – AC/DC – 0.77 ,,ie., 10/DC – 0.77

Hebce DC = 10/0.77 = 12.987 = 12.99.

$\therefore$ വ്യാസം = DC = 12.99cm. ....drvsr

Q10. ഒരുകൊട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിൽക്കുന്ന ഹരി അകലെയുള്ളഒരുടവറിന്റെമുകൾ ഭാഗത്തെ50^0മേൽകോണിലുംകീഴ് ഭാഗത്തെ20^0 കീഴ്കോണിലുംകാണുന്നു. ഹരി യുടെഉയരം 1.6 മീറ്ററുംഹരി നിൽക്കുന്ന കെട്ടിടത്തിന്റെഉയരം 9.2 മീറ്ററുമാണ്.

a) തന്നിട്ടുള്ളവിവരങ്ങളെഅടിസ്ഥാനമാക്കിഒരു ഏകദേശചിത്രംവരക്കുക?

b)കെട്ടിടത്തിൽ നിന്നും എത്ര അകലെയാണ്ടവർ?

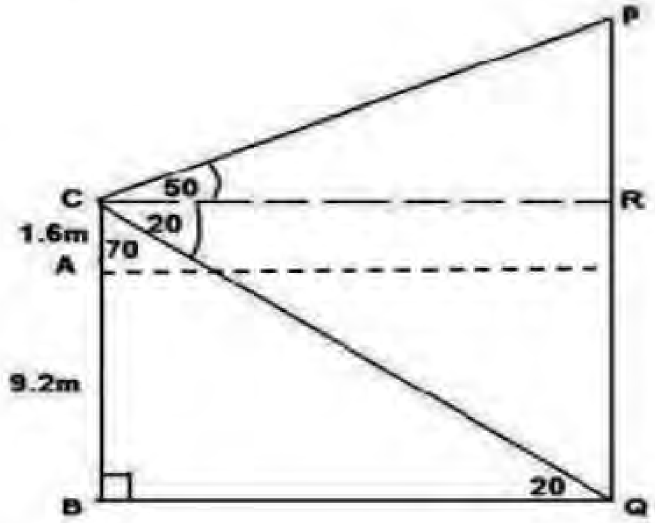
c)ടവറിന്റെഉയരംകാണുക?

sin 20 = 0.34, cos 20 = 0.94, tan 20 = 0.36,

sin 50 = 0.77, cos 50 = 0.64, tan 50 = 1.19. (March 2013)

ഉത്തരം :-

a) .



b) ഹരിയുടെഉയരം= AC = 1.6m.

AB കൊട്ടിടത്തിന്റെഉയരംഎന്നിരിക്കെട്ടെ.

PQ ടവറിന്റെഉയരംഎന്നിരിക്കെട്ടെ.

In ΔCBQ ,$\angle Q = 20^0$. tan 20 = opp./adl = BC/BQ = 0.36 (given)

BC = BA + AC = 9.2 + 1.6 = 10.8

$\Rightarrow$ 10.8/BQ = 0.36; $\Rightarrow$BQ$\times$ 0.36 = 10.8 ;$\Rightarrow$BQ = 10.8 /0.36 = 30.

∴ കെട്ടിടത്തിൽ നിന്നുംടവർ ലേക്കുള്ള അകലം = 30 മീറ്റർ

ടവറിന്റെഉയരംPQ = PR + QR or PR + BC ; CR = 30

In ΔPRC ,$\angle C = 50$, tan 50 = oop. / adj = PR / CR = 1.19(given)

ie., PR / 30 = 1.19 ; $\Rightarrow$ PR = 30 $\times$ 1.19 = 35.7m

∴ ടവറിന്റെഉയരംPQ = PR + BC = 35.7 + 10.8 = 46.5 m

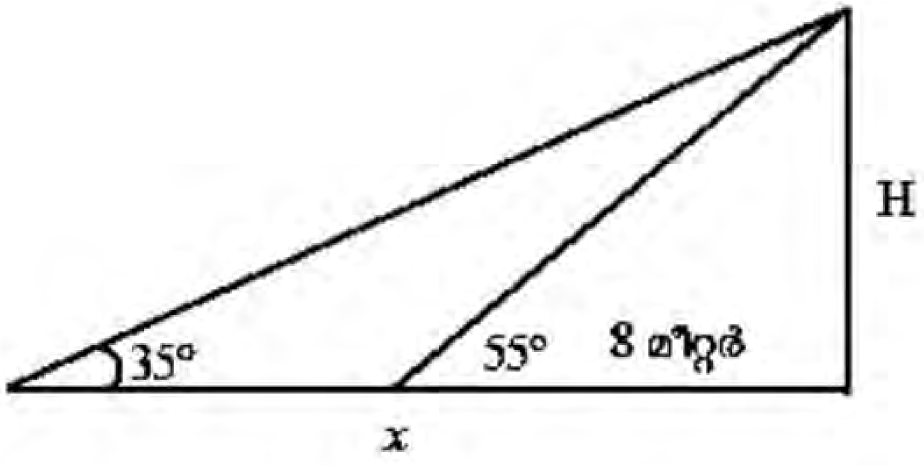
....drvsr

Q11

സൂര്യൻ 55^0 മേൽക്കോണിൽ കാണപ്പെടുമ്പോൾ ഒരു മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 8 മീറ്റർ നീളമുണ്ട്. സൂര്യൻ 35^0 മേൽക്കോണിൽ കാണപ്പെടുമ്പോൾ ഈ മരത്തിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും?

[sin 55^0 = 0.82, cos 55^0 = 0.57, tan 55^0 = 1.43, sin 35^0 = .57, cos 35^0 = 0.82 tan 35^0 = 0.7]

ഉത്തരം :-



$$\tan 55^\circ = \frac{H}{8}$$

$$1.43 = \frac{H}{8}$$

$$H = 11.44 \text{ മീറ്റർ}$$

$$\tan 35^\circ = \frac{H}{x}$$

$$x = \frac{11.44}{0.7}$$

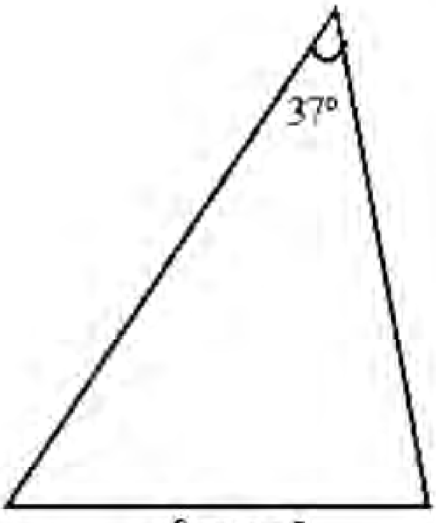
$$= 16.34 \text{ മീറ്റർ}$$

+

……………………………………………………………………………………drvsr

12 സെന്റിമീറ്റർ വ്യാസമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കട്ടിക്കടലാസിൽ നിന്നും ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററും അതിന്റെ എതിർകോൺ 37° യുമായ ഒരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? [$\sin 37^\circ = 0.6$; $\cos 37^\circ = 0.8$, $\tan 37^\circ = 0.75$]

ഉത്തരം :-



ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം

$$= \frac{8}{\text{Sin } 37^\circ}$$

$$= \frac{8}{0.6} = 13.3 \text{ സെ.മീ.}$$

ഇങ്ങനെയൊരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 13.3 സെ.മീ.യോ അതിൽ കൂടുതലോ ആകണം.

12 സെ.മീ. വൃത്തത്തിൽ നിന്നും ഈ ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമല്ല.

Q13.

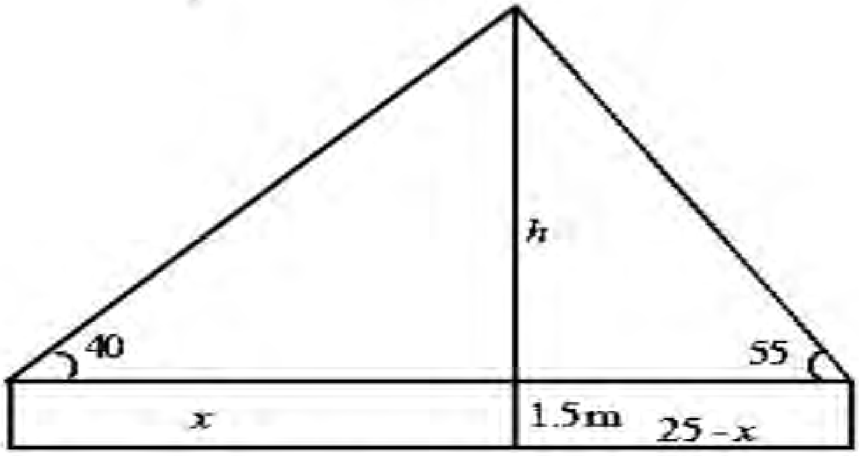
ഒരേ ഉയരമുള്ള രണ്ട് കുട്ടികൾ ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ ഇരുഭാഗത്തായി നിന്ന് ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40°, 55° മേൽകോണുകളിൽ കാണുന്നു. കുട്ടികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 25 മീറ്ററും കുട്ടികളുടെ ഉയരം 1.5 മീറ്ററും ആണ്. (5)

a) ഒരു ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

b) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

[$\sin 40° = 0.64$, $\sin 55° = 0.82$, $\cos 40° = 0.77$, $\cos 55° = 0.57$, $\tan 40° = 0.84$, $\tan 55° = 1.43$]

ഉത്തരം :-



ഏദകദേശം ചിത്രം വരക്കുന്നതിന്

$$h = x \tan 40° = 0.84x$$

$$h = (25 - x) \tan 55°$$

$$= (25 - x)\, 1.43$$

$$1.43x + 0.84x = 25 \times 1.43$$

$$x = \frac{25 \quad 1.43}{2.27}$$

$$= 15.75 \text{ മീറ്റർ}$$

$$h = 15.75 \times 0.84$$

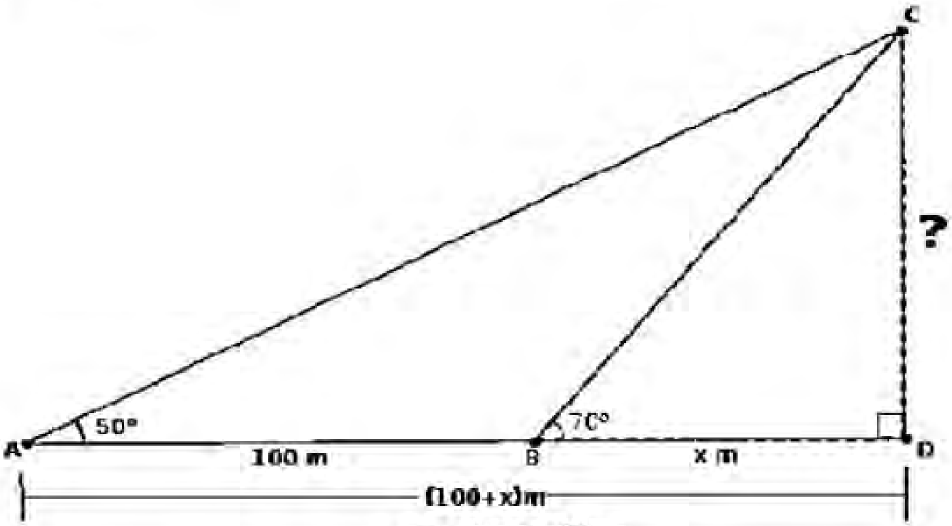
$$= 13.23$$

$$\text{ഗോപുര ഉയരം} = 13.23 + 1.5 = 14.73 \text{ മീറ്റർ}$$

Q14.

നിരപ്പായ ഒരു സ്ഥലത്തുനിന്ന് ഒരാൾ, അകലെയുള്ള ഒരു കുന്നിന്റെ മുകൾഭാഗം 70° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. 100 മീറ്റർ പുറകോട്ട് മാറിയപ്പോൾ, അതുതന്നെ 50° മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. $\tan 70^\circ \approx 2.8$ എന്നും $\tan 50^\circ \approx 1.2$, എന്നുമെടുത്ത് കുന്നിന്റെ ഉയരം ഏകദേശം എത്ര മീറ്ററാണെന്നു കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം :-



ഏകദേശ ചിത്രം

ചിത്രത്തിൽ CD കുന്നിനേയും , PQ ടവറിനേയും , B കുന്നിനെ നോക്കുന്ന ആദ്യ സ്ഥാനത്തേയും A , 100 മീറ്റർ പുറകോട്ട് മാറി കുന്നിനെ നോക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ സ്ഥാനത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിലെ CD യാണ് കണക്കാക്കേണ്ടത്.

$<DBC = 70^\circ$, $<DAC = 50^\circ$ എന്നിവയാണ് തന്നിട്ടുള്ള മേൽക്കോണുകൾ.

AB = 100m എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്. BD = x m എന്ന് കരുതിയാൽ AD = (100 + x) m

ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ CBD യിൽ നിന്നും CD , BD എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

$$\tan 70 = CD / BD$$

$$2.8 = CD / x$$

$$\therefore \ CD = 2.8\,x \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

കൂടാതെ Δ ADC യിൽ നിന്നും CD , AD എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

$$\tan 50 = CD / AD$$

$$1.2 = CD / (100 + x)$$

$$1.2 \times (100 + x) = CD$$

$$(1.2 \times 100) + (1.2 \times x) = CD$$

$$(1.2 \times 100) + (1.2 \times x) = CD$$

$$120 + 1.2x = CD \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(2) ൽ (1) ആരോപിച്ചാൽ

$$120 + 1.2x = 2.8x$$

$$2.8x - 1.2x = 120$$

$$1.6x = 120$$

$$x = 120/1.6 = 1200/16 = 75$$

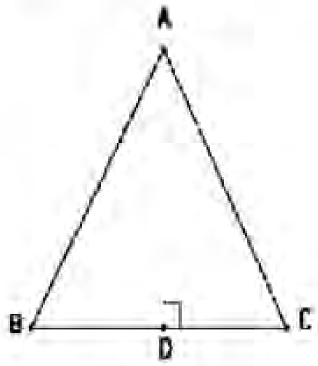
x = 75 എന്ന വില (1) ൽ ആരോപിച്ചാൽ <u>**കുന്നിന്റെ ഉയരം**</u> = CD = 2.8 x = 2.8 x 75 = <u>**210 മീറ്റർ**</u> (ഏകദേശം)

.... drvsr

Q15.

ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ കോണുകളെല്ലാം 90° -യേക്കാൾ ചെറുതാണ്. BC -യുടെ നീളം a എന്നെടുത്ത് ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{a^2 \tan B \tan C}{2(\tan B + \tan C)}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം :-



BC=a

∠A, ∠B, ∠C < 90°

ചിത്രത്തിലെ മട്ട △ ADB യിൽ നിന്നും tanB = AD/BD $\therefore$ BD = AD / tanB .... (1)

മട്ട △ ADC യിൽ നിന്നും tanC = AD/CD $\therefore$ CD = AD / tanC .... (2)

(1) + (2) → BD + CD = AD / tanB + AD / tanC

$\therefore$ BC = (AD tanC + AD tanB) / tanB x tanC (BD + CD = BC)

$\therefore$ a = AD (tanC + tanB) / tanB x tanC (BC = a ആണ്)

$\therefore$ AD = a x tanB x tanC / (tanB + tanC)

ചിത്രത്തിലെ △ ABC യുടെ പരപ്പളവ് = ½ x BC x AD (½ x പാദം x ഉയരം)

= ½ x a x a x tanB x tanC / (tanB + tanC)

= $\underline{a^2 \tan B \tan C / 2(\tan B + \tan C)}$

....drvsr

Q16.

△ABC യിൽ ∠A = 40°, BC = 8 സെ.മീ.
ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക.
[Sin 40 = 0.64]

(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിറ്റ്)

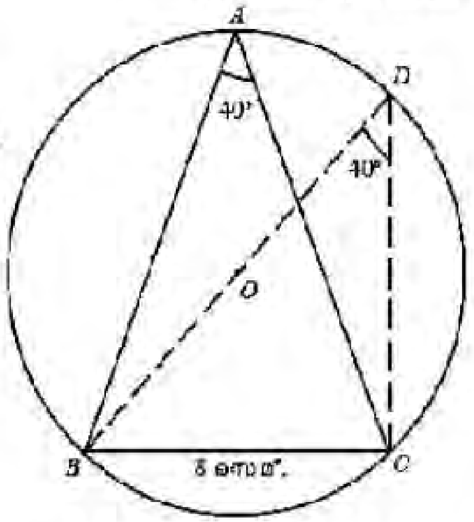
■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസം BD വരച്ച്, CD യോജിപ്പിക്കുക.

ABCD യിൽ ∠D = 40°

$$\sin 40 = \frac{BC}{BD} = \frac{8}{BD}$$

$$BD = \frac{8}{\sin 40} = \frac{8}{0.64} = 12.5 \text{ സെ.മീ}$$



....drvsr

Q17

Δ ABC യിൽ AB = 10 സെ.മീ., AC = 6 സെ.മീ., $\angle A = 70^\circ$

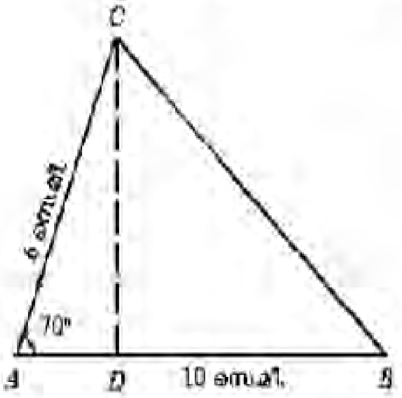
(a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(b) BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

[$\cos 70^\circ = 0.34$; $\sin 70^\circ = 0.94$]

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക



$$\sin 70^\circ = \frac{CD}{6}$$

$$CD = 6 \times \sin 70$$

$$= 6 \times 0.94 = 5.64 \text{ സെ.മീ.}$$

$$\cos 70^\circ = \frac{AD}{6}$$

$$AD = 6 \times \cos 70^\circ = 6 \times 0.34 = 2.04 \text{ സെ.മീ.}$$

$$BD = 10 - 2.04 = 7.96 \text{ സെ.മീ.}$$

$$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{(5.64)^2 + (7.96)^2}$$

$$= \sqrt{31.81 + 63.36} = \sqrt{95.17} \text{ സെ.മീ.}$$

....drvsr

Q18.

ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ദൂരെയുള്ള 40 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 55° കീഴ്കോണിലും മുകളറ്റം 35° കീഴ് കോണിലും കാണുന്നു.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) ഗോപുരത്തിന് ചുവട്ടിൽ നിന്നും കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം കണക്കാക്കുക.

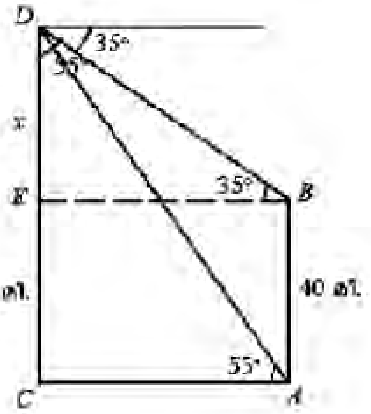
(c) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

[$\tan 55^\circ = 1.43$; $\tan 35^\circ = 0.7$]

■ ഉത്തരസൂചിക

ഗോപുരം ⇒ $CD = 40 + x$

കെട്ടിടം ⇒ AB



ΔBED യിൽ

$$\tan 35^\circ = \frac{x}{BE}$$

$$BE = \frac{x}{\tan 35^\circ} \qquad (1)$$

ΔACD യിൽ

$$\tan 55^\circ = \frac{40 + x}{AC}$$

$$AC = \frac{40 \quad x}{\tan 55^\circ}$$

$$BE = AC \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{40 \quad x}{\tan 55^\circ} \qquad (1)$$

$$x \tan 55^\circ = (40 + x) \tan 35^\circ$$

$$x (\tan 55^\circ - \tan 35^\circ) = 40 \tan 35^\circ$$

$$x = \frac{40 \quad \tan 35^\circ}{\tan 55^\circ \quad \tan 35^\circ}$$

$$= \frac{40 \times 0.7}{1.43 - 0.7}$$

$$= \frac{28}{0.73} = 3835$$

ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം $= CD = 40 + x$

$= 40 + 38.35 = 78.35$ മീറ്റർ

കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം $= BE = \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{38.35}{0.7}$

$= 54.8$ മീറ്റർ

Q19.

80 മീറ്റർ വീതിയുള്ള ഒരു പുഴയിൽ ഒരു ടവർ കുത്തനെ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്നു. പുഴയുടെ ഇരു തീരങ്ങളിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ അഗ്രം 55°, 65° മേൽകോണുകളിലാണ് കാണുന്നത്.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

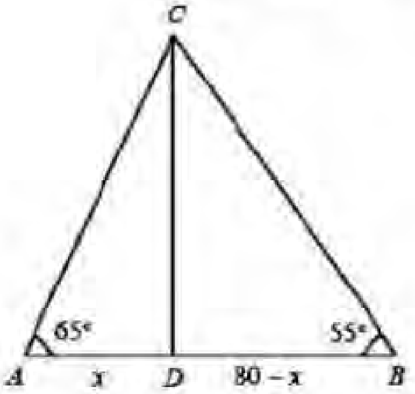
(b) ജലനിരപ്പിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ മുകളറ്റത്തേക്ക് എത്ര ഉയരം കാണും?

(c) ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും ഓരോ തീരത്തേക്കും എത്ര ദൂരം കാണും?

[$\tan 55^\circ = 1.43$; $\tan 65^\circ = 2.14$]

(സ്കോർ 5, സമയം 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക



ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

$$CD = x \tan 65^\circ$$

$$CD = (80 - x) \tan 55^\circ$$

$$x \tan 65^\circ = (80 - x) \tan 55^\circ$$

$$x \tan 65^\circ + x \tan 55^\circ = 80 \tan 55^\circ \quad (1)$$

$$x = \frac{80 \tan 55^\circ}{\tan 65^\circ + \tan 55^\circ}$$

$$= \frac{80 \times 1.43}{2.14 + 1.43} = \frac{114.4}{3.57} = 32 \text{ മീറ്റർ} \quad (1)$$

$$CD = x \tan 65^\circ$$

$$= 32 \times 2.14$$

$$= 68.48 \text{ മീറ്റർ}$$

ടവറിന്റെ ഉയരം = 68.48 മീറ്റർ

ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ ഒരു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം, $x = 32$ മീറ്റർ

മറു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം = 80 – 32 = 48 മീറ്റർ

Q20.

പുഴയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറുതീരത്ത് നിന്ന് ഒരാൾ 70° മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ 20 മീറ്റർ കൂടി പുറകിലോട്ട് നീങ്ങി നോക്കിയപ്പോൾ മരത്തിന്റെ അഗ്രം 55° മേൽകോണിലാണ് കാണുന്നത്. ആളുടെ ഉയരം 1.4 മീറ്റർ ആണ്.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

(c) പുഴയുടെ വീതി കണക്കാക്കുക

[tan 70° − 2.75; tan 55° − 1.43]

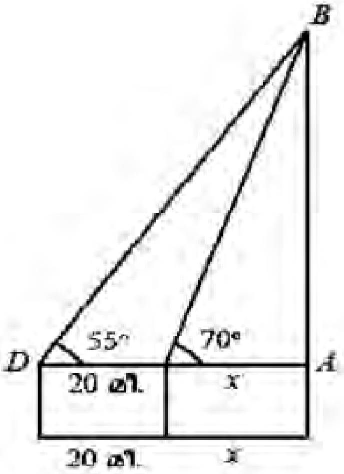
■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔABC യിൽ

$$\tan 70^\circ = \frac{AB}{x}$$

$$AB - x \tan 70^\circ$$

ΔABD യിൽ



$$\tan 55^\circ = \frac{AB}{x \quad 20}$$

$$AB = (x + 20) \tan 55^\circ$$

$$x \tan 70^\circ = (x + 20) \tan 55^\circ$$

$$x \tan 70^\circ = x \tan 55^\circ \mid 20 \tan 55^\circ$$

$$x (\tan 70^\circ - \tan 55^\circ) = 20 \tan 55^\circ$$

$$x = \frac{20 \quad \tan 55^\circ}{\tan 75^\circ \quad \tan 55^\circ}$$

$$= \frac{20 \quad 1.43}{2.75 \quad 1.43} = \frac{28.6}{1.32} = 21.67$$

$AB = x \tan 70 = 21.67 \times 2.75 = 59.59$ മീറ്റർ

മരത്തിന്റെ ഉയരം $= 59.59 \mid 1.4 = 60.99$ മീറ്റർ

പുഴയുടെ വീതി − 21.67 മീറ്റർ

....drvsr

Q21.

നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ടു കെട്ടിടങ്ങൾക്കിടയിൽ 20 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 50° കീഴ്ക്കോണിലും, വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 25° മേൽകോണിലും കാണുന്നു

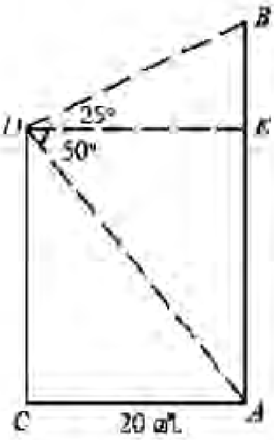
(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

(c) വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

[tan 50 = 1.2, tan 25 = 0.4]

■ **ഉത്തരസൂചിക**



ΔADE യിൽ

$$\tan 50^\circ = \frac{AE}{DE}$$

$$AE = 20 \times \tan 50^\circ$$

$$= 20 \times 1.2 = 24 \text{ മീറ്റർ}$$

ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = 24 മീറ്റർ

ΔBED യിൽ

$$\tan 25^\circ = \frac{BE}{20}$$

$$BE = 20^\circ \times \tan 25^\circ$$

$$= 20 \times 0.47 = 9.4 \text{ മീറ്റർ}$$

വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = 24 + 9.4

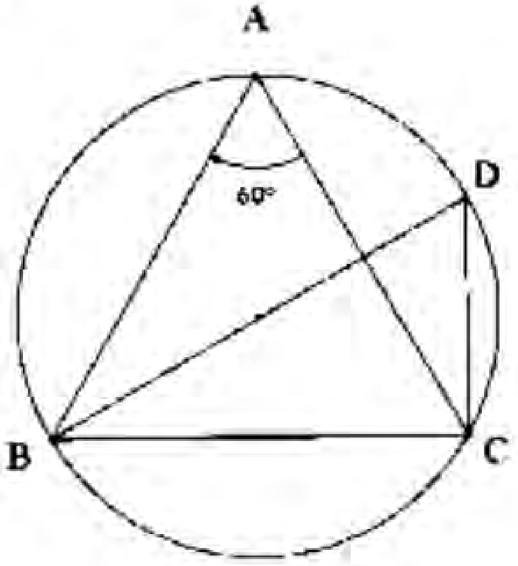
= 33.4 മീറ്റർ

....drvsr

Q22.

ഒരു കോൺ 60° യും അതിന്റെ എതിർ വശം 4 സെന്റിമീറ്ററും ആയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം



ചിത്രത്തിൽ $\sin 60 = \dfrac{4}{BD}$

$$BD = \frac{4}{0.8660} = 4.62 \text{ cm}$$

ആരം $= 2.31$ cm

Q23.

ചിത്രത്തിൽ

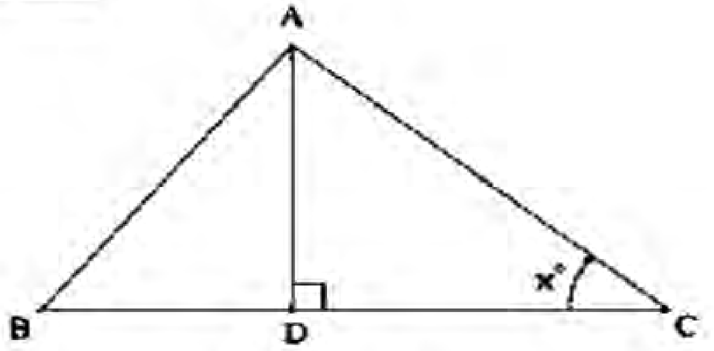
$\angle BAC = 90^\circ$, $AD = 6cm$, $CD = 9cm$,

$\angle ACD = x$

(a) $\tan x$ എത്ര?

(b) $\angle BAD$ എത്ര? (c) BD എത്ര?

ഉത്തരം



(a) $\tan x = \frac{AD}{DC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(b) x

(c) $\tan x = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{6}$

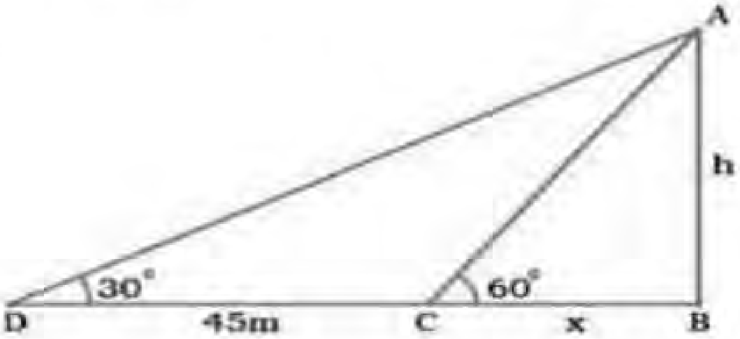
$$\frac{2}{3} = \frac{BD}{6}$$

$$BD = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ cm}$$

....drvsr

Q24.

സൂര്യൻ 30° മേൽ കോണിൽ കാണുമ്പോൾ ഒരു നിരപ്പായ തറയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന ടവറിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം സൂര്യൻ 60° മേൽ കോണിൽ കാണുമ്പോഴുള്ള അതേ ടവറിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളത്തേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ ടവറിന്റെ ഉയരം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഉത്തരം

ത്രികോണം ABD യിൽ

$$\frac{AB}{BD} = \tan 30$$

$$\frac{h}{45+x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = (\sqrt{3}h - 45) \quad \ldots(1)$$

ത്രികോണം ABC യിൽ

$$\frac{AB}{BC} = \tan 60$$

$$\frac{h}{x} = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad \ldots(2)$$

സമവാക്യം (1) ; (2) ൽ നിന്ന്

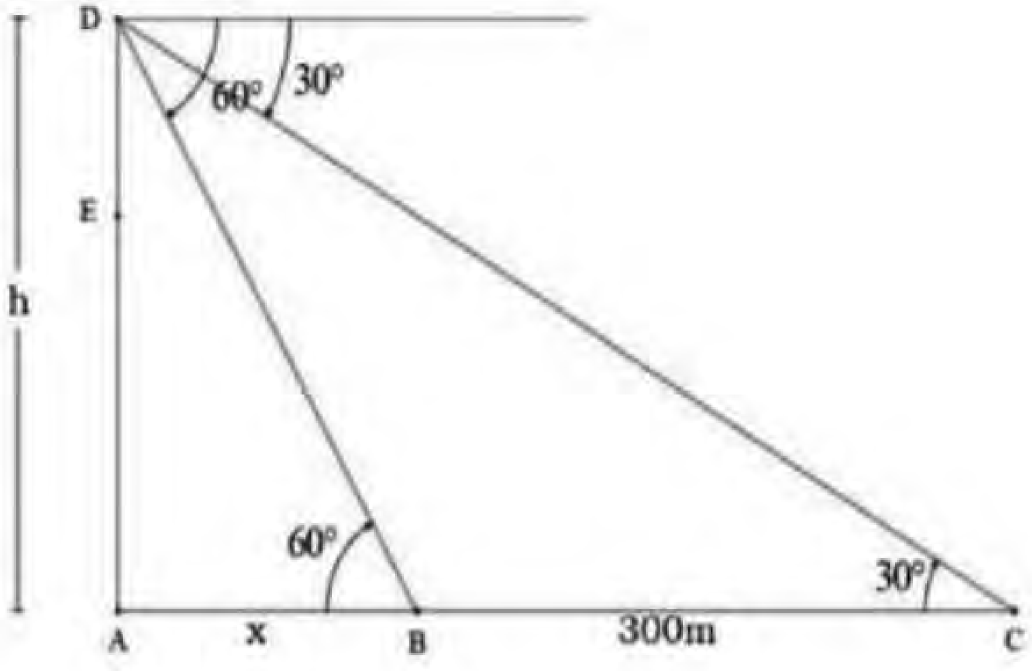
$$(\sqrt{3}h - 45) = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad \text{or} \quad h = \underline{\underline{38.97m}}$$

Q25

കടൽത്തീരത്തിന് സമീപമുള്ള ഒരു ചെങ്കുത്തായ പാറക്കെട്ടിൽ നിർമ്മിച്ച ഒരു ദീപസ്തംഭത്തിന് മുകളിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു പെൺകുട്ടി ദീപസ്തംഭത്തിന്റെ കിഴക്കുഭാഗത്തുള്ള രണ്ട് ബോട്ടുകൾ

$30^0, 60^0$ എന്നീ കീഴ്ക്കോണുകളിൽ വീക്ഷിക്കുന്നു. രണ്ട് ബോട്ടുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 300 മീ. സമുദ്രനിരപ്പിൽ നിന്ന് ദീപസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം എന്തായിരിക്കും? (ദീപസ്തംഭവും ബോട്ടുകളും ഒരേ നേർ രേഖയിലാണ്.)

ഉത്തരം



ΔABD യിൽ

$$\tan 60^\circ = \frac{AD}{AB}$$

$$AB = \frac{AD}{\tan 60^\circ}$$

$$x = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

ΔACD യിൽ

$$\tan 30^\circ = \frac{AD}{AC}$$

$$AC = \frac{AD}{\tan 30^\circ}$$

$$x + 300 = \frac{h}{\tan 30^\circ}$$

$$x + 300 = h\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad \frac{h}{\sqrt{3}} + 300 = h\sqrt{3}$$

$$h + 300\sqrt{3} = 3h$$

$$2h = 300\sqrt{3}$$

$$h = 150\sqrt{3}$$

$$= \underline{\underline{259.8m}}$$

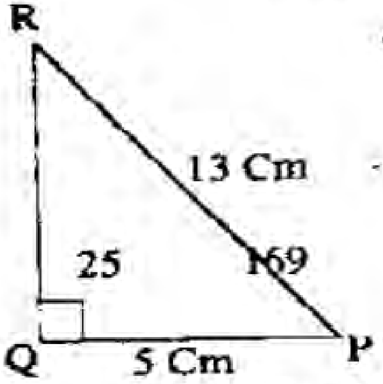
....drvsr

Q26.

7. ΔPQR, $\angle Q = 90^\circ$, $PQ = 5cm$, $PR = 13cm$, ആയാൽ $1 + Cot^2 R = Cosec^2 R$ ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

Ans: $QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2} = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$



$\text{cosec } R = \frac{PR}{QR} = \frac{13}{12}$

$\text{Cot } R = \frac{PQ}{QR} = \frac{5}{12}$

$\left(\frac{5}{12}\right)^2$

$= 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144}$

$\text{cosec}^2 R = \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144}$

$\therefore 1 + \cot^2 R = \underline{\text{Cosec}^2 R}$

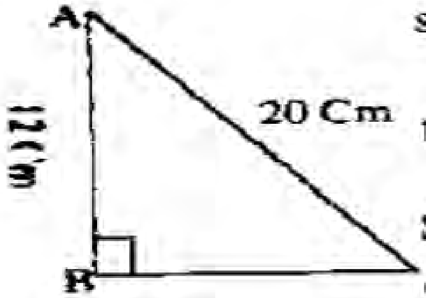
....drvsr

Q27

8. ΔABC-യിൽ $\angle B = 90^\circ$, $AB = 12cm$, $AC = 20cm$ ആയാൽ $\sec^2 C - \tan^2 C = 1$ എന്നത് ശരിയോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

Ans: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{20^2 - 12^2}$

$= \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16cm$



$\sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{20}{16}$

$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{16}$

$\sec^2 C - \tan^2 C = \left(\frac{20}{16}\right)^2 - \left(\frac{12}{16}\right)^2$

$= \frac{400}{256} - \frac{144}{256} = \frac{400 - 144}{256}$

$= \frac{256}{256} = \underline{\underline{1}}$

....drvsr

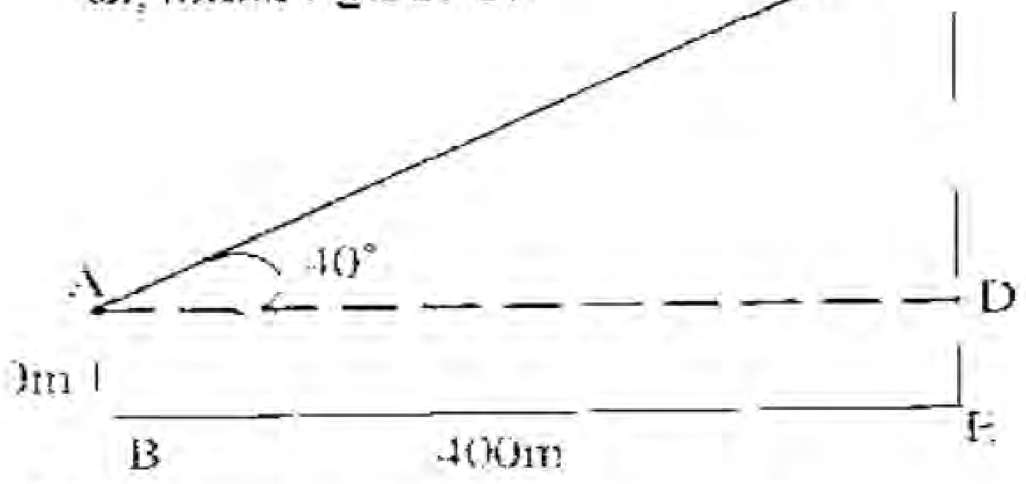
Q28.

10 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കുമ്പോൾ ഒരു കുന്നിന്റെ മുകൾഭാഗം 40° മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കുന്നിന്റെ ചുവട്ടിലേയ്ക്കുള്ള തിരശ്ചീന അകലം 400 മീറ്റർ കുന്നിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക. നോക്കുന്ന ആളിന്റെ ഉയരം പരിഗണിക്കേണ്ടതില്ല **(Sin 40 = .64: Cos 40=.77: tan 40 = .84)**

Ans:

കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം AB

കുന്നിന്റെ ഉയരം CE



$$\frac{CD}{AD} = \tan A \qquad CD = AD \times \tan A$$

$$CD = 400 \times \tan 40 = 400 \times .84 = 336$$

കുന്നിന്റെ ഉയരം $= CE = CD + DE$

$= 336 + 10 = 346$ms.

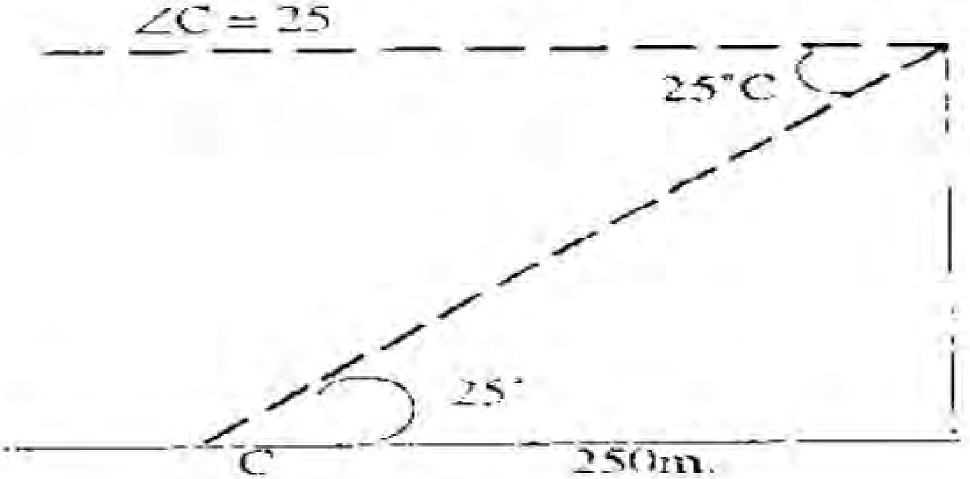
……………………………………………drvsr

Q29.

9. ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കുമ്പോൾ താഴെ നിരപ്പായ തലത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന ഒരു വാട്ടർ ടാങ്ക് **25°** കീഴ് കോണിൽ കാണുന്നു. വാട്ടർടാങ്ക് കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 250 മീറ്റർ അകലെയായാൽ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക . **(Sin 25 = .4226; Cos 25 = .9063; tan 25 = .4663)**

Ans:

AB കെട്ടിടവും C വാട്ടർ ടാങ്കുമാണ്.



$$\frac{AB}{BC} = \tan C$$

$\Rightarrow AB = BC \times \tan C$

$\Rightarrow AB = 250 \times \tan 25 = 250 \times .4663 = 116.575$

$\therefore$ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = 116.58 meters.

....drvsr

The End of the Chapter Trigonometry

Dr.V.S.RaveendraNath M.Sc.,M.Ed.,Ph.D.

6. സൂചകസംഖ്യകൾ

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് രണ്ട് അളവുകൾ വേണം. തലത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകൾ സങ്കല്പിക്കുക. ഈ വരകളെ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. തിരശ്ചീനമായ വരയെ x അക്ഷമെന്നും ലംബമായ വരെ y അക്ഷമെന്നും പറയുന്നു.

ഒരു ബിന്ദുവിന് x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ എന്നും y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ x സൂചകസംഖ്യ എന്നും പറയുന്നു.

- x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
  y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അതിലെ ഒരു ജോടി എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളിൽ നിന്ന്, മറ്റേ ജോടി എതിർമൂലകളുടെ

  സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം.

- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x_1, y), (x_2, y). ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1 - x_2|$.
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x, y_1), (x, y_2). ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$.
- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1), (x_2, y_2) ആണെങ്കിൽ, അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ആണ്.
- ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x, y) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$ ആണ്.

ചരിവ് $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

സമവാക്യം $y - y_1 \quad m(x - x_1)$, വരയുടെ സമവാക്യം y − 2x.

മധ്യബിന്ദു $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$

....drvsr

Q1. (March 2016)

(1, 5), (x, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ചു വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{1}{2}$ ആണ്. x -ന്റെ വില കാണുക.

Answer:- x_1 , $y_1$$x_2$, y_2

Given points =(1, 5), (x, 6) ; slop (m) – ½

$$ie., \frac{1}{2} = \frac{6-5}{x-1}; \Rightarrow x-1 = 2(6-5); \Rightarrow x-1 = 2$$

$$\therefore x = 2+1 = 3$$

xന്റെവില= 3.

…………………………………………………………………..drvsr.

Q.2. March 2016

(a) (2, 3), (3, −1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(b) (2, 3), (3, −1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര (5, −9) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുമോ? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം സാധൂകരിക്കുക.

Answer:-

a) x_1 , y_1 x_2 , y_2

Given points (2 , 3) (3 , -1)

$$Distance - \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \Rightarrow \sqrt{(3-2)^2+(-1-3)^2} = \sqrt{17}$$

b) Find the slop of the points

x_1 , y_1 x_2 , y_2

Given points (2 , 3) (3 , -1)

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-3}{3-2} = \frac{-4}{1} = -4$$

$x_1 \ , y_1 x_2 \ , y_2$

Given points (2 , 3) (5 , -9)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9-3}{5-2} = \frac{-12}{3} = -4$$

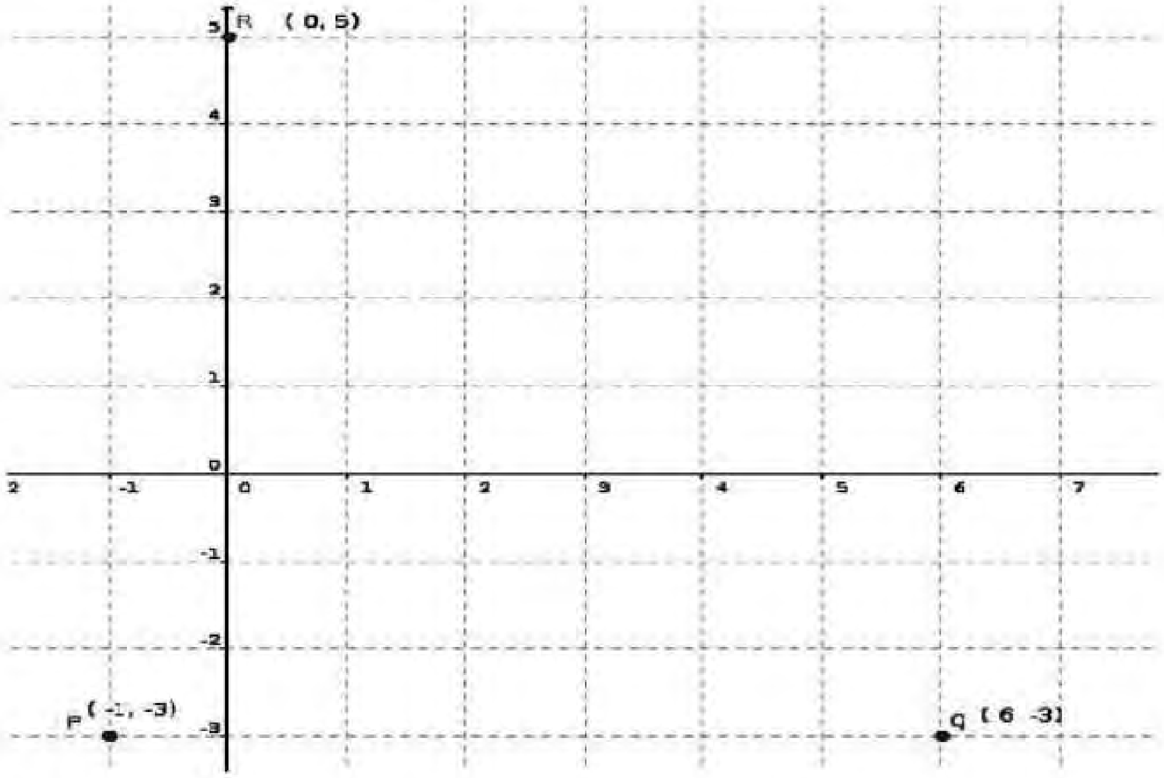
ഇവിടെചരിവുകൾതുല്യമായതിനാൽ(2,3), (3, -1)എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് (5, -9).

……………………………………………………drvsr

Q3. March 2016

x, *y* അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് P(−1, −3); Q(6, −3); R(0, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

Answer:-



Q4. **March 2016**

(1, 3), (2, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എന്താണ്? (a, b) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണെങ്കിൽ (a + 1, b + 4) എന്ന ബിന്ദുവും ഈ വരയിൽത്തന്നെയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer :-

$x_1 \; , y_1 x_2 \; , y_2$

Given points (1 , 3) (2 , 7)

$$Equation\ \frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1};\Rightarrow\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-3}{7-3}\Rightarrow\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{4}$$

$$\Rightarrow 4(x-1)=y-3;\Rightarrow 4x-4=y-3;\Rightarrow 4x-y-4+3=0$$

$$\Rightarrow 4x-y-1=0$$

(a,b) ഈവരിയിൽ ആയതിനാൽ

$4a - b - 1 = 0 \rightarrow (1) ;\Rightarrow 4(a + 1) - (b + 4) - 1 = 0;$

$\Rightarrow 4a + 4 - b - 4 - 1 = 0 ;\Rightarrow 4a - b - 1 = 0 \rightarrow (2)$

Here equ. (1) and (2) are equal . Hence the points (a + 1, b + 4) lice on the line.

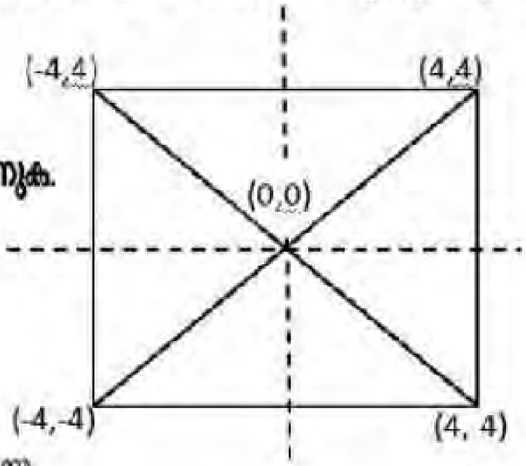
……………………………………………………drvsr

Q5. March 2017

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ ആധാരബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നു പോകുന്നു. ഒരു മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (−4, 4) ആയാൽ,

(a) മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.



Answer:-

I. സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ (0,0) ലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു.

(a) സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ ലംബസമഭാജികൾ ആയതിനാൽ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (4, 4) , (4, -4) , (-4, -4) ആയിരിക്കും.

(b) ഒരു വശത്തെ സൂചകസംഖ്യകൾ (4, 4) , (4, -4)

$$Distance-\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \Rightarrow \sqrt{(4-4)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{64}$$

$$=8unite$$

……………………………………………………drvsr

Q6. March 2017

(6, 5) എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി 10 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ചാൽ വൃത്തം മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

Answer:-

Given points (6, 5) ; radius = 10

Equation of a circle = $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

കേന്ദ്രം (6, 5)ഉം ആരം 10 യൂണിറ്റും ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 10^2$

വൃത്തം Y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആയിരിക്കും.

ie $62 + (y - 5)^2 = 100$

$36 + (y - 5)^2 = 100$

$(y - 5)^2 = 100 - 36 = 64$

$y - 5 = \pm 8$

$y = 13$ or $y = -3$

സൂചകസംഖ്യകൾ = (0, 13) & (0, -3)

Q7. March 2017.

A(−2, 1), C(10, 10) എന്നിവ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്. A -യ്ക്കും C -യ്ക്കും ഇടയ്ക്ക് വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് B. AB : AC = 1 : 3

(a) AB -യുടെ നീളം എത്ര ?

(b) B -യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക

(c) AB -യുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

Answer:-

a) . AB യുടെ നീളംകാണുന്നതിന്

Given AB : AC = 1 : 3.

ചിത്രത്തിൽ ,

(Distance formula)

$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AC = \sqrt{(10+2)^2 + (10-1)^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$

AB : AC = 1 : 3 (given)

$$ie., \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}; \Rightarrow AB \times 3 = AC \Rightarrow AB \times 3 = 15; \therefore AB = \frac{15}{3} = 5$$

(See the fig and post the values in the fig)

From the fig AB= 5 and BC - 15 – 5 = 10

AB : BC – 5 : 10 ; $\Rightarrow$ 1 : 2.(m : n)

b) B യുടെ സൂചകസംഖ്യ കാണുന്നതിന്.

$$(x, y) = \left(\frac{nx_2 + mx_1}{m+n}, \frac{my_2 + my_1}{m+n} \right)$$

$$= \left(\frac{1 \times 10 + 2 \times -2}{1+2}, \frac{1 \times 10 + 2 \times 1}{1+2} \right)$$

$$= \left(\frac{10-4}{3}, \frac{10+2}{3} \right) = \left(\frac{6}{3}, \frac{12}{3} \right) = (2,4)$$

$\therefore$ B യുടെ സൂചകസംഖ്യ = (2, 4) .

……………………………………………………….drvsr

Q8. March 2017.

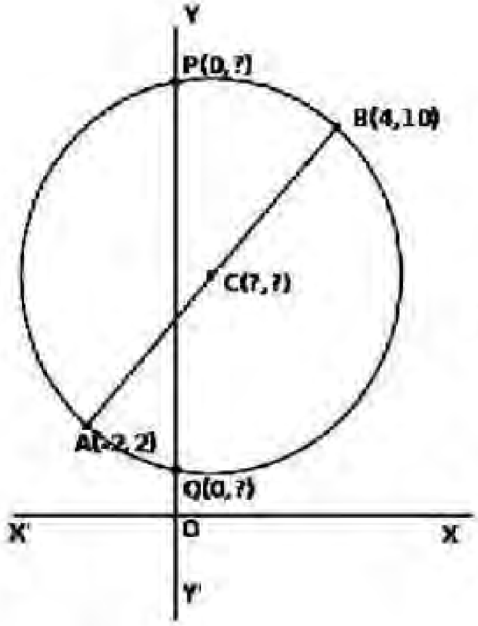
A(−2, 2); B(4, 10) എന്നിവ ഒരു തലത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്. AB വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു.

(a) വൃത്തം (−3, 3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുമോ ?

(b) ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

(c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിൽ C യുടെ സംഖ്യാജോടി $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$

(AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് C)

$= (-2 + 4/2, 2 + 10/2)$

$(2/2, 12/2)$

$= (1, 6)$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $CB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ (അകലം സൂത്രവാക്യം)

$= \sqrt{(1 - 4)^2 + (6 - 10)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25} = 5$ യൂണിറ്റ്

വൃത്തം, (−3,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകണമെങ്കിൽ ആ ബിന്ദുവും വൃത്തകേന്ദ്രമായ (1,6) ഉം തമ്മിലുള്ള അകലം, ആരമായ 5 യൂണിറ്റ് തന്നെയായിരിക്കണം. (−3,3), (1,6) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള

അകലം $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(-3 - 1)^2 + (3 - 6)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$

$= \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25} = 5$ യൂണിറ്റ്

∴ <u>വൃത്തം (−3,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകും.</u>

(b) വൃത്തകേന്ദ്രം (a , b) യും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ

സമവാക്യം : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 5^2$

അതായത് $x^2 - 2x + 1 + y^2 - 12y + 36 = 25$

$$x^2 + y^2 - 2x - 12y + 1 + 36 - 25 = 0$$

$$\underline{\mathbf{x^2 + y^2 - 2x - 12y + 12 = 0}}$$

(c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.

ഈ ബിന്ദുക്കൾ കിട്ടാൻ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ x = 0 എന്ന് ആരോപിച്ചാൽ

$$(0)^2 + y^2 - 2(0) - 12y + 12 = 0$$

$$y^2 - 12y + 12 = 0$$

$$\therefore y^2 - 12y = -12$$

ഇരുവശത്തും y യുടെ ഗുണകം 12 ന്റെ പകുതി 6 ന്റെ വർഗ്ഗം 36 കൂട്ടിയാൽ

$$y^2 - 12y + 36 = -12 + 36 \quad (\text{വർഗ്ഗത്തികവ് രീതി})$$

$$(y - 6)^2 = 24$$

$$\therefore (y - 6) = \pm\sqrt{24}$$

$$(y - 6) = \pm 2\sqrt{6}$$

$y - 6 = 2\sqrt{6}$ അല്ലെങ്കിൽ $y - 6 = -2\sqrt{6}$

$\therefore$ **$y = 6 + 2\sqrt{6}$ അല്ലെങ്കിൽ $y = 6 - 2\sqrt{6}$**

$\therefore$ വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ : $(0, 6 + 2\sqrt{6}), (0, 6 - 2\sqrt{6})$

....drvsr

Q9.March 2017.

ഒരു തലത്തിൽ വരച്ച വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x-2)^2+(y-3)^2=25$ എന്നാണ്.

(a) വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?

(c) (5, 7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണോ ?

(d) ഈ വൃത്തം x-അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

Answer:-

(a) കേന്ദ്രം (a , b) യും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ

സമവാക്യം : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ആണ്.

ഇതിനെ ഇവിടെ തന്നിട്ടുള്ള $(x-2)^2+(y-3)^2=(5)^2$ എന്ന വൃത്ത സമവാക്യവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യാൽ

$a=2$, $b=3$, $r=5$ എന്നിങ്ങനെ കിട്ടുന്നു.

∴ <u>വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സംഖ്യാജോടി</u> = <u>(a , b)</u> = <u>(2,3)</u>

(b) <u>വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r</u> = <u>5 യൂണിറ്റ്</u>

c) (5,7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാകണമെങ്കിൽ , ആ ബിന്ദുവും അതകേന്ദ്രമായ (2 , 3) ഉം തമ്മിലുള്ള അകലം , ആരമായ 5 യൂണിറ്റ് തന്നെയായിരിക്കണം. (5 , 7) , (2 , 3) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള

അകലം $= \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$= \sqrt{(5-2)^2+(7-3)^2}$

$= \sqrt{(3)^2+(4)^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25} = 5$ യൂണിറ്റ്

∴ <u>(5,7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.</u>

(d) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും. ഈ ബിന്ദുക്കൾ കിട്ടാൻ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ $y = 0$ എന്ന് ആരോപിച്ചാൽ

$$(x-2)^2 + (0-3)^2 = (5)^2$$

$$(x-2)^2 + 9 = 25$$

$$(x-2)^2 = 25 - 9$$

$$\therefore (x-2)^2 = 16$$

$$\therefore (x-2) = \pm\sqrt{16}$$

$$(x-2) = \pm 4$$

$x - 2 = 4$ അല്ലെങ്കിൽ $x - 2 = -4$

$x = 4 + 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -4 + 2$

$\therefore$ **$x = 6$** അല്ലെങ്കിൽ **$x = -2$**

$\therefore$ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ : **(6, 0)**, **(-2, 0)**

....drvsr

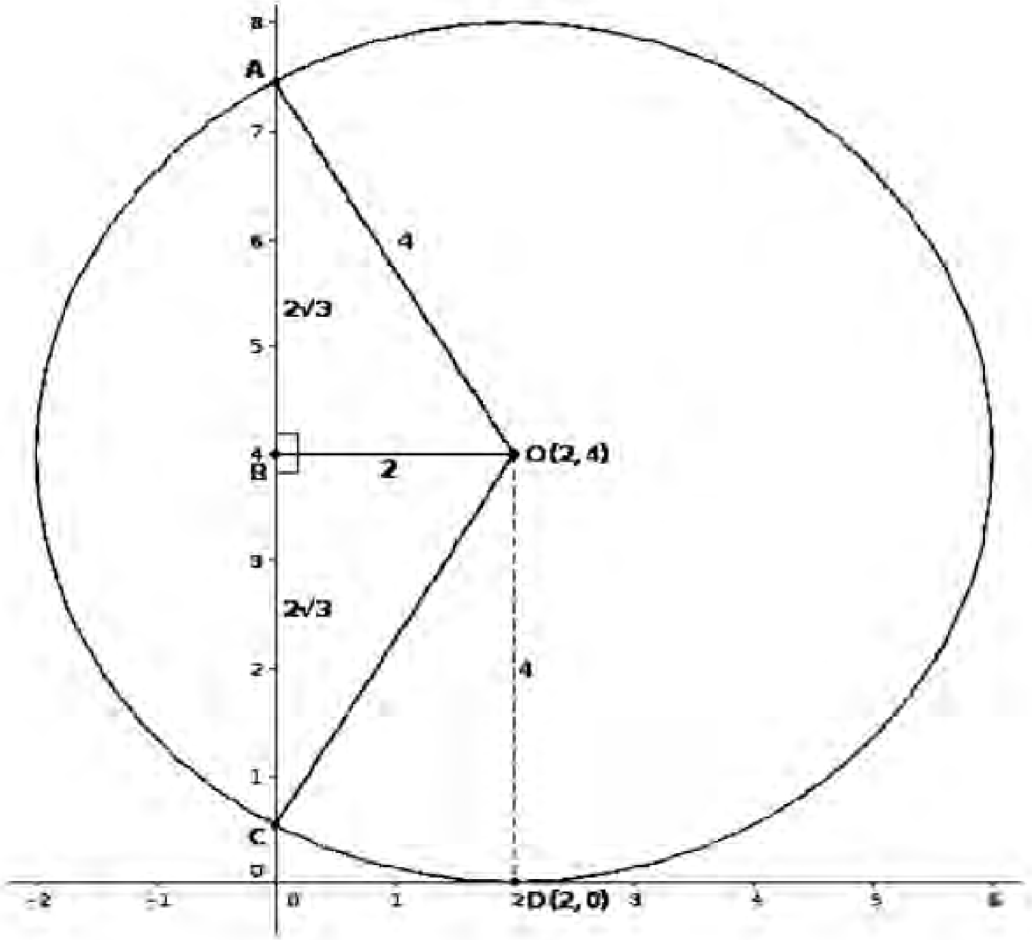
Q10. March 2017

a) അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് (2, 4) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി 4 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

b) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

Answer:-


A
4
2√3
O(2, 4)
B
2
2√3
4
C
D(2, 0)

(b) വൃത്തം X അക്ഷത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സംഖ്യാജോടി : <u>(2 , 0)</u> (ചിത്രത്തിലെ D എന്ന ബിന്ദു)

ചിത്രത്തിലെ O (2,4) കേന്ദ്രമായ 4 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തം , Y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് A , C എന്നിവ.

O യിൽ നിന്നും Y അക്ഷത്തിലേക്ക് വരച്ചിട്ടുള്ള ലംബമാണ് OB.

ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ OBA യിൽ നിന്നും പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്ത പ്രകാരം

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

ഇവിടെ OA = 4 (ആരം) , OB = 2 (O യുടെ x സൂചക സംഖ്യ)

$$\therefore AB = \sqrt{4^2 - 2^2}$$
$$= \sqrt{16 - 4}$$
$$= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

എന്നാൽ Δ OAC ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമായതുകൊണ്ടും (OA = OC = 4)

OB $\perp$ AC ആയതുകൊണ്ടും **AB = CB = $2\sqrt{3}$**

(ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യ നീളമുള്ള വശങ്ങൾ ചേരുന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് എതിർവശത്തേക്ക് വരക്കുന്ന ലംബം ആ വശത്തെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.)

$\therefore$ B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 0 (Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു)

B യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 4 (O യുടെ y സൂചകസംഖ്യ , തിരശ്ചീനവര)

$\therefore$ A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 0 (Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു)

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = **$4 + 2\sqrt{3}$**

$\therefore$ A യുടെ സംഖ്യാജോടി : $(0 , 4 + 2\sqrt{3})$

$\therefore$ C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 0 (Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു)

C യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = **$4 - 2\sqrt{3}$**

$\therefore$ C യുടെ സംഖ്യാജോടി : $(0 , 4 - 2\sqrt{3})$

<u>അതായത് വൃത്തം Y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ</u> : <u>$(0 , 4 + 2\sqrt{3})$, $(0 , 4 - 2\sqrt{3})$</u>

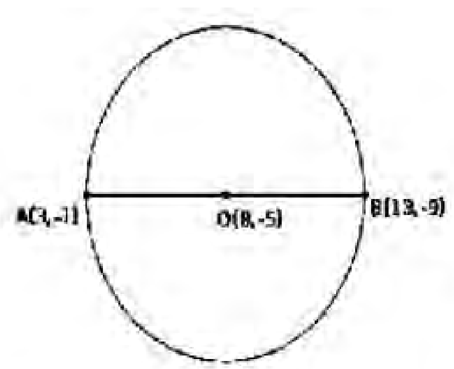
...drvsr

Q11. March 2017.

a) (3, −1), (13, −9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക

b) x സൂചക സംഖ്യയും y സൂചക സംഖ്യയും തുല്യമായ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വൃത്തത്തിൽ ഉണ്ടാവില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിൽ O യുടെ സംഖ്യാജോടി = $((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$

(AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് C)

$= (3 + 13/2, -1 + -9/2)$

$= (16/2, 10/2)$

$= \mathbf{(8, -5)}$

∴ **<u>വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സംഖ്യാജോടി</u> : (8, -5)**

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $OB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ (അകല സൂത്രവാക്യം)

$= \sqrt{(3-8)^2 + (-1 - -5)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{25 + 16}$

$= \sqrt{41}$ യൂണിറ്റ്

വൃത്തകേന്ദ്രം (a, b) യും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

∴ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $(x - 8)^2 + (y - -5)^2 = (\sqrt{41})^2$

$\mathbf{(x - 8)^2 + (y + 5)^2 = 41}$

അതായത് $x^2 - 16x + 64 + y^2 + 10y + 25 = 41$

$$x^2 + y^2 - 16x + 10y + 64 + 25 - 41 = 0$$

$$\underline{\mathbf{x^2 + y^2 - 16x + 10y + 48 = 0}}$$

(b) x , y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായ ഒരു ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിൽ ഉണ്ടെങ്കിൽ (x = y)

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $x^2 + y^2 - 16x + 10y + 48 = 0$ എന്നത്

$x^2 + x^2 - 16x + 10x + 48 = 0$ എന്നാകുന്നു.

അതായത് $x^2 - 3x + 24 = 0$ ഇവിടെ a=1 , b=-3 , c=24

x ഉള്ള ഈ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാനായി $b^2 - 4ac$ കണക്കാക്കിയാൽ

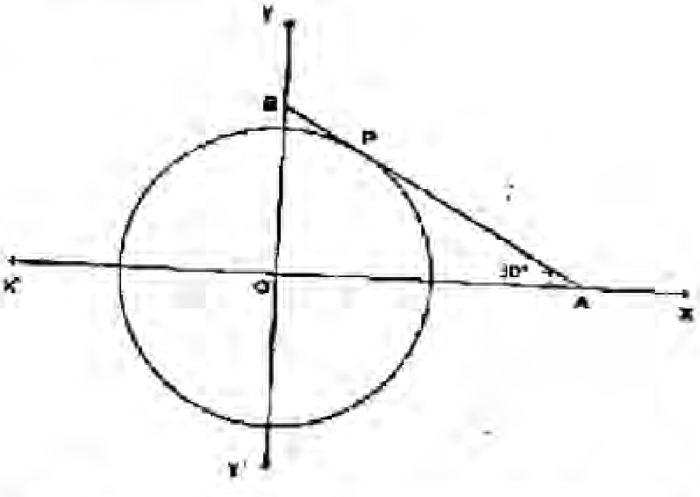
$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - (4 \times 1 \times 24)$$
$$= 9 - (4 \times 1 \times 24)$$
$$= 9 - 96$$
$$= -87$$

$b^2 - 4ac < 0$, ∴ ഈ സമവാക്യത്തിന് മൂല്യങ്ങൾ ഇല്ല.

അതായത് **x , y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വൃത്തത്തിൽ ഉണ്ടാവില്ല.**

....drvsr

Q12. March 2017.

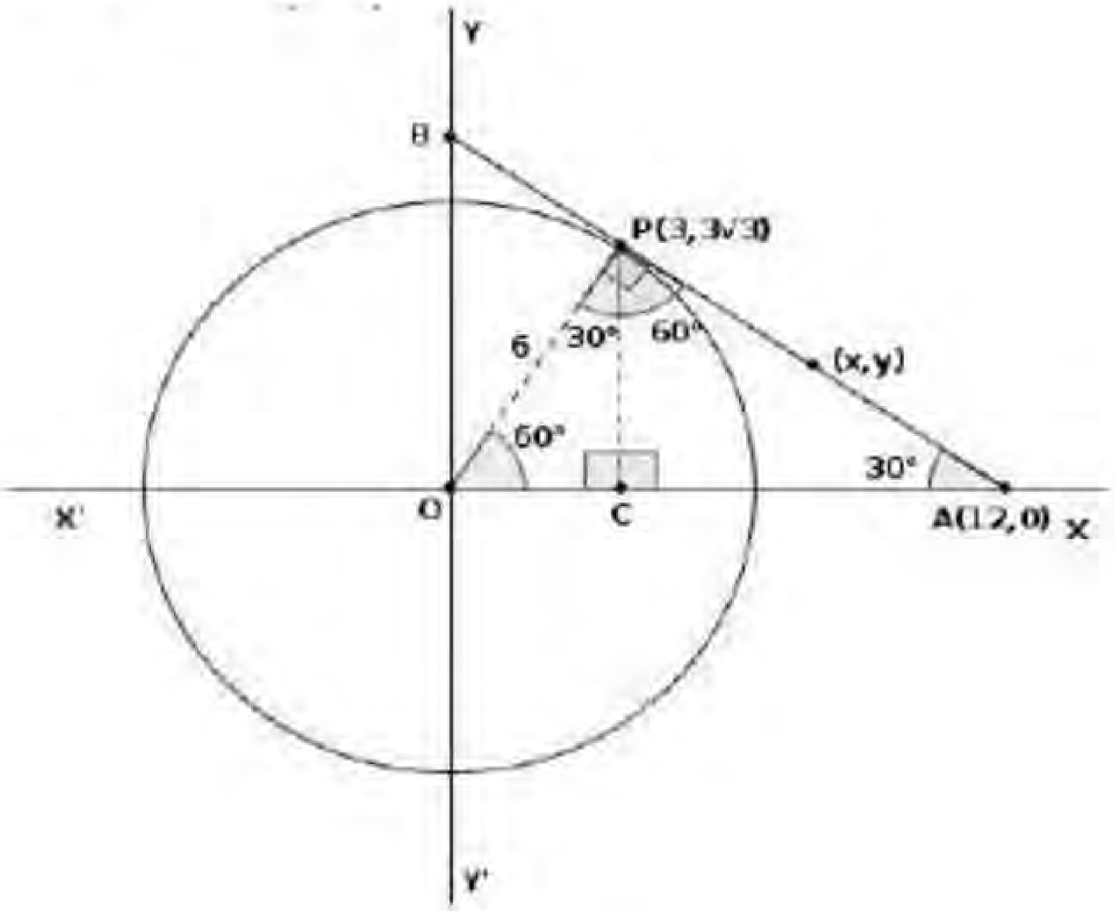


ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 യൂണിറ്റാണ്. AB എന്ന വര വൃത്തത്തെ P യിൽ തൊടുന്നു. $\angle OAB = 30^\circ$ ആയാൽ

a) A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) AB യുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

<u>Answer:-</u>



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം O മുതൽ തൊട്ടുബിന്ദു P വരെ യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.
തൊട്ടുബിന്ദു P യിൽനിന്നും X അക്ഷത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന ലംബമാണ് PC

(a) ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ OPA യിൽ നിന്നും OP , OA എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

sin 30 പരിഗണിച്ചാൽ $\sin 30 = OP / OA$

$$\therefore \frac{1}{2} = 6 / OA$$

$$\therefore \mathbf{OA} = 2 \times 6 = \mathbf{12}$$

∴ <u>**A യുടെ സംഖ്യാജോടി : (12 , 0)**</u> (X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു)

ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ OCP യിൽ നിന്നും OC , OP എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

sin 30 പരിഗണിച്ചാൽ $\sin 30 = OC / OP$

$$\therefore \frac{1}{2} = OC / 6$$

$$2 \times OC = 6 \quad \therefore \mathbf{OC} = 6 / 2 = \mathbf{3}$$

മട്ട Δ OCP യിൽ നിന്നും CP , OP എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

cos 30 പരിഗണിച്ചാൽ $\cos 30 = CP / OP$

$$\sqrt{3} / 2 = CP / 6$$

$$2 \times CP = 6\sqrt{3} \quad \therefore \mathbf{CP} = 6\sqrt{3} / 2 = \mathbf{3\sqrt{3}}$$

(b) <u>**AB യുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്**</u>

AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$$= (3\sqrt{3} - 0) / (3 - 12)$$

$$= 3\sqrt{3} / -9$$

∴ AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = $\mathbf{-\sqrt{3} / 3}$

വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് (x , y) എങ്കിൽ

AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = $(y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$$-\sqrt{3} / 3 = (y - 0) / (x - 12)$$

$$-\sqrt{3}(x - 12) = 3y$$

$$-\sqrt{3}x + 12\sqrt{3} = 3y$$

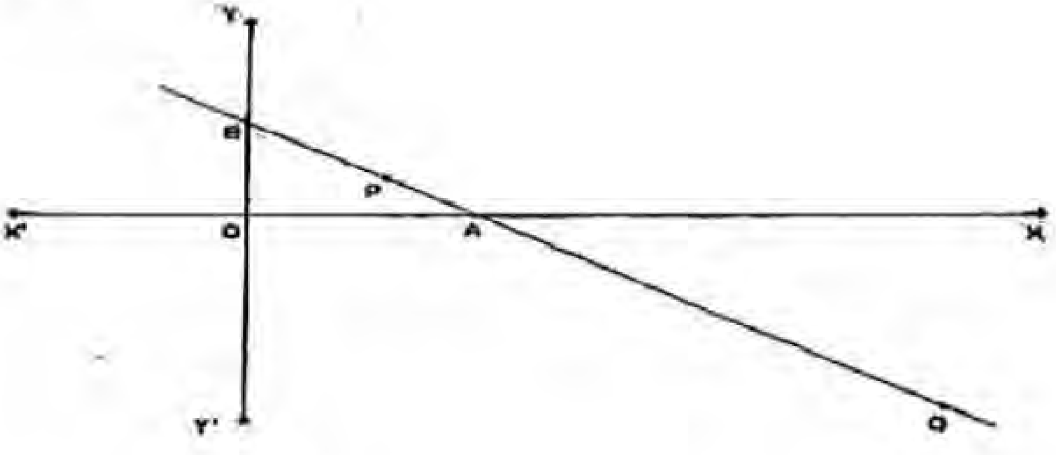
$$-\sqrt{3}x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$$

അതായത് **AB എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം : $-\sqrt{3}x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$**

അല്ലെങ്കിൽ **$\sqrt{3}x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$**

.... drvsr

Q13. March 2017.



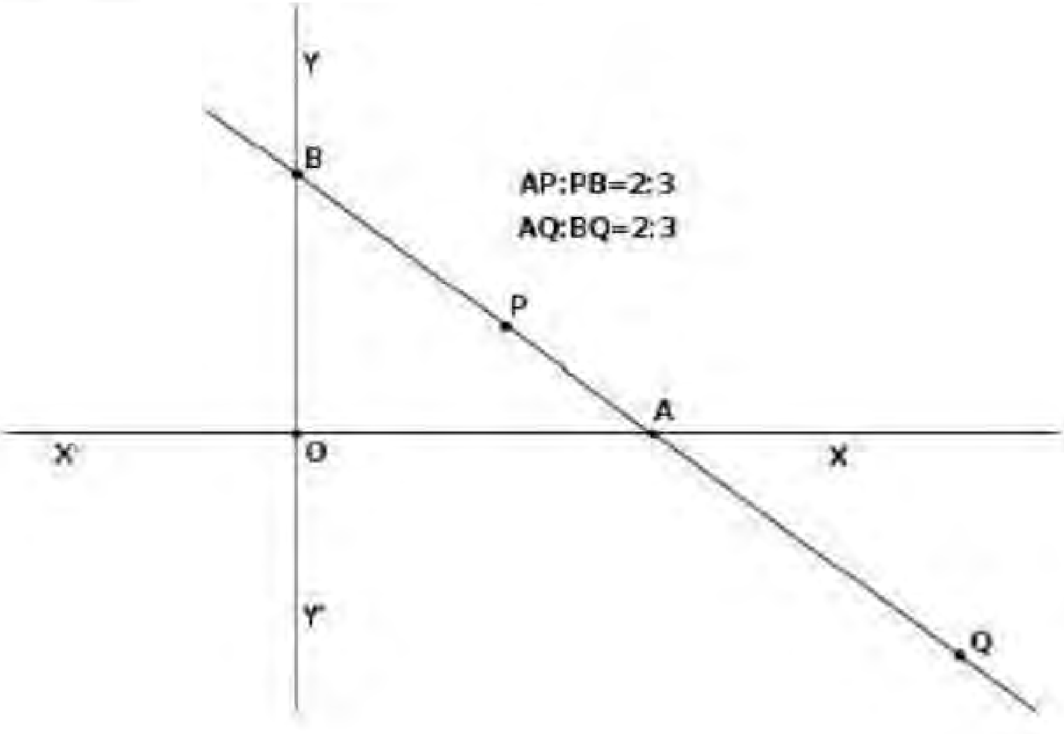
ചിത്രത്തിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $x + 2y = 10$ ആണ്. ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q.

a) A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) A, B എന്ന വരയെ 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) AQ : BQ = 2 : 3 ആയാൽ Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിലെ AB എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $x + 2y = 10$ എന്ന തന്നിട്ടുണ്ട്

(a) A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്. (A , X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.)

$y = 0$ എന്ന വില $x + 2y = 10$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$x + (2 \times 0) = 10$$

$$x + 0 = 10$$

$$x = 10$$

∴ **A യുടെ സംഖ്യാജോടി : (10 , 0)**

B യുടെ X സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്. (B , Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.)

$x = 0$ എന്ന വില $x + 2y = 10$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$0 + 2y = 10$$

$$2y = 10$$

$$y = 10/2 = 5$$

∴ **B യുടെ സംഖ്യാജോടി : (0 , 5)**

(b) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്

ചിത്രത്തിലെ P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $x = x_1 + p/w\ (x_2 - x_1)$

$= 10 + 2/5\ (0 - 10) \quad (p = 2 ,\ w = 5)$

$= 10 + 2/5 \times -10$

$= 10 + -4$

$= 6$

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ y $\quad y_1 + p/w\ (y_2 - y_1)$

$= 0 + 2/5\ (5 - 0) \quad (p = 2 ,\ w = 5)$

$= 0 + 2/5 \times 5$

$= 0 + 2$

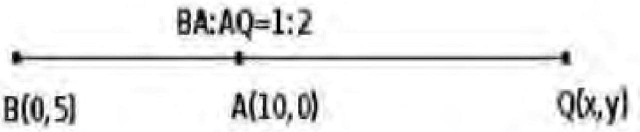
$= 2$

∴ P യുടെ സംഖ്യാജോടി = (6 , 2)

(c) Q വിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്

ചിത്രത്തിലെ AQ : BQ = 2:3 എന്ന തന്നിട്ടുള്ളതു കൊണ്ട് BA : AQ = 1:2

Q വിന്റെ സംഖ്യാജോടി = (X , Y) എന്ന കരുതിയാൽ



B യിൽ നിന്നും A യിലേയ്ക്ക് 1 കൂടുമ്പോൾ x സൂചകസംഖ്യ 0 + 10 = 10 കൂടി **A** യുടെ **x** സൂചകസംഖ്യയായ **10** കിട്ടുന്നു.

. A യിൽ നിന്നും Q വിലേയ്ക്ക് 2 കൂടുമ്പോൾ (അതായത് 1 x 2 = 2) , x സൂചകസംഖ്യ 0 + (2 x 10) = 20 കൂടി Q വിന്റെ

x സൂചകസംഖ്യ = 10 + 20 = **30** എന്ന് കിട്ടുന്നു. ഇതേ രീതിയിൽ

B യിൽ നിന്നും A യിലേയ്ക്ക് 1 കൂടുമ്പോൾ y സൂചകസംഖ്യ 0 - 5 = -5 കൂടി **A** യുടെ **y** സൂചകസംഖ്യയായ **0** കിട്ടുന്നു.

. A യിൽ നിന്നും Q വിലേയ്ക്ക് 2 കൂടുമ്പോൾ (അതായത് 1 x 2 = 2) , x സൂചകസംഖ്യ 0 + (2 x -5) = **-10** കൂടി Q വിന്റെ

x സൂചകസംഖ്യ = 0 + -10 = **-10** എന്ന് കിട്ടുന്നു.

∴ Q വിന്റെ സംഖ്യാജോടി = (30 , -10)

OR

(c) $AQ : BQ = 2 : 3$

$AQ : AB = 2 : 1$

$(x_1, y_1) = (x, y)$

$(x_2, y_2) = (0, 5)$

$(x, y) = (10, 0)$

$m : n = 2 : 1$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

$$10 = \frac{2 \times 0 + 1 x}{2 + 1} = \frac{x}{3}$$

$x = 30$

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n} =$$

$$0 = \frac{2 \times 5 + 1 \times y}{2 + 1} = \frac{10 \cdot}{\cdot}$$

$0 = 10 + y$

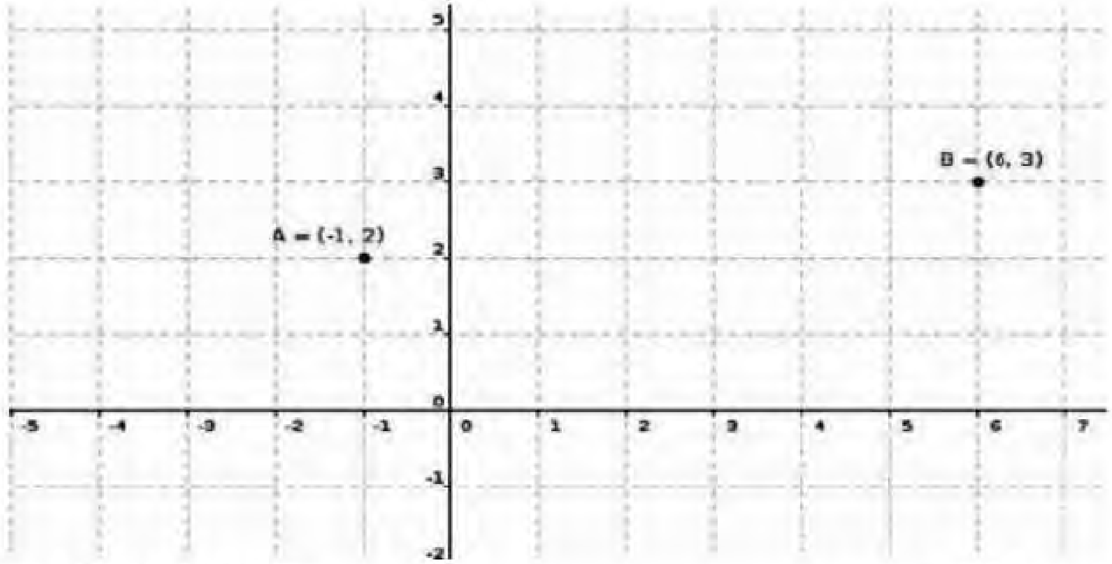
$y = -10$

Q വിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (30, -1

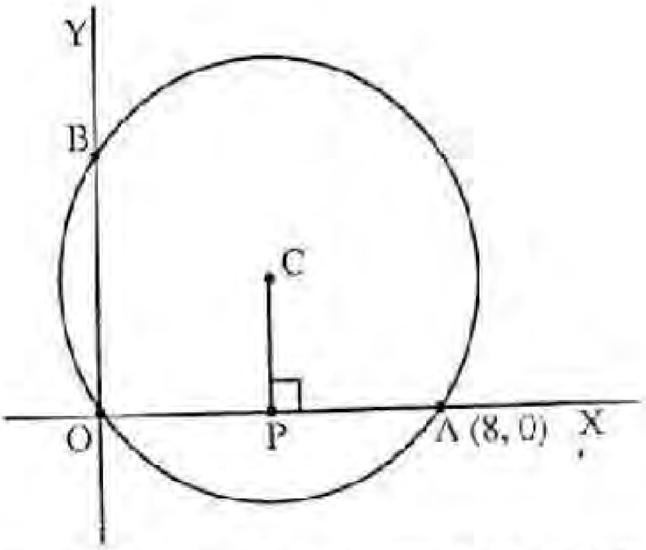
....drvsr

Q14. March 2015

x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A (−1, 2), B (6, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

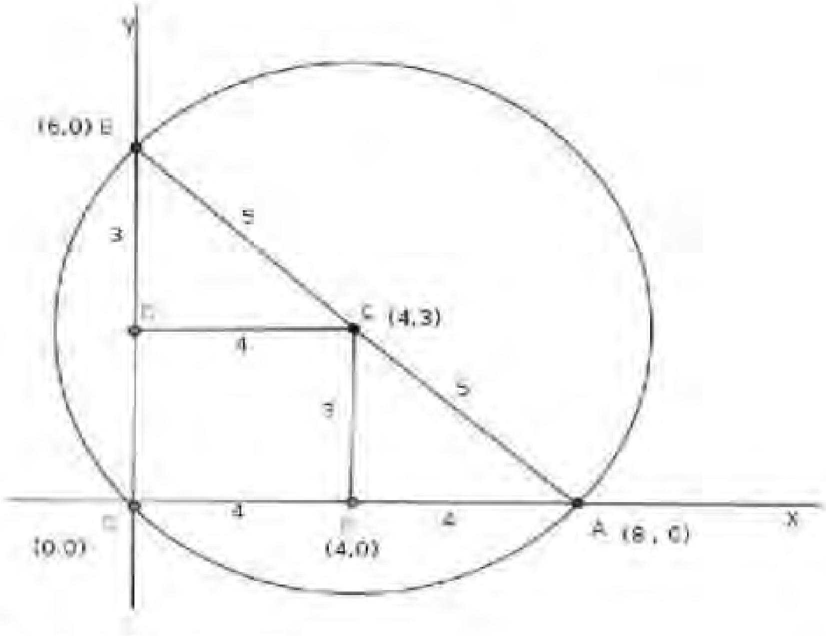


Q15. March 2015



ചിത്രത്തിൽ C കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 ആണ്. ഈ വൃത്തം A (8,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. x അക്ഷത്തിന് ലംബമാണ് PC എങ്കിൽ P, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



OA = 8 ; ∴ OP = 8/2 = 4; P (4, 0).

AC = 5; PA = 4.

CPA is a right angled triangle .

Hence PC = $\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$.

∴ C (4, 3).

CD = 4; BC = 5, BDC is a right angled triangle

$$BD=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$$

$$\therefore B(6,0)$$

……………………………………………………drvsr

Q 16. March 2015

A (1,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ, ചരിവ് 2 ആയ ഒരു വര കടന്നു പോകുന്നു.

a) B (3, 7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

b) ഈ വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

c) BC=2AB ആകത്തക്കവിധത്തിൽ ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് C എങ്കിൽ ഈ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-

ചരിവ്(m) = 2

ie., $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; x_1 , $y_1$$x_2$, y_2

Given points A(1 , 3) B (3 , 7)

$$\Rightarrow m = \frac{7 - 3}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2 .$$

ഇവിടെചരിവുകൾതുല്യമായതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ വരയിലാണ്.

b)

$$Equation = y - y_1 = m(x - x_1$$

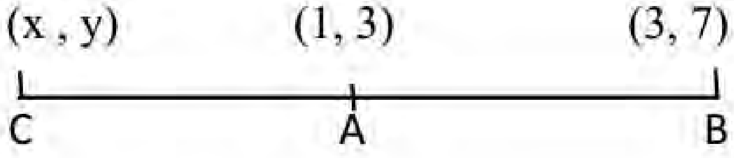
$$ie., y - 3 = 2(x - 1); \Rightarrow y - 3 = 2x - 2; \Rightarrow 2x - 2 = y - 3$$

$$\Rightarrow 2x - y - 2 + 3 = 0; \Rightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

c)

BC = 2ABആകണമെങ്കിൽBCയുടെ മധ്യ ബിന്ദുആകണംA.

x_2 , y_2)



Midpoint

$$= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + 3}{2} = 1, \frac{y_1 + 7}{2} = 3 \right)$$

$$\Rightarrow x_1 + 3 = 2, y_1 + 7 = 6 \Rightarrow x_1 = -1, y_1 = -1$$

$$\therefore C(-1, -1)$$

....drvsr

Q 17. March 2015

ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം $y = 2x$ എന്നതാണ്.

a) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് A. ഈ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംഖ്യ −2 ആയാൽ y സൂചകസംഖ്യ എന്താണ് ?

b) A കേന്ദ്രമായി 5 ആരമുള്ള വൃത്തം B (5,5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

<u>Answer:-</u>

വരയുടെസമവാക്യംy = 2x

x = -2, y = ? .

ie., y = 2 × -2 = -4.

b)A യുടെസൂചകസംഖ്യ = (-2, -4).

AB = 5 (ആരം) , ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ളഅകലംകാണുക.

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$

ബിന്ദുക്കൾ (-2, -4) (5, 5)

$$ie., \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}; \Rightarrow \sqrt{(5+2)^2+(5+4)^2} \Rightarrow \sqrt{7^2+9^2} \Rightarrow \sqrt{49+81} \Rightarrow \sqrt{1}$$

ഇവിടെ$\sqrt{130} = 5^2$ന് തുല്യമല്ലാത്തതിനാൽ(5, 5) എന്ന ബിന്ദുവരയിലൂടെ കടന്നു പോകുകയില്ല.

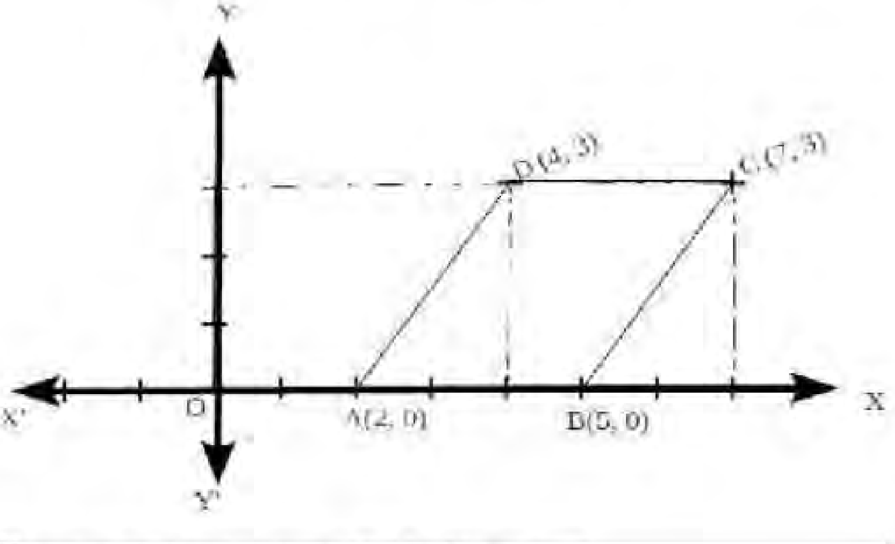
……………………………………………………….drvsr

Q 18. March 2014

a. x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A(2, 0), B(5, 0), C(7, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

b. ABCD ഒരു സാമാന്തരികമായാൽ D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

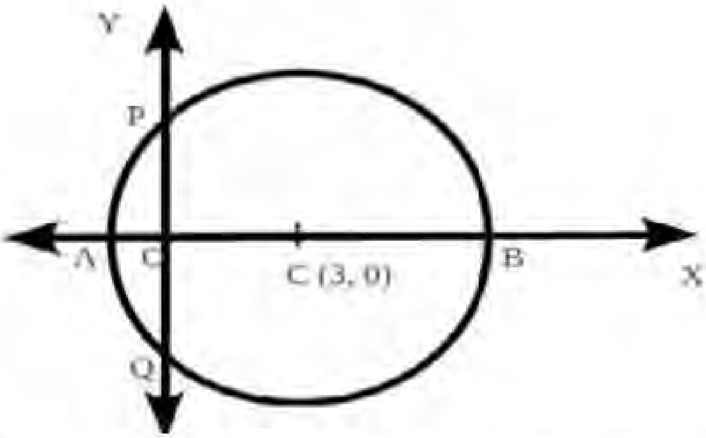
c. സാമാന്തരികം ABCD വരക്കുക.



D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (4, 3) ആണ്.

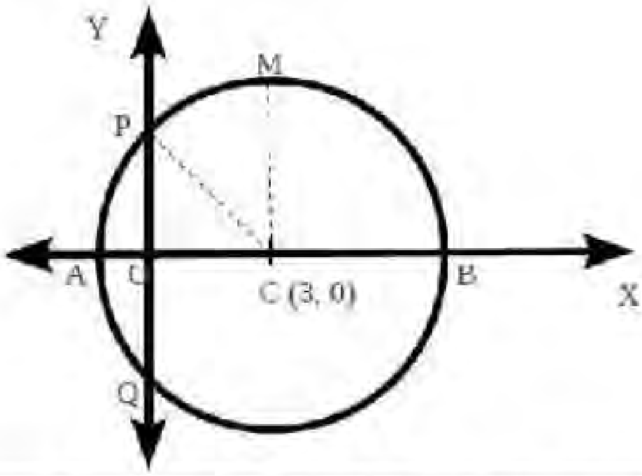
Q 19. March 2014

ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രമാണ് C(3, 0). കൂടാതെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 യൂണിറ്റാണ്.



a. A, B, P, Q, എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടു പിടിക്കുക.
b. വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടു പിടിക്കുക.
c. (0, 5)എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്താണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Answer:-



$CM \perp OX$
$OC = 3$
$CA = CP = CM = CB = 5$
$OA = 5 - 3 = 2$
$OB = 5 + 3 = 8$
$OP^2 = CP^2 - OC^2$
$= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
$OP = 4; \quad OQ = 4$

A(-2, 0), B(8, 0), P(0, 4), Q(0, -4) എന്നിങ്ങനെയാണ് സൂചകസംഖ്യകൾ.
വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണ് M(3, 5)

Q 20. March 2014

a. A(2, -3), B(6, 3) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എന്താണ് ? ഈ വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

b. ഈ വര x-അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

c. AB എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് C എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

Answer:-

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$

ബിന്ദുക്കൾ (2, -3) (9, 3)

Slop of AB (m) $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_{_} - x_1} = \dfrac{3+3}{6-2} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

വരയുടെസമവാക്യം $y - y_1 = m(x - x_1)$

ie., $y + 3 = 3/2(x - 2)$. cross multiply.

ie., $2(y + 3) = 3(x - 2)$; $\Rightarrow 2y + 6 = 3x - 6$;

$\Rightarrow 3x - 6 = 2y + 6$.

$3x - 2y - 6 - 6 = 0$.; $\Rightarrow 3x - 2y - 12 = 0$.

b)ഇവിടെxഅക്ഷത്തിൽ$y = 0$ ആയിരിക്കും.

$\therefore y = 0$,ആകുമ്പോൾ . $3x - 2y - 12 = 0$

$3x - 2\ 0 - 12 = 0$,$\Rightarrow 3x - 0 - 12 = 0$, $\Rightarrow 3x = 12$,

$\Rightarrow x = 12/3 = 4$.

$\therefore C(4, 0)$.

c) $Midpo\text{ int} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$

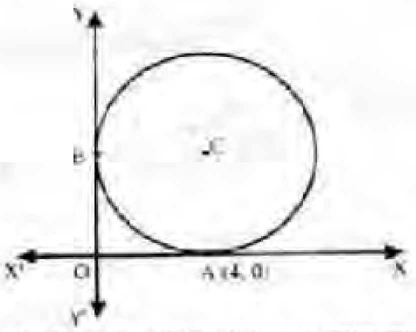
ബിന്ദുക്കൾ A (2, -3) **B**(6, 3)

$ie., \left(\frac{2+6}{2}, \frac{-3+3}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{0}{2}\right) = (4,0)$. ie., C(4, 0)

$\therefore$ AB യുടെ മധ്യ ബിന്ദുആണ് C.

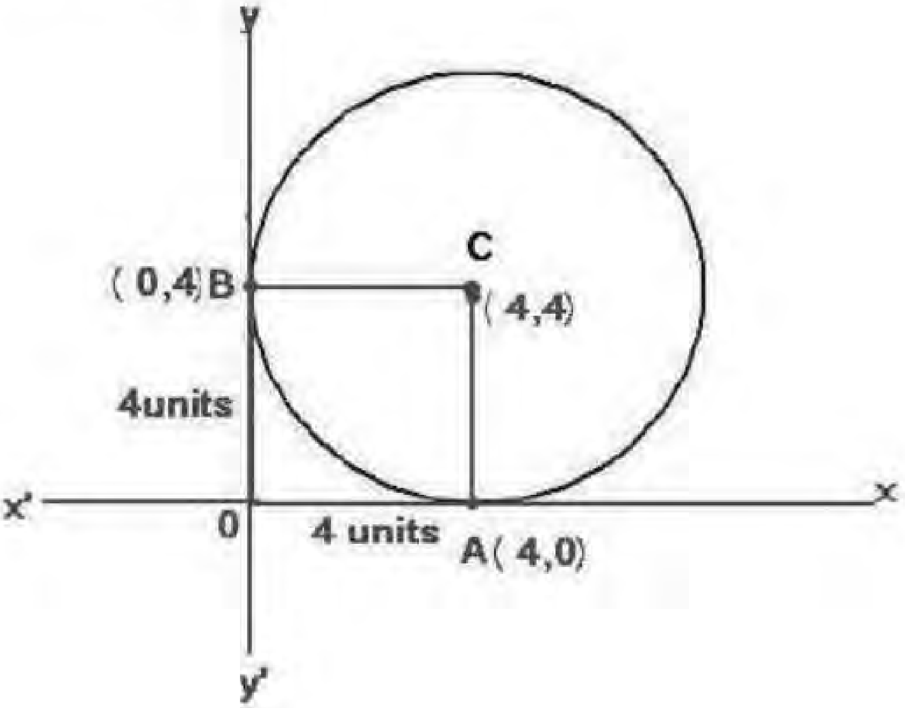
……………………………………………………drvsr

Q.21. March 2013.



ചിത്രത്തിൽ, C കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലുള്ള തൊടുവരകളാണ് X അക്ഷവും Y അക്ഷവും. A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (4, 0) ആയാൽ B, C എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

Answer:-



OA = 4 യൂണിറ്റ്

OA =OB = 4 യൂണിറ്റ് (ബാഹ്യ ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകൾ)

B യുടെ സൂചക സംഖ്യ (0,4)

C യുടെ സൂചക സംഖ്യ (4,4)

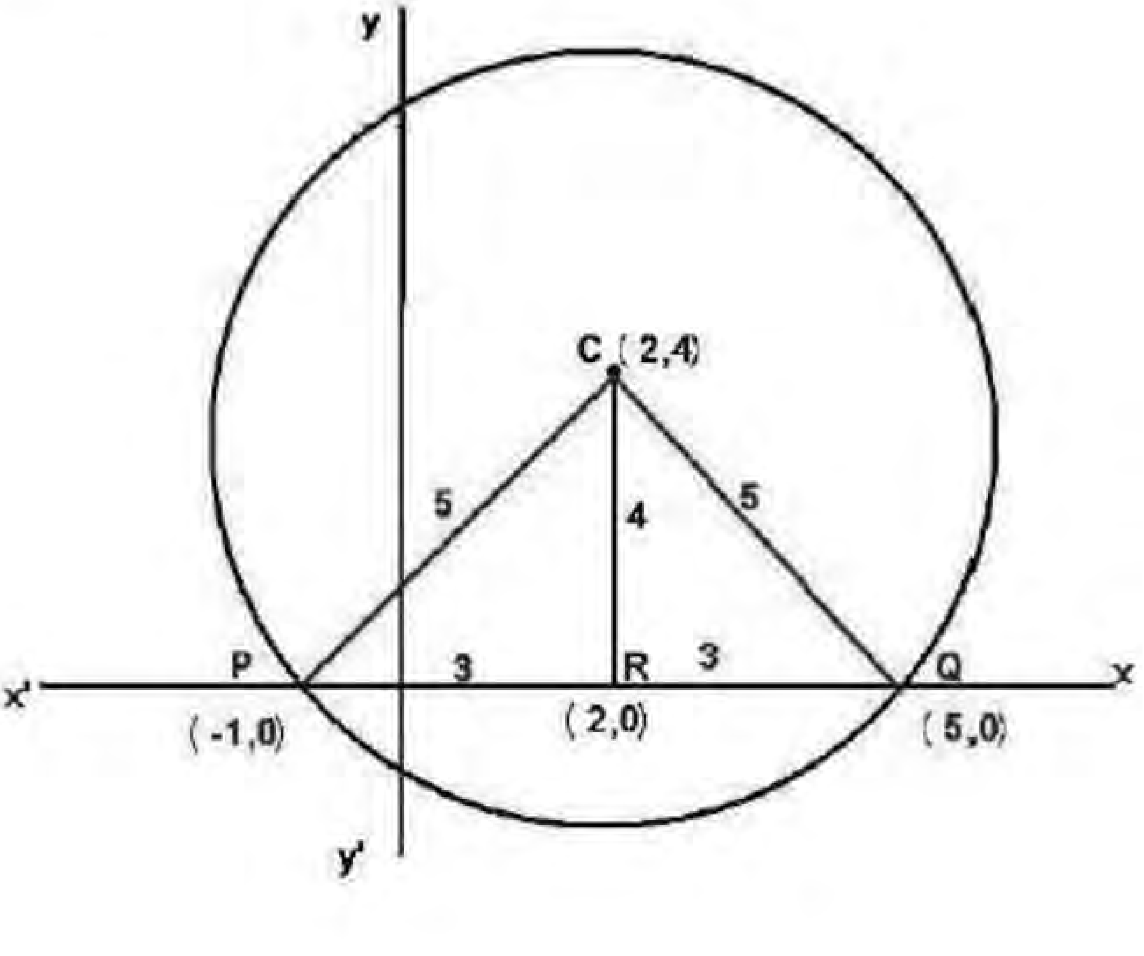
……………………………………………………………drvsr

Q.22.March 2013.

a) (2, 4) എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായതും 5 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ളതുമായ വൃത്തം (2, 0) എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

b) ഈ വൃത്തം X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

Answer:-



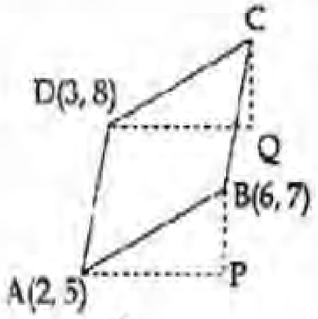
a) (2,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകില്ല

b) ΔPRC യിൽ നിന്നും $PR=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$ ഇതു പോലെ ΔQRC യിൽ നിന്നും QR=3. അതിനാൽ വൃത്തം അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിച്ച ബിന്ദുക്കൾ (-1,0) ,(5,0)

....drvsr

Q.23.

ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. AP, DQ എന്നീ വരകൾ x-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരവും, BP, CQ എന്നീ വരകൾ y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരവുമാണ്.

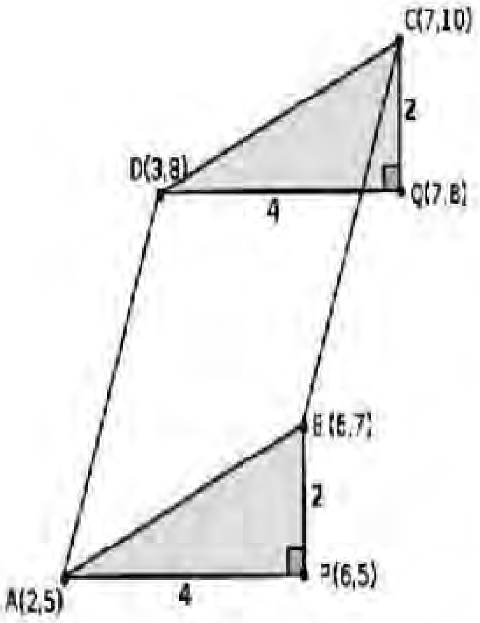


(a) AP, BP ഇവയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(b) DQ, CQ ഇവയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(c) C -യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ് ?

Answer:-



മട്ട Δ APB , മട്ട Δ DQC എന്നിവയുടെ കർണ്ണവും ഒരു വശവും തുല്യമായതു കൊണ്ട്
അവ സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

ചിത്രത്തിലെ P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 6 (ലംബവര ∴ B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ)

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 5 (തിര.വര ∴ A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ)

∴ P യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (6 , 5)

(a) ചിത്രത്തിൽ AP = |6 − 2| = |4| = 4 , BP = |7 − 5| = |2| = 2

(b) മട്ട Δ APB , മട്ട Δ DQC എന്നിവ സർവ്വസമങ്ങളായതുകൊണ്ട്

DQ = 4 , CQ = 2 (സമാന വശങ്ങൾ തുല്യം)

(c) Q വിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = D യുടെ x സൂചകസംഖ്യ + 4 = 3 + 4 = 7

Q വിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ = D യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 8 (തിരശ്ചീന വര)

∴ Q വിന്റെ സംഖ്യാ ജോടി = (7 , 8)

∴ C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = Q വിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = 7 (ലംബ വര)

C യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = Q വിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ + 2 = 8 + 2 = 10

∴ C യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (7 , 10)

....drvsr

Q.24

(1, 4), (5, 6) എന്നിവ സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു.

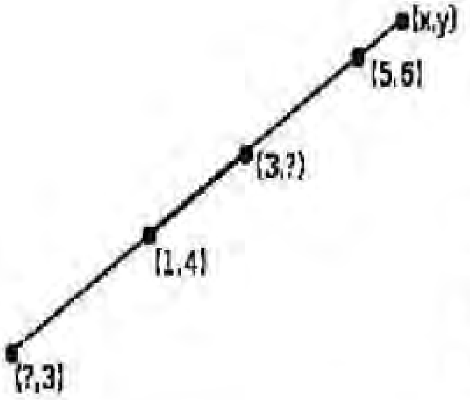
(a) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചകസംഖ്യ 3 ആണ്. അതിന്റെ y-സൂചക സംഖ്യ എന്താണ് ?

(b) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ y-സൂചകസംഖ്യ 3 ആണ്. അതിന്റെ x-സൂചക സംഖ്യ എന്താണ് ?

(c) ഈ വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെയും x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ് ?

(d) ഈ വരയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x-സൂചകസംഖ്യയും y-സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഒരു ബീജഗണിത സമവാക്യമായി എഴുതുക.

Answer;-



(a) (1 , 4) , (5 , 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച്

വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$= (6 - 4) / (5 - 1)$

$= 2/4$

$= ½$

ഇതിൽ നിന്നും x സൂചകസംഖ്യ 1 കൂടുമ്പോൾ , y സൂചക സംഖ്യ ഈ വർദ്ധനവിന്റെ ½ ഭാഗം കൂടുന്നു എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ 3 ആയതുകൊണ്ട് ഈ വരയിലെ (1,4) എന്ന ബിന്ദു അടിസ്ഥാനമാക്കിയാൽ x സൂചകസംഖ്യ 2 വർദ്ധിക്കണം. ∴ y സൂചകസംഖ്യ നിലവിലുള്ള വർദ്ധനവിന്റെ ½ ഭാഗം , 2 x ½ അതായത് 1 വർദ്ധിക്കുന്നു. ∴ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ കിട്ടാൻ നിലവിലെ y സൂചകസംഖ്യയായ 4 നോട് 1 കൂട്ടണം

∴ ഈ വരയിലെ x സൂചകസംഖ്യ 3 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ = 4 + 1 = 5

(.c) ഈ വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടേയും x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2 : 1

(d) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) എന്ന് കരുതിയാൽ (1 , 4) , (x , y) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$$\therefore ½ = (y - 4) / (x - 1)$$

$$1(x - 1) = 2(y - 4)$$

$$x - 1 = 2y - 8$$

$$x - 2y = -8 + 1 = -7$$

$$x - 2y + 7 = 0$$

……………………………………………………drvsr

Q25.

(4, 3), (0, 1) ഇവ സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു.

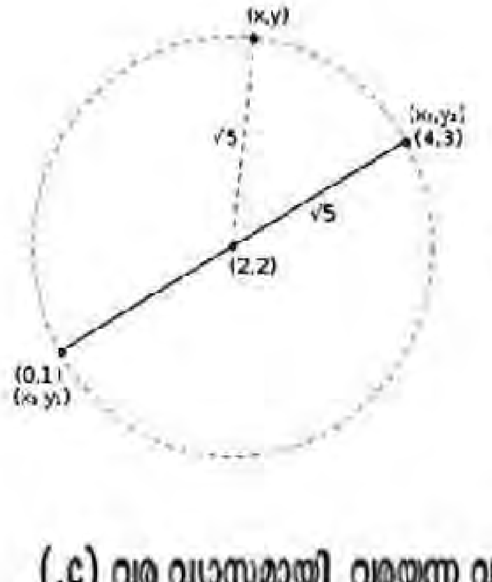
(a) ഈ വരയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(b) ഈ വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ് ?

(c) ഈ വര വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യമെന്താണ് ?

(d) ഈ വൃത്തം x-അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ x-സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള സമവാക്യം എന്താണ് ? അതുപയോഗിച്ച് ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



<u>(a)</u> ചിത്രത്തിലെ വരയുടെ നീളം = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ഇവിടെ $x_2 = 4$, $x_1 = 0$, $y_2 = 3$, $y_1 = 1$

∴ <u>വരയുടെ നീളം</u> = $\sqrt{(4-0)^2 + (3-1)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{16 + 4}$

$= \sqrt{20} =$ <u>$2\sqrt{5}$ യൂ</u>

<u>(b)</u> വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(x_1 + x_2 / 2 , y_1 + y_2 / 2)$

ഇവിടെ $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $y_1 = 1$, $y_2 = 3$

വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(x_1 + x_2 / 2 , y_1 + y_2 / 2)$

$= (0 + 4/2 , 1 + 3/2)$

$= (4/2 , 4/2)$

= <u>(2 , 2)</u>

<u>(c)</u> വര വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = വരയുടെ നീളം / 2

$= 2\sqrt{5} / 2 = \sqrt{5}$ **യൂ.**

ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) പരിഗണിച്ചാൽ

ആരം = $\sqrt{5}$

$\therefore \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{5}$

ഇരു വശത്തും വർഗ്ഗം എടുത്താൽ

$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 5$

$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 + 4 - 5 = 0$

അതായത് വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $\mathbf{x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0}$

(d) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിലെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.

$y = 0$ എന്ന വില വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$x^2 + (0)^2 - 4x - 4(0) + 3 = 0$

അതായത് $x^2 - 4x = -3$

ഇരു വശത്തും x ന്റെ ഗുണോത്തരമായ -4 ന്റെ പകുതിയായ -2 ന്റെ വർഗ്ഗം 4

കൂട്ടിയാൽ (വർഗ്ഗത്തികവ് രീതി) $x^2 - 4x + 4 = -3 + 4$

അതായത് $(x-2)^2 = 1$

$x - 2 = \pm\sqrt{1}$

$\therefore$ $x - 2 = 1$ അല്ലെങ്കിൽ $x - 2 = -1$

$x = 1 + 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -1 + 2$

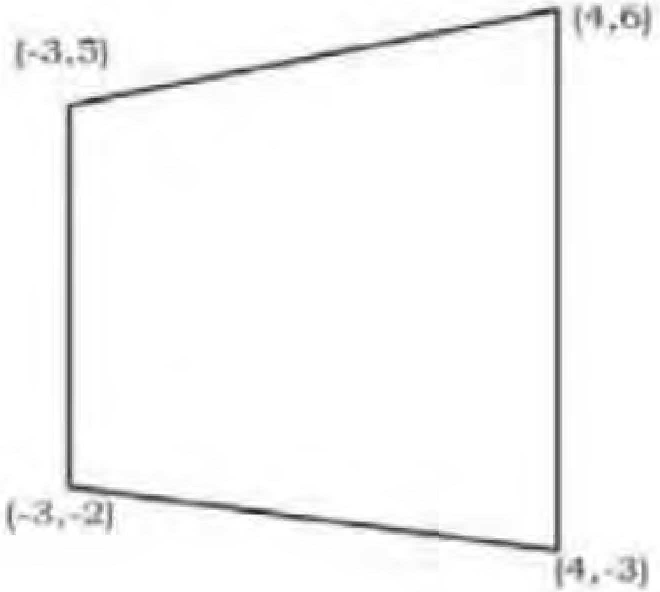
$x = 3$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 1$

$\therefore$ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ : (3 , 0) , (1 , 0)

....drvsr

Q26.

വശങ്ങളുടെ അകലം എത്ര.



Answer:-

$$AB = \sqrt{(-3-4)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{(4-4)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{(0)^2 + (9)^2} = 9$$

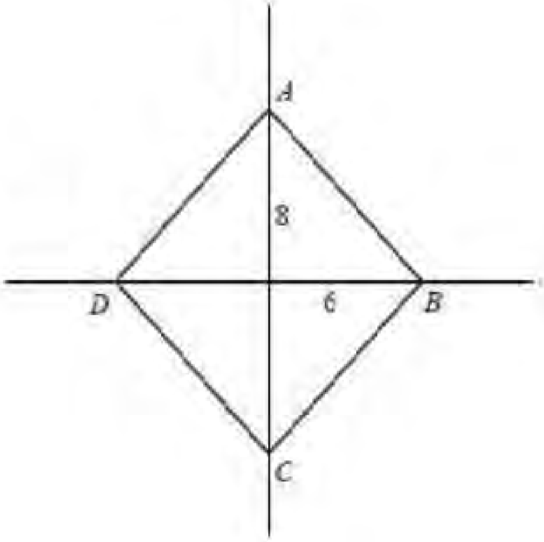
$$CD = \sqrt{(4+3)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{(7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$$

$$AD = \sqrt{(-3+3)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{(0)^2 + (7)^2} = 7$$

drvsr

Q27. Scert 2017

ABCD സമഭുജസാമാന്തരികമാണ്. വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവാണ്. വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 8 യൂണിറ്റും 6 യൂണിറ്റും ആണ്. മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.



ഉത്തര സൂചിക

- ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് മൂലകളുടെ സൂചകസാഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നു.
  (3, 0), (−3, 0), (0, 4), (0, −4)

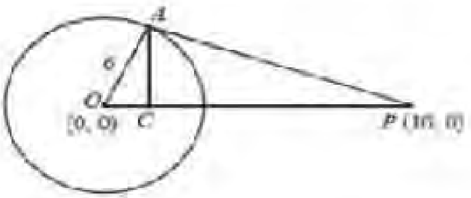
....drvsr

Q.28. Scert 2017

ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ 6 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് *PA*. *P* യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (10, 0) ആയാൽ തൊടുവരകളുടെ നീളം എത്ര? *A* യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക



(0, 0), (10, 0) തമ്മിലുള്ള അകലം = 10

വ്യാസത്തിന്റെ ആരം = 5

∴ തൊടുവരയുടെ നീളം = $\sqrt{10^2+6^2}$ =

$\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$

$OC \times OP = r^2$

$OC = \frac{r^2}{OP} = \frac{36}{10} = 3.5$

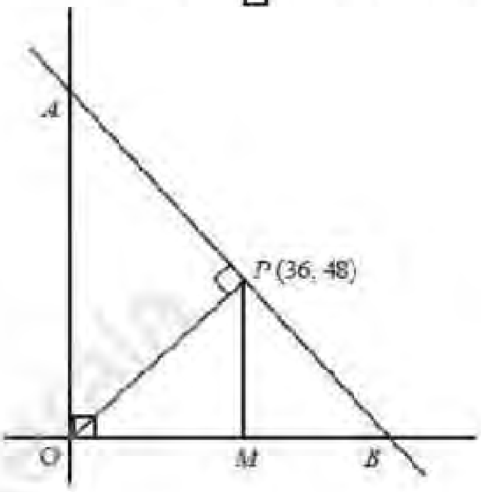
$AC = \sqrt{6^2+(3.6)^2} = \sqrt{36-12.96} = \sqrt{23.04} = 4.8$

A സൂചകസംഖ്യ (3.6, 4.8)

Q29 Scert

ചിത്രത്തിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യ (36, 48) ആയാൽ A, B, M ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)



ഉത്തര സൂചിക

ത്രികോണം OMP മട്ടത്രികോണം

$\therefore \quad OP = \sqrt{48^2 + 36^2} = 60$

ത്രികോണം PAO, OMP സദൃശമാണ്.

$= \frac{OA}{OP} = \frac{OP}{PM} \therefore \quad OA = \frac{OP^2}{PM} = \frac{60^2}{48} = 75$

ത്രികോണം OMP, OPB സദൃശമാണ്. 1

$= \frac{OB}{OP} = \frac{OP}{OM} \therefore OB = \frac{OP^2}{OM} = \frac{60^2}{36} = 100$

M ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (36, 0)

A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (0, 75)

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (100, 0)

...drvsr

The End of the Chapter Soochakasamya.

Dr.V.S.RaveendraNath

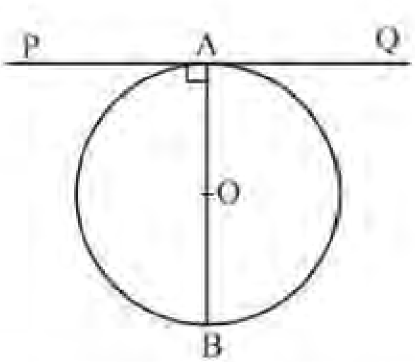
M.Sc.,M.Ed.,Ph.D.

7

തൊടുവരകൾ

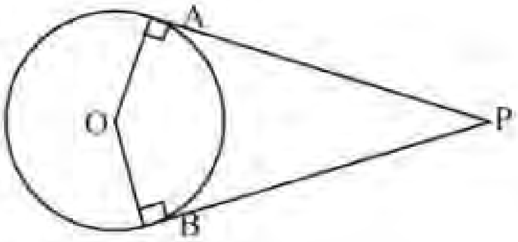
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.



$AB \perp PQ$

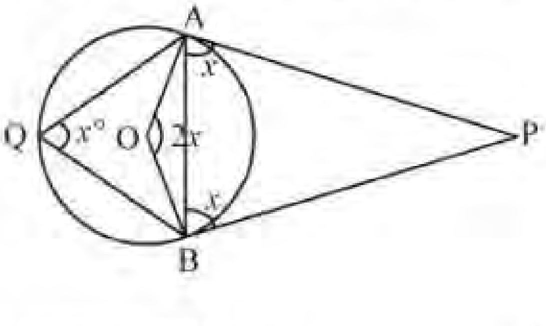
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.

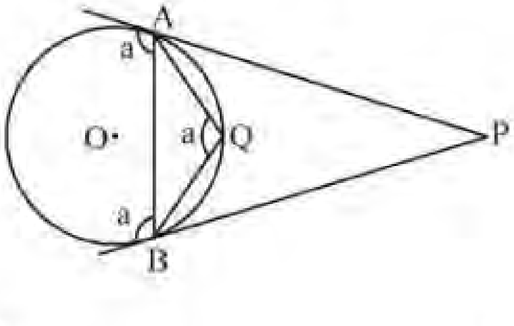


ചതുർഭുജം PAOB ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജം.

$\angle AOB = 180 - \angle P$

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്. കൂടാതെ ഞാണും തൊടുവരയും നിർണയിക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.

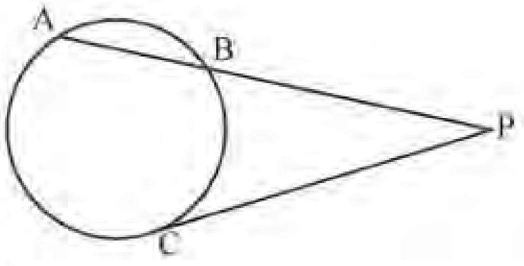


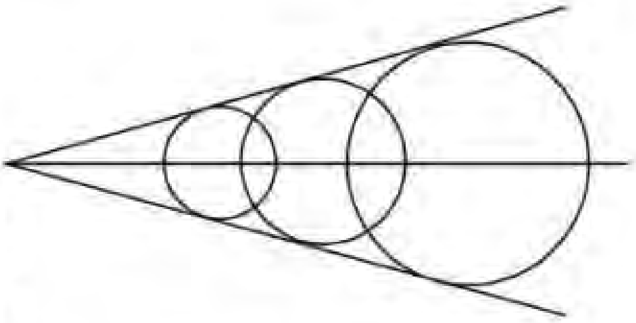


* ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേയ്ക്ക് നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

$$PA \times PB = PC^2$$

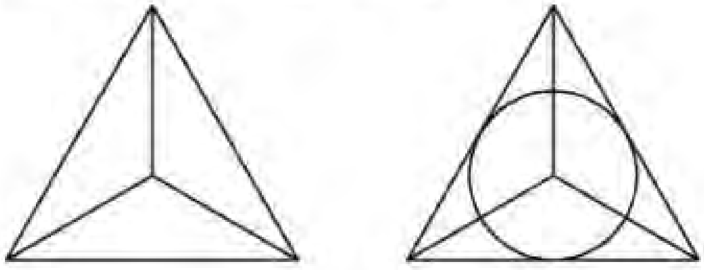
PA, PB ഇവ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിന്റേയും PC വശമായ സമചതുരത്തിന്റേയും പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്.





* കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ട് വരകളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം, വരകൾ ചേരുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്.

* ഏത് ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം. ഈ വൃത്തത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം എന്ന് പറയുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വശങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് ആരം.



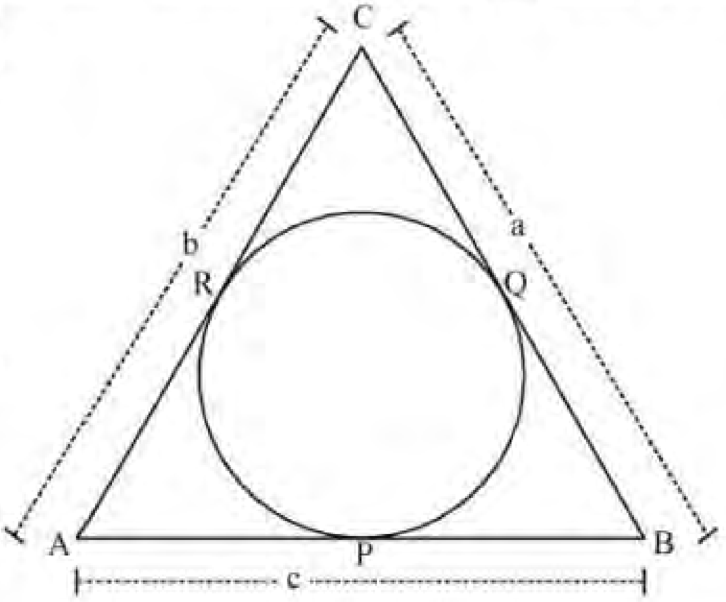
* ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.

$$r = \frac{A}{s}$$

A - ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

s - ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

- ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ മൂലയിൽനിന്നും അന്തർവൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം, ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയിൽ നിന്നും എതിർവശം കുറച്ചതാണ്.



$AP = AR = s - a$

$BP = BQ = s - b$

$CQ = CR = s - c$

a, b, c ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ

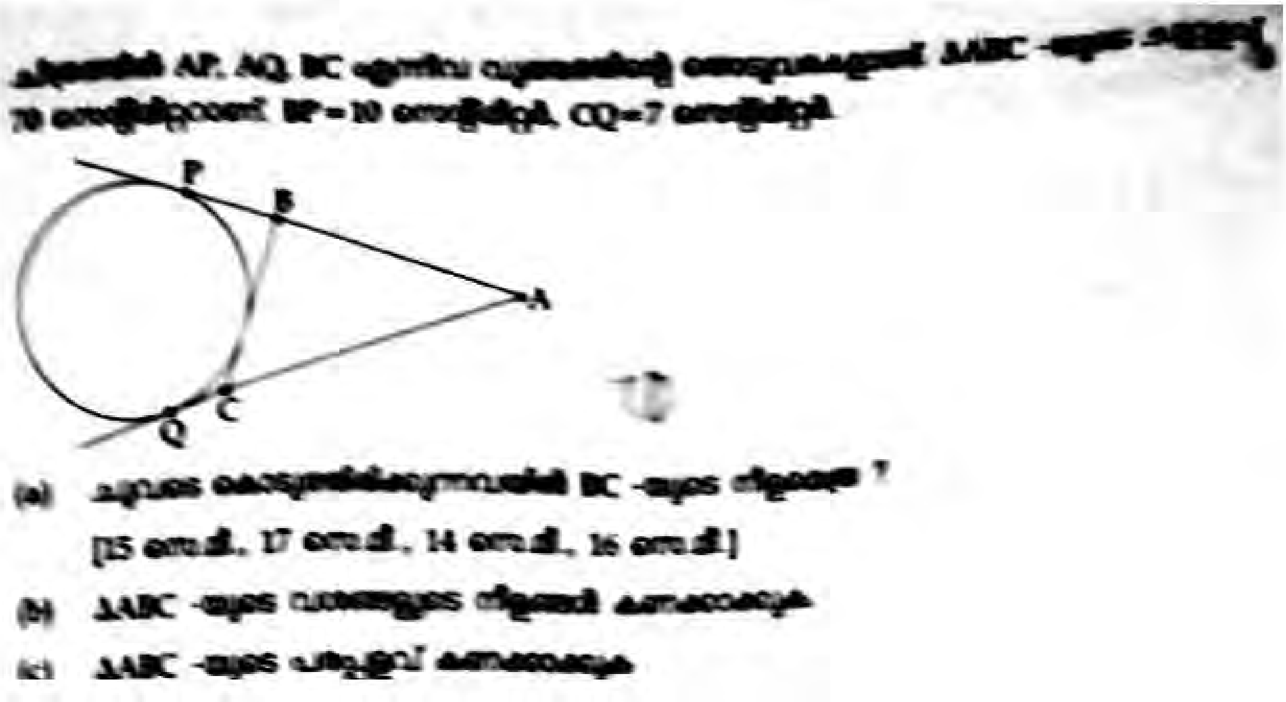
$s = \dfrac{a+b+c}{2}$ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

- ഹെറോണിന്റെ സൂത്രവാക്യം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ a, b, c ഉം ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി s ഉം ആയാൽ പരപ്പളവ് $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

....drvsr

Question 1. March 2017

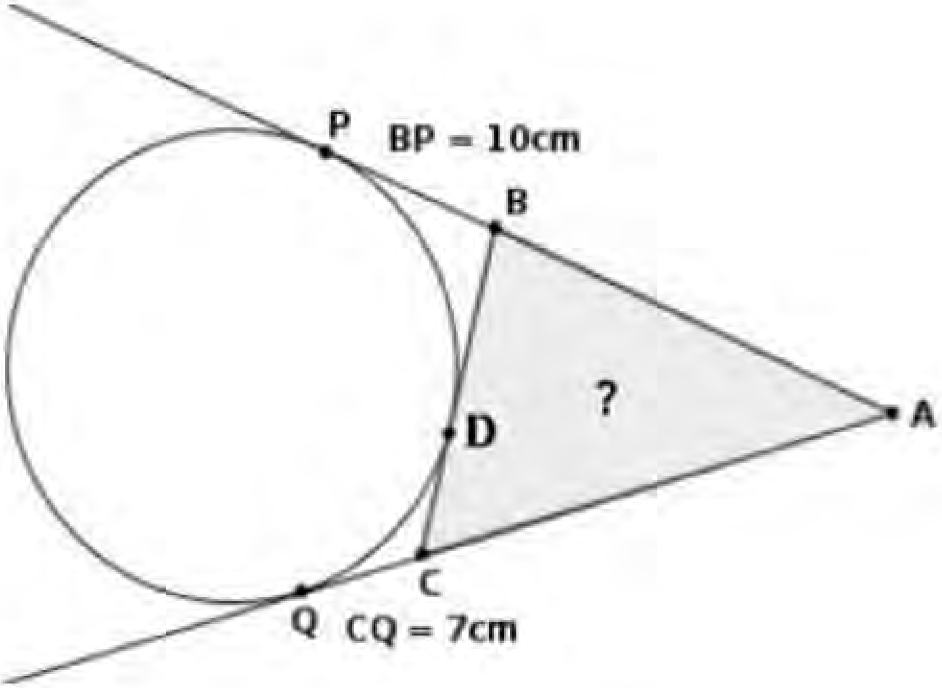

... AP, AQ, BC ... ΔABC ...
70 ... BP = 10 ... CQ = 7 ...

(a) ... BC ... ?
[15 ..., 17 ..., 14 ..., 16 ...]

(b) ΔABC ...

(c) ΔABC ...

Answer:-



BC വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദു D ആയാൽ PB = BD & QC = CD (തൊടുവരകൾ തുല്യം)

(a) BC = BD + CD = PB + QC = 10 + 7 = 17 cm

(b) AP = AQ (തൊടുവരകൾ തുല്യം)

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = AB + AC + BC

= AB + AC + PB + QC

= AP + AQ = 2 x AP

ie 2 x AP = 70

AP = 70/2 = 35

AB = AP – PB = 35 – 10 = 25 cm

AC = AQ – CQ = 35 – 7 = 28 cm

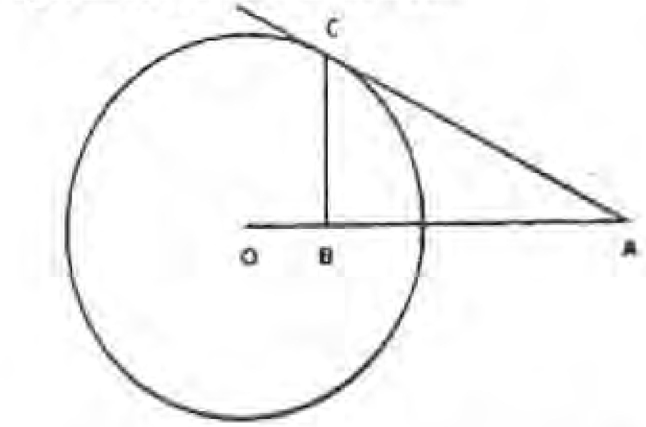
(c) S = (AB + AC + BC)/2 = 70/2 = 35

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

= $\sqrt{35 \times 18 \times 10 \times 7}$ = 5 x 7 x 2 x 3 = 210 cm^2

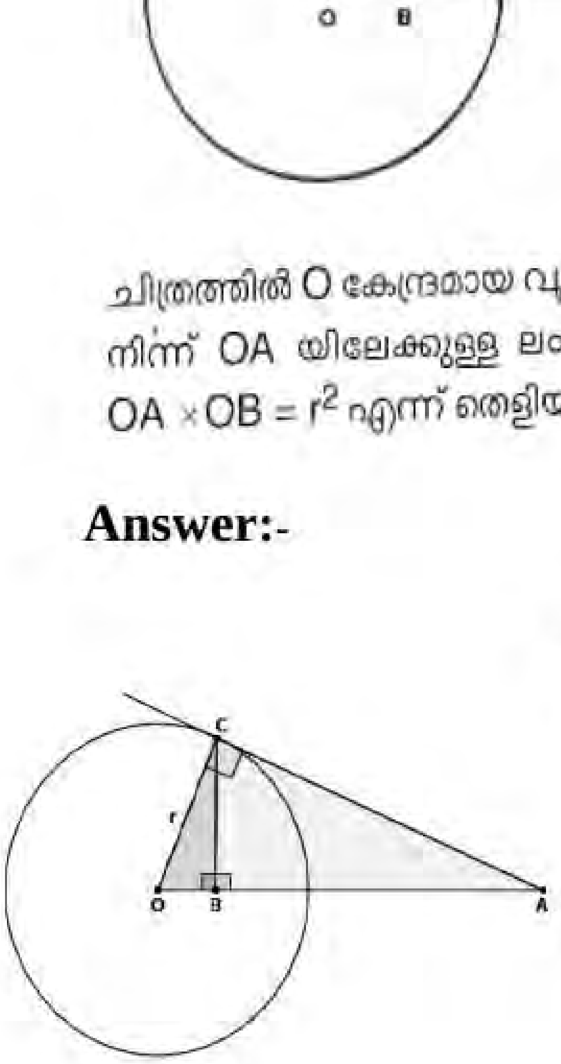
....drvsr

Question 2. March 2017



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് AC. കൂടാതെ C യിൽ നിന്ന് OA യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് CB. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ $OA \times OB = r^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം O മുതൽ തൊട്ടുബിന്ദു C വരെ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ആരം OC യെ r എന്നു സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിലെ മട്ട ΔACO , മട്ട ΔCBO എന്നിവ പരിഗണിച്ചാൽ

(1) <AOC = <BOC (പൊതുകോൺ)

(2) <ACO = <OBC = 90°

∴ ചിത്രത്തിലെ മട്ട ΔACO , മട്ട ΔCBO എന്നിവ സദൃശങ്ങളാണ്.

(ത്രികോണങ്ങളുടെ രണ്ടു കോണുകൾ തുല്യം)

∴ അവയുടെ സമാനവശങ്ങൾ ആനുപാതികമായിരിക്കും എന്നതിൽ നിന്നും

$OA / OC = OC / OB$

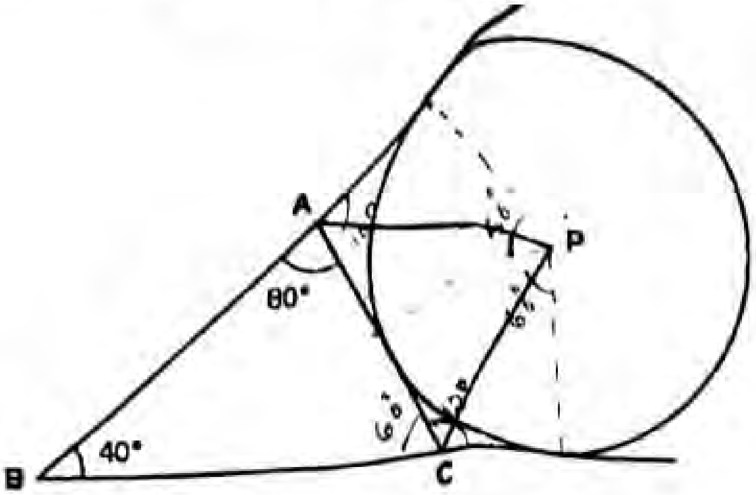
$OA / r = r / OB$

$OA \times OB = r \times r$

∴ **$OA \times OB = r^2$**

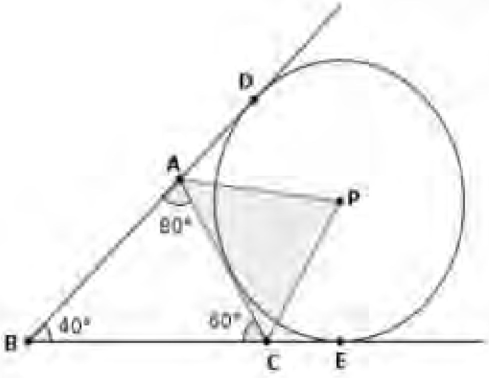
....drvsr

Question 3. March 2017



ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ ബാഹ്യ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് P. $\angle ABC = 40^o$, $\angle BAC = 80^o$ ആയാൽ ത്രികോണം APC യുടെ കോണളവുകൾ കണക്കാക്കുക.

Answer :-



ചിത്രത്തിൽ D , E എന്നീ തൊട്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിലെ Δ ABC യുടെ ബാഹ്യവൃത്തം , <CAD , <ACE എന്നീ ബാഹ്യകോണുകളുടെ സമഭാജികളായ AP , CP എന്നിവ ഉപയോഗിച്ചാണ് വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

ചിത്രത്തിലെ **<BCA** = 180 - (40 + 80) = 180 – 120 = **60°**

<CAD = 180 - <BAC = 180 – 80 = 100° (രേഖീയജോടി)

എന്നാൽ AP , <CAD യുടെ സമഭാജിയായതുകൊണ്ട്

<CAP = ½ <CAD = ½ x 100 = **50°**

അതുപോലെ <ACE = 180 - <BCA = 180 – 60 = 120° (രേഖീയജോടി)

എന്നാൽ CP , <ACE യുടെ സമഭാജിയായതുകൊണ്ട്

<ACP = ½ <ACE = ½ x 120 = **60°**

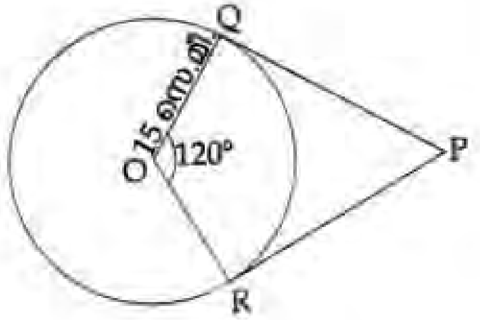
∴ **<APC** = 180 - (50 + 60) = 180 – 110 = **70°**

∴ **<u>Δ ABC യുടെ കോണളവുകൾ : 50° , 60° , 70°</u>**

....drvsr

Question 4. March 2016

ചുവടെ ചിത്രത്തിൽ, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 15 സെന്റീ മീറ്ററാണ്. PQ, PR എന്നീ തൊടുവരകളുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.



Answer:-

Δ POQ ൽ കോണുകൾ 30, 60, 90 വീതമാണ്

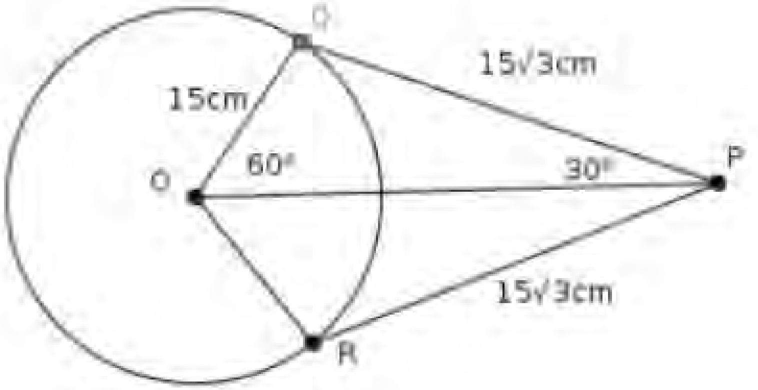
വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ ആയിരിക്കും

OQ = 15 cm

ie PQ = $15\sqrt{3}$ cm

തൊടുവരകളുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ

PR = $15\sqrt{3}$ cm



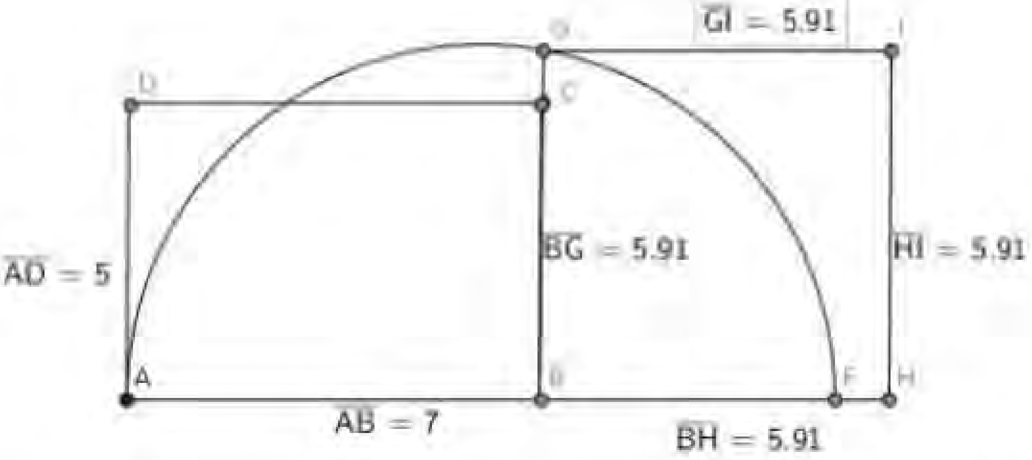
....drvsr

Question 5. March 2016

വശങ്ങളുടെ നീളം 7 സെന്റീ മീറ്ററും, 5 സെന്റീ മീറ്ററും ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. അതേ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

Answer:-

7cm,5cm അളവിൽ ചതുരം വരയ്ക്കുക .ABCD എന്ന് പേര് കൊടുക്കുക. B കേന്ദ്രമായി AB ആരത്തിൽ ഒരു അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുക.BC രേഖ നീട്ടി അർദ്ധവൃത്തത്തിൽ G യിൽ മുട്ടിക്കുക. BG നീളം എടുത്ത് GI, BH, IH ഇവ വരയ്ക്കുക. BGIH ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ചതുരം. (അളവുകൾ ഏകദേശം 5.91cm ആയിരിക്കും)



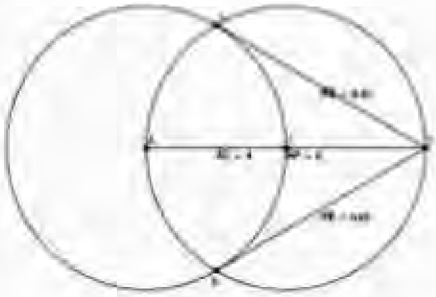
....drvsr

Question 6. March 2016

4 സെന്റീ മീറ്റർ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിനു വെളിയിൽ, വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെന്റീ മീറ്റർ അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P -യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് രണ്ടു തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. തൊടുവരകളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

Answer:-

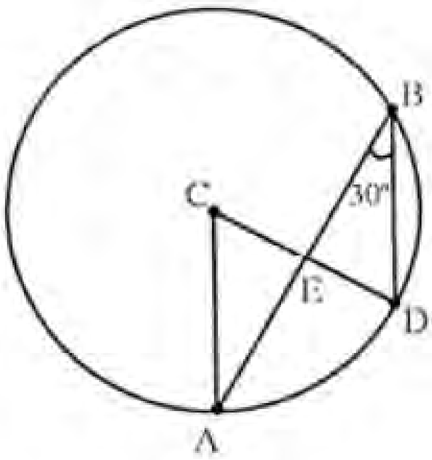
PQ = 6.93cm
PR = 6.93cm



നിർമ്മിതി ചെയ്യുക.

....drvsr

Question 7. March 2015

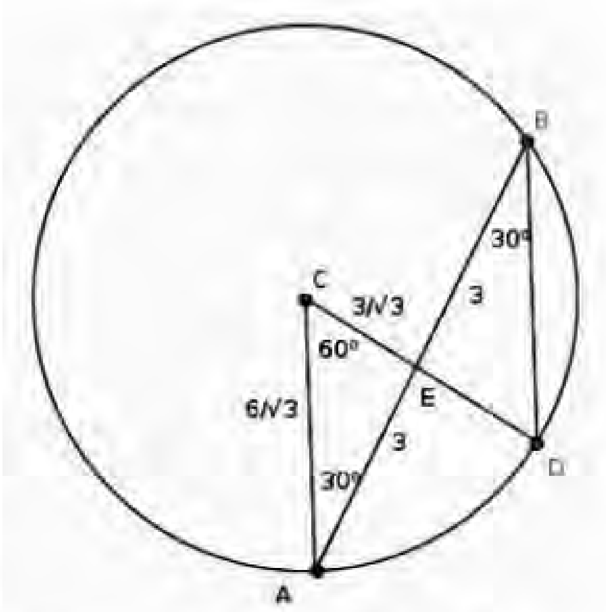


ചിത്രത്തിൽ C വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. കൂടാതെ $\angle ABD = 30^0$

a) $\angle ACD$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ് ?

b) $\angle ABD = \angle CAB$. കൂടാതെ AB = 6 സെ.മി. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

Answer:-



(a) $\angle ACD = 60^0$ (ഒരേചാപം 30 × 2 = 60)

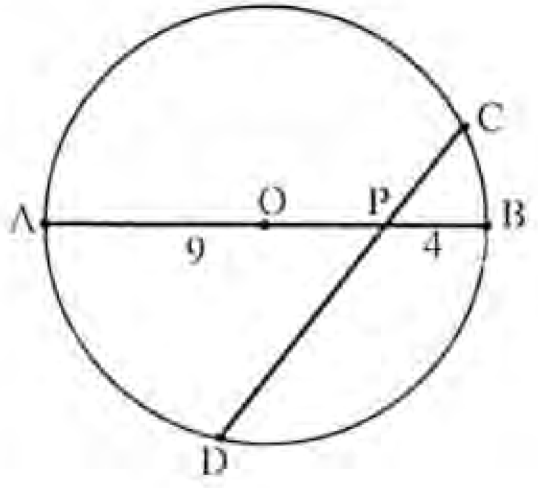
(b) $\angle ABD = \angle CAB = 30^0$ (ഒരേചാപം)

AB = 6 cm ; ie., AE = BE = 3cm

ie., $CE = 3/\sqrt{3}$ and $AC = 6/\sqrt{3}$ (ACD is aright angled triangle)

....drvsr

Question8.March2015

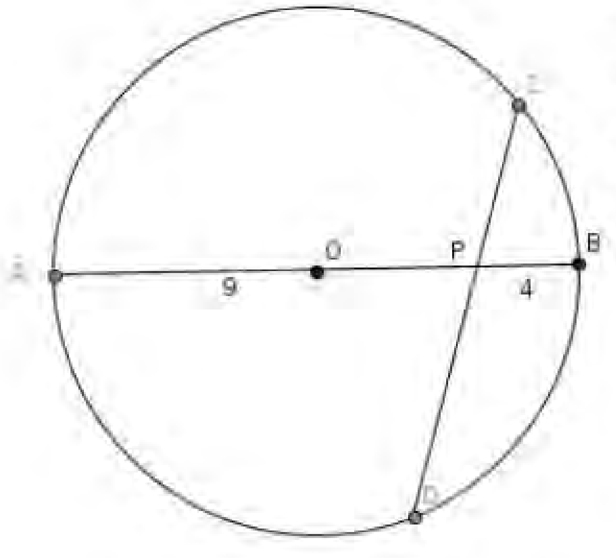


ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. AB എന്ന വ്യാസത്തിന് ലംബമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണാണ് CD. കൂടാതെ PA = 9 സെ.മി., PB = 4 സെ.മി.

a) PC X PD എത്രയാണ് ?

b) PC, PD ഇവയുടെ രണ്ടിന്റേയും നീളം ഒരേസമയം എണ്ണൽ സംഖ്യയാവില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

Answer:-



b) തുക 13 ൽ കുറവും ഗുണനഫലം 36 ഉം ആയ എണ്ണൽ സംഖ്യ ഇല്ല.

അതുകൊണ്ട് PC, PD ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ആകുകയില്ല.

....drvsr

Question9. March2015

വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെ.മീ., 6 സെ.മീ., 7 സെ.മീ., ആയ ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. അന്തർവൃത്ത ആരം അളന്നെഴുതുക.

Answer:-

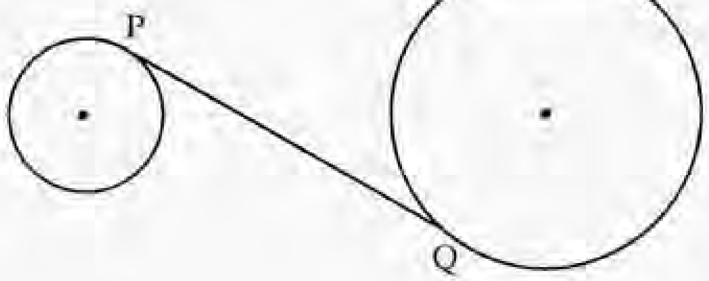
തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രകോണം നിർമ്മിച്ച്,

അതിന് അന്തർ വൃത്തം വരയ്ക്കുക

ആരം = 1.6 cm.

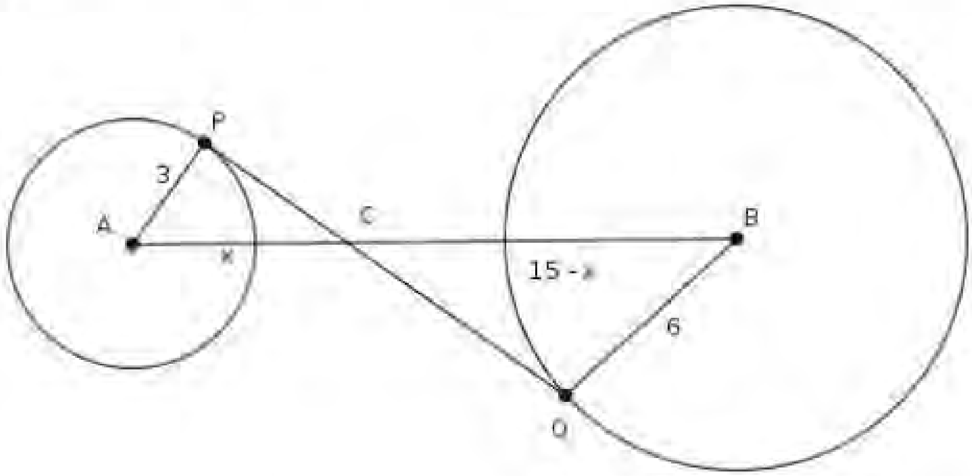
....drvsr

Question10. March2015



ചിത്രത്തിൽ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെന്റീമീറ്ററും, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെന്റീമീറ്ററും, വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 15 സെന്റീമീറ്ററുമാണ്. രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടെയും തൊടുവരയാണ് PQ. ഇതിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് AB = 15 cm തന്നിട്ടുണ്ട്.

ആരം ചെറുത് = 3cm , ആരം വലുത് = 6cm

AC = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

ഇവിടെ ΔAPC യും ΔBQC യും പരിഗണിച്ചാൽ

$<P = <Q = 90^0$; $<ACP = <BCQ$ (Opposite angles)

ie $\Delta APC \sim \Delta BQC$; AP/AC = BQ/BC

$\Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{6}{15-x}$; $\Rightarrow 6x = 3(15-x)$; $\Rightarrow 6x = 45 - 3x$; $\Rightarrow 9x = 45$; $x = 5$

ΔAPC യിൽ AP =3 cm, AC = 5 cm

PC = $\sqrt{5^2-3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

ΔBQC യിൽ BQ =6 cm, BC = 15 – x ; => BC = 15 – 5 =10 cm

QC = $\sqrt{10^2-6^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$

ie., PQ = PC +QC = 4 + 8 = 12cm.

....drvsr

Question11. March2015

വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ 5 സെ.മീ., 6 സെ.മീ., 6 സെ.മീ., ആയ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ഇതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

Answer:-

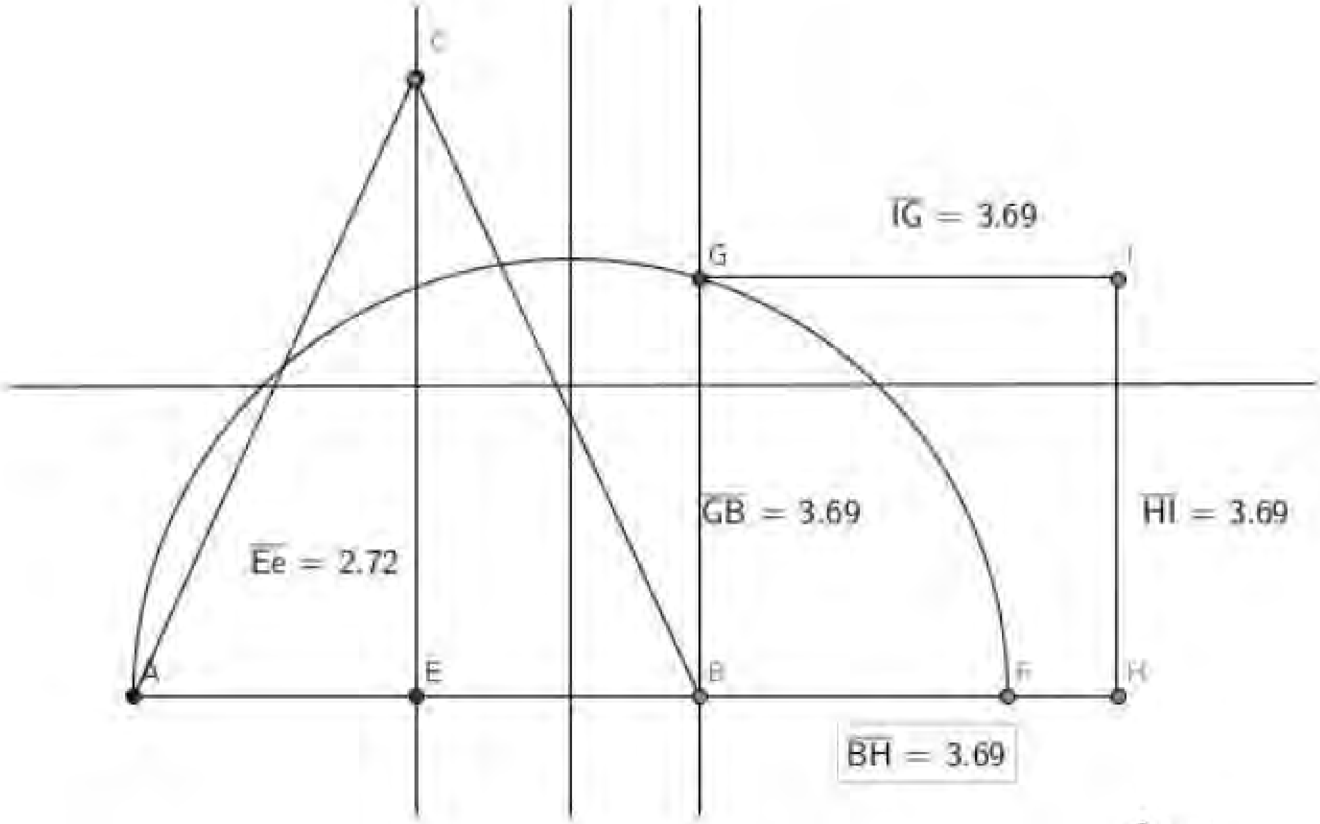
For constructing triangle with given sides

For constructing altitude of triangle

For constructing semi circle

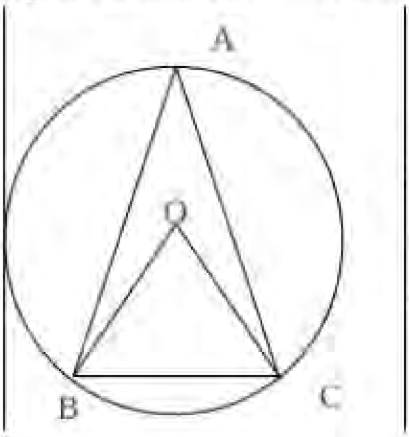
For constructing one side of a square

For constructing the square



....drvsr

Question12. March2014 .



ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് O. കൂടാതെ ABC ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണവും OBC ഒരു സമഭുജത്രികോണവുമാണ്. $\angle A$, $\angle ABO$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-

ഇവിടെ Δ OBC സമഭുജ ത്രകോണമാണ്.

$\therefore \angle BOC = 60^0$. ; $\therefore \angle A = \frac{1}{2} BOC = \frac{60}{2} = 30$.

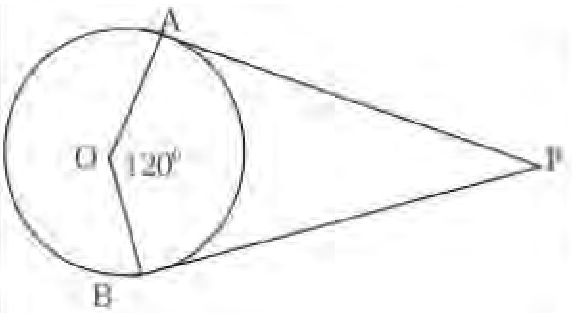
Δ ABC സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്.

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{180-30}{2} = \frac{150}{2} = 75$

ie., $\therefore \angle ABO = 75 - 60 = 15^0$.

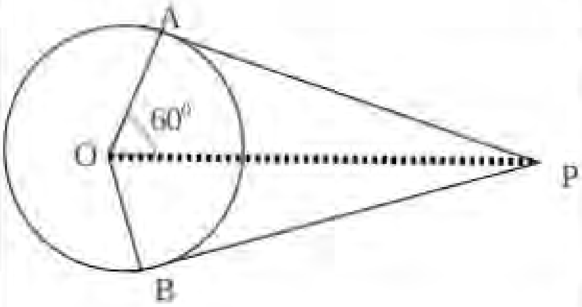
....drvsr

Question13. March2014



ചിത്രത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 സെ. മീ. അകലെയാണ്. P യിൽനിന്നുള്ള തൊട്ടുവരകളാണ് PA, PB എന്നിവ. വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും തൊട്ടുവരകളുടെ നീളവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



$\Delta OAP \equiv \Delta OBP$ (3 വശങ്ങളും യഥാക്രമം തുല്യമായ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ)

$\angle POA = 60^0$

$\sin\angle POA = \frac{AP}{OP} \Rightarrow \sin 60^0 = \frac{AP}{6}$

ie $\sqrt{3}/2 = \frac{AP}{6} \Rightarrow 2AP = 6 \times \sqrt{3}$

$\therefore AP = 3\sqrt{3}$

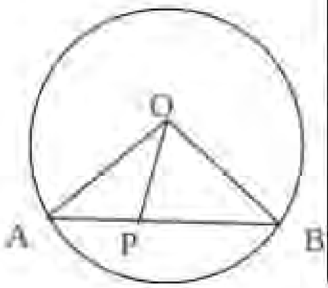
$\therefore$ സ്പർശരേഖയുടെ നീളം $= 3\sqrt{3}$ സെ. മീ.

$\cos\angle POA = \frac{OA}{OP} \Rightarrow \cos 60^0 = \frac{OA}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OA}{6}$

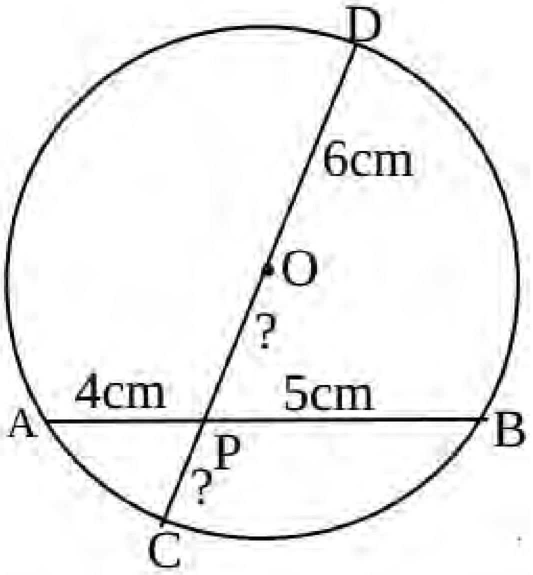
$\therefore 2OA = 6 \times 1 \Rightarrow OA = 3 \Rightarrow$ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= 3$ സെ. മീ.

....drvsr

Question14. March2014



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ മീ. ആണ്. PA = 4 സെ. മീ. PB = 5 സെ. മീ. OP യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



Answer:-

AB , CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു .

$\therefore PC \times PD = PA \times PB$

ie., $PC = OC - OP = 6 - PO.$

$PD = OD + OP = 6 + OP$

$PA = 4 ; PB = 5 \quad ; \therefore PC \times PD = PA \times PB$

$(6 - OP)(6 + OP) = 4 \times 5 ; \; 36 - OP^2 = 20 ; 36 - 20 = OP^2$

$16 = OP^2$; Hence OP = 4cm.

…………………………………………………………………..drvsr

Question15. March2014

വശങ്ങളുടെ നീളം 6 cm, 5 cm, 5 cm ആയ ത്രികോണം വരച്ച്

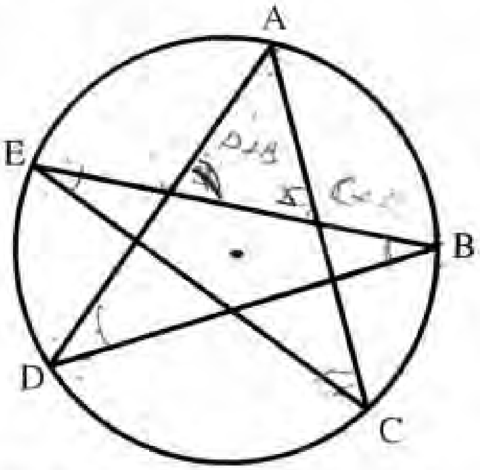
അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരക്കുക. അന്തർ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക.

Answer:-

നിർമ്മിതി നടത്തുക. അന്തർ വൃത്ത ആരം 3.2 cm

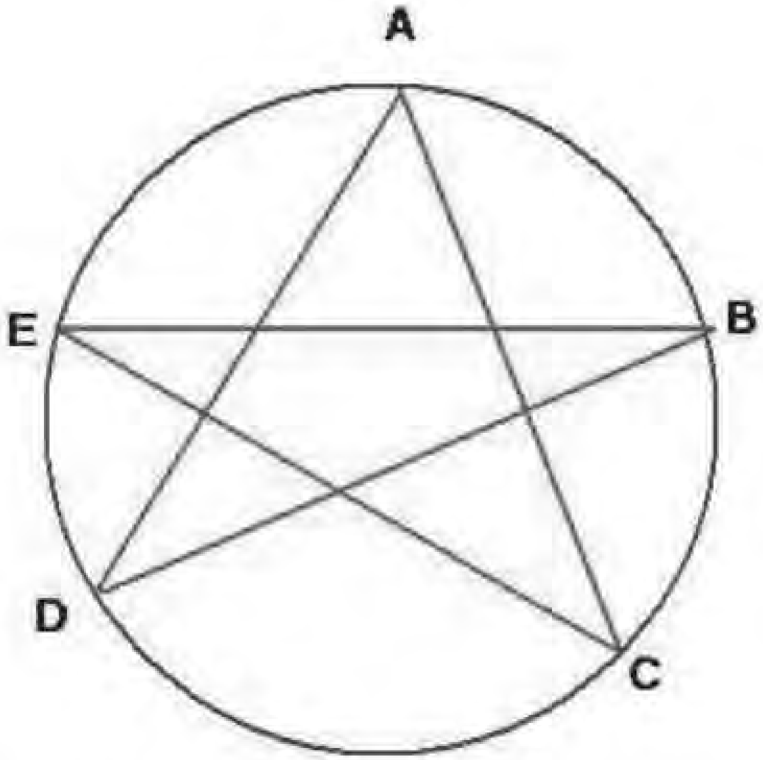
……………………………………………………………………..drvsr

Question 16. March 2013.



ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D, E എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്.
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-



$\angle A = a$, $\angle B = b$, $\angle C = c$, $\angle D = d$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

CD, DE , AE , AB and BC എന്നീ ചാപങ്ങളുടെ മറുചാപങ്ങളിലെ കോണുകളാണ് യഥാക്രമം A, B, C, and D.

ഈ ചാപങ്ങളുടെ കേന്ദ്ര കോണുകളുടെ തുകയാണ് 360

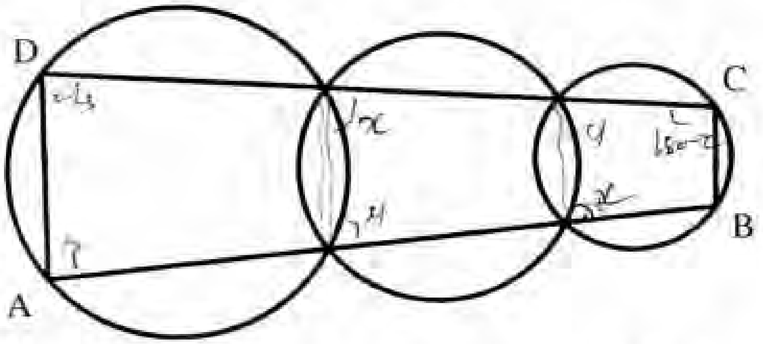
ie., 2a + 2b + 2c + 2d = 360 ; $\Rightarrow$2(a + b + c + d) = 360

$\Rightarrow$ a + b + c + d = 360 / 2 = 180

Hence A + B + C + D = 180.

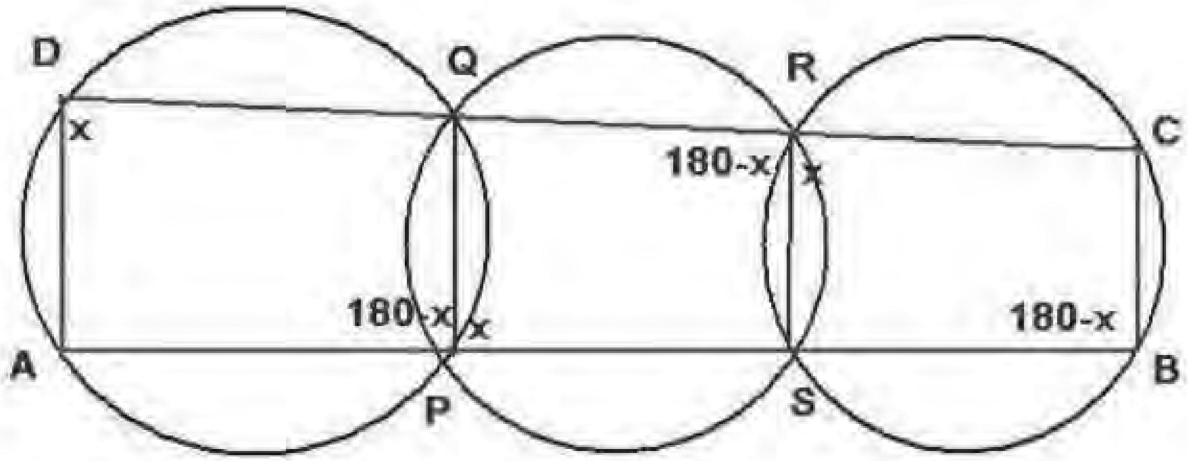
……………………………………………………………………….drvsr

Question 17. March 2013.



ചിത്രത്തിൽ നൽകിയിട്ടുള്ള ചതുർഭുജം A B C D ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-

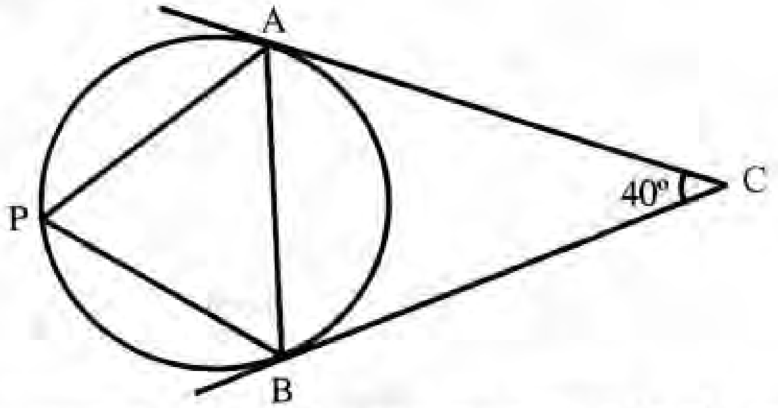


PQ and RS എനിവ വരയക. APQD , QPSR, SBCR എന്നിവ ചകീയ ചതുർഭുജങ്ങളാണ്. . < D = x ആയാൽ , < APQ = 180-x , < CRS = x , < SBC = 180-x

<D+ < B = x+180-x = 180 ,എതിർ കോണുകൾ അനു പൂരകമായതിനാൽ , ചതുർഭുജംABCD ചക്രീയചതുർഭുജമാണ്.

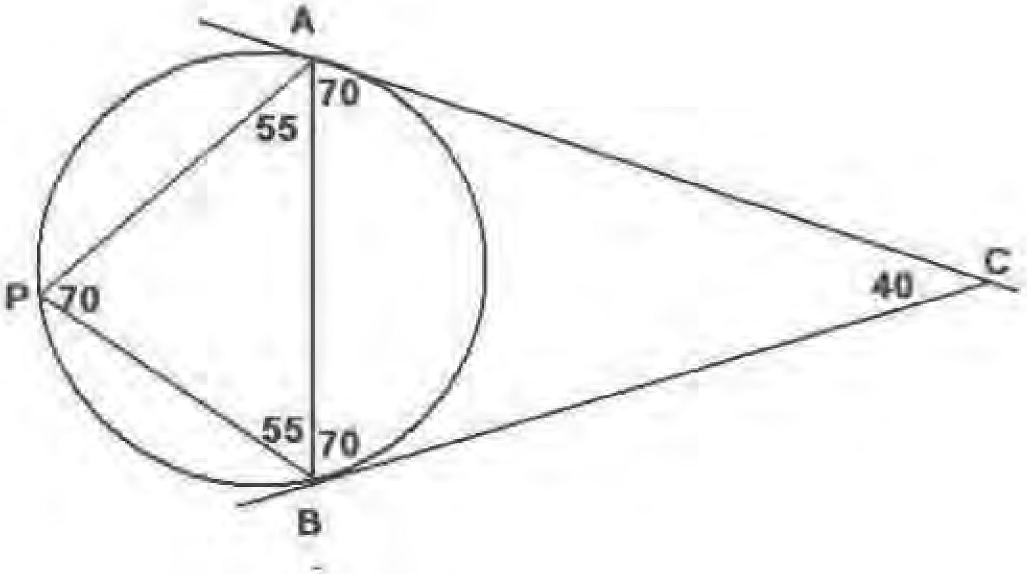
………………………………………………………………………...drvsr

Question 18. March 2013.



ചിത്രത്തിൽ CA, CB ഇവ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. കൂടാതെ PA = PB, $\angle C = 40^\circ$. ത്രികോണം PAB യുടെ കോണളവുകൾ കാണുക.

Answer:-



<C = 40^0

< AOB = 180- 40=140^0 (ചക്രീയചതുർഭുജ സിദ്ധാന്തം)

അതുകൊണ്ട്, <P = 70^0 (മറു ചാപത്തിലെ കോൺ)

PA=PB ആയതുകൊണ്ട്, < PAB = < PBA = 110/2 = 55^0 .

…………………………………………………………………………..drvsr

Question 19. March 2013

a) AB = 10 സെ.മി., $\angle A=50^o$, $\angle B=70^o$ വരുന്ന ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക.

b) ത്രികോണം ABC യുടെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

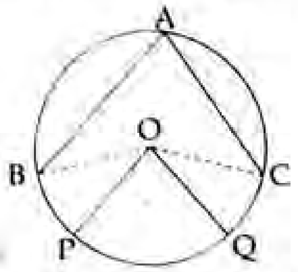
Answer:-

നിർമ്മിതി നടത്തുക. അന്തർ വൃത്ത ആരം കാണുക.

……………………………………………………………………….drvsr

Question 19.

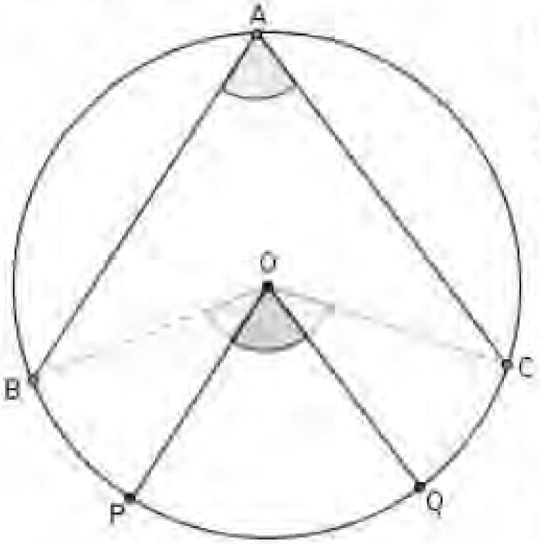
ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ AB, AC വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകളും, OP, OQ അവയ്ക്കു സമാന്തരമായ ആരങ്ങളുമാണ്.



(a) $\angle BOC$, $\angle POQ$ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

(b) B, C ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ നീളവും, P, Q ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ നീളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

Answer:-



(a) AB , OP യ്ക്ക് സമാന്തരവും AC , OQ വിന് സമാന്തരവും ആണെന്ന് തന്നിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് <BAC = <POQ ആയിരിക്കും.

(ചാപം , ശിഷ്ടചാപം , കേന്ദ്രകോൺ ബന്ധം അനുസരിച്ച്)

<BOC = 2 × <BAC എന്നാൽ

<BAC = <POQ ആയതുകൊണ്ട്

<BOC = 2 × <POQ

അതായത് <BOC , <POQ വിൻറെ ഇരട്ടി അഥവാ 2 മടങ്ങ് ആയിരിയം.

(b) <POQ = x എന്നും വൃത്തത്തിൻറെ ആരം r എന്നും കരുതിയാൽ
<BOC = 2x

ചെറിയചാപം PQ വിൻറെ നീളം = $2\pi r \times \frac{x}{360}$

<BOC = 2x ആയതുകൊണ്ട് ചെറിയചാപം BC യുടെ നീളം

$= 2\pi r \times \frac{2x}{360}$; $\Rightarrow 2 \times 2\pi r \times \frac{x}{360}$

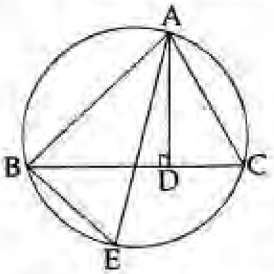
= 2 × ചെറിയചാപം PQ വിൻറെ നീളം

അതായത് ചെറിയചാപം BC യുടെ നീളം = 2 × ചെറിയചാപം PQ വിൻറെ നീളം

…………………………………………………………………………...drvsr

Question 20.

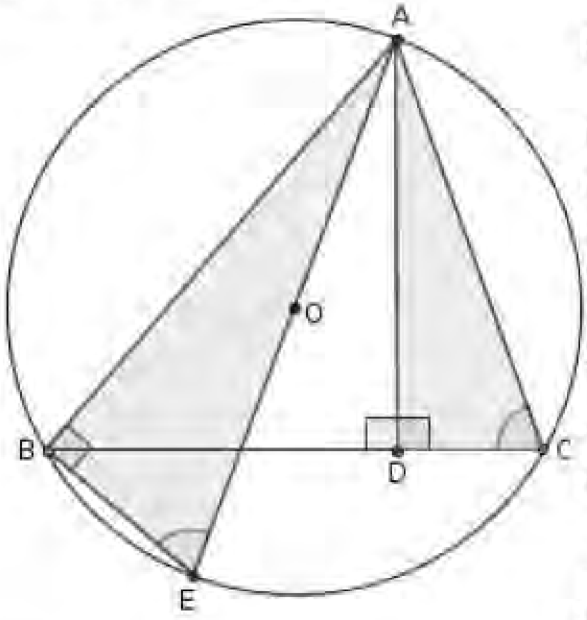
ചിത്രത്തിലെ ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ, A -യിൽ നിന്ന് BC -യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് AD; ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിൽ A -യിൽക്കൂടിയുള്ള വ്യാസമാണ് AE.



(a) ΔADC, ΔABE ഇവ സദൃശമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(b) ΔABC -യുടെ പരപ്പളവ് $\frac{AB \times BC \times CA}{2AE}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിലെ $<ABE = 90^\circ$

(അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടക്കോൺ ആയിരിയം)

മട്ട Δ ADC , മട്ട Δ ABE എനിവ പരിഗണിച്ചാൽ

$<ADC = <ABE = 90^\circ$

$<AEB = <ACD$ (ഒരേവൃത്തത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യം)

$\therefore$ മട Δ ADC $\backsim$ മട്ട ABE (രണ്ട് കോണുകൾ തുല്യം)

(b)

സദൃശ്യ ത്രികോണങ്ങളുടെസമാനവശങ്ങൾ

ആനുപാതികമായതുകൊണ്ട്

$$\frac{AE}{CA} = \frac{AB}{AD}$$

$$AE \times AD = AB \times CA \quad ; \quad \therefore \ AD = \frac{AB \times CA}{AE}$$

Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $1/2 \times BC \times AD$

($1/2 \times$ പാദം $\times$ ലംബം)

$AD = (AB \times CA) / AE$ എന്ന വില ആരോപിച്ചാൽ

Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $1/2 \times BC \times AB \times CA / AE$

$= AB \times BC \times \dfrac{CA}{2\,AE}$.

....drvsr

Question 21.

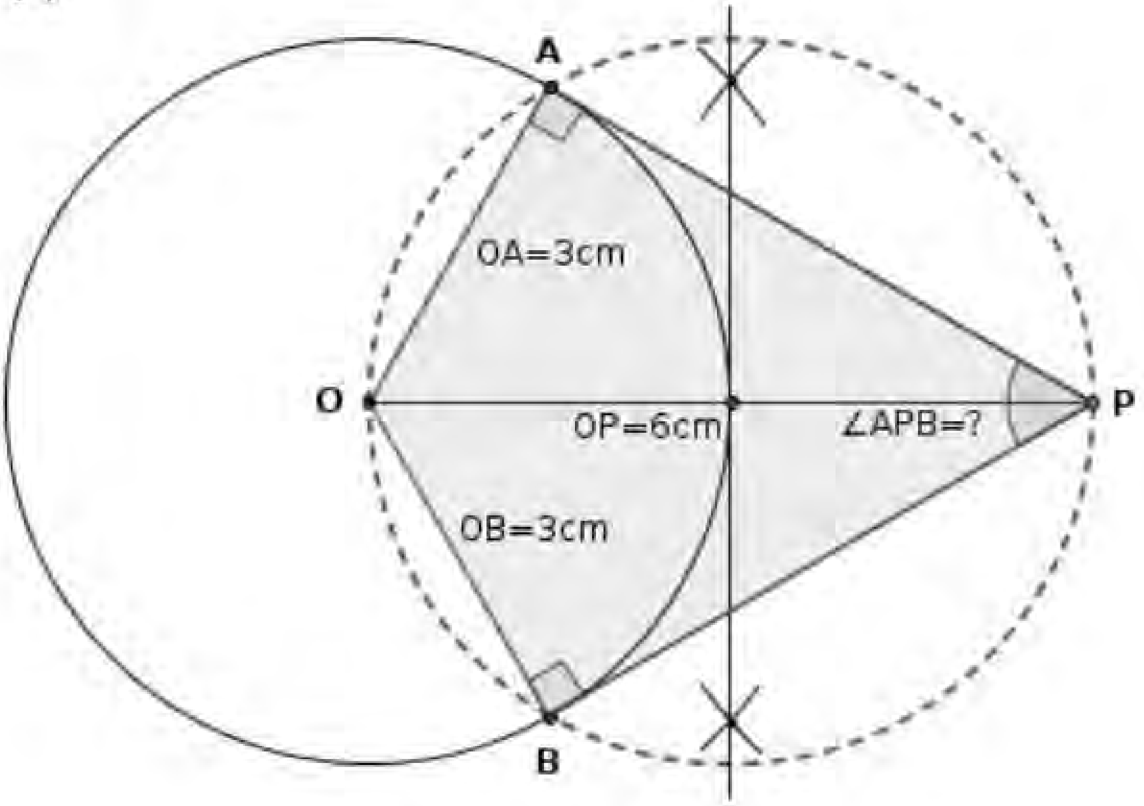
ആരം 3 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് 6 സെന്റിമീറ്റർ അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(a) ഈ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള രണ്ടു തൊടുവരകളും വരയ്ക്കുക.

(b) ഈ തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ? കാരണമെഴുതുക.

Answer:-

(a)



(b) ചിത്രത്തിലെ മട Δ PAO വിൽ നിന്നും പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തപ്രകാരം

$PA = \sqrt{PO^2 - OA^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

മട Δ PAO യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $= 3 : 3\sqrt{3} : 6$

$= 1 : \sqrt{3} : 2$

∴ മട Δ PAO യുടെ കോണുകളുടെ അംശബന്ധം = 30 : 60 : 90

∴ $\angle OPA = 30°$, $\angle PAO = 90°$, $\angle AOP = 60°$

$\angle OPA = 30°$ ആയതുകൊണ്ട് $\angle OPB = 30°$ (സമാന ത്രികോണങ്ങൾ)

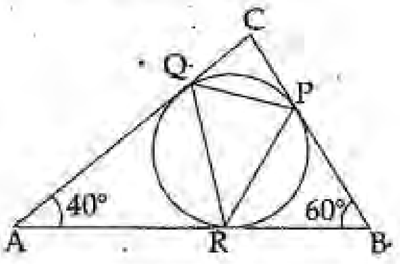
∴ തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണിൻറെ അളവ് $= \angle OPA + \angle OPB$

$= 30 + 30 = 60°$

....drvsr

Question 22.

ചിത്രത്തിൽ, ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വശങ്ങളെ തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R .

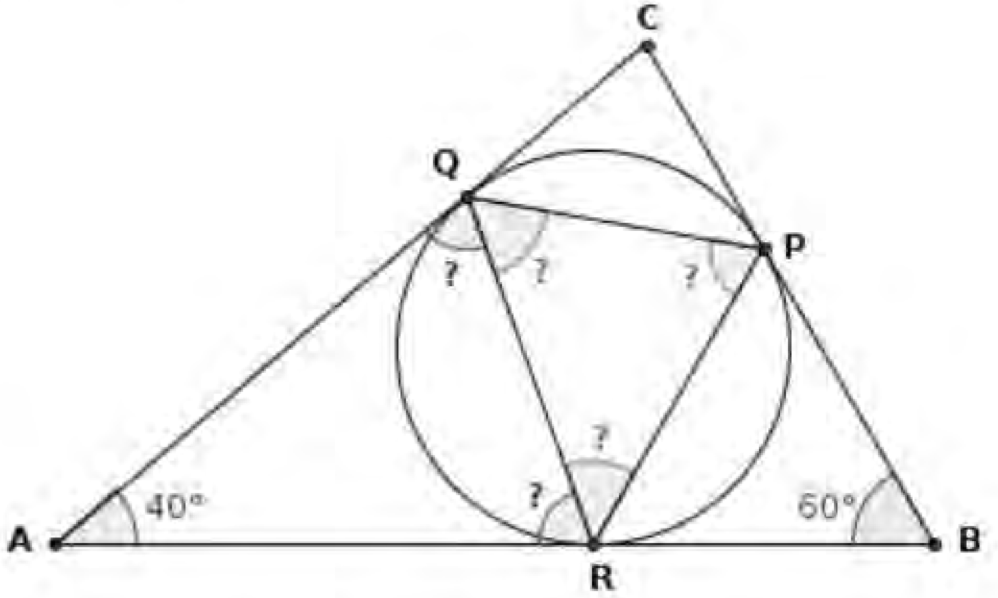


(a) ΔAQR ലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

(b) ΔPQR ൽ, P യിലെ കോൺ കണക്കാക്കുക.

(c) ΔPQR ലെ മറ്റു രണ്ടു കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

Answer:-



a) ബാഹ്യ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള വരകൾ തുല്യമായിരിക്കും .അതുകൊണ്ട് ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്

AQ = AR , BR = BP , CP = CQ

AQ = AR ആയതുകൊണ്ട് Δ AQR ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്.

Δ AQR ലെ < QAR = 40 ° എന്ന്തന്നിരിക്കുന്നതിനാൽ

< AQR = < ARQ = (180 – 40) / 2 = 140/2 = 70°

(b) ഞാണും തൊടുവരയും തമ്മിലുണ്ടാക്കുന്ന ഓരോ കോണും ഞാണിൻറെ മറുഭാഗത്തെ വൃത്തത്തിലെ കോണിന് തുല്യമായതിനാൽ

< AQR = 70 ° ആയതിനാൽ Δ PQR ലെ < P = 70° ആണ്.

(.c) BR = BP ആയതുകൊണ്ട് ΔBRP

ഒരുസമപാർശ്വത്രികോണമാണ്.

Δ BRP ലെ < RBP = 60 ° എന്ന്തന്നിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് മറ്റു രണ്ട് കോണുകളായ < BRP = < BPR = (180 – 60) / 2 = 120/2 = 60°

ഞാണും തൊടുവരകളും തമ്മിലുണ്ടാക്കുന്ന ഓരോ കോണും ഞാണിൻറെ മറുഭാഗത്തെ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമായതിനാൽ

< BRP = 70 ° ആയതിനാൽ Δ PQR ലെ < Q = 60°

ത്രികോണത്തിലെ ആകെ കോണുകളുടെ തുക 180 ° ആയതുകൊണ്ട്

< R = 180 - (< P + < Q) = 180 - (70 + 60) = 180 – 130 = 50°

……………………………………………………………………...drvsr

Question 23.

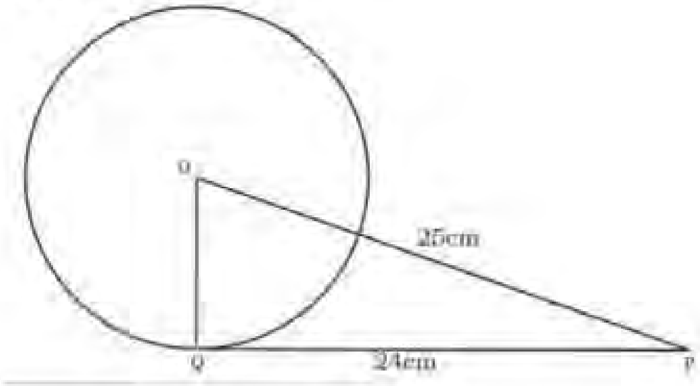
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് 25 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദു P യിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന സ്പർശരേഖയുടെ നീളം 24 സെന്റിമീറ്റർ ആണെങ്കിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?

ഉത്തരം

ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്

$$OP^2 = OQ^2 + QP^2$$

$$25^2 = OQ^2 + 24^2$$



$$OQ^2 = 25^2 - 24^2$$

$$OQ^2 = 625 - 576$$

$$OQ^2 = 49$$

$$OQ = 7cm$$

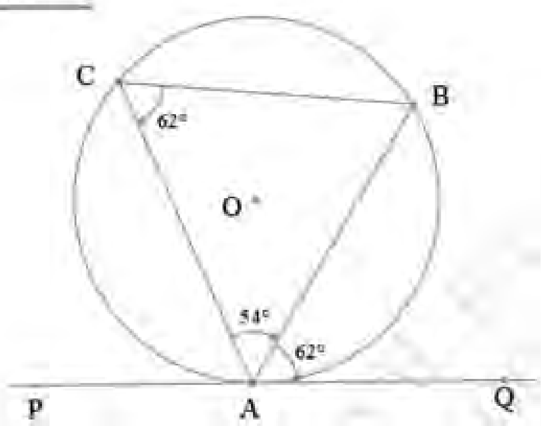
ആരം = 7cm.

……………………..drvsr

Question 24.

ഒരു വൃത്തത്തിൽ A യിലൂടെയുള്ള സ്പർശരേഖ PQ വും ഞാൺ AB യും ആണ്. $\angle BAC = 54^0$, $\angle BAQ = 62^0$ ആകത്തക്കവിധം C എന്ന ബിന്ദു എടുക്കുക. $\angle ABC$ കാണുക.

ഉത്തരം



$\angle ABC = 180^0 - (\angle BAC + \angle ACB)$

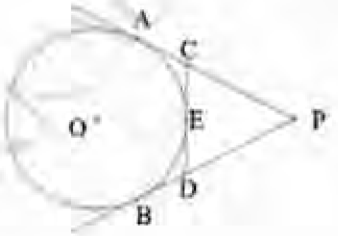
$= 180^0 - (54^0 + 62^0) = 64^0.$

....drvsr

Question 25.

ചിത്രത്തിൽ, O കേന്ദ്രമായുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വെളിയിൽ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിന് PA, PB എന്നീ സ്പർശരേഖകൾ വരച്ചിട്ടുണ്ട്. E യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് ഒരു സ്പർശരേഖ CD യും AP = 25 സെ. മീറ്ററുമാണ്.

എങ്കിൽ ΔPCD യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.



ഉത്തരം

വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വരച്ച രണ്ട് സ്പർശരേഖകളുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും.

$\therefore$ CA = CE, DB = DE, PA = PB.

ΔPCD യുടെ ചുറ്റളവ്

= PC + CD + DP

= PC + CE + ED + DP

= PC + CA + DB + DP

= PA + PB = 2 PA ($\because$ PB = PA)

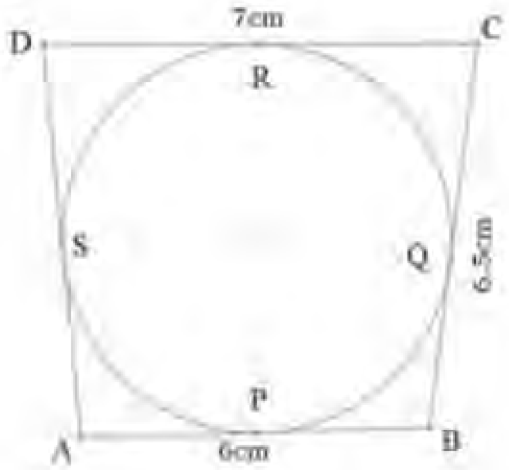
= 2×25 = 50 cm

....drvsr

Question 26.

ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും ഒരു വൃത്തത്തെ സ്പർശിക്കുന്നു. AB=6 സെ.മീ., BC=6.5 സെ.മീ., CD=7 സെ.മീ. എങ്കിൽ AD യുടെ നീളം കാണുക.

ഉത്തരം



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്

$$AP = AS \; ; \; BP = BQ \; ;$$

$$CR = CQ \; ; \; DR = DS$$

(1), (2), (3), (4) എന്നിവ കൂട്ടിയാൽ,

$$AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS$$

$$AB + CD = AD + BC.$$

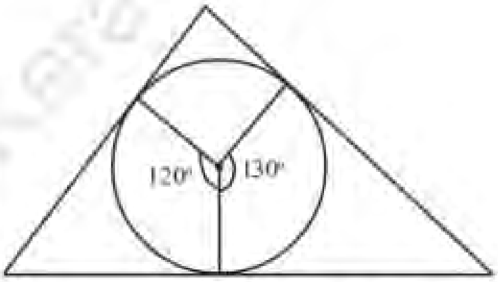
$$AD = AB + CD - BC$$

$$= 6 + 7 - 6.5 = 6.5\text{cm}$$

....drvsr

Question 27.

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലെ കോണുകളാണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം : 5)

ഉത്തര സൂചിക

- കോണളവുകൾ $180 - 120 = 60^\circ$ (1)

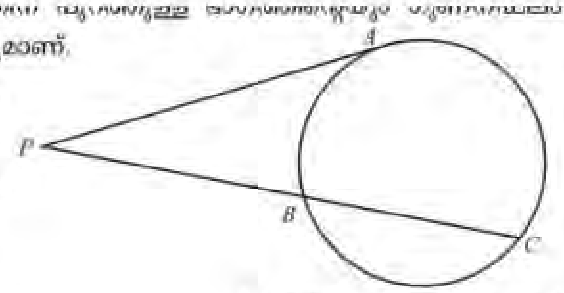
  $180 - 130 = 50^\circ$ (1)

  മൂന്നാമത്തെ കോൺ $180 - (60 + 50) = 70^\circ$ (1)

....drvsr

Question 28.

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമാണ്.



❓ ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവര യാണ്, PA. PC = 12 സെ.മി, PB = 3 സെ.മി ആയാൽ PA യുടെ നീളം എന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം :5)

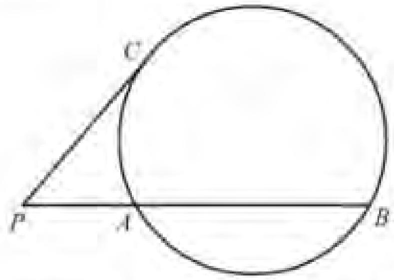
■ ഉത്തരസൂചിക

- $PB \times PC = PA^2$ (1)
- $3 \times 12 = 36$ (1)
- $PA = \sqrt{36} = 6$ സെ.മീ (1)

....drvsr

Question 29.

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗത്തിന് തുല്യമാണ്.



❓ ചിത്രത്തിൽ PC = 4 സെ.മീ. AB = 6 സെ.മീ PA യുടെ നീളം കാണുക.

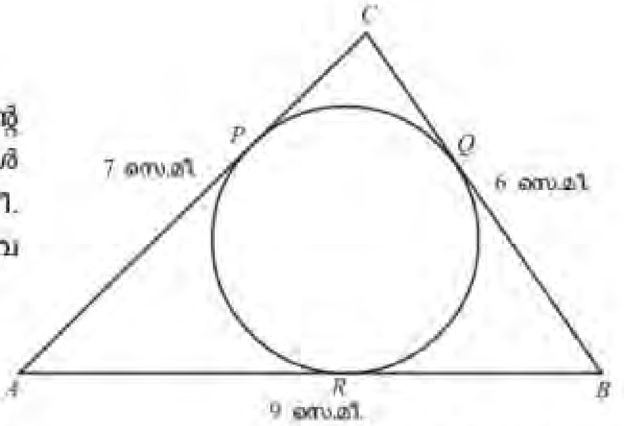
(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$PA \times PB = PC^2 \quad (1)$$
$$PA\,(PA + 6) = 4^2$$
$$PA^2 + 6\,PA = 16$$
$$PA^2 + 6\,PA + 9 = 25 \quad (1)$$
$$(PA + 3)^2 = 25$$
$$PA + 3 = 5 \quad (1)$$
$$PA = 2 \text{ സെ.മീ} \quad (1)$$

....drvsr

Question 30.



❓ ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 6 സെ.മീ., 7 സെ.മീ., 9 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിൽ AP, BR, CQ ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം : 5)

■ ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 9 + 7 + 6 = 22

$S = \frac{22}{2} = 11$ (1)

$AP = s - a = 11 - 6 = 5$ (1)

$BR = s - b = 11 - 7 = 4$ (1)

$CQ = s - c = 11 - 9 = 2$ (1)

....drvsr

Question 31.

ത്രികോണം *ABC* യുടെ മൂന്ന് വശങ്ങൾ 21, 20, 13 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്.

(1) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

(2) ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക.

■ ഉത്തരസൂചിക

- പരപ്പളവ് = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$\sqrt{27(27-21)(27-20)(27-13)}$

$\sqrt{27 \times 6 \times 7 \times 14}$

$\sqrt{9 \times 3 \times 3 \times 2 \times 7 \times 7 \times 2}$

$= 3 \times 3 \times 2 \times 7 = 126$ ച. സെ.മീ.

$r = \frac{A}{s} = \frac{126}{27} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ സെ.മീ.

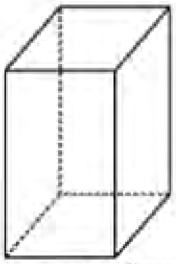
The End of the Chapter Tangents

...............drvsr

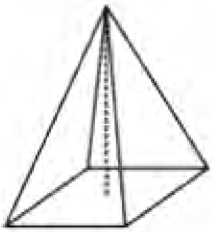
8

ഘനരൂപങ്ങൾ

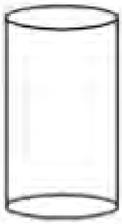
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ



സമചതുര സ്തംഭം

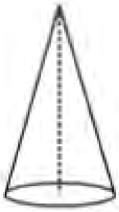


സമചതുര സ്തൂപിക

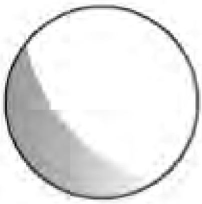


വൃത്തസ്തംഭം

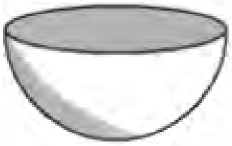
(സിലിണ്ടർ)



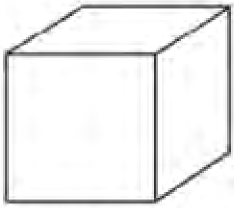
വൃത്തസ്തൂപിക



ഗോളം

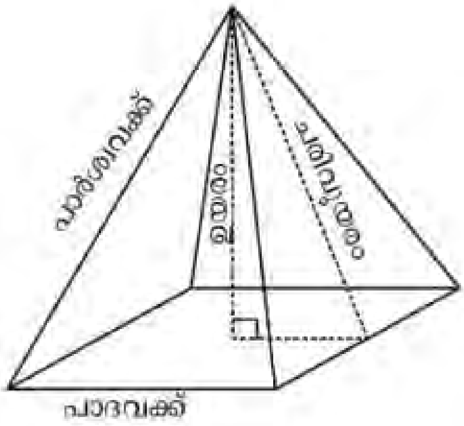


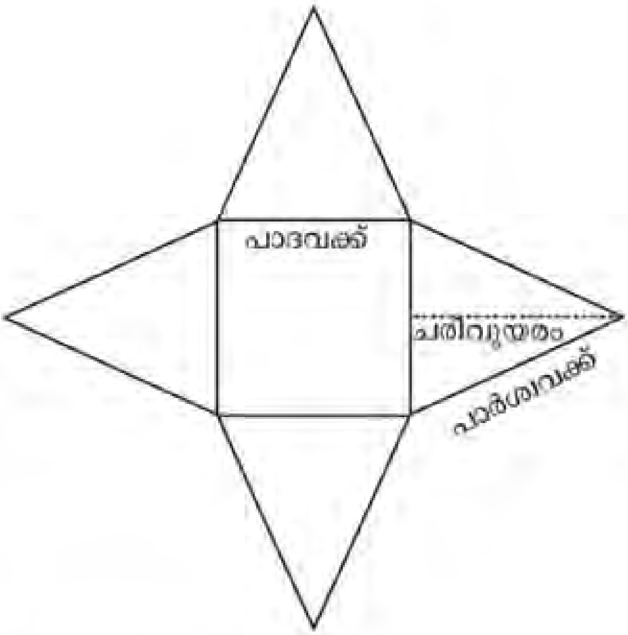
അർധഗോളം



സമചതുരക്കട്ട (ക്യൂബ്)

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ





ഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

$= (\text{പാദവക്ക്})^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times \text{പാദവക്ക്} \times \text{ചരിവുയരം}$

$\therefore$ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= (\text{പാദവക്ക്})^2 + 2 \times \text{പാദവക്ക്} \times \text{ചരിവുയരം}$

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \text{പാദപരപ്പളവ്} \times \text{ഉയരം}$

$= \frac{1}{3} \times (\text{പാദവക്ക്})^2 \times \text{ഉയരം}$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

= പാദപരപ്പളവ് + വക്രതലപരപ്പളവ്

$= \pi \times (\text{ആരം})^2 + \pi \times \text{ആരം} \times \text{ചരിവുയരം}$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

$= \frac{1}{3} \times \text{പാദപരപ്പളവ്} \times \text{ഉയരം}$

$= \frac{1}{3} \times \pi (\text{ആരം})^2 \times \text{ഉയരം}$

ഗോളം

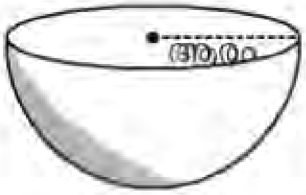
ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

$= 4\pi \times (\text{ആരം})^2$

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= \frac{4}{3}\pi \times (\text{ആരം})^3$

അർധ ഗോളം



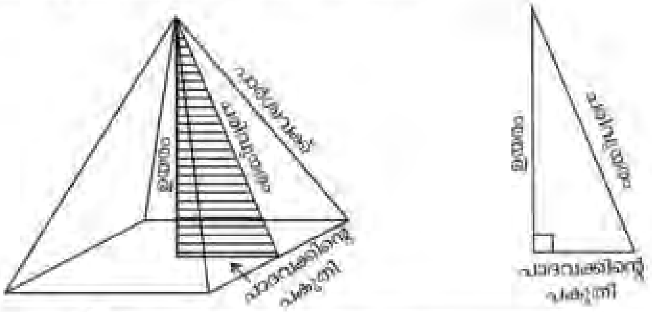
അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

$= 3\pi \times (\text{ആരം})^2$

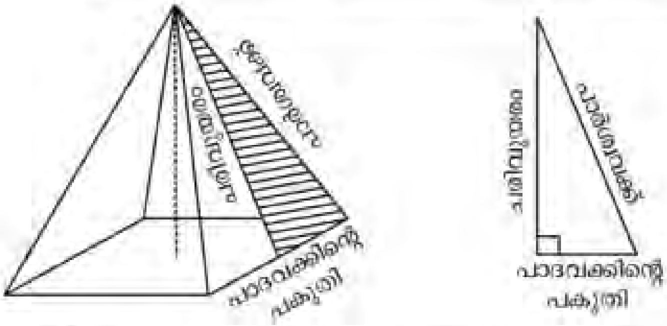
അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= \frac{2}{3}\pi \times (\text{ആരം})^3$

സമചതുരസ്തൂപികയിലെ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ

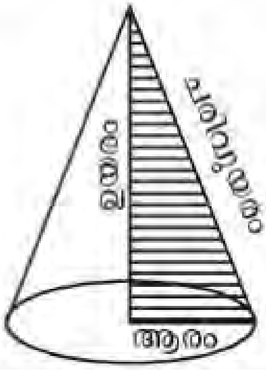


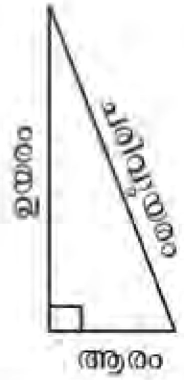
$(\text{ചരിവുയരം})^2 = (\text{ഉയരം})^2 + (\text{പാദവക്കിന്റെ പകുതി})^2$



$(\text{പാർശ്വവക്ക്})^2 = (\text{ചരിവുയരം})^2 + (\text{പാദവക്കിന്റെ പകുതി})^2$

വൃത്തസ്തൂപികയിലെ മട്ടത്രികോണം





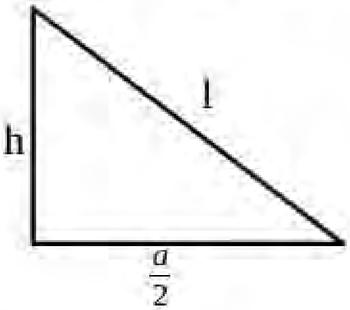
$$(\text{ചരിവുയരം})^2 = (\text{ഉയരം})^2 + (\text{ആരം})^2$$

<u>സമചതുരസ്തൂപിക</u>

a = പാദ വക്ക്, d = പാദ വികർണ്ണം, h = ഉന്നതി,
l = പാർശ്വോന്നതി, e = പാർശ്വ വക്ക്,

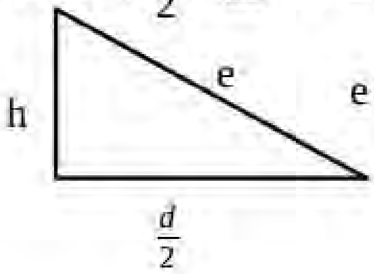
$\frac{a}{2}$ = പാദവക്കിൻറെ പകുതി .

1) h, l, $\frac{a}{2}$ ഇവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ട ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.



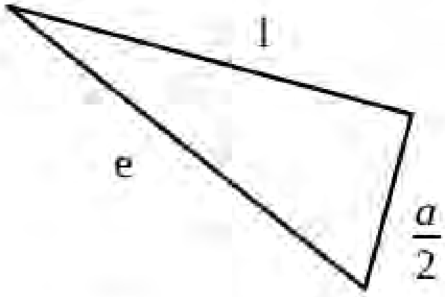
$l = \sqrt{h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}$, $h = \sqrt{l^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$, $a = 2 \times \sqrt{l^2-h^2}$

2) h, l, $\frac{d}{2}$ ഇവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ട ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.



$e = \sqrt{h^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2}$, $h = \sqrt{l^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}$, $d = 2 \times \sqrt{l^2-h^2}$

3) e , l , $\frac{a}{2}$ ഇവ ചേർന്ന് പാർശ്വമുഖങ്ങളിൽ ഒരു മട്ട ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.

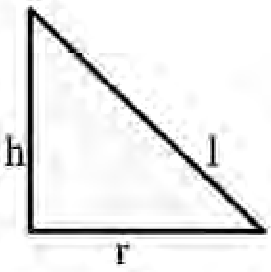


e = $\sqrt{l^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}$, l = $\sqrt{e^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$, a = $2 \times \sqrt{e^2-l^2}$.

വൃത്തസ്തൂപിക

h = ഉന്നതി , l = ചരിവുവശം , r = ആരം .

$l=\sqrt{h^2+r^2}$, $h=\sqrt{l^2-r^2}$, $r=\sqrt{l^2-h^2}$



....drvsr

സ്തംഭം പേര്	പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
നേർ സ്തംഭം	Ph	2A + Ph	Ah
സിലിണ്ടർ	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	$\pi r^2 h$
പൈപ്പ്	$2\pi h(R+r)$	$2\pi(R+r)(h+R-r)$	$\pi h(R+r)(R-r)$
സ്തൂപിക	$2al$	$2al+a^2$	$\frac{1}{3}a^2 h$

സ്തംഭം പേര്	പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യപ്തം
വൃത്ത സ്തൂപിക	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ഗോളം	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
അർദ്ധ ഗോളം	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
സമചതുരക്കട്ട	$4a^2$	$6a^2$	a^3

കുറച്ചുകൂടി സൂത്രവാക്യങ്ങൾ

മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}bh$

സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 3a

സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി = $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = s (s – a) (s – b) (s – c)

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

സമചതുര പരപ്പളവ് = a^2 OR $\frac{1}{2} \times d^2$; സമചതുര ചുറ്റളവ് = 4a

സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം = $a\sqrt{2}$

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $l \times b$

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 2 (l + b)

ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം = $\sqrt{l^2+b^2}$

സമഭുജസാമാന്തീക പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}d_1 \times d_2$

സമഷഡ്ഭുജ പരപ്പളവ്= $\frac{6\sqrt{3}a^2}{4}$

സമഷഡ്ഭുജ ചുറ്റളവ് = 6a
സമചതുരക്കട്ടയുടെ പരപ്പളവ് = a^2
വൃത്ത പരപ്പളവ് = πr^2 ; വൃത്തചുറ്റളവ് = $2\pi r$
അഗ്രമുഖങ്ങളുടെ എണ്ണം 'n' ആയാൽ ,

മുഖങ്ങളുടെ എണ്ണം = n + 2 ; മൂലകളുടെ എണ്ണം = 2n ;
വക്കുകളുടെ എണ്ണം = 3n ;
ഓയിലറുടെ സൂത്രവാക്യം = F + V – E = 2.

....drvsr

Question :1. March 2017.

ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ വശങ്ങളുടെ നൂളം 4 cm, 6cm, 10 cm ആണ്
a) ഇതിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പരമാവധി വ്യാപ്തം എന്താണ്?

b) ഇതിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഒരു ഗോളത്തിന്റെ പരമാവധി വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക. ?

Answer:-

ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന സമചതുര സ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ
(a)
പാദ വശം (a) = 4 cm ; ഉയരം (h) = 10 cm

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}a^2h = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 10 = \frac{160}{3}$ cm³.

(b) ഗോളത്തിൻറെ വ്യാസം = 4 cm ; ആരം = 2cm

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{32\pi}{3}$ cm³.

....drvsr

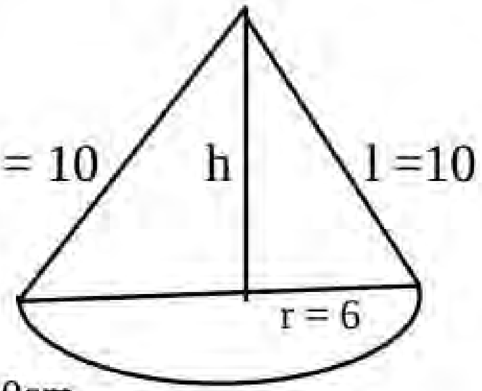
Question .2. March 2017

10 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് 8 cm ഉയരമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കണം.
a) മുറിച്ചെടുക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

എത്രയായിരിക്കണം.?

b) ഇങ്ങനെ നിർമ്മിക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും വക്രതല പരപ്പളവും കണ്ടു പിടിക്കുക. ?

Answer:-



വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 10 cm
ie വൃത്തസപികയുടെ ചരിവുയരം = 10cm
വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 8 cm
വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം = $\sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{10^2 - 8^2}$
$= \sqrt{100 - 64}$
$= \sqrt{36} = 6$ cm

a) മുറിച്ചെടുക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

$$\frac{r}{l} = \frac{x}{360} = \frac{6}{10} = \frac{x}{360} \;;\Longrightarrow\; 10x = 360 \times 6 \;= 216^0 .$$

(b) വ്യാപ്തം = $1/3\pi r^2h = 1/3 \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi$ cm^3 .

വക്രതല പരപ്പളവ് = $\pi rl = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$ cm^2

....drvsr

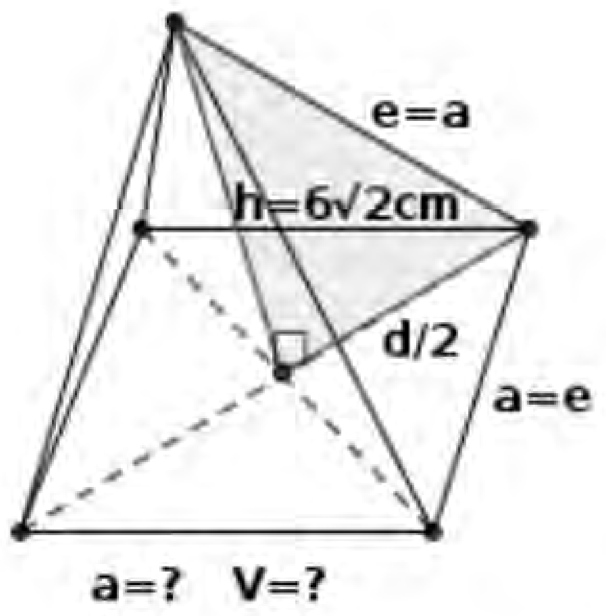
Question :3. March 2017.

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വക്കുകളെല്ലാം ഒരേ നീളമാണ്. സ്തൂപികക്ക് $6\sqrt{2}$ cm ഉയരമുണ്ട്.

a) പാദവക്കിന്റെ നീളം കാണുക ?.

b) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക ?

Answer:-



(a) സമ ചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം a
കണക്കാക്കുന്നതിന്

ചിത്രത്തിലെ d , h , e മട്ട ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും

$$h=\sqrt{e^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

എന്നാൽ ഇവിടെ $h = 6\sqrt{2}$ cm , $e = a$, $d = a\sqrt{2}$

$$\therefore 6\sqrt{2} = \sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

ഇരു വശത്തും വർഗ്ഗം എടുത്താൽ

$\therefore (6\sqrt{2})^2 = a^2 - (a\sqrt{2}/2)^2$

$36 \times 2 = a^2 - a^2 \times 2/4$

$\therefore 72 = a^2 - a^2/2$

$a^2 = 72 \times 2 = 144$

$\therefore a = \sqrt{144} = 12$

∴സമ ചതുരസ്തൂപവികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം = 12cm

(b) സമ ചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം V കണക്കാക്കുന്നതിന്

സമ ചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}a^2h$

ഇവിടെ , a = 12 cm , h = 6√2 cm

$\therefore V = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 6\sqrt{2}$ = 1/3 x 144 x 6√2 = 288√2 cm^3 .

....drvsr

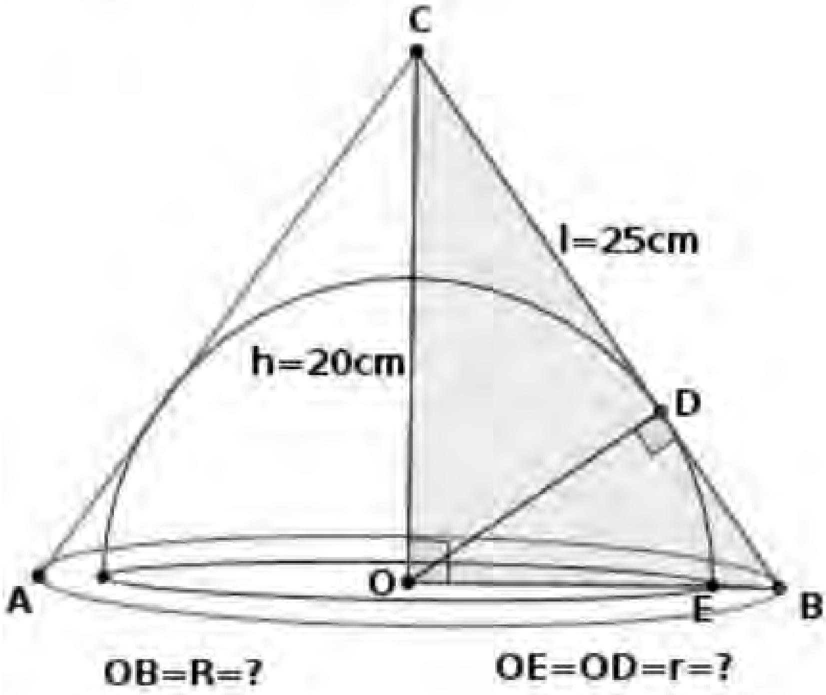
Question :4. March 2017.

20 cm ഉയരവും 15 cm ചരിവുയരവുമുള്ള മരം കൊണ്ട് നിർമ്മിച്ച കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിയ ഒരു അർദ്ധഗോളം ചെത്തിയെടുത്താൽ

a) അർദ്ധഗോളത്ത്ന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക ?

b) ശേഷിച്ചഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാുക ?

Answer:-



ചിത്രത്തിൽ OB (അതായത് R) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരത്തേയും , h ഉയരത്തേയും , l ചരിവുയരത്തേയും , OE , OD എന്നണിവ ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന പരമാവധി വലി അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരത്തേയും (അതായത് r) സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

R , h , l മട്ട ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും

OB = R = $\sqrt{l^2-h^2}$ = √ $(25)^2-(20)^2$ = √ 625 – 400 = √ 225 = 15 cm

(a) ചിത്രത്തിലെ മട Δ BOC , മട Δ BDO എന്നിവ സദൃശ്യ ത്രികോണങ്ങളായതിനാൽ

(<DBO = <CBO പൊതുകോൺ , <ODB = <COB = 90

∴ ത്രികോണങ്ങളുടെ രണ്ട് കോണുകൾ തുല്യം.)

അവയുടെ സമാനവശങ്ങൾ ആനുപാതികമായിരിക്കും എന്നതിൽ നിന്നും .

OB / BC = OD / OC ⇒15 / 25 = OD / 20 ⇒ 25 × OD = 15 × 20

OD = (15 × 20) / 25

∴ OD = 12 cm

അതായത് അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം = 12 cm

(b) ശേഷിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

= വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം - അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 15 \times 15 \times 20 - \frac{2}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 12$

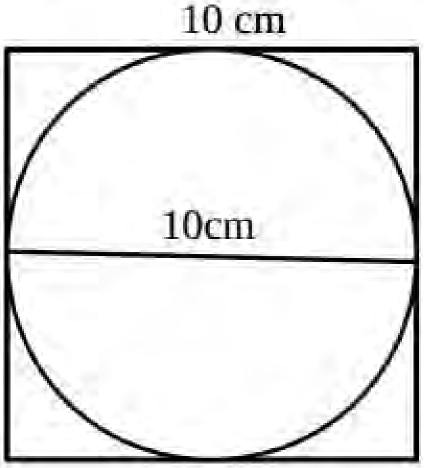
$= 1500\pi - 1152\pi = 348\pi\ cm^3$.

....drvsr.

Question :5. March 2016

വക്കുകളുടെയെല്ലാം നീളം 10 സെന്റീമീറ്ററായ ഒരു സമചതുരക്കട്ടയിൽ നിന്ന് ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

Answer:-



വക്കിന്റെ നീളം 10cm ആയതിനാൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 10 cm ആയിരിക്കും.

ആരം = 10 / 2 = 5 cm

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

= 4 × π × 5 × 5

= $100\pi\ cm^2$.

....drvsr.

Question :6. March 2016

ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭന്റെ ആരം 8 cm, ഉയരം 12 സെ.മി. ഇതുരുക്കി 2 സെ.മി. ആരമുള്ള കട്ടിയായ എത്ര അർദ്ധഗോളങ്ങളുണ്ടാക്കാം. ?

Answer:-

വൃത്തസ്തംഭന്റെ ആരം = 8 cm, വൃത്തസ്തംഭന്റെ ഉയരം = 12 സെ.മി.
അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം = 2 cm

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ എണ്ണം = $\dfrac{\text{വൃത്തസ്തംഭന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}$

വൃത്തസ്തംഭന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h = \pi \times 8 \times 8 \times 12 = 768\pi \text{ cm}^3$.

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$

അർദ്ധഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം = $768\pi \div \frac{16\pi}{3}$

$= 768\pi \times \frac{3}{16\pi} = 144$ എണ്ണം.

....drvsr

Question :7. March 2016

കടലാസു മുറിച്ച് ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കണം. പാദവക്ക് 10 സെ.മി. , ഉയരം 12 സെ.മി യും വേണം. ത്രികോണത്തിന്റെ അളവുകൾ എത്ര ആയിരിക്കണം?

Answer:-

വശം (a) = 10cm , വികർണ്ണം (d) = $a\sqrt{2}$ = $10\sqrt{2}$ cm
h = 12cm , $e^2 = h^2 + (d/2)^2 = 12^2 + (5\sqrt{2})^2 = 144 + 50 = 194$
പാദവക്ക് (e) = $\sqrt{194}$ cm =13.9 cm
ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ (പാർശ്വം സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്) = 10 cm, $\sqrt{194}$ cm, $\sqrt{194}$ cm

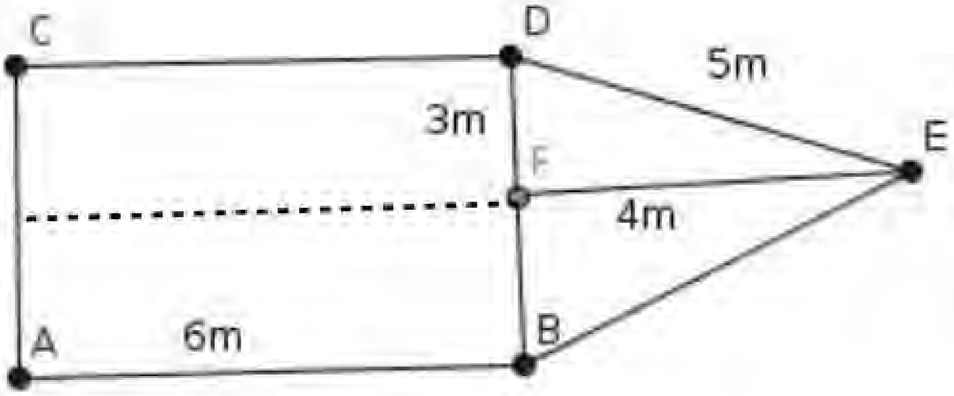
....drvsr

Question :8. March 2016

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഒരറ്റത്ത് വൃത്തസ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ചഒരു വലിയ പാത്രത്തിന്റെ ആകെ ഉയരം 10 മീറ്റർ ആണ്.

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഭാഗത്തിന്റെ ചരിവുയരം 5 മീറ്ററും പൊതുവായ ആരം 3 മീറ്ററും ആണ്. പാത്രത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് എത്ര ലിറ്റർ ?

Answer:-



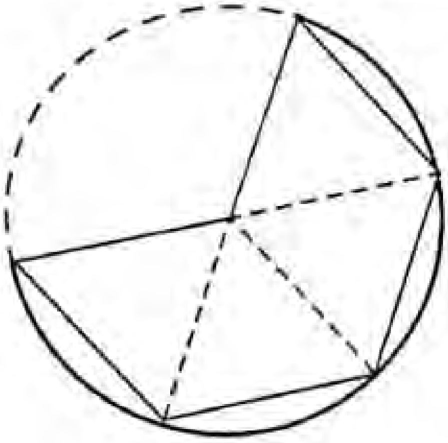
ആകെ ഉയരം
= 10m ,
ചരിവുയരം = 5 മീറ്ററും
പൊതു ആരം = 3m ,
സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h) = $\sqrt{l^2-r^2}$
= $\sqrt{5^2-3^2}$ = $\sqrt{25-9}$ = $\sqrt{16}=4$ m
വൃത്തസംഭത്തിന്റെ ഉയരം 10 – 4 = 6 m
സമചതരസ്തീപികയുടെ ആരം = 3m
പാത്രത്തിൻറെ വ്യാപ്തം =

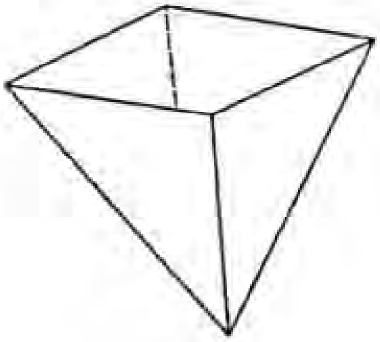
വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

= $\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 h$, = π × 3 × 3 × 6 + 1/3 × 3 × 3 × 4

= 54π + 12π = 66π = 66 × 3.14 = 207.24 m^3
പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം ലിറ്ററിൽ = 207.24 × 1000 = 207240 ലിറ്റർ
....drvsr

Question :9. March 2015

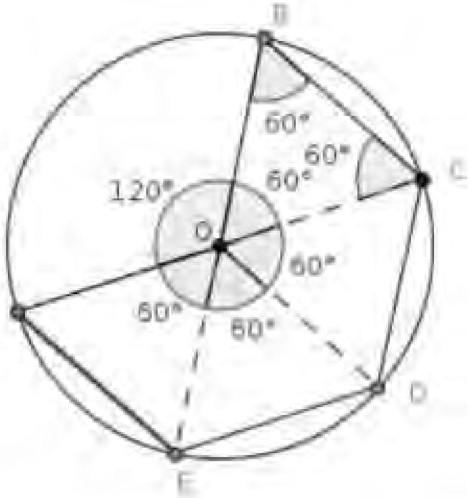




ഒരു ലോഹത്തകിടിൽ നിന്നും 20 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും 240° കേന്ദ്രകോണുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശത്തെ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ നാല് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി, അതിൽ നിന്നും ഷേഡ് ചെയ്തഭാഗം മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. ഇതുപയോഗിച്ച് നിർമ്മിച്ച സമചതുര സ്തുപികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് എത്രയാണ് ?

Answer:-

11.



ΔOBC യിൽ $\angle O = \angle B = \angle C = 60^0$

ie OB = BC = OC = 20 cm

e = 20 cm

a = 20 cm => $d = 20\sqrt{2}$

$h^2 = e^2 - (d/2)^2$

$= 20^2 - (10\sqrt{2})^2$

$\Delta OBC = 400 - 200$

$= 200$

ie $h = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ cm

ഉള്ളളവ് $= 1/3 a^2 h = 1/3 \times 20^2 \times 10\sqrt{2}$

$= 4000\sqrt{2}/3$ cm^3

....drvsr

***Question* :10.** March 2015

a) 4 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരവും 5 സെന്റീമീറ്റർ ആരവുമുള്ള, വൃത്ത സ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ലോഹക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ് ?

b) ഈ ലോഹക്കട്ട ഉരുക്കി 2 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും ഒരേ ഉയരവുമുള്ള 5 വൃത്തസ്തുപികകൾ നിർമിക്കുന്നു. ഇത്തരം ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

(a) ലോഹകട്ടയുടെ $h = 4$ cm

$r = 5$ cm

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h = \pi \times 5^2 \times 4 = 100\pi$ cm^3

(b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ $r = 2$ cm

വ്യാപ്തം $= 1/3 \pi r^2 h = 1/3 \times \pi \times 2^2 \times h$

5 വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ വ്യാപ്തം $= 5 \times 1/3 \times \pi \times 2^2 \times h$

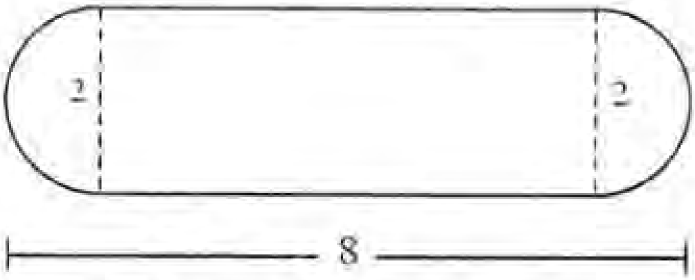
ലോഹകട്ടയുടെയും 5 വൃത്തസ്തൂപികകളുടെയും വ്യാപ്തങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ

$5 \times 1/3 \times \pi \times 2^2 \times h = 100\pi$

ie $h = (100\pi \times 3) / (5 \times \pi \times 2^2) = 5 \times 3 = 15$ cm

***Question* :11.** March 2015

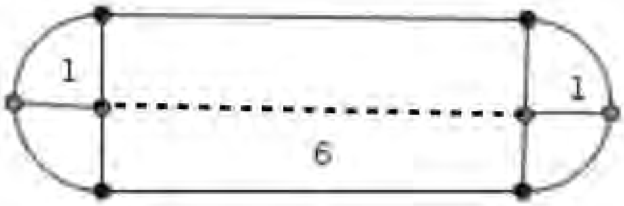
ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ രണ്ടറ്റത്തും അർധഗോളങ്ങൾ ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലുള്ള ഒരു ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ.



ഇതിന്റെ പൊതുവായ വ്യാസം 2 മീറ്ററും ആകെ നീളം 8 മീറ്ററുമാണ്. ഈ സംഭരണിയുടെ പുറംചായം പൂശുന്നതിന് ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 60 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപയാകും എന്ന് കണക്കാക്കുക.

($\pi = 3.14$ എന്ന ഏകദേശ വില സ്വീകരിക്കാം)

Answer:-



ആരം = 1m ,
ആകെ ഉന്നതി = 8m ,
വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം = 8 – 2 = 6m
ചായം പൂശേണ്ട സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് =
2 അർദ്ധഗോളത്തിനന്റെവക്രമുഖ പരപ്പളവ് + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ്.

ടാങ്കിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = 2 x അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ് + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ്

$= 2 \times 2 \pi r^2 + 2 \pi r h$

$= 4 \times \pi \times 1^2 + 2 \times \pi \times 1 \times 6$

$= 4\pi + 12\pi$

$= 16\pi = 16 \times 3.14 = 50.24\ m^2$

ചായം പൂശുന്നതിനുള്ള ചെലവ് = 50.24 x 60 = 3014.40 രൂപ

....drvsr

Question :12. March 2014

12 സെ. മീ. പാദവക്കും 10 സെ. മീ. ചരിവുയരവുമുള്ള ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉയരമെത്രയാണ് ? ഇതിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

പാദവക്ക് (a) = 12 , ചരിവുയരം (l) = 10

ഉയരം (h) = $\sqrt{[l^2 - (\frac{a}{2})^2]} = \sqrt{[10^2 - (6)^2]} = \sqrt{[100 - 36]} = \sqrt{64} = 8$

സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} a^2h = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 8$

$= 4 \times 12 \times 8 = 384$ ഘന സെ. മീ.

.... drvsr

Question :13. March 2014

മെഴുകുകൊണ്ട് നിർമ്മിച്ച കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ആരം 6 സെ. മീറ്ററും ഉയരം 12 സെ. മീറ്ററും ആണ്. ഇത് ചെത്തി അതേ ആരവും ഉയരവും ഉള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കുന്നു.

a. ഈ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ് ?

b. ബാക്കിവരുന്ന മെഴുക് ഉപയോഗിച്ച് 1 സെ. മീ. ആരവും 12 സെ. മീ. ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള എത്ര മെഴുകുതിരികൾ നിർമ്മിക്കാം

Answer:-

ആദ്യത്തെവൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ ആരം (r) = 6 cm

ആദ്യത്തെവൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം (h) = 12 cm

ആദ്യത്തെവൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times 6 \times 6 \times 12 = 432\pi$

ചെത്തിയടുത്ത വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $\frac{1}{2}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times 432\pi = 144\pi \text{ cm}^3$$

ബാക്കിയുള്ള മെഴുകിന്റെ വ്യാപ്തം $= 432\pi - 144\pi = 288\pi$

$$\text{മെഴുകുതിരിയുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{ബാക്കിയുള്ള മെഴുകിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{ഒരു മെഴുകുതിരിയുടെ വ്യാപ്തം}}$$

$$= \frac{288\pi}{\pi r^2 h} = \frac{288\pi}{\pi \times 12} = 24 \text{ എണ്ണം.}$$

....drvsr

Question :14 March 2014

ഒരേ വൃത്തത്തിൽ നിന്ന് മുറിച്ചെടുത്ത രണ്ട് വൃത്താംശങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോണുകൾ 60^0-യും 120^0-യും ആണ്. ഇവ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് വൃത്ത സ്തൂപികകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു.

ചെറിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം 5 സെ.മീ. ആയാൽ വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരവും പാദപരപ്പളവും കാണുക.

വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

$\frac{r}{l} = \frac{60}{360}$; $\frac{5}{l} = \frac{1}{6}$; $l = 30$

$\frac{r}{l} = \frac{120}{360}$; $\frac{r}{30} = \frac{1}{3}$; $r = 10$

വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം = 10 സെ.മീ.

വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് $= \pi r^2 = \pi\, 10^2 = 100\pi$

വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= \pi r^2 + \pi r l = 100\pi + \pi\, 10 \times 30 = 400\pi$

....drvsr

Question :15 March 2013

ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ എല്ലാ വക്കുകളുടേയും നീളം 12 സെന്റീമീറ്ററാണ്.

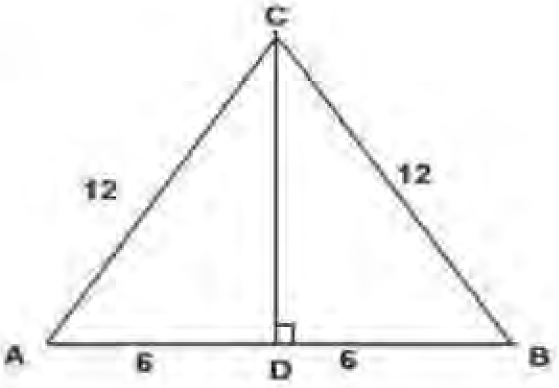
a) ഇതിന്റെ ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

b) ഈ സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവെത്ര ?

c) ഈ സ്തൂപികയുടെ വക്കുകളുടെ നീളം രണ്ടു മടങ്ങാക്കിയാൽ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര മടങ്ങാകും ?

Answer:-

a = e = 12cm



$$CD = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}cm$$

a) പാർശ്വ തല പരപ്പളവ് $= 2al$;

ഒരു പാർശ്വ തല പരപ്പളവ് $= \frac{2al}{4} = \frac{2\times12\times6\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$ cm^2.

b) ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 2al + a^2 = 2 \times 12 \times 6\sqrt{3} + 12 \times 12$

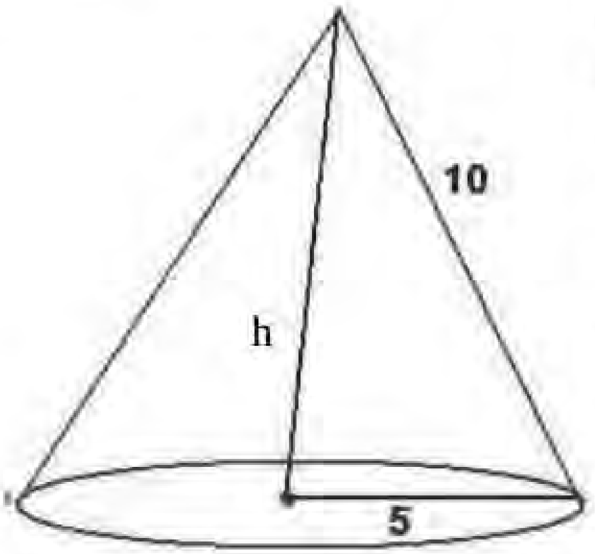
$= 144\sqrt{3} + 144$ cm^2.

....drvsr

Question :16 March 2013

മരത്തടിയിൽ നിർമ്മിച്ച ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരവും പാദവ്യാസവും 10 സെന്റീമീറ്റർ വീതമാണ്. ഇതിന്റെ വ്യാപ്തമെത്ര ? $\frac{1}{3}\pi \; 25 \times 5\sqrt{3}$

ഈ വൃത്തസ്തൂപിക ചെത്തി പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു ഗോളമാക്കുന്നു എങ്കിൽ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തമെത്ര ?



Answer:- .

ചരിവുയരം (l) ഉം വ്യാസവും

തുല്യം $= 10$ cm

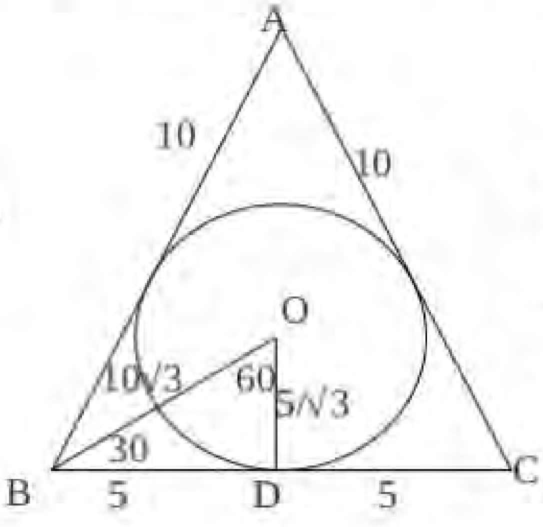
ആരം $= 10 / 2 = 5$ cm

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം

$(h) = \sqrt{10^2 - 5^2}$

$= \sqrt{100-25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ cm

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h \;\; = \frac{1}{3}\pi \times 5 \times 5 \times 5\sqrt{3}$



$= \dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$ cm^3.

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരവും വ്യാസവും തുല്യമായതിനാൽ ΔABC ഒരു സമഭുജ ത്രികോണമാണ്. ഇതിന്റെ അന്തർവൃത്തം പരിഗണിച്ചാൽ .

$< OBD = 30^0$; അതുകൊണ്ട് $< BOD = 60^0$. : $BD = 5$
$OD = 5/\sqrt{3}$, $OB = 10/\sqrt{3}$

അതു കൊണ്ട് സ്തൂപികയിൽ നിന്നും ചെത്തി ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഗോളക്കിന്റെ ആരം $5/\sqrt{3}$ ആയിരിക്കും.

അതുകൊണ്ട് ഗോത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi r^3$

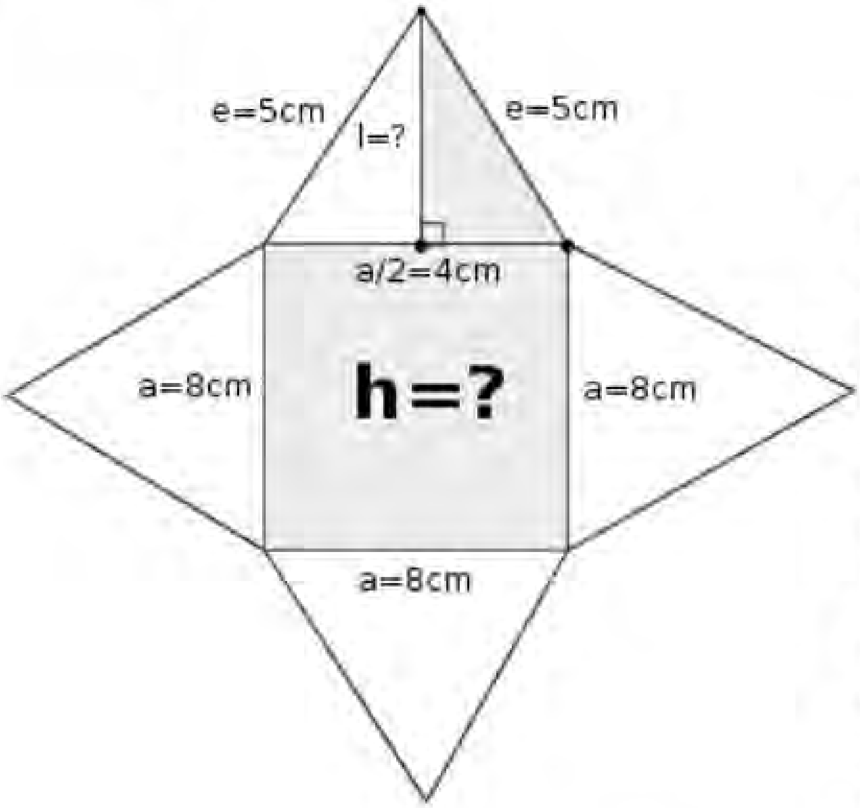
$$= \frac{4}{3}\pi \times \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{500\pi}{9\sqrt{3}} \text{ cm}^3 .$$

....drvsr

Question :17

വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെന്റിമീറ്ററായ സമചതുരവും, ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററും, മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്ററുമായ നാലു ത്രികോണങ്ങളും ഒട്ടിച്ച് സമചതുരസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ ? കാരണം വിശദമാക്കുക.

Answer:-



ഏതൊരു സ്തൂപികക്കും ഒരു ശീർഷവും ഉന്നതിയും ഉണ്ടായിരിക്കും.

ചിത്രത്തിലെ a , l , e മട്ട ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും പാർശ്വന്നതി

$l = \sqrt{(e)^2 - (a/2)^2}$
$= \sqrt{(5)^2 - (8/2)^2}$
$= \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$
$= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ സെ.മീ.

ചിത്രത്തിലെ a , h , l മട്ട ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും

ഉന്നതി (h) $= \sqrt{(l)^2 - (a/2)^2} = \sqrt{(3)^2 - (8/2)^2} = \sqrt{(3)^2 - (4)^2}$
$= \sqrt{9 - 16} = \sqrt{-7}$

√-7 ന്റെ വില കണക്കാക്കുക സാധ്യമല്ല. അതുകൊണ്ട് ഈ സ്തൂപികക്ക് ഉയരം ഉണ്ടായിരിക്കുകയില്ല.

അതായത് ഈ സ്തൂപികയുടെ വശങ്ങളിലുള്ള ത്രികോണങ്ങൾക്ക് മൂലകൾ ഉണ്ടായിരിക്കുകയില്ല.

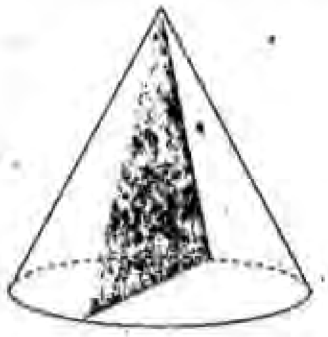
∴ ഇതരം ഒരു സമചതരസപിക ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയില്ല. .

....drvsr

Question :18

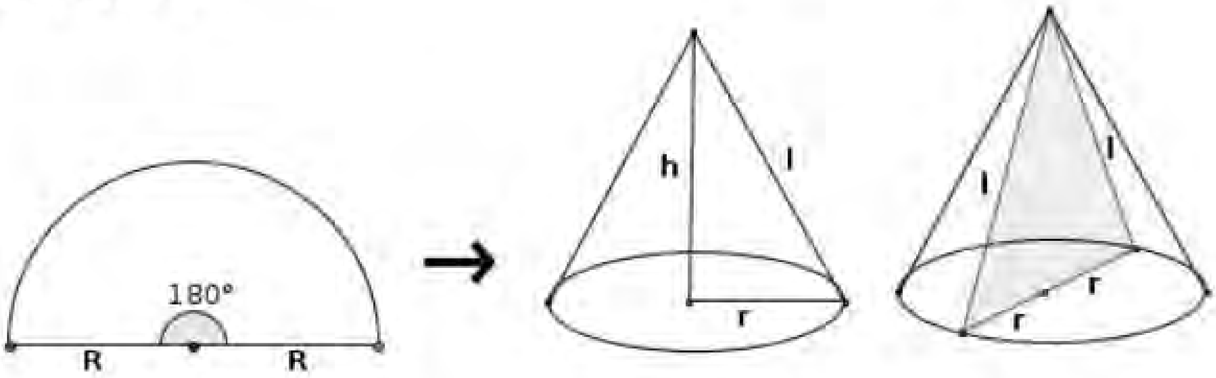
ു അർധവൃത്തം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കി.

അതിന്റെ പാദ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?



സ്തൂപികയുടെ ശീർഷം, ഒരു പാദവ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണം സമഭുജമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിൽ നിന്നും അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ചാപനീളം =

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ്.

$\therefore 2\pi R \times (180/360) = 2\pi r$, $\therefore 2\pi R \times (\frac{1}{2}) = 2\pi r$

$\therefore R = 2r$

എന്നാൽ അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം R = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വന്നതി l ആണ്.

$\therefore l = 2r$ (അതായത് പാർശ്വന്നതി = പാദവ്യാസം)

$r = l/2$

അതായത് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദആരം , ചരിവുയരത്തിന്റെ പകുതി ആയിരിക്കും.

(b) രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ സ്തൂപികയുടെ ശീർഷം ഒരു പാദവ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന ത്രികോണം പരിശോധിച്ചാൽ അതിലെ രണ്ടു വശങ്ങൾ പാർശ്വന്നതി l ആണ്.

എന്നാൽ ഇത്തരത്തിലുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദവ്യസം = പാർശ്വന്നതി ആണെന്ന് മുൻപ് കിട്ടിയിട്ടുണ്ട്.

$\therefore$ മൂന്നാമത്തെ വശവും പാർശ്വന്നതി l തന്നെയാണ്.

ഇവിടെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളും തുല്യമായതിനാൽ ത്രികോണം സമഭുജത്രികോണമാണ്.

....drvsr

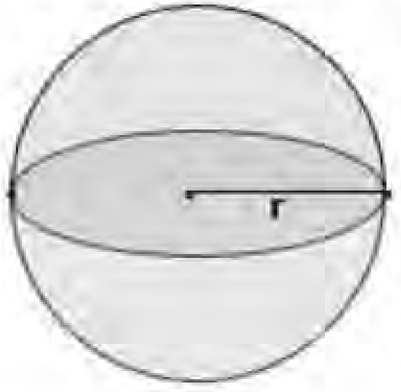
Question :19.

(5) ഒരേ ആരമുള്ള കട്ടിയായ രണ്ടു അർധഗോളങ്ങളുടെ പാദങ്ങൾ ചേർത്തൊട്ടിച്ച് ഒരു ഗോളമുണ്ടാക്കുന്നു. ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് 120 ചതുരശ്ര-സെന്റിമീറ്ററാണ്.

(a) അർധഗോളത്തിന്റെ പാദപരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

(b) മുഴുവൻ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവെത്രയാണ് ?

Answer:-



(a) r ആരമായുള്ള അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപളവ് = $3\pi r^2$

ഇവിട

$3\pi r^2 = 120$ ച.സെ.മീ എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്.

$\therefore \pi r^2 = 120/3$

$\pi r^2 = 40$ ച.സെ.മീ

എന്നാൽ πr^2 ആണ് അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ പാദ പരപളവ് .

∴ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ പാദപരപളവ് = 40 ച.െസ.മീ

(b) മുഴുവൻ ഗോളത്തിന്റേയും ഉപരിതല പരപളവ് = $4 \pi r^2$

$= 4 \times 40 = 160$ ച.സെ.മീ ($\pi r^2 = 40$ ആണ്)

....drvsr

Question :20.

6.28m^3 നെല്ല് വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിൽ കൂട്ടി ഇട്ടിരിക്കുന്നു. അതിൻറെ പാദ ചുറ്റളവ് 12.56m ആയാൽ നെല്ല് മൂടിയിടുന്നതിന് ആവശ്യമായ ടാർപോളിൻറെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക?

Answer:-

പാദ ചുറ്റളവ് = 12.56m ; വ്യാപ്തം = 6.28m

ടാർപോളിൻറെ വിസ്തീർണ്ണം = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖ പരപ്പളവിന് തുല്ല്യം .

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ് = $\pi r l$

ഇവിടെ h ഉം l ഉം കണ്ടുപിടിക്കണം.

ie., വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 6.28$. ; h = $\frac{6.28\times3}{4\pi} = \frac{6.28\times3}{4\times3.14} = 1.5$ m .

ചരിവുയരം (l) = $\sqrt{h^2+r^2} = \sqrt{(1.5)^2+2^2} = \sqrt{2.25+4} = \sqrt{6.25} = 2.5$ m

ടാർപോളിൻറെ വിസ്രീർണ്ണം = $\pi r l = 3.14\times2\times2.5 = 15.7\ m^2$.

....drvsr

Question.21

അർദ്ധഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കപ്പിന്റെ ആന്തരവ്യാസം 8 സെ.മീ.ഈ കപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് എത്രപ്രാവശ്യം വെള്ളമെഴിച്ചാൽ 12 സെ.മീ. ആന്തരആരമുള്ള അർദ്ധഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രം നിറയും?

Answer:-

കപ്പിന്റെ ആന്തരവ്യാസം = 8 സെ.മീ. ; ആരം = 8 / 2 = 4 cm .

പാത്രത്തിൻറെ ആരം = 12 cm.

$$\text{ഒഴിക്കേണ്ട കപ്പുകളുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{കപ്പിന്റെ വ്യാപ്തം}}$$

പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$; $\frac{2}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 12 = 1152\pi$ cm^3

കപ്പിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$ = $\frac{2}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$ = 18π cm^3.

ഒഴിക്കേണ്ട കപ്പുകളുടെ എണ്ണം = $\frac{1152\pi}{18\pi} = 64$ എണ്ണം.

....drvsr

Question.22

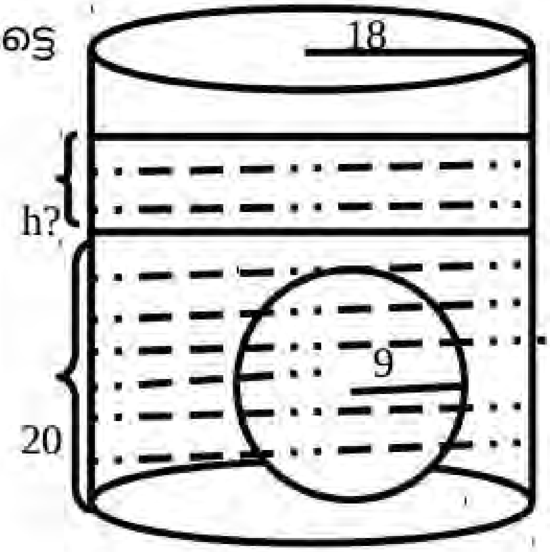
വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയുള്ള ഒരു പാത്രത്തിന്റെ ഉയരം 24 സെ.മീ. വ്യാസം 36 സെ.മീ. അതിൽ 20 സെ.മീ. ഉയരത്തിൽ വെള്ളം ഉണ്ട്.18 സെ.മീ. വ്യാസമുള്ള ഒരു ഗോളം ഈ പാത്രത്തിലെ വെള്ളത്തിൽ മുക്കിയിട്ടാൽ ജലനിരപ്പ് എത്ര ഉയരുമെന്ന് കണക്കാക്കുക?

Answer:-

പാത്രത്തിന്റെ ഉയരം = 24 സെ.മീ ; വ്യാസം = 36 സെ.മീ ; r = 18 cm

ഇപ്പോഴുള്ള ജലനിരപ്പ് = 20 cm ; ഗോളത്തിന്റെ ആരം = 18/2=9cm

ജല നിരപ്പിന്റെ ഉയർച്ച = h എന്നിരിക്കട്ടെ
ഉയരുന്ന ജലത്തിന്റെ വ്യാപ്തം
= ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തത്തിന് തുല്യം.



Note.ഇവിടെ ഉയരുന്ന ജലത്തിന്റെ ആകൃതി പാത്രത്തിന്റെ ആകൃതിയായ

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ആകൃതിയിലായിരിക്കും.

ഉയരുന്ന ജലത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi R^2 h = \pi \times 18 \times 18 \times h$

ഗോളത്തിന്റെ വ്യപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$ = $\frac{4}{3} \times \pi \times 9 \times 9 \times 9 = 972\pi$

ജല നിരപ്പിന്റെ ഉയർച്ച (h) = $h\pi \times 18 \times 18 = 972\pi$

h = $\frac{972\pi}{324\pi} = 3$ cm ....drvsr

Question.23,

പാദവക്കിന്റെ നീളം 24 സെന്റിമീറ്ററും പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം 13 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്ന വിധത്തിൽ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക നിർമിക്കാമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക?

Answer:-

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a) = 24 cm ;
പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം (e) = 13cm

ചരിവുയരം (l) = $\sqrt{e^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{13^2-\left(\frac{24}{2}\right)^2} = \sqrt{169-144}$

$= \sqrt{25}=5$ cm

ചരിവുയരം 5 സെ.മീ. ആയതിനാൽ സ്തൂപികനിർമ്മിക്കാൻ കഴിയില്ല. (ചരിവുയരം പാദവക്കിന്റെ പകുതിയേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കണം.)

....drvsr

Question.24

മരത്തടിയിൽ നിർമിച്ച ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം 30 സെ.മീ., ഉയരം 40 സെ.മീ. അതിന്റെ ചരിവുയരമെത്ര? ഇത്തരം 10 വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ മുഖങ്ങൾ ചായം തേക്കുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 50 രൂപ നിരക്കിൽ ആകെ എത്ര രൂപയാകും?

Answer:-

പാദ ആരം = 30cm = 0.30m ; ഉയരം = 40 cm = 0.40m .

ചരിവുയരം = $\sqrt{h^2+r^2} = \sqrt{0.40^2+0.30^2} = \sqrt{0.16+0.09} = \sqrt{0.25}=0.5$ m

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r(l+r) = \pi \times 0.30(0.50+0.30)$

$= \pi \times 0.30 \times 0.8=0.24\pi$

ഇത്തരം 10 വൃത്തസ്തേതൂപികയുടെ പരപ്പളവ് = $10 \times 0.24\pi=2.4\pi$

ഒരു ച.മീ.യുടെ ചിലവ് = Rs.50/-

ആകെ ചിലവ്= $2.4 \times 3.14 \times 50$ = Rs.3768/-

....drvsr

Question.25

15 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു ടിൻഷീറ്റിൽ നിന്നും 288° കേന്ദ്ര കോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

a. പാത്രത്തിന്റെ ആരം എത്രയായിരിക്കും?

b. $1\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണ വാങ്ങാൻ ഈ പാത്രം മതിയാവുമോ?

Answer:-

ടിൻ ഷീറ്റിന്റെ ആരം = 15cm = ചരിവുയരം ; കേന്ദ്ര കോൺ = 288^0 .

a)പാത്രത്തിന്റെ ആരം = $\frac{r}{l}=\frac{x}{360} \Rightarrow \frac{r}{15}=\frac{288}{360} \Rightarrow r \times 360=15 \times 288$

$$r = \frac{15\times288}{360} = \frac{4320}{360}=12 \text{ cm}$$

b) ഇവിടെ വ്യാപ്തം കാണണം ; വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\times r^2 h$; $h = \sqrt{l^2-r^2}$

$h = \sqrt{15^2-12^2} = \sqrt{225-144} = \sqrt{81}=9 \text{ cm}$

Hence volume = $\frac{1}{3}\times \pi \times 12 \times 12 \times 9$ = 1356.48 cm^3 = 1.356 litres .

ഈപാത്രത്തിൽ ഒന്നര ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണ വാങ്ങാൻ കഴിയില്ല.

……………………………………………………………………………..drvsr

Question.26.

ഒരേ ആരമുള്ള ഒരു അർധഗോളവും ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ചേർത്തുവച്ച് ഒരു ഘനരൂപമുണ്ടാക്കുന്നു. അർധഗോളത്തിന്റെ ആരം 9 സെ.മീ. ആകെ ഉയരം 21 സെ.മീ. ആയാൽ

a. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്ര?

b. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.

c. ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

■ ഉത്തരസൂചിക

a. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 12 സെ.മീ. (1)

അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപതം = $\frac{2}{3}\pi \times 9^3 = 486\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

b. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi \times 9^2 \times 12 = 324\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

c. ആകെ വ്യാപ്തം = $486\pi + 324\pi = 810\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

....drvsr

End of the chapter 8 Solids

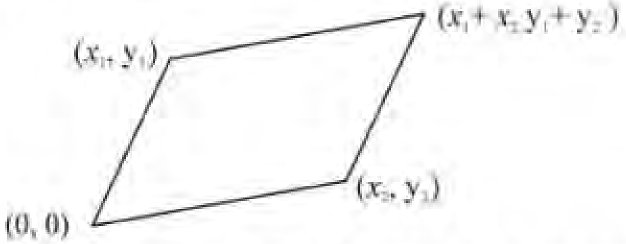
Precooked by
Dr.V.S.RaveendraNath M.Sc.,M.Ed.,Ph.D.

9

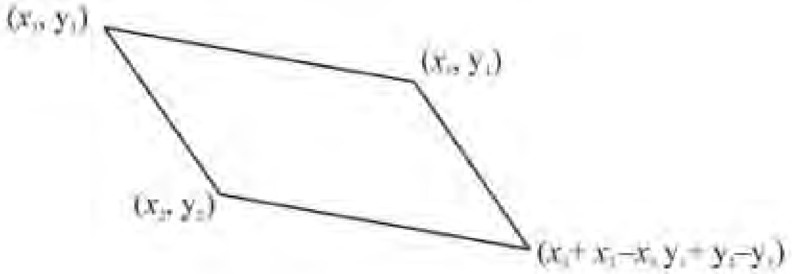
ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

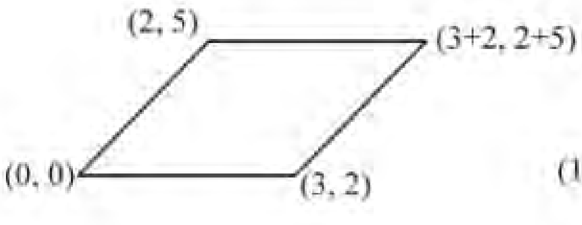
- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ ആണ്.

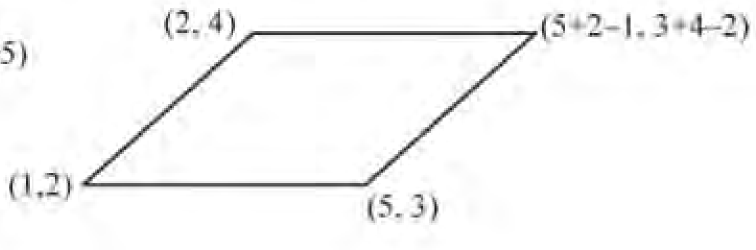


- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ (x_3, y_3) എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$ ആണ്.



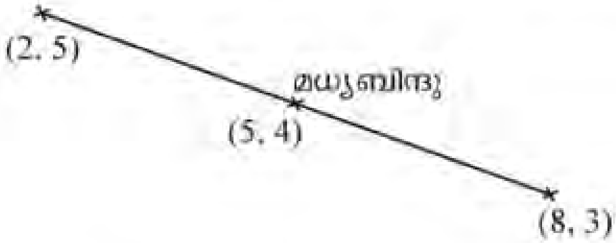
ഉദാ:





- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ആണ്.

  ഉദാ:



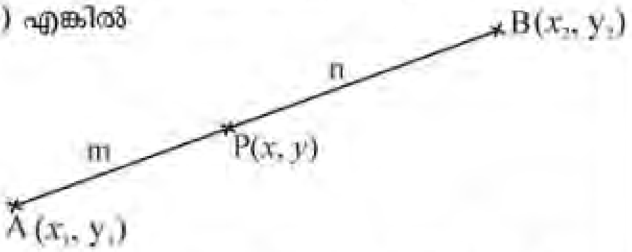
- (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ ആണ്.

  ഉദാ: (2, 1), (5, 3), (8, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം $\left(\frac{2+5+8}{3}, \frac{1+3+2}{3}\right) = (5, 2)$

- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ m : n എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് $P(x, y)$ എങ്കിൽ

$$x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

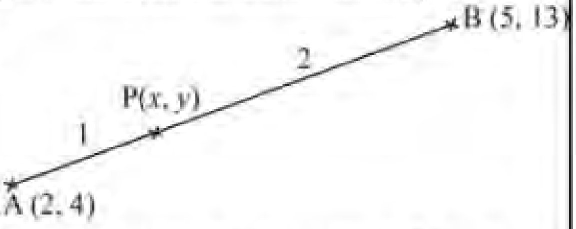
$$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$



  $P(x, y)$ എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ 1:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ

$$x = 2 + \frac{1}{3}\times(5-2) = 2 + \frac{1}{3}\times 3 = 2 + 1 = 3$$

$$y = 4 + \frac{1}{3}(13-4) = 4 + \frac{1}{3}\times 9 = 4 + 3 = 7$$



- അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും y ലെ മാറ്റം x ലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. ഇതിലെ ആനുപാതിക സ്ഥിരമാണ് വരയുടെ ചരിവ്.

- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ആണ്.

  ഉദാ: (2, 3), (8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{6-3}{8-2}$

  $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- ഒരു വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റേയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയു തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വരയുടെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.
- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യ $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ എന്നതാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയു തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്ന് പറയുന്നു.
- ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 = r$ എന്നതാണ്.
- വൃത്തകേന്ദ്രം (x_1, y_1) ഉം ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$

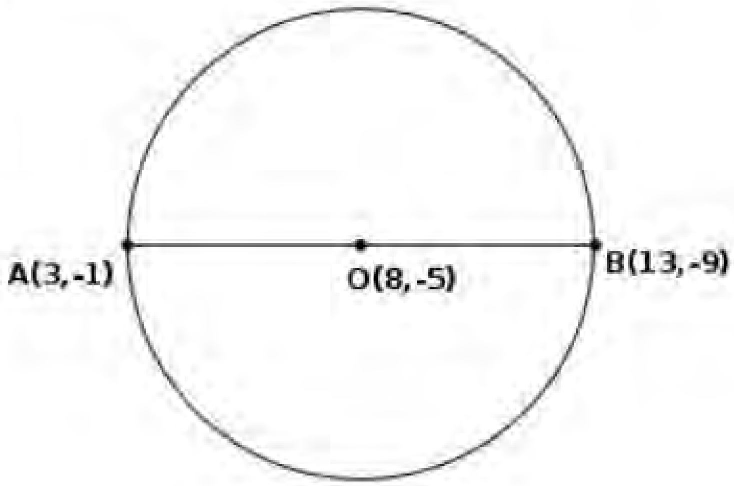
....drvsr

Question1. March 2017

a) (3, -1), (13,9)എന്നീബിന്ദുക്കൾയോജിപ്പിക്കുന്നവര വ്യാസമായ വൃത്തത്തിൻറെ കേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക ? ഈവൃത്തത്തിൻറെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക ?

b) x സൂചക സംഖ്യയും y സൂചക സംഖ്യയും തുല്യമായ ബിന്ദുക്കൾ ഈവൃത്തത്തിൽ ഉണ്ടാവില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിൽ O യുടെ സംഖ്യാ ജോഡി $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{t_1+y_2}{2}$

(AB യുടെ മധ്യ ബിന്ദുവാണ് O)

$\Rightarrow \frac{3+13}{2}, \frac{-1-9}{2} \Rightarrow \frac{16}{2}, \frac{-10}{2} \Rightarrow (8, -5)$

∴ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സഖ്യായോഡി = (8 , -5)

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം OB = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ = (അകലം സൂത്ര വാക്യം)

= $\sqrt{(8-3)^2+(-5+1)^2}$ = $\sqrt{5^2-4^2}$ = $\sqrt{25-16}=\sqrt{41}$ യൂണിറ്റ്.

വൃത്തകേന്ദ്രം (a , b) യും ആരം r ഉംആയ വൃത്തത്തിന്റെ

സമവാക്യം $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

∴ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം ⇒ $(x-8)^2+(y--5)^2=(\sqrt{41})^2$

$\Rightarrow (x-8)^2+(y+5)^2=41 \Rightarrow x^2-16x+64+y^2+10y+25=41$

$\Rightarrow x^2+y^2-16x+10y+64+25-41=0 \Rightarrow x^2+y^2-16x+10y+48=0$

(b) x , y സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായ ഒരു ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിൽ

ഉണ്ടെങ്കിൽ (x = y)

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2+y^2-16x+10y+48=0$ എന്നത്

$x^2+x^2-16x+10x+48=0$ എന്നാകുന്നു

$\Rightarrow 2x^2-6x+48=0 \div 2 \Rightarrow x^2-3x+24=0$;

ഇവിടെ a=1 , b=-3 , c=24

$b^2-4ac=(-3)^2-4 \times 1 \times 24=9-96=-87.$

$b^2-4ac<0$,

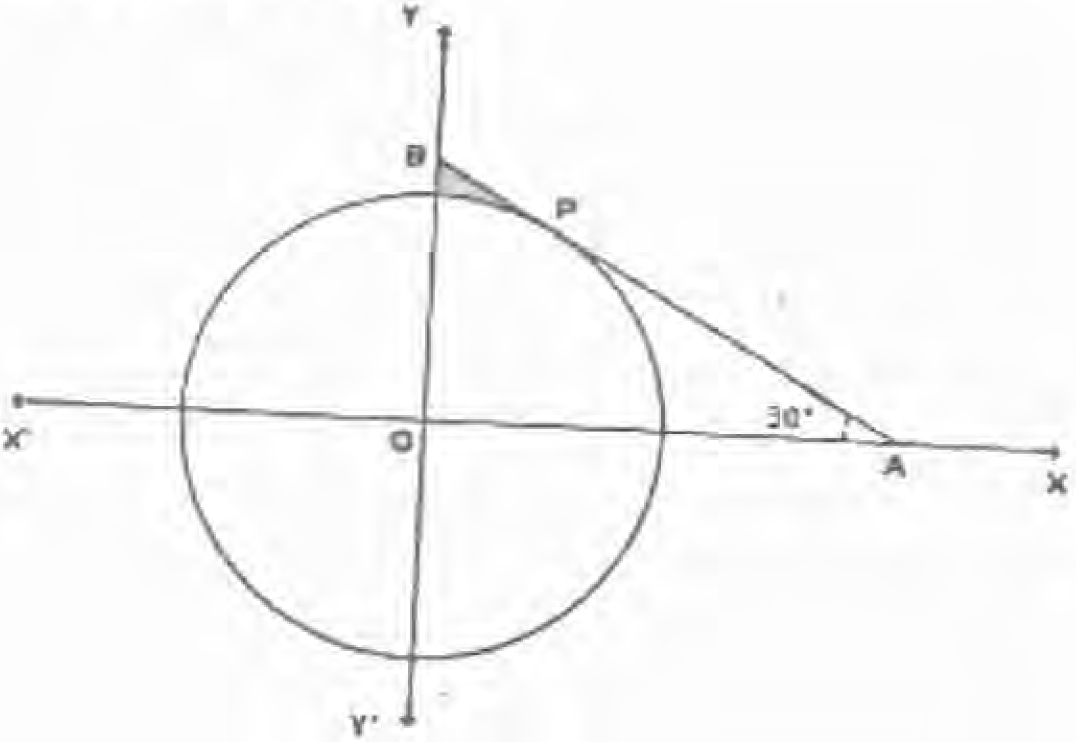
∴ ഈ സമവാക്യത്തിന് മൂല്ല്യഗണങ്ങൾ ഇല്ല.

അതായത് x , y സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായ ഒരു ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിൽ

ഇല്ല.

....drvsr

Question 2. March- 2017

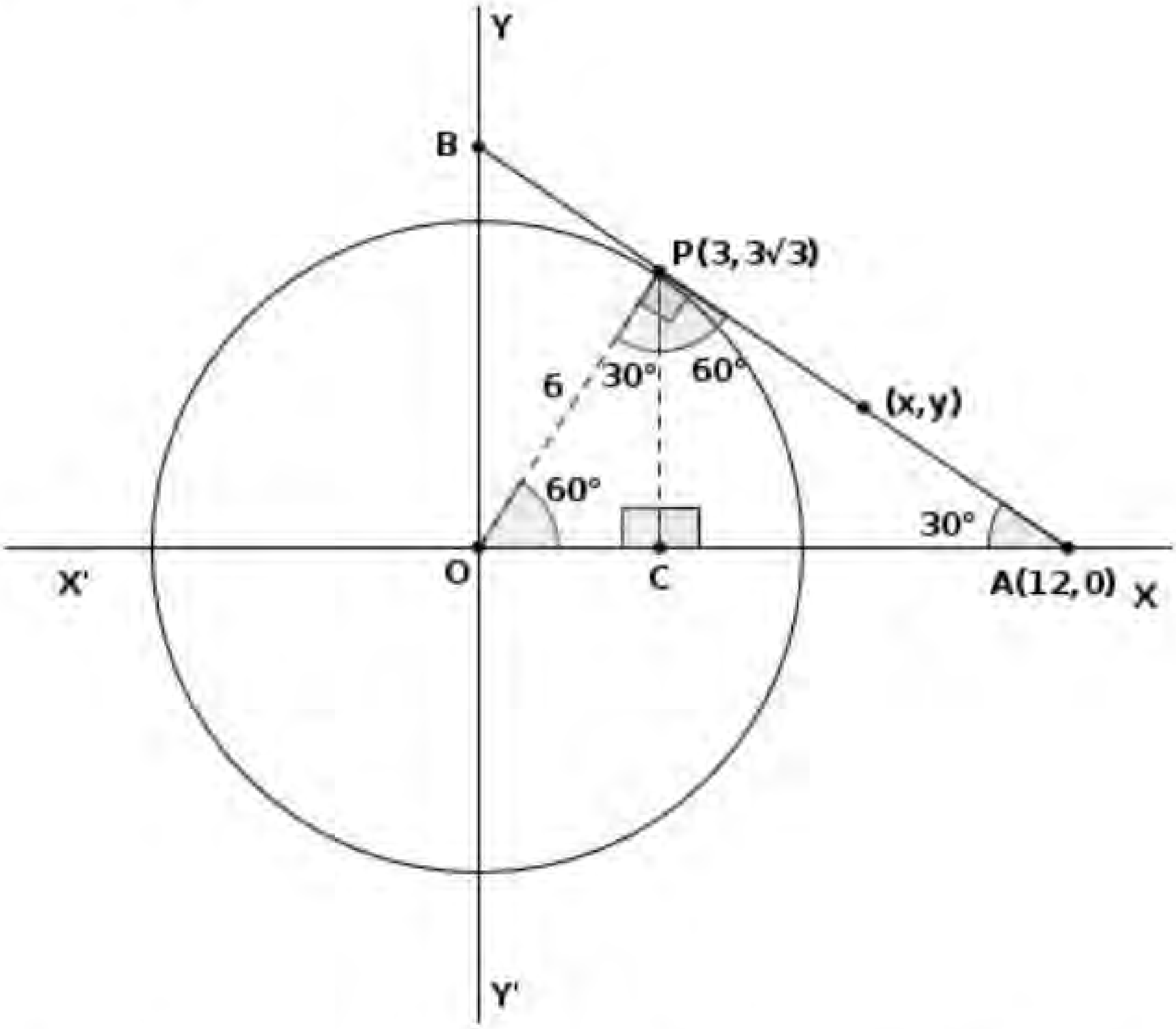


ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 യൂണിറ്റാണ്. AB എന്ന വര വൃത്തത്തെ P യിൽ തൊടുന്നു. $\angle OAB = 30^\circ$ ആയാൽ

a) A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) AB യുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം O മുതൽ തൊട്ടുബിന്ദു P വരെ യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

തൊട്ടുബിന്ദു P യിൽനിന്നും X അക്ഷത്തിലേയ്ക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന ലംബമാണ് PC

(a) ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ OPA യിൽ നിന്നും OP , OA എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന sin 30 പരിഗണിച്ചാൽ sin 30 = OP / OA

$\therefore$ ½ = 6 / OA

$\therefore$ **OA** = 2 x 6 = **12**

$\therefore$ **A യുടെ സംഖ്യാജോടി : (12 , 0)** (X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു)

ചിത്രത്തിലെ മട്ട Δ OCP യിൽ നിന്നും OC , OP എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

sin 30 പരിഗണിച്ചാൽ $\sin 30 = OC / OP$

$\therefore \frac{1}{2} = OC / 6$

$2 \times OC = 6 \therefore$ **OC** $= 6 / 2 =$ **3**

മട്ട Δ OCP യിൽ നിന്നും CP , OP എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന

COS 30 പരിഗണിച്ചാൽ $\cos 30 = CP / OP$

$\sqrt{3} / 2 = CP / 6$

$2 \times CP = 6\sqrt{3} \therefore$ **CP** $= 6\sqrt{3} / 2 =$ **$3\sqrt{3}$**

(b) **AB യുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്**

AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$= (3\sqrt{3} - 0) / (3 - 12)$

$= 3\sqrt{3} / -9$

$\therefore$ AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = **$-\sqrt{3} / 3$**

വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് (x , y) എങ്കിൽ

AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$-\sqrt{3} / 3 = (y - 0) / (x - 12)$

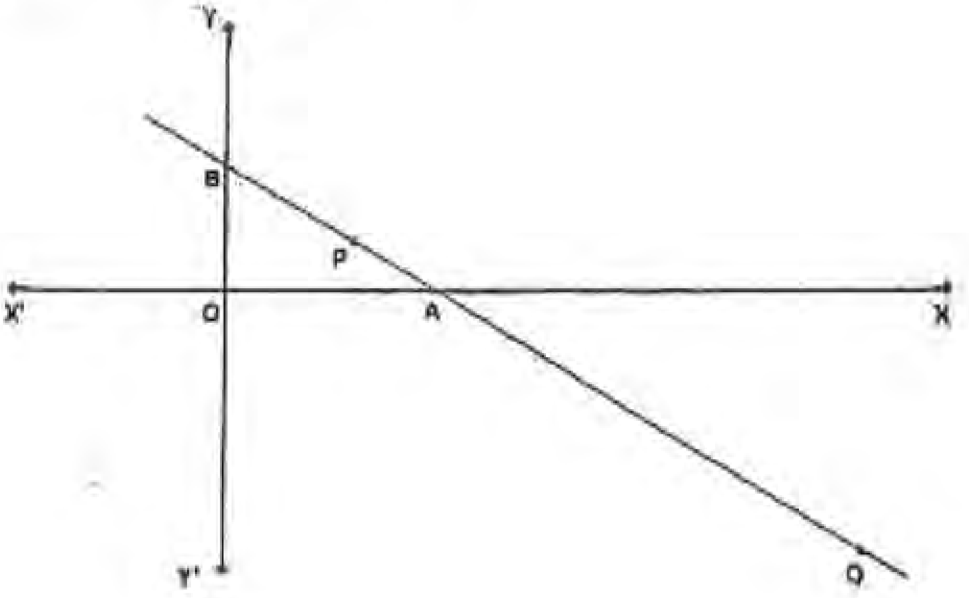
$$-\sqrt{3}(x - 12) = 3y$$

$$-\sqrt{3}x + 12\sqrt{3} = 3y$$

$$-\sqrt{3}x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$$

അതായത് AB എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം : $-\sqrt{3}x - 3y + 12\sqrt{3} = 0$ അല്ലെങ്കിൽ $\sqrt{3}x + 3y - 12\sqrt{3} = 0$. ....drvsr

Question 3. March- 2017



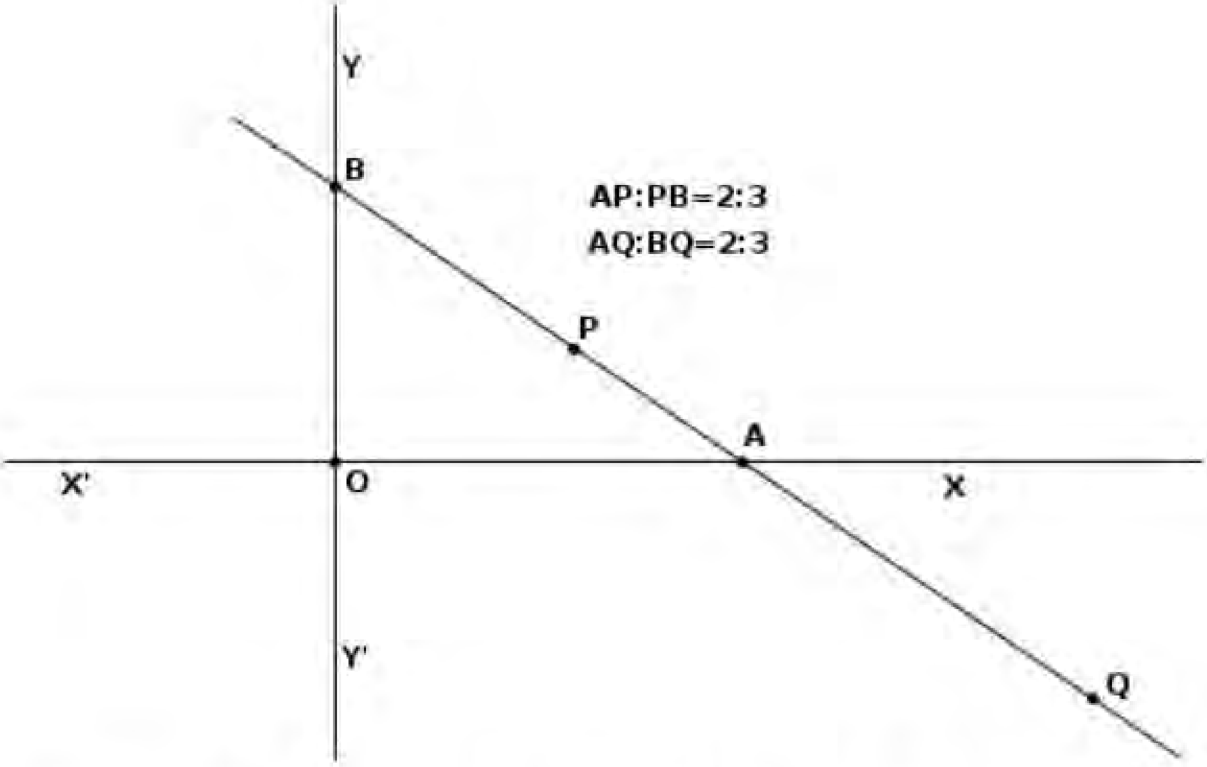
ചിത്രത്തിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $x + 2y = 10$ ആണ്. ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q.

a) A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) A, B എന്ന വരയെ 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) AQ : BQ = 2 : 3 ആയാൽ Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിലെ AB എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $x + 2y = 10$ എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്

(a) A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്. (A , X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.)

$y = 0$ എന്ന വില $x + 2y = 10$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$x + (2 \times 0) = 10$$

$$x + 0 = 10$$

$$x = 10$$

$\therefore$ **A യുടെ സംഖ്യാജോടി : (10 , 0)**

B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ 0 ആണ്. (B , y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.)

$x = 0$ എന്ന വില $x + 2y = 10$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$0 + 2y = 10$$

$$2y = 10$$

$$y = 10/2 = 5$$

$\therefore$ **B യുടെ സംഖ്യാജോടി : (0 , 5)**

(b) <u>**P** യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്</u>

ചിത്രത്തിലെ P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ **x** = $x_1 + p/w\ (x_2 - x_1)$

$= 10 + 2/5\ (0 - 10) \quad (p = 2\ ,\ w = 5)$

$= 10 + 2/5 \times -10$

$= 10 + -4$

$= \mathbf{6}$

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ **y** = $y_1 + p/w\ (y_2 - y_1)$

$= 0 + 2/5\ (5 - 0) \quad (p = 2\ ,\ w = 5)$

$= 0 + 2/5 \times 5$

$= 0 + 2$

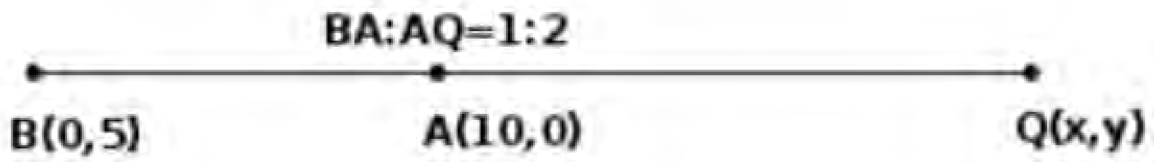
$= \mathbf{2}$

∴ <u>**P** യുടെ സംഖ്യാജോടി = **(6 , 2)**</u>

(c) <u>**Q** വിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്</u>

ചിത്രത്തിലെ AQ : BQ = 2:3 എന്ന തന്നിട്ടുള്ളതു കൊണ്ട് BA : AQ= 1:2

Q വിന്റെ സംഖ്യാജോടി = (x , y) എന്ന കരുതിയാൽ



B യിൽ നിന്നും A യിലേക്ക് 1 കൂടുന്പോൾ x സുചകസംഖ്യ 0 + 10 = 10 കൂടി A യുടെ x സൂചകസംഖ്യയായ 10 കിട്ടുന്നു.

∴ A യിൽ നിന്ന് Q വിലേക്ക് 2 കൂടുന്പോൾ (അതായത് 1 × 2 = 2) ,

x സുചകസംഖ്യ 0 + (2 × 10) = 20 കൂടി Q വിന്റെ

x സുചകസംഖ്യ = 10 + 20 = 30 എന്ന് കിട്ടുന്നു . ഇതേരീതിയിൽ

B യിൽ നിന്നും A യിലേക്ക് 1 കൂടുന്പോൾ y സൂചകസംഖ്യയായ 0 - 5 = -5 കൂട്ടി A യുടെ y സുചകസംഖ്യയായ 0 കിട്ടുന്നു.

∴ A യിൽ നിന്ന് Q വിലേക്ക് 2 കൂടുന്പോൾ (അതയത് 1 × 2 = 2) , x സൂചകസംഖ്യ 0 + (2 × -5) = -10 കൂടി Q വിന്റെ

x സുചകസംഖ്യ = 0 + -10 = -10 എന്ന് കിട്ടുന്നു.

∴ Q വിന്റെ സംഖ്യാ യോടി = (30 , -10) .

Question 4. March- 2017

ഒരു ത്രികോത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളും വ്യാസങ്ങളായി വൃത്തങ്ങൽ വരച്ചാൽ ത്രികോണത്തിനകത്തെ ഒരേ ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

Answer:-

5. ΔABC പരിഗണിച്ചാൽ AB, AC, BC എന്നീ വശങ്ങൾ വ്യാസങ്ങളായി വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചാൽ അവ P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകും എന്ന് കരുതിയാൽ

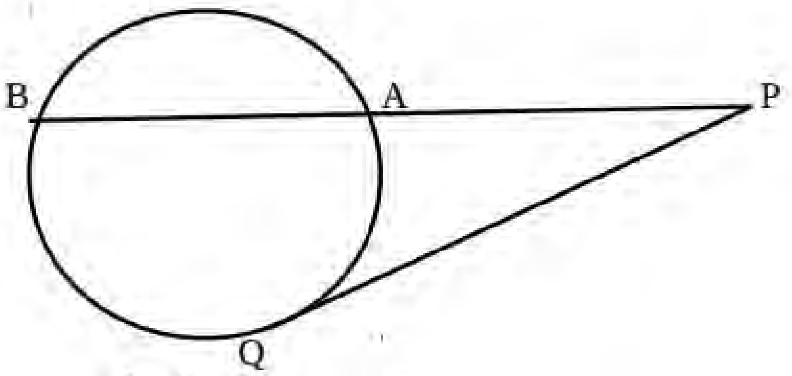
$\angle APB + \angle APC + \angle BPC = 90^0 + 90^0 + 90^0 = 270^0$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടം)

എന്നാൽ ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360^0 ആയതിനാൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളും വ്യാസങ്ങളായി വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചാൽ അത് ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകില്ല.

....drvsr

Question 5. March- 2017

ചിത്രത്തിൽ PQ ഒരു തൊടുവരയാണ് PA = 5 cm . PA വശമായി വരക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 49 ച.മീ. ആണ്.



a) AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം എത്ര ?

b) 49 ച.മീ. പരപ്പളവും ഒരു വശം 5 സെ.മീ. ഉം ആകത്തക്ക രീതിയിൽ ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

Answer:-

(a) ചിത്രത്തിലെ $PB \times PA = PQ^2$ ആണ്.

ഇതിൽ PA = 5 സെന്റീ മീറ്റർ എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്

മാത്രമല്ല PQ വശമായി വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 49 ച. സെന്റീമീറ്റർ

എന്നും തന്നിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് $PQ^2 = 49$ എന്ന് കിട്ടുന്നു.

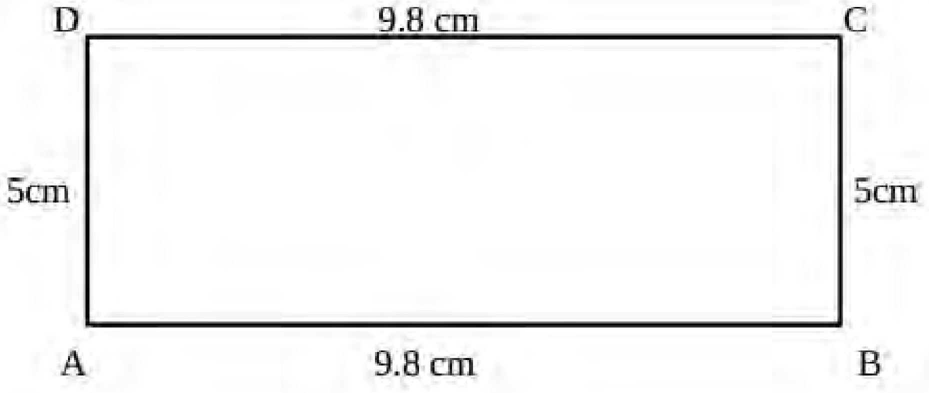
$\therefore PB \times 5 = 49$

$\therefore PB = 49 / 5 = 9.8$ സെന്റീമീറ്റർ

എന്നാൽ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും AB = PB – PA = 9.8 – 5 = 4.8 സെന്റീമീറ്റർ

∴ **AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം = 4.8 സെന്റീമീറ്റർ**

(b) വരയ്ക്കേണ്ട ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 5 സെ.മീ യും പരപ്പളവ് 49 ച.സെ.മീ യും ആകേണ്ടതു കൊണ്ട് മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം = 49 / 5 = 9.8 സെ.മീ.



……………………………………………………………………………………drvsr

Question 6. March- 2017

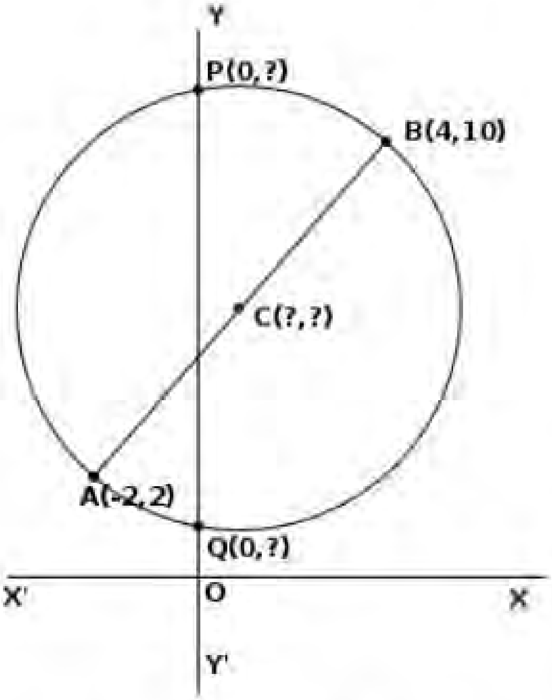
A(- 2,2) , B(4,10) എന്നിവ ഒരേ തലത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ് AB വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു.

(a) വൃത്തം (- 3, 3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുമോ ?

(b) ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

(c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിൽ C യുടെ സംഖ്യാജോടി = ($(x_1 + x_2) / 2$, $(y_1 + y_2) / 2$)

(AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് C)

= (-2 + 4 / 2 , 2 + 10 / 2)

= (2 / 2 , 12 / 2)

= **(1 , 6)**

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം CB = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ (അകല സൂത്രവാക്യം

= $\sqrt{(1 - 4)^2 + (6 - 10)^2}$

= $\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

= $\sqrt{9 + 16}$

= $\sqrt{25}$ = **5** യൂണിറ്റ്

വൃത്തം , (-3,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകണമെങ്കിൽ ആ ബിന്ദുവും വൃത്തകേന്ദ്രമായ (1,6) ഉം തമ്മിലുള്ള അകലം , ആരമായ 5 യൂണിറ്റ് തന്നെയായിരിക്കണം. (-3,3) , (1,6) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള

അകലം = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

= $\sqrt{(-3 - 1)^2 + (3 - 6)^2}$

= $\sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$

= $\sqrt{16 + 9}$

= $\sqrt{25}$ = **5** യൂണിറ്റ്

∴ **വൃത്തം (-3,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകും.**

(b) വൃത്തകേന്ദ്രം (a , b) യും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ

സമവാക്യം : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$\therefore$ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 5^2$

അതായത് $x^2 - 2x + 1 + y^2 - 12y + 36 = 25$

$$x^2 + y^2 - 2x - 12y + 1 + 36 - 25 = 0$$

$$\underline{\mathbf{x^2 + y^2 - 2x - 12y + 12 = 0}}$$

....drvsr

Question 7. March- 2017

ഒരു തലത്തിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$(x - 2)^2 + (y - 3)^3 = 25$ എന്നാണ്,

(a) വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.

ഈ ബിന്ദുക്കൾ കിട്ടാൻ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ x = 0 എന്ന് ആരോപിച്ചാൽ

$$(0)^2 + y^2 - 2(0) - 12y + 12 = 0$$

$$y^2 - 12y + 12 = 0$$

$$\therefore y^2 - 12y = -12$$

ഇരുവശത്തും y യുടെ ഗുണകം -12 ന്റെ പകുതി -6 ന്റെ വർഗ്ഗം 36 കൂട്ടിയാൽ

$y^2 - 12y + 36 = -12 + 36$ (വർഗ്ഗത്തികവ് രീതി)

$$(y - 6)^2 = 24$$

$$\therefore (y - 6) = \pm\sqrt{24}$$

$$(y - 6) = \pm 2\sqrt{6}$$

$y - 6 = 2\sqrt{6}$ അല്ലെങ്കിൽ $y - 6 = -2\sqrt{6}$

$\therefore$ **y = 6 + 2√6** അല്ലെങ്കിൽ **y = 6 - 2√6**

. <u>വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ</u> : <u>$(0, 6 + 2\sqrt{6})$</u>, <u>$(0, 6 - 2\sqrt{6})$</u>

(b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?

(c) (5,7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദു ആണോ ?

(d) ഈ വൃത്തം y – അക്ഷത്തെ മുറിച്ചി കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക..

Answer:-

5 Score

(a) കേന്ദ്രം (a , b) യും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ
സമവാക്യം : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ആണ്.

ഇതിനെ ഇവിടെ തന്നിട്ടുള്ള $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (5)^2$ എന്ന വൃത്ത സമവാക്യവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ
$a = 2$, $b = 3$, $r = 5$ എന്നിങ്ങനെ കിട്ടുന്നു.

∴ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സംഖ്യാജോടി = (a , b) = (2 , 3)

(b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r = 5 യൂണിറ്റ്

(c) (5,7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാകണമെങ്കിൽ , ആ ബിന്ദുവും വൃത്താകേന്ദ്രമായ (2 , 3) ഉം തമ്മിലുള്ള അകലം , ആരമായ 5 യൂണിറ്റ് തന്നെയായിരിക്കണം. (5 , 7) , (2 , 3) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള

അകലം $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (7 - 3)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$ = **5** യൂണിറ്റ്

∴ **(5,7) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്.**

(d) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
ഈ ബിന്ദുക്കൾ കിട്ടാൻ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ y = 0 എന്ന് ആരോപിച്ചാൽ

$(x - 2)^2 + (0 - 3)^2 = (5)^2$

$(x - 2)^2 + 9 = 25$

$(x - 2)^2 = 25 - 9$

∴ $(x - 2)^2 = 16$

∴ $(x - 2) = \pm\sqrt{16}$

$(x - 2) = \pm 4$

$x - 2 = 4$ അല്ലെങ്കിൽ $x - 2 = -4$

$x = 4 + 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -4 + 2$

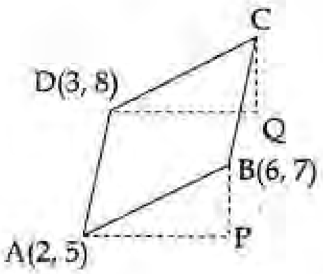
∴ $x = \mathbf{6}$ അല്ലെങ്കിൽ $x = \mathbf{-2}$

വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സംഖ്യാജോടികൾ : (6 , 0) , (-2 , 0)

…………………………………………………………………………………….drvsr

Question 8.

11. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. AP, DQ എന്നീ വരകൾ x-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരവും, BP, CQ എന്നീ വരകൾ y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരവുമാണ്.

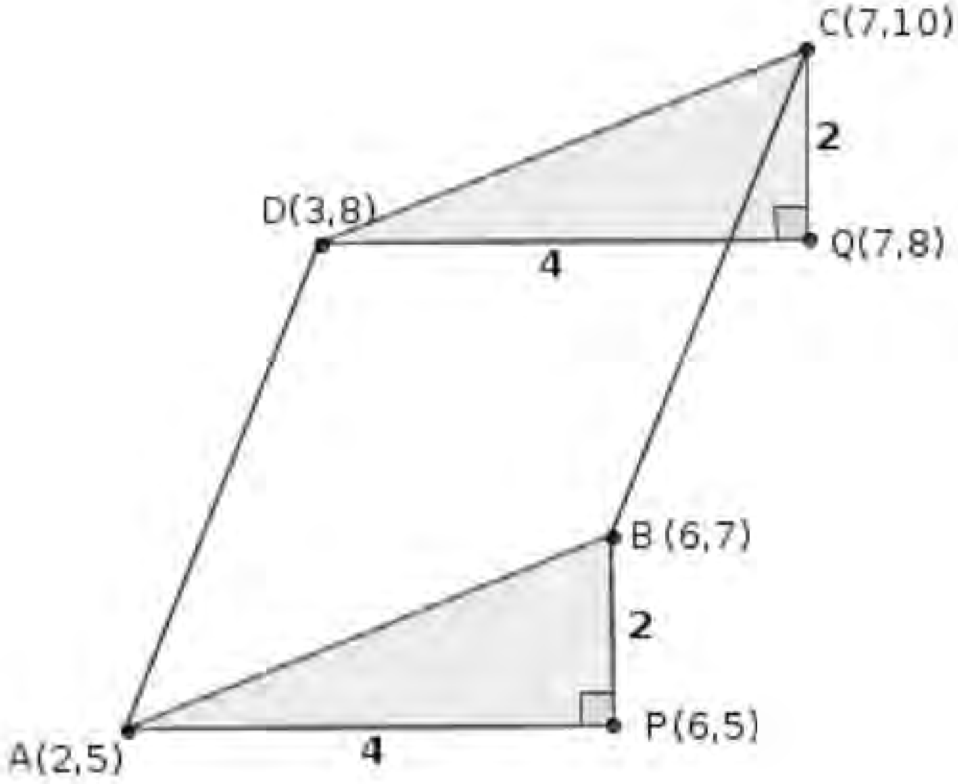


(a) AP, BP ഇവയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(b) DQ, CQ ഇവയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(c) C -യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ് ?

Answer:-



മട്ട Δ APB , മട്ട Δ DQC എന്നിവയുടെ കർണ്ണവും ഒരു വശവും തുല്യമായതു കൊണ്ട്

അവ സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

ചിത്രത്തിലെ P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 6 (ലംബവര $\therefore$ B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ)

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 5 (തിര.വര $\therefore$ A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ)

$\therefore$ P യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (6 , 5)

(a) ചിത്രത്തിൽ **AP** = | 6 – 2 | = | 4 | = **4** , **BP** = | 7 – 5 | = | 2 | = **2**

(b) മട്ട Δ APB , മട്ട Δ DQC എന്നിവ സർവ്വസമങ്ങളായതുകൊണ്ട്

DQ = 4 , **CQ = 2** (സമാന വശങ്ങൾ തുല്യം)

(.c) Q വിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = D യുടെ x സൂചകസംഖ്യ + 4 = 3 + 4 = 7

Q വിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ = D യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 8 (തിരശ്ചീന വര)

$\therefore$ Q വിന്റെ സംഖ്യാ ജോടി = (7 , 8)

$\therefore$ C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = Q വിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = 7 (ലംബ വര)

C യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = Q വിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ + 2 = 8 + 2 = 10

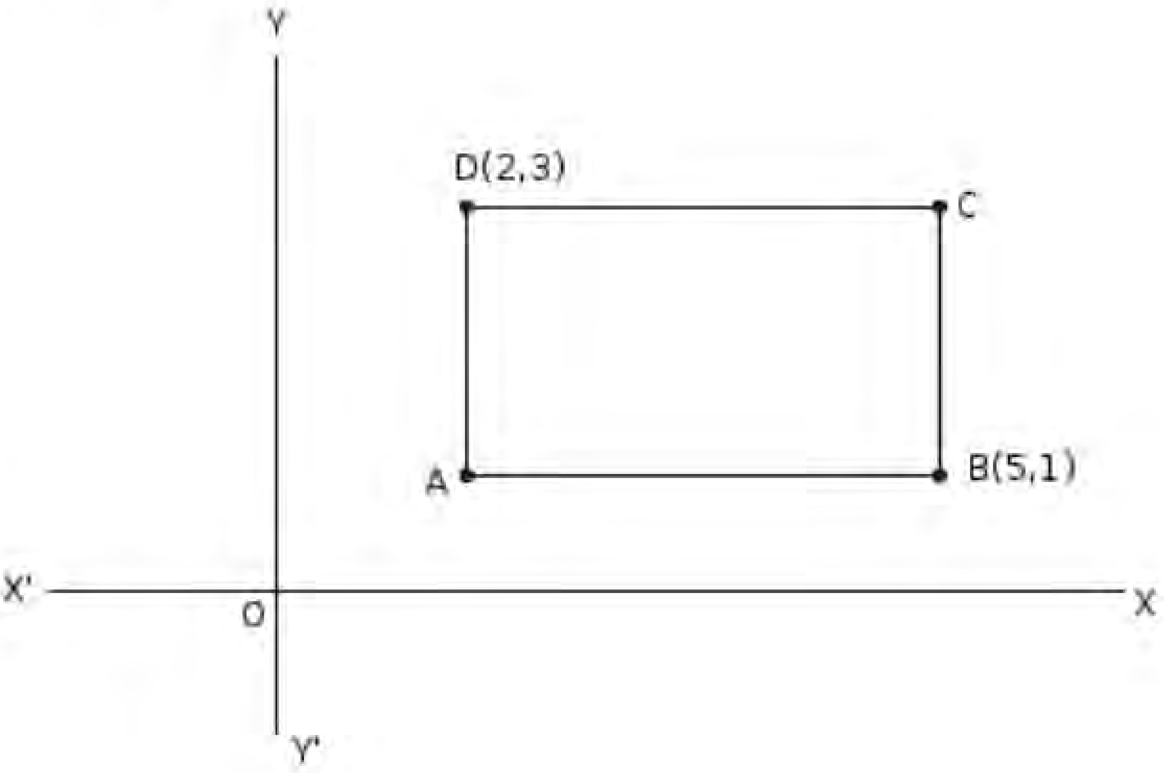
$\therefore$ **C യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (7 , 10)**

....drvsr

Question 9.

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമാണ്. അതിന്റെ രണ്ടു എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (5, 1) ഉം (2, 3) ഉം ആണ്. മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

Answer:-



ചിത്രത്തിലെ C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 5 (ലംബവര ∴ B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ)

C യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 3 (തിര.വര ∴ D യുടെ y സൂചകസംഖ്യ)

∴ **C യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (5 , 3)**

അതുപോലെ

ചിത്രത്തിലെ A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 2 (ലംബവര ∴ D യുടെ x സൂചകസംഖ്യ)

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 1 (തിര.വര ∴ B യുടെ y സൂചകസംഖ്യ)

∴ **A യുടെ സംഖ്യാ ജോടി = (2 , 1)**

....drvsr

Question 10.

(1, 4), (5, 6) എന്നിവ സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു.

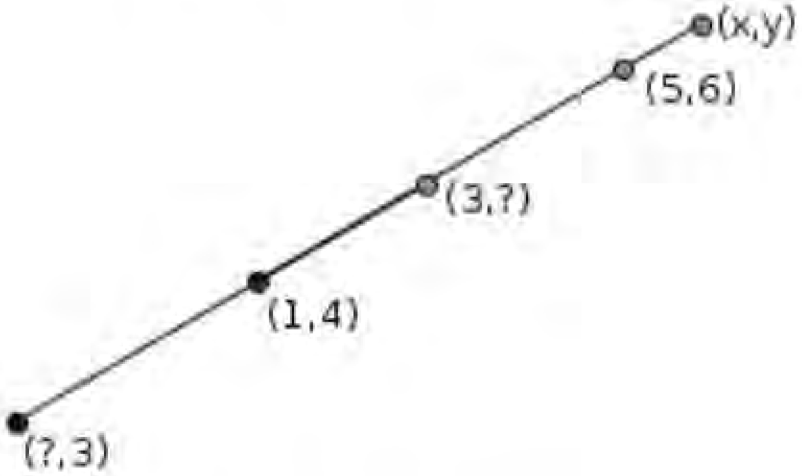
(a) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചകസംഖ്യ 3 ആണ്. അതിന്റെ y-സൂചക സംഖ്യ എന്താണ് ?

(b) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ y-സൂചകസംഖ്യ 3 ആണ്. അതിന്റെ x-സൂചക സംഖ്യ എന്താണ് ?

(c) ഈ വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെയും x-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും y-സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ് ?

(d) ഈ വരയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x-സൂചകസംഖ്യയും y-സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം, ഒരു ബീജഗണിതസമവാക്യമായി എഴുതുക.

Answer:-



(a) (1 , 4) , (5 , 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച്

വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$= (6 - 4) / (5 - 1)$

$= 2/4$

$= ½$

ഇതിൽ നിന്നും x സൂചകസംഖ്യ 1 കൂടുമ്പോൾ , y സൂചക സംഖ്യ ഈ വർദ്ധനവിന്റെ ½ ഭാഗം കൂടുന്നു എന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ 3 ആയതുകൊണ്ട്

ഈ വരയിലെ (1,4) എന്ന ബിന്ദു അടിസ്ഥാനമാക്കിയാൽ x സൂചകസംഖ്യ

2 വർദ്ധിക്കുന്നു. ∴ y സൂചകസംഖ്യ നിലവിലുള്ള വർദ്ധനവിന്റെ ½ ഭാഗം , 2 x ½

അതായത് 1 വർദ്ധിയ്ക്കുന്നു. ∴ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ കിട്ടാൻ നിലവിലെ

y സൂചകസംഖ്യയായ 4 നോട് 1 കൂട്ടണം

ലെ x സൂചകസംഖ്യ 3 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ = 4 + 1 = 5

(b) y സൂചകസംഖ്യ 3 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ ' x' എന്ന് കരുതിയാൽ

(1 , 4) , (x , 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച്

വരയുടെ ചെരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$\therefore \frac{1}{2} = (3 - 4) / (x - 1)$

$\frac{1}{2} = -1 / (x - 1)$

$1(x - 1) = -1 \times 2$

$x - 1 = -2$

$\therefore \underline{x} = -2 + 1 = \underline{-1}$

∴ **ഈ വരയിലെ y സൂചകസംഖ്യ 3 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = -1**

(.c) ഈ വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടേയും x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2 : 1

(d) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) എന്ന് കരുതിയാൽ (1 , 4) , (x , y) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

$\therefore \frac{1}{2} = (y - 4) / (x - 1)$

$1(x - 1) = 2(y - 4)$

$x - 1 = 2y - 8$

$x - 2y = -8 + 1 = -7$

$\mathbf{x - 2y + 7 = 0}$

....drvsr

Question 11.

(4, 3), (0, 1) ഇവ സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു.

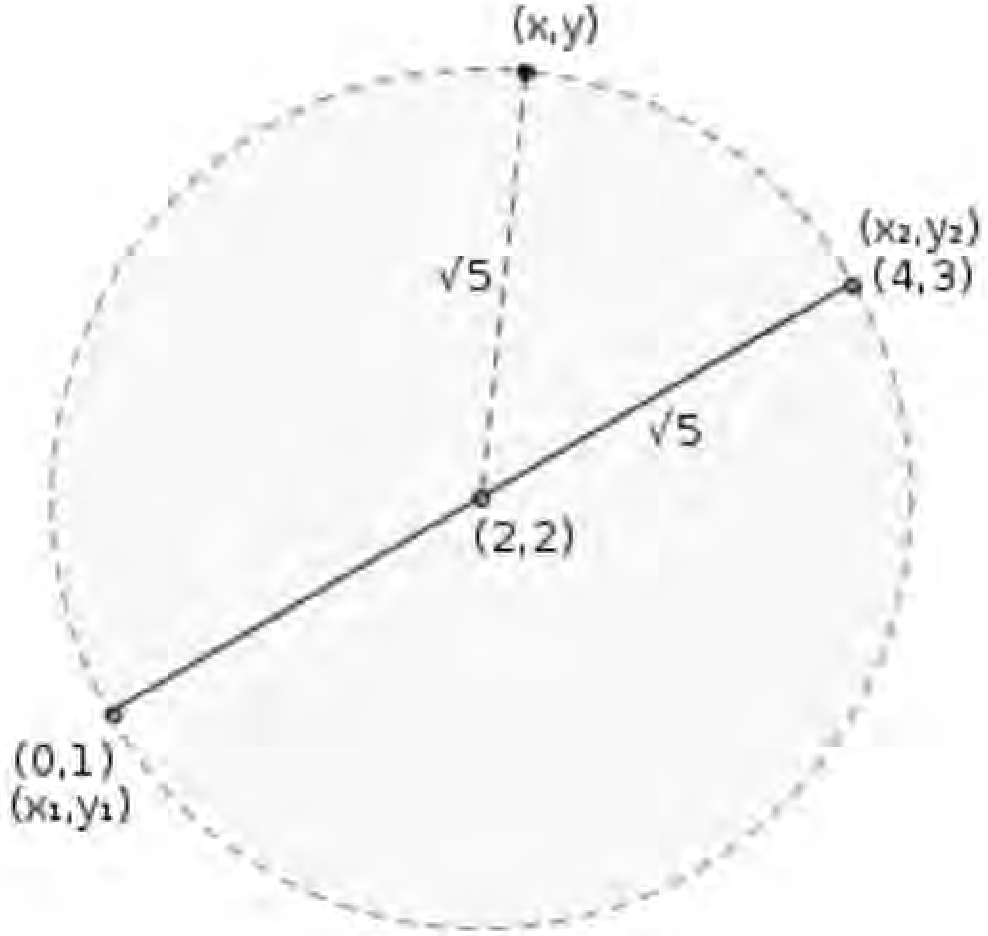
(a) ഈ വരയുടെ നീളമെത്രയാണ് ?

(b) ഈ വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ് ?

(c) ഈ വര വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യമെന്താണ് ?

(d) ഈ വൃത്തം x-അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ x-സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള സമവാക്യം എന്താണ് ? അതുപയോഗിച്ച് ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-



(a) ചിത്രത്തിലെ വരയുടെ നീളം = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ഇവിടെ $x_2 = 4$, $x_1 = 0$, $y_2 = 3$, $y_1 = 1$

$\therefore$ **വരയുടെ നീളം** = $\sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 1)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{16 + 4}$

$= \sqrt{20} =$ **$2\sqrt{5}$ യൂ**

(b) വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(x_1 + x_2 / 2 \,,\; y_1 + y_2 / 2)$

ഇവിടെ $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $y_1 = 1$, $y_2 = 3$

വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(x_1 + x_2 / 2 \,,\; y_1 + y_2 / 2)$

$= (0 + 4 / 2 \,,\; 1 + 3 / 2)$

$= (4 / 2 \,,\; 4 / 2)$

$=$ **(2 , 2)**

(.c) വര വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = വരയുടെ നീളം / 2

$= 2\sqrt{5} / 2 =$ **$\sqrt{5}$ യൂ.**

ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) പരിഗണിച്ചാൽ

ആരം = $\sqrt{5}$

$\therefore \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{5}$

ഇരു വശത്തും വർഗ്ഗം എടുത്താൽ

$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 5$

$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 + 4 - 5 = 0$

അതായത് വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം : **$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$**

(d) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിലെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.

$y = 0$ എന്ന വില വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$x^2 + (0)^2 - 4x - 4(0) + 3 = 0$$

അതായത് $\mathbf{x^2 - 4x = -3}$

ഇരു വശത്തും x ന്റെ ഗുണോത്തരമായ -4 ന്റെ പകുതിയായ -2 ന്റെ വർഗ്ഗം 4 കൂട്ടിയാൽ (വർഗ്ഗത്തികവ് രീതി) $x^2 - 4x + 4 = -3 + 4$

അതായത് $(x - 2)^2 = 1$

$$x - 2 = \pm\sqrt{1}$$

$\therefore$ $x - 2 = 1$ അല്ലെങ്കിൽ $x - 2 = -1$

$x = 1 + 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -1 + 2$

$x = 3$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 1$

$\therefore$ **വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ച് കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ : (3 , 0) , (1 , 0)**

....drvsr

Question 12.

$(3,0),(-1,4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം

$(3,0),(-1,4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു.

$$= \left(\frac{3-1}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1,2)$$

....drvsr

Question 13.

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ യഥാക്രമം $(7,3),(6,1),(8,2),(p,4)$ എങ്കിൽ p യുടെ മൂല്യം കാണുക

ഉത്തരം

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു. AC,BD എന്നീ വികർണ്ണങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ സംഗമി ക്കുന്നു. അതായത്

$$\left(\frac{7+8}{2},\frac{3+2}{2}\right)=\left(\frac{6+p}{2},\frac{1+4}{2}\right)$$

$$\left(\frac{15}{2},\frac{5}{2}\right)=\left(\frac{6+p}{2},\frac{5}{2}\right)$$

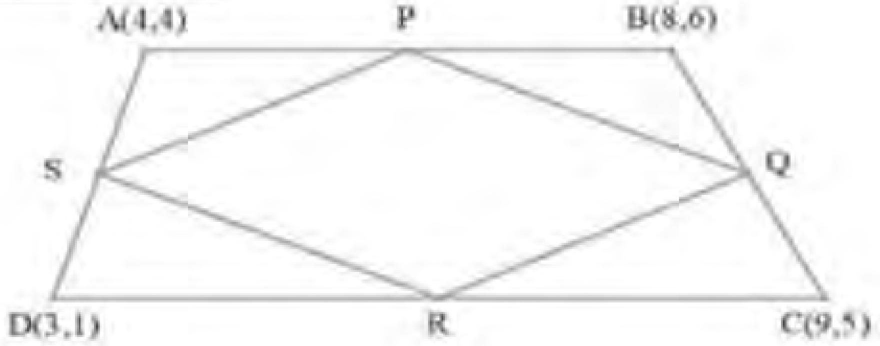
$$\frac{15}{2}=\frac{6+p}{2} \quad \text{or} \quad p=9$$

....drvsr

Question 14.

$(8,6),(9,5),(3,1)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സാമാന്തരികം രൂപീകരിക്കുന്നു. വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം



$(4,4),(8,6)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ മധ്യബിന്ദു

$$=\left(\frac{4+8}{2},\frac{4+6}{2}\right)=(6,5)$$

$(8,6),(9,5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ മധ്യബിന്ദു

$$=\left(\frac{8+9}{2},\frac{6+5}{2}\right)=(8.5,5.5)$$

$(9,5),(3,1)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ മധ്യബിന്ദു

$$=\left(\frac{9+3}{2},\frac{5+1}{2}\right)=(6,3)$$

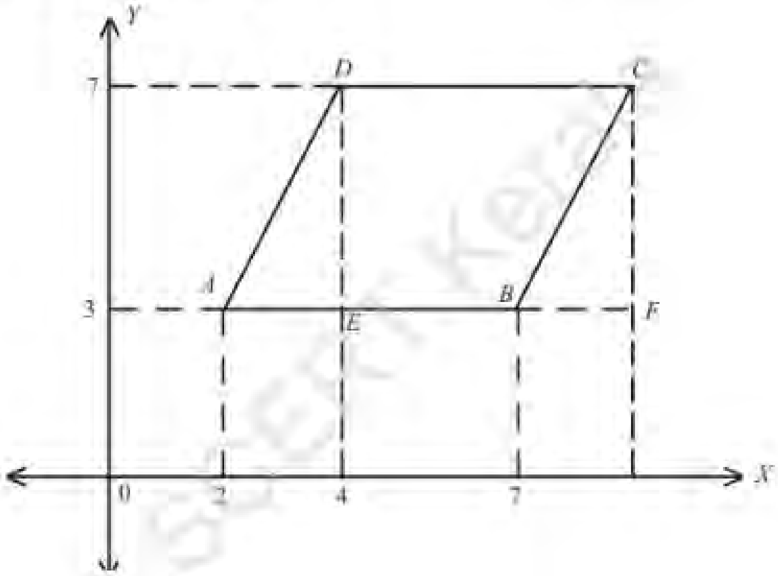
$(4,4),(3,1)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ മധ്യബിന്ദു

$$=\left(\frac{4+3}{2},\frac{4+1}{2}\right)=(3.5,2.5)$$

..........drvsr

Question 15. SCERT

സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(2, 3)$; $B(7, 3)$; $D(4, 7)$ എന്നിവയാണ്. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഉത്തരസൂചിക

ചിത്രത്തിൽ ΔAED, ΔBFC എന്നിവയിൽ

$$AD = BC,\ DE = CF$$

$\therefore AE = BF = 2$ യൂണിറ്റ്

$ED = FC = 4$ യൂണിറ്റ്

$\therefore$ C യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ $= 7 + BF = 7 + AE = 7 + 2 = 9$

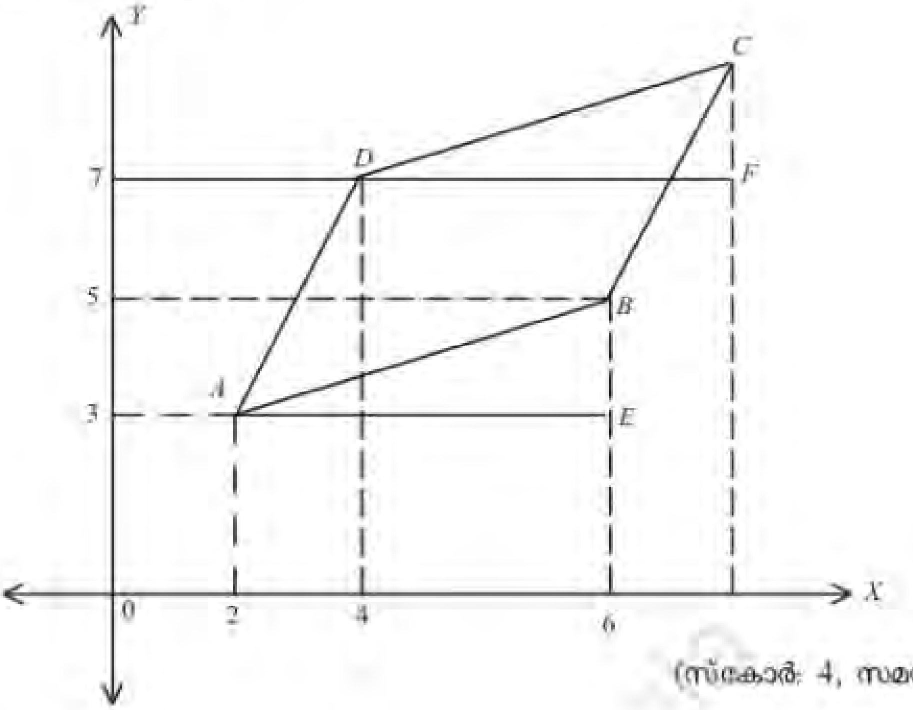
y - സൂചകസംഖ്യ $= 3 + FC = 3 + ED = 3 + 4 = 7$

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(9, 7)$

....drvsr

Question 16. SCERT

സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(2, 3)$; $B(6,5)$; $D(4, 7)$ എന്നിവയാണ്. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക



(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

x - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി AE, DF എന്നീ വരകളും

y - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി BE, CF എന്നീ വരകളും വരയ്ക്കുക.

ΔABE, ΔDCF എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ

$$AB = DC$$
$$\angle BAE = \angle CDF$$
$$\angle ABE = \angle DCF$$
$$\therefore \; AE = DF = 6 - 2 = 4$$
$$BE = CF = 5 - 3 = 2$$

C യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ $= 4 + DF = 4 + 4 = 8$

y - സൂചകസംഖ്യ $= 7 + CF = 7 + 2 = 9$

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(8, 9)$

....drvsr

Question 17. SCERT

A(3,2); B(⁻5, ⁻4), C(7, 8) എന്നിവ ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. P, Q, R എന്നിവ AB, BC, AC എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) P, Q, R എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) ΔPQR ന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ P(⁻1, ⁻1) (1)

അതുപോലെ Q (1, 2) 1

R (5, 5) 1

$PQ = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$ (1)

$QR = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ (1)

$PR = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}$

ΔPQR ന്റെ ചുറ്റളവ് $= \sqrt{13} + 5 + 6\sqrt{2}$ (1)

....drvsr

Question 18. SCERT

A (1, 2); B (7, 4), C (5, 10) എന്നിവ ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. AB, BC, AC എന്നിവ യുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R.

(a) P, Q, R എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) ΔPQR മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = P(4, 3)$ (1)

Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ Q (6, 7)

R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ R (3, 6) (1)

b) $PQ^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$QR^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

$PR^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ (1)

$PR^2 + QR^2 = PQ^2$ (1)

$\therefore \Delta PQR$ മട്ടത്രികോണമാണ്.

....drvsr

Question 19. SCERT

$A\,(^-2, 3)$; $B\,(6, 9)$ എന്നിവ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക; വ്യാസം കാണുക.

(b) $C\,(^-3, 5)$; $D\,(5, ^-1)$ ആയാൽ CD ഈ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(c) $P\,(5, 10)$; $Q\,(^-1, 2)$ ആയാൽ PQ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ, O (2, 6)

വ്യാസം $= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

b) $CD = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

CD യുടെ മധ്യബിന്ദു (1, 2). ഇത് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമല്ല.

$\therefore$ CD വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമല്ല

b) $PQ = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

PQ ന്റെ മധ്യബിന്ദു (2, 6). ഇത് വൃത്താകേന്ദ്രമാണ്. PQ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്.

....drvsr

Question 20. SCERT

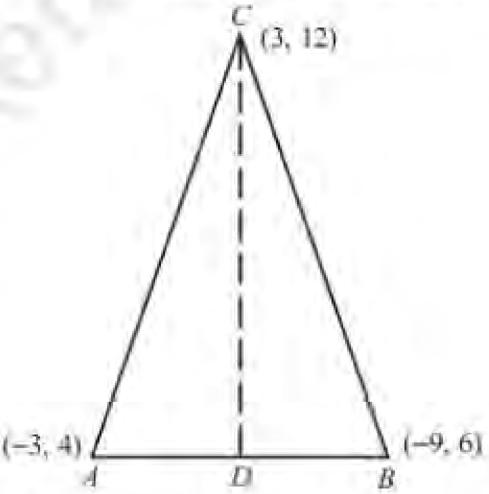
ΔABC യിൽ A ($^{-}3, 4$); B ($^{-}5, 6$); C (3, 12) എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാണ്.

(a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

(b) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 ‌)

■ **ഉത്തരസൂചിക**



$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

ΔACB സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്.

AB യുടെ മധ്യബിന്ദു D ആയാൽ

D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ D ($^{-}4, 5$)

(a) $CD = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}$

ΔABC യുടെ പരപ്പളവ്,

$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}$

$= 14$ ചസെ.മീ

....drvsr

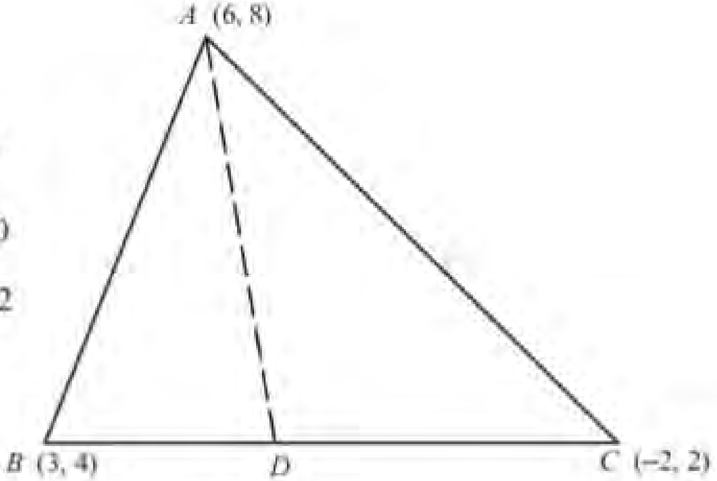
Question 21. SCERT

ΔABC യിൽ A (6, 8); B (3, 4); C (−2, 2) എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാണ്. $\angle A$ യുടെ സമഭാജി BC യെ D യിൽ കൂടി മുറിച്ചു കടക്കുന്നു.

a) $BD : CD$ എത്ര?

b) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

■ **ഉത്തരസൂചിക**



$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$AB : AC = 5 : 10 = 1 : 2$

$BD : CD = 1 : 2$

D യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ

$= 3 + \frac{1}{3} \times (^-2 - 3) = \frac{4}{3}$

y സൂചകസംഖ്യ $= 4 + \frac{1}{3}(2 - 4) = \frac{10}{3}$

D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right)$

....drvsr

Question 22. SCERT

$A(0, 1), B(^-4, 5)$ എന്നിവ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

(b) ഈ വൃത്തം x - അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(a) വൃത്തകേന്ദ്രം $= \left(\frac{0 + ^-4}{2}, \frac{1+5}{2}\right) = (^-2, 3)$

ആരം $= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

(x, y) വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ

$$(x - ^-2)^2 + (y - 3)^2 = \sqrt{8}^2$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 8$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 = 0$$

(b) വൃത്തം x - അക്ഷത്തെ മുറിക്കുമ്പോൾ, $y = 0$

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$
$$(x + 1)(x + 4) = 0$$
$$x = {}^-1, {}^-4$$

അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദു $({}^-1, 0), ({}^-4, 0)$

…………………………………………………………drvsr

Question 23. SCERT

$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും കാണുക.

ഉത്തരസൂചിക

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$$
$$x^2 - 6x + y^2 - 8y + 9 = 0$$
$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 + 9 = 9 + 16$$
$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + 9 = 25$$
$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16 = 4^2$$

വൃത്തകേന്ദ്രം (3, 4)

ആരം = 4 യൂണിറ്റ്

…………………………………………………………drvsr

Question 24. SCERT

$x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് y അക്ഷം എന്നു സമർഥിക്കുക.

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ, $x = 0$ ആകും.

അതായത് y അക്ഷത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ സവാക്യം

$$y^2 - 6y + 9 = 0$$
$$(y - 3)^2 = 0$$
$$y = 3$$

വൃത്തം y അക്ഷത്തെ (0, 3) ൽ മാത്രം തൊടുന്നു. y അക്ഷം തൊടുവരയാണ്.

....drvsr

Question 25. SCERT

$A(3, 2)$, $B(9, 4)$, $C(7, 10)$ എന്നിവ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) AC വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളും ആരവും കണക്കാക്കുക.

(b) AC വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

(c) ഈ വൃത്തം B യിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നു എന്നു സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (5, 6) (1)

ആരം $= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ (1)

(b) വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 20 \quad (1)$$
$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 12y + 36 = 20$$
$$x^2 + y^2 - 10x - 12y + 41 = 0 \quad (1)$$

(c) $9^2 + 4^2 - 10 \times 9 - 12 \times 4 + 41 = 81 + 16 - 90 - 48 + 41$

$= 138 - 138 = 0$

(9, 4) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്. (1)

....drvsr

The end of the chapter 9 .Geometry & Algebra.

Braced by:- Dr.V.S.RaveendraNath M.Sc.,M.Ed.,Ph.D.

10

ബഹുപദങ്ങൾ

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- $p(x) = q(x) \times r(x)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $q(x)$, $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(x) = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

  $\therefore$ $(x + 2)$, $(x - 2)$ ഇവ $x^2 - 4$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ.

- $P(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(a) = 0$ ആയാൽ $(x - a)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(5) = 0$ ആയാൽ $(x - 5)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി $p(x) = (x - a_1)\ (x - a_2) \ldots (x - a_n)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $a_1, a_2, \ldots\ a_n$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

ഘടകസിദ്ധാന്തം

P(x) എന്ന ബഹുപദത്തിൽ P(a) =0 ആണെങ്കിൽ x-a എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം P(x) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്.

P(x) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് ax+b എങ്കിൽ K(ax+b) യും അതിന്റെ ഒരു ഘടകമായിരിക്കും.

P(x)= (x-a) q(x) +b - ൽ P(x) ന്റെ ഘടകമല്ല x-a എന്നാൽ,

P(x)-b യുടെ ഘടകമാണ് x-a

Question 1. March 2017.

$P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$. $P(x)$ -ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x + 2)$. $x^2 - 4$ എന്നത് $P(x)$ -ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Answer:-

2. $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$

$x^2 - 4$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $x + 2$ ഉം $X - 2$ ഉം $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാകണം

ie $P(-2) = 0$ കൂടാതെ $P(2) = 0$

$x + 2$ ഘടകമായതിനാൽ $P(-2) = 0$

$P(2) = 2 \times 2^3 - 2 \times 2^2 - 8 \times 2 + 8 = 16 - 8 - 16 + 8 = 0$

ie $x - 2$, $P(x)$ ഘടകമാകണ്.

$x - 2$ ഉം $x + 2$ ഉം $P(x)$ ഘടകമായതിനാൽ $x^2 - 4$, $P(x)$ ഘടകമാകണ്.

....drvsr

Question 2. March 2017.

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = q(x)(x-2) + r$

(a) q(x) , r എന്നിവ കണക്കാക്കുക?

(b) q(x) നെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

(c) p(x) നെ മൂന്ന് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

(a) . $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$, ഒരു ഘടകം = $x - 2$

ie.,r = p(2) = $2 \times (2)^3 - 3 \times (2)^2 - 5 \times 2 = 16 - 12 - 10 + 6 = 0$

$\therefore$ r = 0.

q(x) = $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$ നെ (x – 2) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

ഹരണഫലം q(x) ആണ്. $\therefore$ q(x) = $2x^2 + x - 3$.

(b) q(x) നെ ഘടകക്രിയ ചെയ്യുക.

q(x) = $2x^2 + x - 3$; $\Longrightarrow 2x^2 - 2x + 3x - 3 \Longrightarrow (2x^2 - 2x) + (3x - 3)$

$\Longrightarrow 2x(x-1) + 3(x-1) \Longrightarrow (2x + 3)(x - 1)$

(c) p(x) = q(x) (x – 2) എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട് .ie., 2x + 3) (x – 1) (x – 2)

....drvsr

Question 3. March 2017.

x – 3 എന്നത് $2x^3 - x^2 - 3x + 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Answer:-

core

ഇവിടെ $P(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 4$

$(x - 3)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $P(3) = 0$ ആയിരിക്കണം.

$$P(3) = 2(3)^3 - (3)^2 - 3(3) + 4$$
$$= (2 \times 27) - (9) - 9 + 4$$
$$= 54 - 9 - 9 + 4$$
$$= 45 - 9 + 4$$
$$= 36 + 4$$
$$= 40$$

$P(2) \neq 0$ $\therefore$ **x – 3 , P(x)** ന്റെ ഘടകമല്ല.

....drvsr

Question 4. March 2017.

$p(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ x + 2 എന്ന ബഹുപദം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലവും ശിഷ്ടവും കണക്കാക്കുക.

Answer:-

$p(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 6$ x + 2 നെ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

We can dividing by synthetic division or long division

ഹരണഫലം = $x^2 + 3x - 4$; ശിഷ്ടം = 2. എന്ന് ലഭിക്കും.

…………………………………………………………………….drvsr

Question 5. March 2016

p(x) = $x^2 - 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക.

(a) p(x) നെ (2x – 1) കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉള്ള ശഷ്ടം കാണുക.

(b) p(x) – ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ (2 x – 1) ? എന്തു കൊണ്ട്?

Answer:-

$P(x) = x^2 - 5x + 6$

(a) $P(1/2) = (½)^2 - 5 \times ½ + 6$

$= ¼ - 5/2 + 6 = 15/4$

(b) P(x) നെ (2x – 1) കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ

ശിഷ്ടം 15/4 കിട്ടുന്നതിനാൽ P(x) ന്റെ ഘടകമല്ല

(2x – 1).

…………………………………………………………………...drvsr

Question 6. March 2016

$x^2 - x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ, ഒന്നാംകൃതി

ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

$x^2 - x - 1 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ or $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

ie $2x = 1 + \sqrt{5}$ or $2x = 1 - \sqrt{5}$

$x^2 - x - 1 = (2x - 1 - \sqrt{5})\ (2x - 1 + \sqrt{5})$

……………………………………………………………….drvsr

Question 7. March 2015.

$3x^2 - 4x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് $(x - 1)$ ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം ലഭിക്കുക ?

Answer:-

. $P(x) = 3x^2 - 4x - 1 + K$

$(x - 1)$ ഒരു ഘടകമായതിനാൽ $P(1) = 0$ ആയിരിക്കും

ie $3 \times 1^2 - 4 \times 1 - 1 + K = 0$

$3 - 4 - 1 + k = 0$

$-2 + K = 0$

$\Rightarrow K = 2$

P(x) നോട് 2 കൂട്ടിയാൽ (x – 1) ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.

…………………………………………………………………………..drvsr

Question 8. March 2015.

$3x^2 - 5x - 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

$$3x^2 - 5x - 2 = 3x^2 - 6x + x - 2$$
$$= 3x(x - 2) + (x - 2)$$
$$= (3x + 1)(x - 2)$$

…………………………………………………………………………..drvsr

Question 9. March 2014

$x^3 - 2x^2 + x - 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $x - 2$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ് ? ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിനോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് $(x - 2)$ ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടുന്നത് ?

Answer:-

$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4 \therefore P(2) = 2^3 - 2\times2^2 + 2 - 4 = 8 - 8 + 2 - 4 = -2$

x - 2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം = - 2

ശിഷ്ടം 0 ആയാൽ x - 2 ഘടകമാകും. ∴ കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ = 2

……………………………………………………………………drvsr

Question 10. March 2014

a. $x^2 - 3x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

b. $x^2 - 3x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതണമെങ്കിൽ k യുടെ പരമാവധി വില എന്തായിരിക്കണം ?

Answer:-

a. $x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2x - x + 2$

$= x(x - 2) - (x - 2) = (x - 2)(x - 1)$

b) $x^2-3x+k = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

വിവേചകം = $(-3)^2-4\times1\times k = 9-4k$

k യുടെ പരമാവധി വില 9/4 ആയിരിക്കണം

……………………………………………………………………...drvsr

Question 14. March 2014

$P(x) = x^2 - 6x + 9$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക.

a. P(3) കണക്കാക്കുക.

b. ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ വിലയായി ന്യൂനസംഖ്യകൾ വരില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

c. P(a) = P(b) ആകത്തക്കവിധം a, b എന്നീ രണ്ടു സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

Answer:-

a) $p(x) = x^2-6x+9$
$p(3) = 3^2-6\times3+9 = 0$

(b) $P(x) = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
$P(x)$ പൂർണ്ണവർഗ്ഗമായതുകൊണ്ട് $P(x)$ ന്റെ വില ഒരിക്കലും ന്യൂനസംഖ്യ ആവുകയില്ല.

(c)

$P(a)=P(b)$
$a^2-6a+9=b^2-6b+9$
$a^2-b^2 \ =6a-6b$
$(a+b)(a-b)=6(a-b)$
$(a+b)=6$

a=2,b=4 or
a=1,b=5

....drvsr

Question 15. March 2013

$3x^3 - 2x^2 + kx - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x - 2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത് ?

Answer:-

$p(x) = 3x^3-2x^2+kx-6$

p(x)ന്റെ ഘടകമാണ് (x-2) അതിനാൽ p(2)=0

$3(2)^3-2(2)^2+k(2)-6=0$

$24-8+2k-6=0$

$2k = -24+8+6 = -10$

$K = -5$

....drvsr

Question 16. March 2013

a) $p(x) = 6x^3 + 3x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $(x + 1)$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

b) $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും ?

Answer:-

a) $p(x) = 6x^3+3x^2$

$p(-1) = 6(-1)^3+3(-1)^2 = -6+3 = -3$

$p(-1)\neq 0$ അതിനാൽ p(x)ന്റെ ഘടകമല്ല (x+1)

b) ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം (ax+b) എന്ന് കരുതുക

$p(x) = 6x^3+3x^2+ax+b$

p(1)=0 ഇതിൽ നിന്നും a+b=-9 ------------------ (1)

p(-1)=0 ഇതിൽ നിന്നും -a+b= 3 ------------------ (2)

(1), (2) എന്നിവയിൽ നിന്നും a = -6 , b = -3

ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം = -6x-3

....drvsr

Question 17. March 2013

$q(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോളുള്ള ശിഷ്ടം kയും $r(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോളുള്ള ശിഷ്ടം $-k$ യും ആണ്.

a) $q(a)$ കാണുക. = K

b) $q(x)+r(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x-a)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answer:-

a) q(a) = k (1)

b) q(x)+r(x) എന്ന ബഹു പദത്തെ (x-a) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം q(a)+r(a)

q(a) = k , r(a) = -k എന്നിവയിൽ നിന്നും q(a)+r(a) = k-k =0

ശിഷ്ടം 0 ആയതിനാൽ q(x)+r(x) ന്റെ ഘടകമാണ് (x-a) (3)

....drvsr

Question 18. Model 2017

$p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

(a) $p(x)$ നെ $x - 1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ് ?

(b) $p(x)$ നെ $x + 1$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്താണ് ?

(c) $p(x)$ ൽനിന്ന് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കുറച്ചാലാണ് $x^2 - 1$ ന്റെ ഗുണിതമായ ബഹുപദം കിട്ടുക ?

Answer:-

$$P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

(a) P(x) നെ (x - 1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം P(1) ആയിരിക്കും.

$$P(1) = (1)^3 + (1)^2 + (1) + 1$$
$$= 1 + 1 + 1 + 1$$
$$= 4$$

P(x) നെ (x - 1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം = 4

(b) P(x) നെ (x + 1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം P(-1) ആയിരിക്കും.

$$P(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$
$$= -1 + 1 + -1 + 1$$
$$= 0$$

P(x) നെ (x + 1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം = 0

(.c) P(x) ൽ നിന്ന് കുറയ്ക്കുന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം (ax + b) എന്ന് കരുതിയാൽ

$$P(x) = x^3 + x^2 + x + 1 - (ax + b)$$

ഈ P(x) ന്റെ ഗുണിതമാണ് $x^2 - 1$ എന്ന് തന്നിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് , $x^2 - 1$ ന്റെ ഘടകങ്ങളായ (x + 1) , (x − 1) എന്നിവയും P(x) ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായിരിക്കും.

(x + 1) , P(x) ന്റെ ഗുണിതമായതുകൊണ്ട് P(-1) = 0 ആയിരിക്കും.

$$\therefore (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 - ((a \times -1) + b) = 0$$
$$-1 + 1 + -1 + 1 - (-a + b) = 0$$
$$\therefore \mathbf{a - b = 0} \text{ .... } \mathbf{(1)}$$

(x - 1) , P(x) ന്റെ ഘടകമായതുകൊണ്ട് P(1) = 0 ആയിരിക്കും.

$\therefore \ (1)^3 + (1)^2 + (1) + 1 - ((a \times 1) + b) = 0$

$1 + 1 + 1 + 1 - (a + b) = 0$

$4 - (a + b) = 0$

$\therefore$ **- a - b = -4 .... (2)**

നിർദ്ധാരണം

a - b = 0 .... (1)

- a - b = -4 .... (2)

(1) + (2) → $-2b = -4$

$b = -4 / -2$

$\therefore \ b = 2$

b = 2 എന്ന വില **(1)** ൽ ആരോപിച്ചാൽ

$a - 2 = 0$

$\therefore \ a = 0 + 2 = 2$

P(x) ൽ നിന്ന് കുറയ്ക്കുന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം = (ax + b)

= **(2x + 2)**

...drvsr

Question 19. Model 2017

x − 1 എന്ന ബഹുപദം, $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?

ഉത്തരം

$P(1) = 3 \times 1^3 - 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 2 = 0$

ഘടകമാണ്.

Question 20.

$5x^3 + 4x^2 - 11x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $x - 1$ എന്ന ബഹുപദം കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 0. എങ്കിൽ k എത്ര?

ഉത്തരം

$$P(1) = 5x^3 + 4x^2 - 11x + k = 0$$

$$5 \times 1^3 + 4 \times 1^2 - 11 \times 1 + k = 0$$

$$k = 2$$

……………………………………………………………………..drvsr

Question 21.

$2x^2 + 5x + 3$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

Given $p(x)=2x^2+5x+3$; Put x = - 1

ie., $2 \times (-1)^2+5 \times -1+3$; = 2 – 5 + 3 = 5 – 5 = 0.

അതുകൊണ്ട് (x + 1) ഒരു ഘടകമാണ്.

$p(x)=2x^2+5x+3$ നെ (x + 1) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

(Synthetic or long division) ഹരണഫലം = (2x + 3)

ie., (x + 1) (2x + 3).

……………………………………………………………………..drvsr

Question 22.

$p(x) = x^2 + x - 6$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളും കാണുക.

Answer:-

Given $p(x)=x^2+x-6$ **;** Put x = 2 ; ie., $(2)^2+2-6=4+2-6=0$

അതുകൊണ്ട് (x – 2) is a factor.

$p(x)=x^2+x-6$ നെ (x – 2) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

(Synthetic or long division) ഹരണഫലം = (x + 3)

ie., (x – 2) (x + 3).

$p(x)=x^2+x-6$ = (x – 2) (x + 3). = 0.

ie., x – 2 = 0 and x + 3 = 0

If x – 2 = 0 ; x = 2 and x + 3 = 0 ; x = - 3 .

…………………………………………………………………...drvsr

Question 23.

$2x^2 - 7x - 15$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ഏതൊക്കെ സംഖ്യയായി എടുത്താലാണ് പൂജ്യം കിട്ടുന്നത്? ഈ ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

Given $2x^2-7x-15$; Put x = 5. ie.,

$2\times(5)^2-7\times5-15=50-35-15=0$;

അതുകൊണ്ട് (x – 5) is a factor.

$2x^2-7x-15$ നെ (x – 5) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

(Synthetic or long division) ഹരണഫലം = (2x + 3)

x – 5 = 0 ; x = 5 ; 2x + 3 = 0 ,x = $\frac{3}{2}$.

അതുകൊണ്ട് x ന് 5 എന്നും $\frac{3}{2}$ എന്നും വില കൊടുത്താൽ ബഹുപദം പൂജ്യം ആകും.

ഗുണനഫലം = (2x + 3)(x – 5)

………………………………………………………………….drvsr

Question 24.

$2x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാമെങ്കിൽ k ആകാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യ ഏത്? ഈ സംഖ്യ k ക്ക് പകരം നൽകി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

Answer:-

Given $p(x)=2x^2+kx+6$; $b^2-4ac=k^2-4\times 2\times 6=k^2-48$

k = $\sqrt{48}$

ഏറ്റവും ചെറിയ എണ്ണൽ സംഖ്യ = $\sqrt{49}=7$.

അതുകൊണ്ട് ബഹുപദം $p(x)=2x^2+7x+6$

ബഹുപദത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കുക . Put x = - 2

$p(-2)=2\times(-2)^2+7\times-2+6=0$. അതുകൊണ്ട് (x + 2) is a factor.

$p(x)=2x^2+7x+6$ നെ (x + 2) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

(Synthetic or long division) ഹരണഫലം = (2x + 3)

ഗുണനഫലം = (2x + 3)(x + 2).

……………………………………………………………..drvsr

Question 25.

$x^3 - 5x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 5x + 6$. a, b എന്നിവയാകുന്ന സംഖ്യകൾ കാണുക.

Answer:-

Given x^3-5x^2+ax+b **; given one factor be** x^2-5x+6

x^2-5x+6 ഘടകങ്ങളാക്കുക .

ഘടകങ്ങൾ = (x – 3)(x – 2) Put x = 3 and 2 in the polynomial

p(3) = 27 – 45 +3a+ b = 0 ; ie., 3a + b = 18 →(1)

p(2) = 8 – 20 + 2a + b =0 ; ie., 2a + b = 12 →(2) solve (1) and (2) we get a = 6 and b = 0.

……………………………………………………………...drvsr

The End of the Chapter Polynomials.

By : Dr.V.S.RaveendraNath.

11

സ്ഥിതി വിവരകണക്ക്

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- മാധ്യം $\Rightarrow \dfrac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$
- മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്
- അളവുകളുടെ എണ്ണം n ആയാൽ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

a. n ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ $\frac{n+1}{2}$ -ാമത്തെ അളവ്

b. n ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ $\frac{n}{2}$ -ാമത്തെ അളവും $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ -ാമത്തെ അളവും.

Question 1. March 2017.

ഒരു ക്ലാസിലെ 7 കുട്ടികളുടെ സ്കോറുകൾ ചുവടെ നൽകുന്നു.

38, 43, 24, 42, 33, 46, 29

സ്കോറുകളുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കണക്കാക്കുക.

Answer:-

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{ആകെതുക}}{\text{എണ്ണം}} = \frac{38+43+24+42+33+46+29}{7} = 36.4.$$

മാധ്യമം = ആരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതുമ്പോൾ മധ്യത്തിൽ വരുന്ന സംഖ്യ.

ആരോഹണക്രമം = 24,29,33,38,42,43,46.

മാധ്യമം = 38.

……………………………………………………...……………..drvsr.

Question 2. March 2017.

ഒരു കമ്പനിയിലെ വിവിധ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവരുമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പട്ടിക ചുവടെ നൽകുന്നു.

ദിവസവേതനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
200-250	3
250-300	8
300-350	10
350-400	6
400-450	4
450-500	2

ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ മാധ്യമം കാണുക ?.

Answer:-

ദിവസവേതനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	സഞ്ചിതാവൃത്തി (c)
200-250	3	3
250-300	8	11
300-350	10	21
350-400	6	27
400-450	4	31
450-500	2	33
	N = 33	

$\frac{N}{2} = \frac{33}{2}$ = 16.5. മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 300-350 ($\frac{N}{2}$ = 16.5 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

മധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി
N = ആവൃത്തിയുടെ തുക
c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി
f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി
h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

$300 + \frac{\frac{33}{2} - 11}{10} \times 50$ **= 300 + 27.5 = 327.5.**

...drvsr

Question 3. March 2017.

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ ഏതാനം കുട്ടികളുടെ ഉയരം cm- ൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

135, 120, 148, 153, 124, 122, 150, 147. ഉയരങ്ങളുടെ മാധ്യമം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ആരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

120, 122, 124, 135, 147, 148, 150, 153

$$\text{മധ്യമം} = \frac{135 + 147}{2} = \frac{282}{2} = 141$$

....drvs

Question 4. March 2017.

ഒരുതൊഴിൽ ശാലയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം ദിവസക്കൂലി അനുസരിച്ച് എഴുതിയ പട്ടികയാണ് ചുവടെ

ദിവസക്കൂലി (രൂപായിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
400-500	3
500-600	5
600-700	9
700-800	10
800-900	6
900-1000	2

ദിവസക്കൂലിയുടെ മാധ്യമം കാണുക.

Answer:-

ദിവസക്കൂലി (രൂപായിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	സഞ്ചിതാവൃത്തി (c)
400-500	3	3
500-600	5	8
600-700	9	17
700-800	10	27
800-900	6	33
900-1000	2	35
	N = 35	

$\frac{N}{2} = \frac{35}{2}$ **= 17.50.** മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 700-800 ($\frac{N}{2}$ = 17.50 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

മധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി
N = ആവൃത്തിയുടെ തുക
c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടുമുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി
f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി
h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

$700 + \frac{\frac{35}{2} - 17}{10} \times 100$ $= 700 + \frac{17.50 - 17}{10} \times 100$

= 700 +5 = 705.

....drvsr

Question 5. March 2016.

ഒരുതൊഴിൽ ശാലയിൽ പലതരം ജോലിചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസക്കൂലിയും ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
350-450	4
450-550	7
550-650	12
650-750	6
750-850	1
ആകെ	30

മാധ്യമായ ദിവസക്കൂലി എത്ര രൂപയാണ്?

Answer:-

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം	മധ്യാങ്കം	ആകെ
350-450	4	400	$400 \times 4 = 1600$
450-550	7	500	$500 \times 7 = 3500$
550-650	12	600	$600 \times 12 = 7200$
650-750	6	700	$700 \times 6 = 4200$
750-850	1	800	$800 \times 1 = 800$
ആകെ	30		17300

മാധ്യം = ആകെ / എണ്ണം. ; ie., 17300/30 = Rs.576.67/-

....drvsr

Question 6. March 2016.

പത്താം ക്ലാസ്സിലെ 40 കുട്ടികളുടെ ഭാരമാണ് ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ഭാരം (കിലോഗ്രാം)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം.
30-35	7
35-40	3
40-45	8
45-50	5
50-55	9
55-60	7
ആകെ	40

ഭാരത്തിന്റെ മാധ്യമം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

ഭാരം (കിലോഗ്രാം)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം.	സഞ്ചിതാവൃത്തി (c)
30-35	7	7
35-40	3	10
40-45	8	18
45-50	6	24
50-55	9	33
55-60	7	40
ആകെ	40	

$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$ മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 45-50 ($\frac{N}{2} = 20$ ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

മധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$45 + \frac{\frac{40}{2} - 18}{6} \times 5$

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി
N = ആവൃത്തിയുടെ തുക
c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി
f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി
h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

$= 45 + \frac{20-18}{6} \times 5 = 45 + 1.67 = 46.67.$

....drvsr

Question 7. March 2015

.

ഒരു പരീക്ഷ എഴുതിയ 50 കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടിയ സ്കോർ പട്ടികപ്പെടുത്തിയത് ഇങ്ങനെയാണ്.

സ്കോർ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10 ൽ താഴെ	3
20 ൽ താഴെ	7
30 ൽ താഴെ	13
40 ൽ താഴെ	22
50 ൽ താഴെ	32
60 ൽ താഴെ	40
70 ൽ താഴെ	46
80 ൽ താഴെ	50

സ്കോറിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

സ്കോർ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം (cf)	ക്ലാസ്സ്	ആവൃത്തി
10 ൽ താഴെ	3	0-10	3
20 ൽ താഴെ	7	10-20	7 – 3 = 4
30 ൽ താഴെ	13	20-30	13 – 7 = 6
40 ൽ താഴെ	22	30-40	22 – 13 = 9
50 ൽ താഴെ	32	40-50	32 – 22 = 10
60 ൽ താഴെ	40	50-60	40 – 32 = 8
70 ൽ താഴെ	46	60-70	46 – 40 = 6
80 ൽ താഴെ	50	70-80	50 – 46 = 4
ആകെ			50

$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$; മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 40-50 ($\frac{N}{2}$ = 25 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

മധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$40 + \frac{25-23}{10} \times 10$

40 + 2 = 42.

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി

N = ആവൃത്തിയുടെ തുക

c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി

f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി

h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

....drvsr

Question 8. March 2015

ഒരു ക്യാമ്പിൽ പങ്കെടുത്ത കുട്ടികളെ ഉയരം അനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ.

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
130 – 135	8
135 – 140	12
140 – 145	20
145 – 150	28
150 – 155	32
155 – 160	22
160 – 165	16
165 – 170	12

കുട്ടികളുടെ മാധ്യ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

ഉയരം (സെ.മീ)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	വിഭാഗമാധ്യം	ആകെ എണ്ണം
130 – 135	8	132.5	1060
135 – 140	12	137.5	1650
140 – 145	20	142.5	2850
145 – 150	28	147.5	4130
150 – 155	32	152.5	4880
155 – 160	22	157.5	3465
160 – 165	16	162.5	2600
165 – 170	12	167.5	2010
ആകെ	150		22645

മാധ്യം = 22645/150 = 150.97 cm

…………………………………………………………………..drvsr

Question 9. March 2014.

ഒരു തൊഴിൽ ശാലയിൽ പലതരം ജോലിചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസക്കൂലിയുമാണ് ചുവടെ പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
225	4
250	7
270	9
300	5
350	3
400	2

മാധ്യമായ ദിവസക്കൂലി എത്രയാണ് ?

Answer:-

ദിവസക്കൂലി (x)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം (f)	fx
225	4	900
250	7	1750
270	9	2430
300	5	1500
350	3	1050
400	2	800
ആകെ	30	8430

മാധ്യം = ആകെ കൂലികളുടെ തുക / ജോലിക്കാരുടെ ആകെ എണ്ണം

$= \Sigma fx / \Sigma f = \frac{8430}{30} = 281$ രൂപ

....drvsr

Question 10. March 2014.

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 60 കുട്ടികളെ ഉയരം അനുസരിച്ച് തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ.

ഉയരം (സെ. മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
140 - 145	5
145 - 150	8
150 - 155	12
155 - 160	16
160 - 165	11
165 - 170	5
170 - 175	3

ഉയരങ്ങളുടെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

ഉയരം (cm)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	സഞ്ചിതാവൃത്തി (c)
140-145	5	5
145-150	8	13
150-155	12	25
155-160	16	41
160-165	11	52
165-170	5	57
170-175	3	60
ആകെ	60	

മാധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$\frac{N}{2}$ = 30 ; മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 155 - 160 ($\frac{N}{2}$ = 30 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

l_1 = 155: $\frac{N}{2}$ = 30 ; c = 25 ; f = 16 ; h = 5

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി
N = ആവൃത്തിയുടെ തുക
c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി
f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി
h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

$155+\frac{30-25}{16}\times 5$

= 155+1.56 = 156.56.

ഉയരങ്ങളുടെ മാധ്യമം = 156.6 cm.

……………………………………………………………………..drvsr

Question 11. March 2013.

ഒരു മെഡിക്കൽ ക്യാമ്പിൽ പങ്കെടുത്ത ആളുകളെ തൂക്കത്തിന നുസരിച്ച് തരം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

തൂക്കം (കിലോഗ്രാമിൽ)	ആളുകളുടെ എണ്ണം
20 – 30	16
30 – 40	21
40 – 50	28
50 – 60	24
60 – 70	11

തൂക്കങ്ങളുടെ മാധ്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

Answer:-

തൂക്കം (കി.ഗ്രാമിൽ)	ആളുകളുടെ എണ്ണം (f)	മധ്യാങ്കം OR വിഭാഗമാധ്യം (x)	fx
20-30	16	25	400
30-40	21	35	735
40-50	28	45	1260
50-60	24	55	1320
60-70	11	65	715
ആകെ	100		4430

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{ആകെ തൂക്കം}}{\text{ആകെ ആളുകളുടെ എണ്ണം}} = 4430/100 = 44.30 \text{ Kg.}$$

…………………………………………………………………….drvsr

Question 12. March 2013.

ഒരു പ്രദേശത്തെ 100 കുടുംബങ്ങളെ അവർ വൈദ്യുതി ചാർജ്ജ് ഇനത്തിൽ അടച്ച തുകയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

വൈദ്യുതിചാർജ്ജ് (രൂപയിൽ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
0 – 200	8
200 – 400	12
400 – 600	21
600 – 800	30
800 – 1000	23
1000 – 1200	6

അടച്ചതുകയുടെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

Answer:-

വൈദ്യുത ചാർജ്ജ് (രൂപയിൽ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം	സഞ്ചിതാവൃത്തി
0-200	8	8
200-400	12	20
400-600	21	41
600-800	30	71
800-1000	23	94
1000-1200	6	100
ആകെ	100	

മാധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$ മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 600-800($\frac{N}{2}$ = 50 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

$l_1 = 600$: $\frac{N}{2} = 50$: $c = 41$: $f = 30$; $h = 200$

ie., $600 + \frac{50-41}{30} \times 200 = 600 + \frac{9}{30} \times 200 = 600+60 = 660.$

…………………………………………………………………………..drvsr

Question 13. Model 2017

ഒരു പ്രദേശത്തെ 25 കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമവരുമാനം കണക്കാക്കുക.

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
5,000	6
6,000	6
7,000	4
8,000	4
9,000	3
10,000	2

Answer:-

ഇവിടെ ക്ലാസ്സുകളുടെ മധ്യാങ്കം തന്നിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ക്ലാസ്സുകൾ കണ്ടുപിടിക്കണം. ഇവിടെ ക്ലാസ്സ് അന്തരം 1000 എന്ന് എടുക്കാം.

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം (f)	ക്ലാസ്സ് or പ്രാപ്താങ്കം	സഞ്ചിതാവൃത്തി (cf)
5000	6	4500-5500	6
6000	6	5500-6500	12
7000	4	6500-7500	16
8000	4	7500-8500	20
9000	3	8500-9500	23
10000	2	9500-10500	25
ആകെ	25		

മാധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$\frac{N}{2}=\frac{25}{2}=12.5$; മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 6500-7500 ($\frac{N}{2}$ = 12.5 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

$l_1=6500$; $\frac{N}{2}$ = 12.5 ; c = 12 ; f = 4 ; h = 1000.

ie., $6500+\frac{12.5-12}{4}\times 1000$;

ie., $6500+\frac{0.5}{4}\times 1000$

ie., 6500 + 125 =6625.

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരുതി
N = ആവൃത്തിയുടെ തുക
c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി
f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി
h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

....drvsr

Question 14. Model 2017

ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ഉയരമനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135 - 140	5
140 - 145	8
145 - 150	10
150 - 155	9
155 - 160	6
160 - 165	3

(a) കുട്ടികൾ ഉയരക്രമത്തിൽ ഒരു വരിയിൽ നിൽക്കുന്നതായി സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ, എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ ഉയരമാണ് മധ്യമം ?

(b) പട്ടികയനുസരിച്ച്, ഈ കുട്ടിയുടെ ഉയരം ഏതെല്ലാം അളവുകൾക്കിടയിലാണ് ?

(c) മധ്യമം കണക്കാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന സങ്കൽപങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ് ?

(d) ഈ സങ്കല്പങ്ങളനുസരിച്ച് മധ്യമ ഉയരം എത്രയാണ് ?

Answer;-

ഉയരം (സെ.മീ)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	സഞ്ചിതാവൃത്തി (*cf*)
135-140	5	5
140-145	8	13
145-150	10	23
150-155	9	32
155-160	6	38
160-165	3	41
ആകെ	41	

മാധ്യമം = $l_1 + \frac{\frac{N}{2} - c}{f} \times h$

$\frac{N}{2}=\frac{41}{2}=20.5$; മധ്യമം ക്ലാസ്സ് = 145-150 ($\frac{N}{2}$ = 20.5 ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ്)

$l_1=145$; $\frac{N}{2}=20.5$; $c = 13$; $f = 10$; $h = 5$.

ie., $145 + \frac{20.5-13}{10} \times 5$

ie., $145 + \frac{7.5}{10} \times 5$

ie., 6500 + 125 =6625.

ie., 145 + 3.75 = 148.75

l_1 = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ നീചപരിധി

N = ആവൃത്തിയുടെ തുക

c = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന് തൊട്ടു മുകളിലുള്ള സഞ്ചിതാവൃത്തി

f = മാധ്യമം ക്ലാസ്സിന്റെ ആവൃത്തി

h = ക്ലാസ്സ് അന്തരം.

(a) ഒരു വരിയിലാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ , മൊത്തം കുട്ടികളിൽ നടുക്കുവരുന്ന കുട്ടിയുടെ ഉയരമാണ്. അതായത് $\frac{41}{2}$ = 20.5

ie., 21 മത്തെ കുട്ടിയുടെ ഉയരമാണ് മധ്യമം.

(b) 21 മത്തെ കുട്ടി ഉൾപ്പെടുന്ന ക്ലാസ്സ് എഴുതിയാൽ മതി .

അതായത് 145 സെ.മീ നും 150 സെ.മീ .നും ഇടയിൽ..

(c) 145 നും 150 നും ഇടയിലുള്ള കുട്ടി എന്ന് പരികല്പന ചെയ്യുന്നു.

അതുപോലെ നടുക്കുവരുന്ന കുട്ടിയുടെ ഉയരം സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു.

(d) മാധ്യമ ഉയരം 148.75 cm ആണ്.

…………………………………………………………………………..drvsr.

The End of the Chapter Statistics .

By Dr.V.S.RaveendraNath