യൂണിറ്റ് 1

സമാന്തര ശ്രേണികൾ

MATHEMATICS

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

1. ഏതെങ്കിലും ഒരു നിയമമനുസരിച്ച് ഒന്നാമത്തേത്, രണ്ടാമത്തേത്, മൂന്നാമത്തേത് .... എന്നിങ്ങനെ ക്രമമായി എഴുതുന്ന ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ സംഖ്യശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു.

   ഉദാ: എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ ശ്രേണി 1, 4, 9, 16, ...

2. ഒരു ശ്രേണിയിലെ പദവും പദസ്ഥാനവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമാണ് ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം.

   ഉദാ: എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ ശ്രേണിയിൽ പദസ്ഥാനത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ് ഓരോ പദവും, പദസ്ഥാനത്തെ 'n' എന്നെടുത്താൽ

   $x_n = n^2$ ആണ് ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം

3. ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യതന്നെ വീണ്ടും, വീണ്ടും കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി.

   ഉദാ: 1. 3,6,9,12, ... എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ശ്രേണി.

   2. 6, 11, 16, 21 ... എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി.

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതൊരു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലുള്ള പദം കുറച്ച് കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഈ സ്ഥിരവ്യത്യാസത്തെ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസം എന്നാണ് പറയുന്നത്.

5. ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയിലും ഏത് രണ്ട് പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം ആ പദങ്ങളുടെ സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന്റെയും പൊതു വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്.

   അഥവാ

   ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏത് രണ്ട് പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം, പൊതു വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.

6. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ആയാൽ ഏതു പദത്തെയും പൊതുവ്യാത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം ഒരേ സംഖ്യയായിരിക്കും.

   ഉദാ: 4, 7, 10, 13, 16, 19, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഏതു പദത്തെയും 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 ആണ്.

7. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദവ്യത്യാസത്തെ സ്ഥാനവ്യത്യാസംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൊതുവ്യത്യാസം കിട്ടും.

ഉദാ: 8,13,18,23 ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ $\frac{23-13}{4-2} = \frac{10}{2} = 5$ ആണ്.

8. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ പൊതു വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ സ്ഥാനവ്യത്യാസവും സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തോട് 1 കൂട്ടിയാൽ പദങ്ങളുടെ എണ്ണവും കിട്ടും.

ഉദാ: 3, 7, 11, 15 ... 99 എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിൽ $\frac{99-3}{4}+1 = \frac{96}{4}+1 = 24+1 = 25$ പദങ്ങളുണ്ട്.

9. 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യകൂട്ടിയതാണ് ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയും.

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 'f' എന്നും പൊതുവ്യത്യാസം 'd' എന്നും പദ സ്ഥാനം 'n' എന്നും എടുത്താൽ $x_n = f + (n-1)d$ ആയിരിക്കും.

അഥവാ

$x_n = dn + (f-d)$ എന്നെഴുതാം.

11. ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയെയും $x_n = an + b$ എന്ന ബീജഗണിതരൂപത്തിലെഴുതാം. പൊതു വ്യാത്യാസം 'a' യും ആദ്യപദം 'a + b' യും ആണ്.

ഉദാ: $x_n = 3n + 2$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഒന്നാം പദം = 3 +2 = 5 ഉം പൊതുവ്യത്യാസം = 3 ഉം ആണ്.

12. ഒന്നു മുതൽ തുടർച്ചയായുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക സംഖ്യകളിൽ അവസാനത്തേതിന്റെയും അതിന്റെ തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്. അതായത്, ബീജഗണിതഭാഷയിൽ

$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{1}{2}n(n+1)$ ആണ്.

ഉദാ: $1 + 2 + 3 + ... + 50 = \frac{1}{2} \times 50 \times 51 = 25 \times 51 = 1275$

13. ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും തുടർച്ചയായ കുറേ പദങ്ങളുടെ തുക, ആദ്യപദത്തിന്റെയും അവസാന പദത്തിന്റെയും തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യയുടെ പകുതിയാണ്.

അതായത് ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ, $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n = \frac{1}{2}n(x_1 + x_n)$

14. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുകയെ $s_n = pn^2 + qn$ എന്ന രൂപത്തിലെഴുതാം. ഇവിടെ 2p പൊതുവ്യത്യാസവും p + q ഒന്നാം പദവും ആയിരിക്കും.

15. പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയാണെങ്കിൽ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യ പദത്തിനെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയാണ്.

ഉദാ: 6, 9, 12 എന്നിവ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ 3 പദങ്ങളായാൽ,

തുക = $3 \times 9 = 27$ ആയിരിക്കും.

തുടർച്ചയായ പദങ്ങൾ

8, 14, 20, 26, 32 ആയാൽ

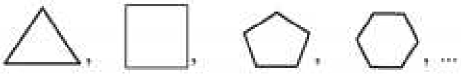
തുക = $5 \times 20 = 100$ ആണ്.

16. ഒരേ പൊതുവ്യത്യാസമുള്ള രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെ തുകകളുടെ വ്യത്യാസം അവയുടെ ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിനു തുല്യമായിരിക്കും.

17. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം : $x_n = an + b$ ആയാൽ അതിന്റെ n പദങ്ങളുടെ തുക = $a \times \frac{n(n+1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 1

ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമബഹുഭുജങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ശ്രേണികൾ എഴുതുക. ഓരോന്നും സമാന്തരശ്രേണിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.



a. വശങ്ങളുടെ ശ്രേണി

b. കോണുകളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി

c. അകകോണളവിന്റെ ശ്രേണി

d. അകകോണളവുകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി

e. ബാഹ്യകോണളവിന്റെ ശ്രേണി

f. ബാഹ്യകോണളവുകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി

g. ആകെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി

a. 3, ☐, ☐, 6 ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

b. ☐, 4, ☐, ☐ ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

c. ☐, 90°, ☐, ☐ ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

d. ☐, ☐, 540, ☐ ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

e. 120, ☐, ☐, 60 ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

f. 360°, ☐, ☐, ☐ ... സമാന്തരശ്രേണിയാണ് ☐ അല്ല ☐

g. 0, 2, ☐, ☐, ... സമാന്തരശ്രേണി ആണ് ☐ അല്ല ☐

പ്രവർത്തനം 2

2,6,10,14 ...ഒരു സാമാന്തരശ്രേണിയാണ്

a. ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 17-ാം പദം എത്രയാണ്?

b. ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c. 751 ഈ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

a. ഒന്നാം പദം, f = ☐

പൊതുവ്യത്യാസം, d = ☐ - ☐ = ☐

17-ാം പദം = dn + ☐ - ☐

= 4 × ☐ + (☐ - ☐)

= ☐

b. ബീജഗണിതരൂപം, x_n = ☐ n + ☐ എന്ന രൂപത്തിലാണ്.

x_n = ☐ n - 2

c. ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെയെല്ലാം 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം ☐ ആണ്.

751 നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം ☐ ആണ്

അതിനാൽ 751 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണ് ☐ അല്ല ☐

പ്രവർത്തനം 3

സമാന്തരശ്രേണികളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഒരു പട്ടിക ചുവടെക്കൊടുക്കുന്നു. ഈ പട്ടികയിലെ വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക

ആദ്യപദം	പൊതു വ്യത്യാസം	സമാന്തര ശ്രേണി	10-ാം പദം	ബീജഗണിതരൂപം
4	3			
		3,7,11,15, ...		
2			29	
7				5n + 2
	7			7n + 3
				6n - 1
	5		50	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			

പ്രവർത്തനം 4

6,10, 14, ... എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

ഒന്നാം പദം = ☐, പൊതുവ്യത്യാസം = ☐

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം, x_n = ☐ × n + ☐

ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതം, $S_n = \frac{1}{2}$ ☐ (n + 1) + ☐ n

ഇനി 20 പദങ്ങളുടെ തുക = ☐ × ☐ + ☐ × ☐ = ☐

പ്രവർത്തനം 5

2,5,8,11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയെക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് 10, 13, 16... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക?

(10 + 13 + 16 +...+ 25 -ാം പദം) -

(2 + 5 + 8 +...+ 25 -ാം പദം)

ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിച്ചാൽ

10 - 2 = 8

13 - 5 = ☐

16 - 8 = ☐ എന്നിങ്ങനെ തുടർന്നാൽ

25- ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = ☐

തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

= 25 × ☐ = ☐

പരിശീലനചോദ്യങ്ങൾ

1. a. പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക.
   b. ഈ ശ്രേണിയുടെ 15 -ാം പദം എത്ര?
   c. ഈ ശ്രേണിയിലെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 145 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
2. a. 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
   b. ഈ ശ്രേണിയുടെ 8- ാം പദവും 24-ാം പദവും എഴുതുക.
3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദം 25 ഉം 16-ാം പദം 49 ഉം ആണ്.
   a. ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b. ഒന്നാം പദം എത്ര?

c. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 7n + 3$ ആണ്.

a. ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യ 3 പദങ്ങൾ എഴുതുക.

b. ഈ ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്രയാണ്?

c. 500 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ ? സമർഥിക്കുക.

5. 6, 11, 16 ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 18 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

6. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 2-ാം പദത്തിന്റെയും 30-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 50 ആയാൽ

a. 1-ാം പദത്തിന്റെയും 31-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?

b. 5-ാം പദത്തിന്റെയും 27-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?

c. 16-ാം പദം എത്ര?

d. ആദ്യത്തെ 31 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

7. ചുവടെയുള്ള പാറ്റേൺ അടിസ്ഥാനമാക്കി ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

$$1 = 1$$
$$1 + 3 = 4$$
$$1 + 3 + 5 = 9$$

....

....

....

a. തുടർന്നുള്ള 3 വരികൾ എഴുതുക.

b. ആദ്യത്തെ 15 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

c. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \ldots + \frac{15}{2}$ എത്ര?

8. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 90 ആയാൽ

a. 5-ാം പദം എത്ര?

b. തുക 90 ഉം പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 9 ഉം ആയ മൂന്ന് സമാന്തരശ്രേണികൾ എഴുതുക

9. a. 100 നും 300 നും ഇടയിൽ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

b. ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?

c. ഈ സംഖ്യാശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതം $S_n = 2n^2 + 3n$ ആണ്.

a. ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും എഴുതുക.

b. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

c. ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

11. 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 5050 ആണ്. ഇതുപയോഗിച്ച് 3, 6, 9 ... 300 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

12. രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിത രൂപങ്ങൾ $x_n = 6n + 2$, $x_n = 6n - 2$ എന്നിങ്ങനെയാണ്. ഇവയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

ഉത്തരങ്ങൾ

1. a. 1, 5, 9, ..., 4, 8, 12, ..., 6, 10,14, ... എന്നിവ ഉദാഹരണങ്ങൾ

   b. $x_{15} = f + 14d$. Or $x_{15} = d \times 15 + (f - d)$

   c. ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതു രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും 4 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും. 145 എന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമല്ലാത്തതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമല്ല.

2. a. $x_n = 3n + 2$

   b. $x_8 = 3 \times 8 + 2 = 24 + 2 = 26$

   $x_{24} = 3 \times 24 + 2 = 72 + 2 = 84$

3. a. $x_8 + 8d = x_{16}$

   $25 + 8d = 49$ OR $x_{16} - x_8 = 49 - 25$

   $8d = 49 - 25 = 24$ $8d = 24$

   $d = \frac{24}{8} = 3$ $d = \frac{24}{8} = 3$

   b. ഒന്നാം പദം, $x_1 = x_8 - 7d = 25 - 3 \times 7 = 25 - 21 = 4$

   c. $x_n = 3n + 1$

4. a. $x_1 = 7 \times 1 + 3 = 10$

   $x_2 = 7 \times 2 + 3 = 17$

   $x_3 = 7 \times 3 + 3 = 24$

   b. ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 ആണ്.

   c. 500 നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 ആയതിനാൽ 500 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണ്.

5. $S_n = a \times \frac{n(n+1)}{2} + nb$

   $a = d$ യും $b = f - d$ യും ആണ്.

$$S_{18} = \frac{1}{2} \times 5 \times 18 \times 19 + 18 \times 1$$

$= 855 + 18 = 873$

6. a. $x_1 + x_{31} = 50$ തന്നെ ആണ്.

b. $x_2 + x_{30} = 50$ ആയാൽ

$x_5 + x_{27} = 50$ ആയിരിക്കും.

c. ജോടിയുടെ തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യപദം

$$x_{16} = \frac{50}{2} = 25$$

d. 31 പദങ്ങളുടെ തുക $= 31 \times x_{16}$

$= 31 \times 25$

$= 775$

7. a. $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

b. തുടർച്ചയായ n ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക n^2 ആണ്.

$\therefore$ ആദ്യത്തെ 15 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക $= 15^2 = 225$

c. $\frac{1}{2}(1 + 3 + 5 + ... + 15) = \frac{1}{2} \times 225 = \frac{225}{2}$

8. a. $9 \times x_5 = 90$

$$x_5 = \frac{90}{9} = 10$$

b. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

–10, –5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30

–2, 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22

ഇങ്ങനെ മധ്യപദം 10 ആകത്തക്കവിധം ഏത് സംഖ്യ പൊതുവ്യത്യാസമായ സമാന്തരശ്രേണിയിലും 9 പദങ്ങളുടെ തുക 90 ആയിരിക്കും.

9. a. $x_1 = 101$

$d = 3$

ശ്രേണി 101, 104, 107, 110, ... 229

b. സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം $= \frac{299 - 101}{3} + 1$

$$= \frac{198}{3} + 1 = 66 + 1 = 67$$

c. തുക $s_{67} = \frac{1}{2} n(x_1 + x_{67})$

$= \frac{1}{2} \times 67 \times (101 + 299)$

$= \frac{1}{2} \times 67 \times 400$

$= 13400$

10. a. തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപമായ $pn^2 + qn$ ൽ 2p ആണ് പൊതു വ്യത്യാസം.

$s_n = 2n^2 + 3$

$\therefore d = 2 \times 2 = 4$

ആദ്യപദം $x_1 = 2 + 3 = 5$

b. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം, $x_n = 4n + 1$

c. $s_{25} = 2 \times 25^2 + 3 \times 25$

$= 2 \times 625 + 3 \times 25$

$= 1250 + 75$

$= 1325$

11. $1 + 2 + 3 + 4 ... + 100 = 5050$

$3 + 6 + 9 + ... + 300 = 3(1 + 2 + 3 + ... + 100)$

$= 3 \times 5050$

$= 15150$

12. ഒന്നാമത്തെ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 6n + 2$

രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 6n - 2$

ഒന്നാമത്തെ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം = 8

രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം = 4

പൊതുവ്യത്യാസം തുല്യമായ ശ്രേണികളിൽ ആദ്യപദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയായിരിക്കും സമാന സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

ആദ്യ പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = 8 – 4 = 4

$\therefore$ തുകകളുടെ വ്യത്യാസം = 25 × 4 = 100

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. 5, 8, 11, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒന്നിടവിട്ട പദങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്
   a. രണ്ട് ശ്രേണികൾ എഴുതുക.
   b. ഈ ശ്രേണികൾ സമാന്തരശ്രേണികളാണോ?
   c. ഈ ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

2. രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികൾ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

   ശ്രേണി I : 2, 8, 14, ...

   ശ്രേണി II : 23, 26, 29, ...

   a. രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
   b. ഈ ശ്രേണികളിൽ പൊതുവായ ഏതെങ്കിലും പദം ഉണ്ടോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ അങ്ങനെയുള്ള ഒരു പദം എഴുതുക.

3. 3, 7, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ
   a. ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
   b. ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
   c. ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ 4 മടങ്ങാണ്, ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക. ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് പൊതുവ്യത്യാസം?

5. ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ $172°, 164°, 156°, ...$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.
   a. ബാഹ്യകോണുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
   b. ഈ ബഹുഭുജത്തിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട്?

6. ചുവടെ എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

```
            1
         2  3  4
      5  6  7  8  9
  10 11 12 13 14 15 16
  ......................
  ......................
```

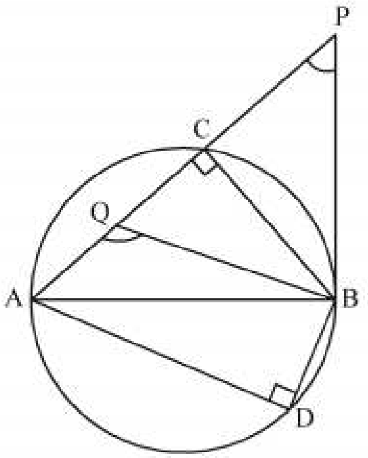
   a. ഇതിലെ അടുത്ത രണ്ട് വരികൾ എഴുതുക.
   b. ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക.
   c. ഇതു തുടർന്നാൽ 10-ാം വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ടാകും?

വൃത്തങ്ങൾ

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ, വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ്.

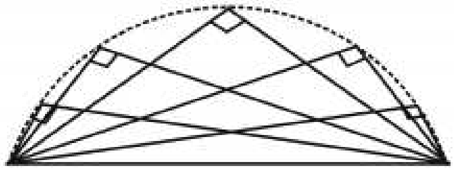
  വൃത്തത്തിനകത്തെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ മട്ടകോണിനേക്കാൾ കൂടുതലായ ഒരു കോണും, വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ മട്ടകോണിനേക്കാൾ കുറവുള്ള ഒരു കോണും ലഭിക്കുന്നു.



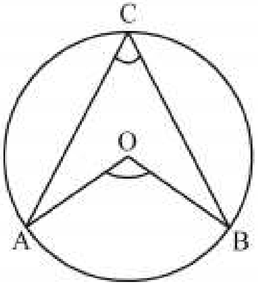
$\angle ACB = 90^o$, $\angle ADB = 90^o$

$\angle APB < 90^o$, $\angle AQB > 90^o$

- ഒരു വരയുടെ രണ്ടറ്റത്തു നിന്ന് പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന വരകളെല്ലാം ആ വര വ്യാസമായ വൃത്തത്തിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

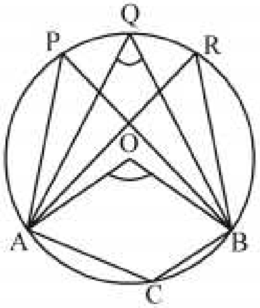


- വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ



$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

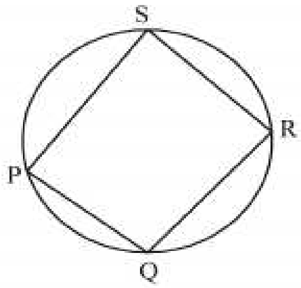
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ്. അതേ ചാപത്തിലും മറുചാപത്തിലുമുണ്ടാക്കുന്ന ഏതുജോടികോണുകളും അനുപൂരകമാണ്.



$\angle P = \angle Q = \angle R$

$\angle P + \angle C = 180^o$, $\angle Q + \angle C = 180^o$, $\angle R + \angle C = 180^o$

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.



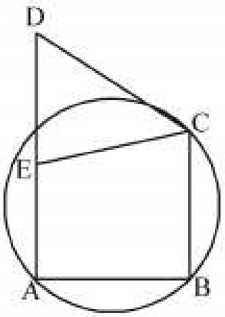
$\angle P + \angle R = 180^o$

$\angle Q + \angle S = 180^o$

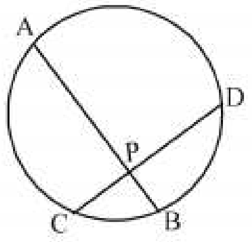
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നുമൂലകളിൽകൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ, ആ മൂലയിലേയും എതിർ മൂലയിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180° യേക്കാൾ കുറവാണ്; അകത്താണെങ്കിൽ തുക 180° യേക്കാൾ കൂടുതലാണ്.

$\angle ABC + \angle D < 180^o$

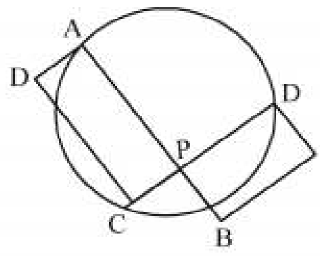
$\angle ABC + \angle AEC > 180^o$



- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണെങ്കിൽ അതിന്റെ നാലുമൂലകളിൽ കൂടിയും കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ, രണ്ട് ഞാണുകളുടെയും ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്. അതായത് ഞാണുകളുടെ ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

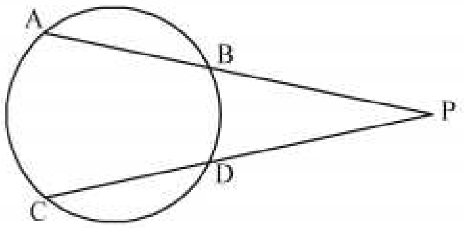


$PA \times PB = PC \times PD$



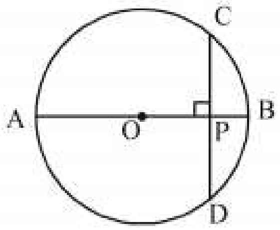
രണ്ട് ചതുരങ്ങളുടെയും പരപ്പളവുകൾ തുല്യം

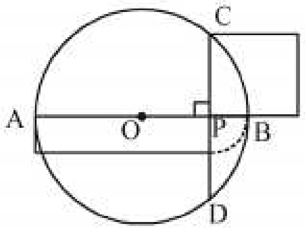
- വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് കൂട്ടിമുട്ടിയാൽ, ആ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് ഞാണിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിലേക്കുള്ള നീളങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്



$PA \times PB = PC \times PD$

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിനു ലംബമായി ഒരു ഞാൺ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗമാണ്.. അതായത് ഞാണിന്റെ പകുതി വശമായ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമാണ് വ്യാസത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.





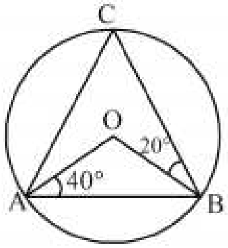
$PA \times PB = PC^2$

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും തുല്യം

പ്രവർത്തനം - 1

ചിത്രത്തിൽ '0' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് A, B, C എന്നിവ. ΔABC യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക



ΔOAB ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം

$\angle ABO = \square$

$\angle AOB = \square$

$\angle ACB = \frac{1}{2} \times \square = \square$

ΔOBC പരിഗണിച്ചാൽ

$\angle OCB = \square$, $\angle BOC = \square$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \square = \square$

$\angle ABC = 180 - (\square + \square) = \square$

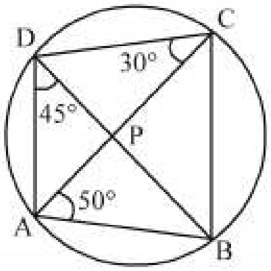
പ്രവർത്തനം - 2

ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $\angle BAC = 50^o$

$\angle ACD = 30^o$, $\angle ADB = 45^o$

ചതുർഭുജം ABCDയുടെ കോണുകളും, വികർണങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള കോണുകളും കണക്കാക്കുക.

ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമായതുകൊണ്ട്



$\angle BDC = \square$

$\angle ACB = \square$

$\angle ABD = \square$

$\angle BCD = 30^\circ + \square = \square$

$\angle BAD = 180^\circ - \square = \square$

$\angle ADC = 45^\circ + \square = \square$

ചക്രീയചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമായതുകൊണ്ട്

$\angle ABC = 180^\circ - \square = \square$

വികർണങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള കോണുകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്

ΔCDP പരിഗണിച്ചാൽ

$\angle CPD = 180^\circ - (\square + 30^\circ) = \square$

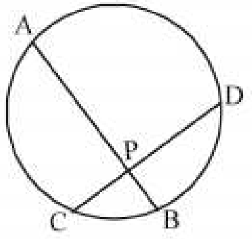
$\angle BPA = \angle CPD = \square$

$\angle BPC = 180^\circ - \square = \square$

$\angle APD = \square$

പ്രവർത്തനം - 3

ചിത്രത്തിൽ AB, C D എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. AB = 15 cm, PB = 3cm, CP = 4 cm ആയാൽ PD കാണുക. CP, PD എന്നിവ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ത്?



$PA \times PB = \square \times \square$

$PA = 15 - \square = \square$

$\square \times 3 = 4 \times PD$

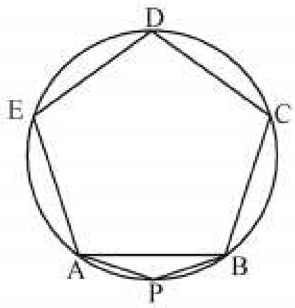
$PD = \frac{\square}{4} = \square$

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= PC \times PD$

$= \square \times \square = \square$

MATHEMATICS

പ്രവർത്തനം - 4



ചിത്രത്തിൽ ABCDE ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്

$\angle APB$ യുടെ അളവ് കണക്കാക്കുക

ΔABC പരിഗണിച്ചാൽ അതൊരു സമപാർശ്വത്രികോണം

$\angle ABC = 108^\circ$ ആയതുകൊണ്ട്

$\angle BAC = \angle BCA =$ ☐

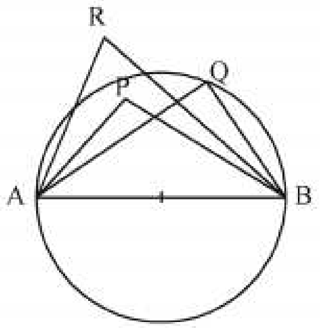
ചതുർഭുജം APBC ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജം ആയതിനാൽ

$\angle APB = 180 -$ ☐

$=$ ☐

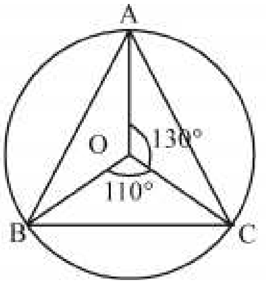
പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം. 90° അളവുള്ള കോണേത്?

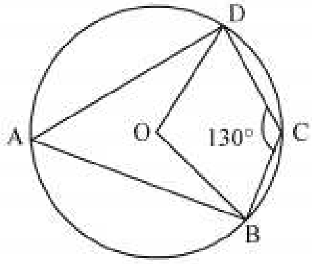


90° യേക്കാൾ കുറവുള്ള കോണും കൂടുതലുള്ള കോണും ചിത്രത്തിൽ നിന്നും തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

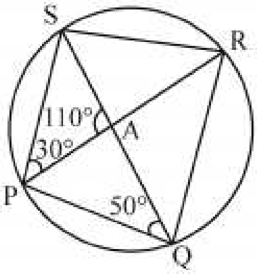
2. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം. ΔABC യുടെ ഓരോ കോണും കണക്കാക്കുക.



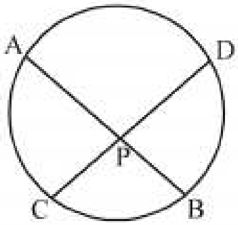
3. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം. $\angle BCD = 130°$. $\angle BAD$, $\angle BOD$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക



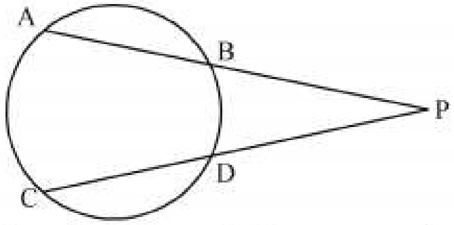
4. ചിത്രത്തിൽ P, Q, R, S എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $\angle PAS = 110°$, $\angle APS = 30°$, $\angle PQA = 50°$. ചതുർഭുജത്തിന്റെ ഓരോ കോണും കണക്കാക്കുക.

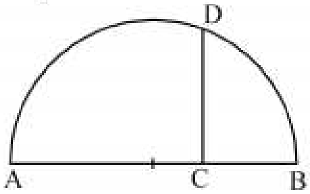


5. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AP = 8 cm, CP = 3cm, CD = 19 cm. ആയാൽ AB കാണുക.



6. AB, CD എന്നീ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനു പുറത്ത് P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. PB = 4 cm, AB = 6cm, PC = 8 cm ആയാൽ PD കണക്കാക്കുക.



7. 

ചിത്രത്തിൽ AB അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. കൂടാതെ $AB \perp CD$. AC = 6cm, CB = 3 cm. ആയാൽ CD എത്ര? ഇതേ ചിത്രത്തിൽ $\sqrt{14}$ cm, $\sqrt{20}$ cm നീളമുള്ള വരകൾ എങ്ങനെ വരയ്ക്കുമെന്ന് വിശദമാക്കുക.

8. 50° അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരയ്ക്കുക. അതിന്റെ സമഭാജി വരയ്ക്കാതെ 25° അളവുള്ള ഒരു കോൺ രേഖപ്പെടുത്തുക.

9. 3 cm. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തം പരിവൃത്തമാകത്തക്കവിധം കോണളവുകൾ 50°, 70° ഉള്ള ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

10. 3.5cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഇത് പരിവൃത്തമാകത്തക്കവിധം രണ്ട് കോണുകൾ 30°, 110° ഉള്ള ഒരു ത്രികോണം ഈ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ വരയ്ക്കുക.

11. 7 ചതുരശ്ര സെ.മീ. പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

12. നീളം 6cm. ഉം വീതി 4 cm ഉം ഉള്ള ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതിന് തുല്യപരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. $\angle AQB = 90°$

$\angle APB$ യുടെ അളവ് 90 ° യേക്കാൾ കൂടുതലും $\angle ARB$ യുടെ അളവ് 90° യേക്കാൾ കുറവുമാണ്.

2. $\angle A = \frac{1}{2}\times 110 = 55°$

$\angle B = \frac{1}{2}\times 130 = 65°$

$\angle C = 180 - (55 + 65) = 60°$

3. $\angle BAD = 180 - 130$
$= 50°$

$\angle BOD = 2 \times 50 = 100°$

4. ഒരേ വൃത്തഭാഗത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമായതുകൊണ്ട്

$\angle RQS = \angle RPS = 30°$

$\angle PRS = \angle PQS = 50°$

$\angle PSQ = 180 - (110 + 30)$
$= 40°$

$\therefore \angle PRQ = \angle PSQ = 40°$

$\angle PQR = \angle PQS + \angle RQS$
$= 30 + 50 = 80°$

ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമായതുകൊണ്ട്

$\angle PSR = 180 - 80 = 100°$

$\angle QRS = \angle PRQ + \angle PRS$
$= 40 + 50 = 90°$

$\angle QPS = 180 - 90 = 90°$

5. AP = 8cm, CP = 3 cm, PD = 19 – 3 = 16 cm.

$AP \times PB = CP \times PD$

$8 \times PB = 3 \times 16$

$PB = \frac{48}{8} = 6$

$\therefore AB = 8 + 6 = 14cm$

6. PA = 6 + 4 = 10cm

PB = 4cm, PC = 8 cm

$PA \times PB = PC \times PD$

$10 \times 4 = 8 \times PD$

$PD = \frac{40}{8} = 5$ cm

7. AC = 6 cm CB = 3 cm

$AC \times CB = CD^2$

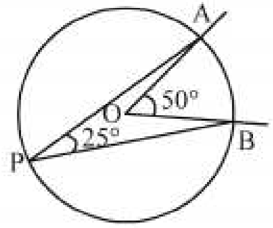
$6 \times 3 = CD^2$

$CD = \sqrt{18}$ cm

$CD = \sqrt{14}$ cm കിട്ടുന്നതിന് A യിൽ നിന്ന് 7cm അകലെ C അടയാളപ്പെടുത്തി ലംബം വരച്ചാൽ മതി.

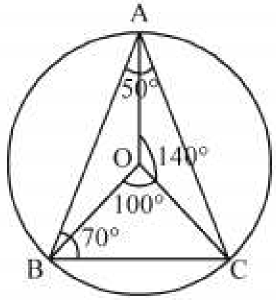
$CD = \sqrt{20}$ cm കിട്ടുന്നതിന് A യിൽനിന്ന് 5 cm അകലെ C അടയാളപ്പെടുത്തി ലംബം വരയ്ക്കണം.

8.

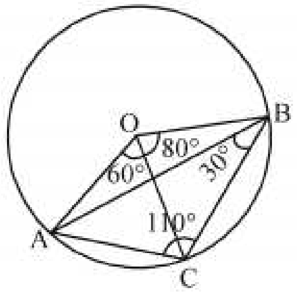


ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് അതിന്റെ മറുചാപത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ.

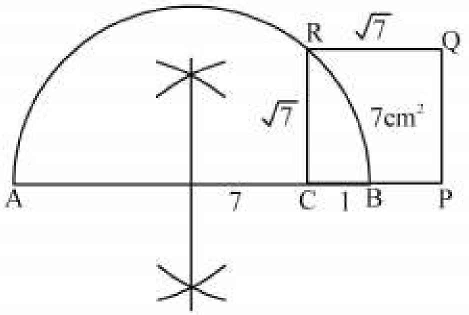
9.



10.

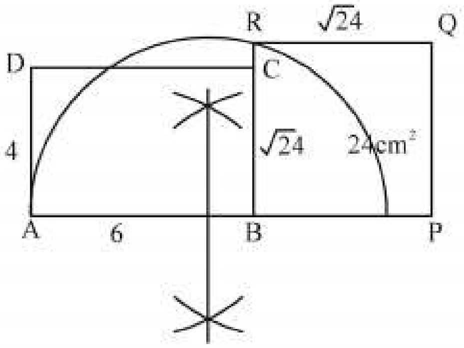


11.



AC = 7cm, CB = 1cm

12.



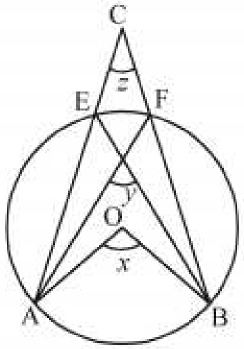
കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചതുർഭുജം ABCD യിൽ $\angle A = x + 10$, $\angle B = 2x - 20$, $\angle C = 2x + 20$, $\angle D = 2x$ ആയാൽ ഓരോ കോണിന്റേയും അളവെഴുതുക. ഈ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണോ? എന്തു

കൊണ്ട്?

2. പരപ്പളവ് $5cm^2$ ഉം, ചുറ്റളവ് 8cm ഉം ആകുന്നവിധത്തിൽ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

3.



ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം. $x = y + z$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

4. പരിവൃത്ത ആരം 3cm ഉം രണ്ട് കോണുകൾ $27\frac{1}{2}°$, $32\frac{1}{2}°$ യുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

5. നീളം 7cm ഉം, വീതി 4 cm. ഉം ഉള്ള ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതിന് തുല്യപരപ്പളവുള്ളതും, നീളം 8 cm ആകുന്നതുമായ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക

ളരു

യൂണിറ്റ് 3

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

1. ഒരു നിശ്ചിത പ്രവൃത്തിയുടെ സാധ്യത എന്നത് അതിന് അനുകൂലമായ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം, ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യയാണ്.
2. രണ്ട് പ്രവൃത്തികൾ ചെയ്യാൻ പല മാർഗ്ഗങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ, അവ ഒരുമിച്ച് ചെയ്യാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളുടെ എണ്ണം, അവ ഒരോന്നായി ചെയ്യാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഗുണനഫലമാണ്.

പ്രവർത്തനം -1

ഒരു പെട്ടിയിൽ 5 കറുത്തമുത്തുകളും 4 വെളുത്തമുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 6 കറുത്ത മുത്തുകളും 7 വെളുത്ത മുത്തുകളുമുണ്ട്. ഏതെങ്കിലും ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുക്കുന്നു. കറുത്ത മുത്താണ് വേണ്ടതെങ്കിൽ ഏതു പെട്ടിയിൽ നിന്നെടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്.

- ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ആകെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = $\square$

  ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = $\square$

  ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് കറുത്തമുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\square}{\square}$

- രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ആകെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = $\square$

  രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = $\square$

  രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് കറുത്തമുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\square}{\square}$

രണ്ട് സാധ്യതകളെയും താരതമ്യം ചെയ്താൽ

$$\frac{5}{9} = \frac{5\times 13}{9\times \square} = \frac{\square}{\square}$$

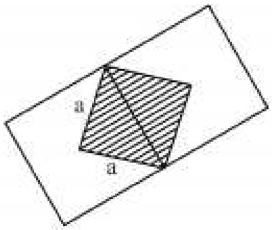
$\frac{6}{13} = \frac{6 \times \square}{13 \times \square} = \frac{\square}{\square}$

വലിയ ഭിന്നസംഖ്യ = $\frac{\square}{\square}$

ഏതു പെട്ടിയിൽ നിന്നെടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത് ഒന്നാമത്തെപ്പെട്ടി = ☐ /രണ്ടാമത്തെ പ്പെട്ടി ☐

പ്രവർത്തനം -2

ചിത്രത്തിൽ സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം വശമായി വികർണ്ണത്തിനിരുവശവും രണ്ട് സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. നോക്കാതെ ഈ ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?



ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം = ☐

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = ☐

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ☐ cm^2

വലിയ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വികർണ്ണം വശമായ രണ്ട് സമചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക = ☐ + ☐ = ☐

നോക്കാതെ കുത്തിട്ടാൽ അത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\square}{\square}$

പ്രവർത്തനം -3

ഒരു പെട്ടിയിൽ ഓരോ ഇരട്ടസംഖ്യ വീതം എഴുതിയ 10 കടലാസുകഷണങ്ങളും ഒറ്റസംഖ്യകൾ എഴുതിയ 15 കടലാസുകഷണങ്ങളും ഇട്ടിരിക്കുന്നു. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ ഇരട്ടസംഖ്യകൾ എഴുതിയ 20 കടലാസുകഷണങ്ങളും ഒറ്റസംഖ്യകൾ എഴുതിയ 30 കടലാസുകഷണങ്ങളും ഇട്ടിരിക്കുന്നു.

a. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഓരോ കടലാസുവീതം എടുത്താൽ രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

b. ഇതിൽ ഒരെണ്ണമെങ്കിലും ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

a. ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ആകെ കടലാസുകൾ = ☐ + ☐ = ☐

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ആകെ കടലാസുകൾ = ☐ + ☐ = ☐

ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോന്നുവീതം

എടുത്താൽ ആകെ സംഖ്യാ ജോടികളുടെ എണ്ണം = ☐ × ☐ = ☐

ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ഒറ്റ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ കടലാസുകൾ = ☐

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ഒറ്റ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ കടലാസുകൾ = ☐

രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യയായ സംഖ്യാ ജോടികളുടെ എണ്ണം

= ☐ × ☐ = ☐

രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\square}{1250} = \frac{\square}{\square}$

b. ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ഇരട്ടസംഖ്യകൾ എഴുതിയ

കടലാസുകളുടെ എണ്ണം = ☐

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ ഇരട്ടസംഖ്യകൾ എഴുതിയ

കടലാസുകളുടെ എണ്ണം = ☐

രണ്ടു കടലാസുകളും ഇരട്ടസംഖ്യകൾ ആകുന്ന സംഖ്യാ

ജോടികളുടെ എണ്ണം = ☐ × ☐ = ☐

ഒരെണ്ണമെങ്കിലും ഒറ്റസംഖ്യ ആകുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം = ആകെ സംഖ്യാജോടികളുടെ എണ്ണം - രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകുന്ന സംഖ്യാജോടികളുടെ എണ്ണം

= ☐ - ☐ = ☐

ഒരെണ്ണമെങ്കിലും ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത

= $\frac{\square}{1250} = \frac{\square}{\square}$

പരിശീലനചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു മൂന്നക്ക സംഖ്യ പറയാൻ ഒരാളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നു. അയാൾ പറയുന്ന സംഖ്യയിൽ മൂന്നക്കങ്ങളും തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

2. ഒരു പെട്ടിയിൽ 4 കറുത്ത മുത്തുകളും 5 വെളുത്ത മുത്തുകളും ഇട്ടിരിക്കുന്നു. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 6 കറുത്ത മുത്തുകളും 5 വെളുത്തമുത്തുകളുമാണുള്ളത്.

   a. ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത് കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? വെളുത്തതാകാനോ?

   b. ഏതു പെട്ടിയിൽ നിന്നെടുക്കുമ്പോഴാണ് വെളുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത കൂടുതൽ?

   c. രണ്ടു പെട്ടിയിലുമുള്ള മുത്തുകൾ ഒരേ പെട്ടിയിലാക്കി അതിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത് കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

3. ഒരു പെട്ടിയിൽ കറുത്തതും വെളുത്തതുമായി 16 മുത്തുകളുണ്ട്. ഈ പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഒരു കറുത്ത മുത്തെടുക്കാനുള്ള സാധ്യത ½ ആണ്. എങ്കിൽ

   a. കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

   b. വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

   c. വെളുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

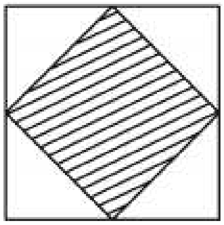
   d. ഈ പെട്ടിയിൽ ഒരു കറുത്തമുത്തുകൂടി ഇട്ടാൽ കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

4. രണ്ട് പകിടകൾ ഒരുമിച്ചുരുട്ടുന്നു. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന സംഖ്യാജോടികളിൽ

   a. രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

   b. രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

   c. ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?



5. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് മറ്റൊരു സമചതുരം വരച്ചിരിക്കുന്നു. വലിയ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ, അത് ചെറിയ സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

ഉത്തരങ്ങൾ

1. മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 900

   അക്കങ്ങൾ തുല്യമായ മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 9

   (111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999)

   അക്കങ്ങൾ തുല്യമായ മൂന്നക്ക സംഖ്യ പറയാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{900} = \frac{1}{100}$

2. a. കറുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4}{9}$

   വെളുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{9}$

b. രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽനിന്ന് വെളുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{11}$

$\frac{5}{9} > \frac{5}{11}$

∴ ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽനിന്നെടുക്കുമ്പോഴാണ് വെളുത്തമുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത കൂടുതൽ

c. ഒരേ പെട്ടിയിലാക്കുമ്പോൾ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 20

കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 10

കറുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

3. a. സാധ്യത പകുതിയായതിനാൽ കറുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = $\frac{1}{2} \times 16 = 8$

b. വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 8

c. വെളുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

d. പെട്ടിയിൽ ഒരു കറുത്ത മുത്തുകൂടി ഇട്ടാൽ കറുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{17}$

4. a. ആകെ സംഖ്യാ ജോടികൾ = $6 \times 6 = 36$

രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ = $3 \times 3 = 9$

രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

b. രണ്ടും ഒരേസംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) (5, 5), (6, 6) ഇവയാണ്.

രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകുന്ന സാധ്യത = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c. ഒന്നാമത്തെ പകിടയിലെ സംഖ്യ ഒറ്റസംഖ്യയും രണ്ടാമത്തെ പകിടയിലെ സംഖ്യ ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകുന്ന ജോടികൾ = $3 \times 3 = 9$

ഒന്നാമത്തെ പകിടയിലെ സംഖ്യ ഇരട്ടസംഖ്യയും രണ്ടാമത്തെ പകിടയിലെ സംഖ്യ ഒറ്റസംഖ്യയും ആകുന്ന ജോടികൾ = $3 \times 3 = 9$

ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകുന്ന ആകെ ജോടികൾ = $9 + 9 = 18$

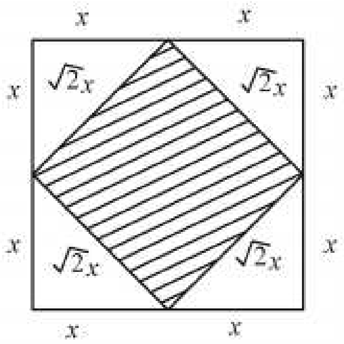
ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയും ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

5. വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(2x)^2 = 4x^2$

ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\left(\sqrt{2}x\right)^2 = 2x^2$

കുത്തിടുന്നത് ചെറിയ സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള

സാധ്യത = $\frac{2x^2}{4x^2} = \frac{1}{2}$



കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളെഴുതിയ കടലാസ് കഷണങ്ങൾ ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടിരിക്കുന്നു. ഇവയിൽനിന്ന് നോക്കാതെ ഒരെണ്ണം എടുത്താൽ അത്
   a. 4 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
   b. 5 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
   c. 4 ന്റേയും 6 ന്റേയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
2. 50 വരെയുള്ള രണ്ടക്ക എണ്ണൽ സംഖ്യകളിൽ
   a. പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെക്കാൾ വലുതായി വരാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
   b. പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തേക്കാൾ ചെറുതായി വരാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
3. ഒരു പെട്ടിയിൽ 10 ൽ താഴെയുള്ള ഒറ്റസംഖ്യകളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളും എഴുതിയ കടലാസ് കഷണങ്ങൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോ കടലാസ് കഷണങ്ങൾ എടുത്താൽ അവയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക
   a. ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
   b. ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ഈ

യൂണിറ്റ് 4

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

ബീജഗണിതരൂപം

- അടുത്തടുത്ത രണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ : $x,\ x+1$
- അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകൾ : $x,\ x+2$
- അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഇരട്ട സംഖ്യകൾ : $x,\ x+2$
- പൊതുവ്യത്യാസം 'd' ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ടുപദങ്ങൾ : $x,\ x+d$
- ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും : $x,\ \frac{1}{x}$
- തുക 12 ആയ രണ്ടു സംഖ്യകൾ : $x,\ 12-x$
- വ്യത്യാസം 12 ആയ രണ്ടു സംഖ്യകൾ : $x,\ x+12$ or $x,\ x-12$
- ഗുണനഫലം 12 ആയ രണ്ടു സംഖ്യകൾ : $x,\ \frac{12}{x}$

- $(x-a)^2 = b^2$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുന്നതിനുള്ള രീതി

$$(x-a)^2 = b^2$$

$$x-a = \pm b$$

$x-a=b$ അല്ലെങ്കിൽ $x-a=-b$

$x=b+a$ $\quad$ $x=-b+a$

ഉദാ: $(x-3)^2 = 25$

$$x-3 = \pm\sqrt{25}$$

$$x-3 = \pm 5$$

$x-3=5$ അല്ലെങ്കിൽ $x-3=-5$

$x=5+3$ $\qquad$ $x=-5+3$

$=8$ $\qquad$ $=-2$

◆ x^2+2ax എന്ന ബഹുപദത്തെ പൂർണവർഗമാക്കാൻ x ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗം കൂട്ടിയാൽ മതി, അതായത്

$$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$$
$$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$$

◆ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുരൂപം $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$ ആകുന്നു.

◆ വർഗം പൂർത്തിയാക്കൽ (വർഗത്തികവ്) രീതിയിൽ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്ന രീതി.

- x^2 ന്റെ ഗുണകം 1 ആക്കണം
- ചരമില്ലാത്ത പദം സമത്തിനു വലതുവശത്താക്കുക
- x ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗം ഇരുവശങ്ങളിലും കൂട്ടുക
- പൂർണവർഗരൂപത്തിലെഴുതുക.
- ഇരുവശങ്ങളിലും വർഗമൂലം കാണുക
- x കാണുക

◆ ഉദാ: $2x^2+9x+4=0$

2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

$$x^2+\frac{9}{2}x+\frac{4}{2}=0$$

$$x^2+\frac{9}{2}x+2=0$$

$$x^2+\frac{9}{2}x=-2$$

$\frac{9}{2}$ ന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗമായ $\left(\frac{9}{4}\right)^2$ ഇരുവശങ്ങളിലും കൂട്ടിയാൽ

$$x^2+\frac{9}{2}x+\left(\frac{9}{4}\right)^2=-2+\left(\frac{9}{4}\right)^2$$

$$= -2 + \frac{81}{16}$$

$$= \frac{-2\times16+81}{16}$$

$$= \frac{-32+81}{16}$$

$$\left(x+\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

$$x+\frac{9}{4} = \pm\sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$= \pm\frac{7}{4}$$

$$x+\frac{9}{4} = \frac{7}{4}, \qquad x+\frac{9}{4} = \frac{-7}{4}$$

$$x = \frac{7}{4}-\frac{9}{4}, \qquad x = \frac{-7}{4}-\frac{9}{4}$$

$$= \frac{-2}{4} \qquad = \frac{-16}{4}$$

$$= \frac{-1}{2} \qquad = -4$$

- $ax^2 + bx + c = 0$ ആകണമെങ്കിൽ

  $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ആയിരിക്കണം.

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് പരമാവധി രണ്ടു പരിഹാരങ്ങൾ ഉണ്ടാകും.

പ്രവർത്തനം -1

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 2 സെ.മി. വീതം കൂട്ടിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് 100 ച.സെ.മി. ആയി. എങ്കിൽ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം എത്ര?

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = $x + \square$

പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(x + \square)^2$

$(x + \square)^2 = 100$

$x + \square = \sqrt{100}$

$x + \square = \square$

$x = \square - \square$

$= \square$

∴ പുതിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം $= \square$ സെ.മി

പ്രവർത്തനം –2

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 6 സെ.മി കൂടുതലാണ്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് 91 ച.സെ.മി. ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും, വീതിയും കാണുക

വീതി $= x$

നീളം $= x + \square$

പരപ്പളവ് $= x\,(x + \square)$

$x\,(x + \square) = 91$

വർഗം പൂർത്തിയാക്കാൻ കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ $= \square$

$x^2 + 6x + \square = 91 + \square$

$(x + \square)^2 = \square$

$x + \square = \square$

$x = \square - \square$

$= \square$

∴ ചതുരത്തിന്റെ വീതി $= \square$ സെ.മി

ചതുരത്തിന്റെ നീളം $= \square + 6$

$= \square$ സെ.മി

പ്രവർത്തനം -3

ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{10}{3}$ ആയാൽ സംഖ്യയേത്?

സംഖ്യ $= x$

സംഖ്യയുടെ വ്യുൽക്രമം $= \frac{1}{x}$

തുക $= x + \frac{1}{x}$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$$

$3x$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

$$3x \times x + 3x \times \frac{1}{3x} = 3x \times \frac{10}{3}$$

$$3x^2 + \square = \square$$

$$3x^2 + \square - \square = 0$$

$a = 3,$ $b = \square$ c $= \square$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times \square \times \square}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square - \square}}{6}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{6}$$

$$= \frac{\square \pm \square}{6}$$

$$= \frac{\square + \square}{6}, \quad \frac{\square - \square}{6}$$

$$= \frac{\square}{6}, \frac{\square}{6}$$

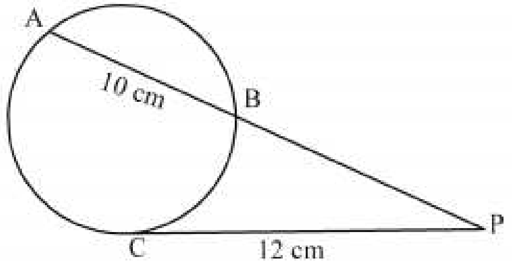
∴ സംഖ്യ $= \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്നുമടങ്ങിൽ നിന്നും ഒന്നു കുറച്ചതിന്റെ വർഗം 121 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

2. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയെക്കാൾ 2 സെ.മി. കൂടുതലാണ്. ഇതിന്റെ വികർണം 10 സെ.മീ ആകുന്നു. ചതുരത്തിന്റെ വീതിയും നീളവും കാണുക?

3. ചുറ്റളവ് 28 സെ.മീ ഉം പരപ്പളവ് 24 ച.സെ.മീ ഉം ആയ ചതുരത്തിന്റെ വീതിയും നീളവും കണ്ടെത്തുക?

4. 

ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും Pയിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. AB = 10 cm, PC = 12 cm ആയാൽ PB യുടെ നീളം എത്ര?

5. അടുത്തടുത്ത രണ്ടു ഒറ്റ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക 130 ആയാൽ സംഖ്യകളേവ?

6. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ചെറിയ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുക 14 സെ.മി ഉം പരപ്പളവ് 24 ച.സെ.മീ ഉം ആകുന്നു. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക?

7. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം പാദവശത്തിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങിനെക്കാൾ 3 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. മൂന്നാമത്തെ വശം കർണത്തിനെക്കാൾ 1 സെ.മീ. കുറവുമാണ്. എങ്കിൽ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

8. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങിന്റെയും തുക $6\frac{1}{3}$ ആകുന്നു. സംഖ്യയേത്?

9. 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ എത്ര പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാലാണ് 250 കിട്ടുന്നത്?

10. ഒരു ജോലി ചെയ്തു തീർക്കുന്നതിന് ഒരു കമ്പനി ആവശ്യപ്പെട്ടതിനേക്കാൾ 5 ദിവസം കൂടുതലാണ് രണ്ടാമത്തെ കമ്പനി ആവശ്യപ്പെട്ടത്. രണ്ടുകമ്പനികളും ഒരുമിച്ച് ആ ജോലി ചെയ്തപ്പോൾ ആകെ 6 ദിവസം കൊണ്ടുജോലി തീർത്തു. എങ്കിൽ ഓരോ കമ്പനിക്കും ആ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം വീതം വേണ്ടിവരും?

ഉത്തരങ്ങൾ

1. സംഖ്യ $= x$

സംഖ്യയുടെ മൂന്നുമടങ്ങ് $= 3x$

സംഖ്യയുടെ മൂന്നുമടങ്ങിൽ നിന്നും ഒന്നുകുറച്ചതിന്റെ വർഗം

$= (3x - 1)^2$

$(3x-1)^2 = 121$

$3x - 1 = \pm\sqrt{121} = \pm 11$

$3x - 1 = 11, \quad 3x - 1 = -11$

$3x = 11+1 = 12, \quad 3x = -11+1 = -10$

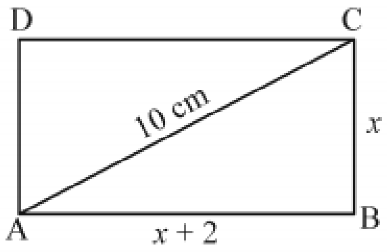
$x = \frac{12}{3}, \quad x = \frac{-10}{3}$

$= 4$

∴ സംഖ്യ = 4 അല്ലെങ്കിൽ $\frac{-10}{3}$

2. ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x

ചതുരത്തിന്റെ നീളം = $x + 2$



ചിത്രത്തിൽ, മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$(x+2)^2 + x^2 = 10^2$

$x^2 + 2\times x\times 2 + 2^2 + x^2 = 100$

$x^2 + 4x + 4 + x^2 = 100$

$2x^2 + 4x = 100 - 4$

$2x^2 + 4x = 96$

2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

$x^2 + 2x = 48$

ഇരുവശങ്ങളിലും 1 കൂട്ടിയാൽ

$x^2 + 2x + 1 = 48 + 1$

$(x+1)^2 = 49$

$x + 1 = \pm\sqrt{49}$

$x + 1 = \pm 7$

$x + 1 = 7, \quad x + 1 = -7$

$x = 7 - 1 = 6, \quad x = -7 - 1 = -8$

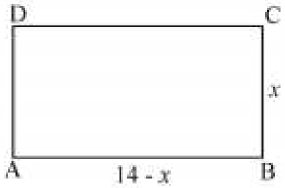
(വശത്തിന്റെ നീളം ന്യൂനസംഖ്യ ആകില്ല)

x = 6 ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ വീതി = 6 സെ.മി.

ചതുരത്തിന്റെ നീളം = 6 + 2 = 8 സെ.മി.

3. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 28

2 (നീളം + വീതി) = 28



നീളം + വീതി = $\frac{28}{2} = 14$

വീതി x ആയാൽ നീളം $= 14 - x$

പരപ്പളവ് = നീളം × വീതി

$x(14 - x) = 24$

$14x - x^2 = 24$

$-x^2 + 14x = 24$

$x^2 - 14x = -24$

ഇരുവശങ്ങളിലും 49 കൂട്ടിയാൽ

$x^2 - 14x + 49 = -24 + 49$

$(x - 7)^2 = 25$

$x - 7 = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

$x - 7 = 5$ $\qquad$ $x - 7 = -5$

$x = 5 + 7$ $\qquad$ $x = -5 + 7$

$= 12$ $\qquad$ $= 2$

$x = 2$ ആയാൽ, വീതി = 2 സെ.മി, നീളം $= 14 - 2 = 12$ cm

$x = 12$ ആയാൽ, വീതി = 12 സെ.മി, നീളം $= 14 - 12 = 2$ cm

4. ചിത്രത്തിൽ $PB = x$ ആയാൽ $PA = x + 10$

$\pm\sqrt{169}$

$PA \times PB = PC^2$

$x(x+10) = 12^2$

$x^2 + 10x = 144$

ഇരുവശങ്ങളിലും 25 കൂട്ടിയാൽ

$x^2 + 10x + 25 = 144 + 25$

$(x+5)^2 = 169$

$x+5 = \pm\sqrt{169}$

$x+5 = \pm 13$

$x+5 = 13$ $\quad$ $x+5 = -13$

$x+5 = 13$ ആയാൽ $x = 13-5 = 8$

$x+5 = -13$ ആയാൽ $x = -13-5 = -18$

വശങ്ങളുടെ നീളം ന്യൂനസംഖ്യ ആകില്ല

$\therefore$ PB യുടെ നീളം = 8 സെ.മീ

5. അടുത്തടുത്ത ഒറ്റ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ $= x, x+2$

$x^2 + (x+2)^2 = 130$

$x^2 + x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = 130$

$2x^2 + 4x + 4 = 130$

$2x^2 + 4x = 130 - 4 = 126$

2 കൊണ്ടുഹരിച്ചാൽ

$x^2 + 4x = 63$

ഇരുവശങ്ങളിലും 1 കൂട്ടിയാൽ

$x^2 + 2x + 1 = 63 + 1$

$(x+1)^2 = 64$

$x+1 = \pm\sqrt{64}$

$x+1 = \pm 8$

$x+1 = 8$ ആയാൽ $x = 8 - 1 = 7$

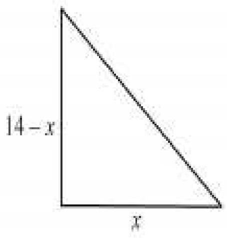
$x+1 = -8$ ആയാൽ $x = -8 - 1 = -9$

-9 ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയല്ല

$\therefore$ ഒറ്റ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ $= 7, 7+2$

$= 7, 9$

6. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ചെറിയവശങ്ങൾ $= x, 14-x$



പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}x(14-x)$

$\frac{1}{2}x(14-x) = 24$

$x(14 - x) = 2 \times 24 = 48$

$14x - x^2 = 48$

$-x^2 + 14x = 48$

$x^2 - 14x = -48$

ഇരുവശങ്ങളിലും 49 കൂട്ടിയാൽ,

$x^2 - 14x + 49 = -48+49$

$(x - 7)^2 = 1$

$x - 7 = \pm\sqrt{1}$

$x - 7 = 1, \quad x - 7 = -1$

$x = 1 + 7 \quad x = -1 + 7$

$= 8 \quad = 6$

x = 8 ആയാൽ

പാദം = 8 സെ.മീ

ലംബം = 14–8 = 6 സെ.മീ.

കർണ്ണം = $\sqrt{8^2+6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ സെ.മീ

$x = 6$ ആയാൽ

പാദം = 6 സെ.മീ

ലംബം = 14-6 = 8 സെ.മീ.

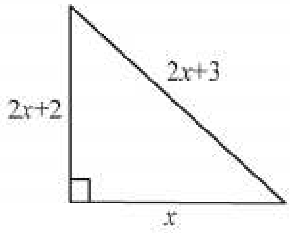
കർണ്ണം = $\sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ സെ.മീ

7. ചിത്രത്തിൽ,

$x^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 3)^2$

$x^2 + (2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$

$x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 12x + 9$



$x^2 + 8x - 12x = 9 - 4$

$x^2 - 4x = 5$

ഇരുവശങ്ങളിലും 4 കൂട്ടിയാൽ,

$x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$

$(x - 2)^2 = 9$

$x - 2 = \pm\sqrt{9}$

$= \pm 3$

$x - 2 = 3, \quad x - 2 = -3$

$x = 3 + 2, \quad x = -3 + 2$

$= 5 \quad = -1$

$x = 5$ ആയാൽ

പാദം = 5 സെ.മീ

ലംബം = $2 \times 5 + 2 = 12$ സെ.മീ.

കർണ്ണം = $2 \times 5 + 3 = 13$ സെ.മീ.

8. സംഖ്യ = x

സംഖ്യയുടെ വ്യുൽക്രമം = $\frac{1}{x}$

$x + 2 \times \frac{1}{x} = 6\frac{1}{3}$

$x + \frac{2}{x} = \frac{19}{3}$

$3x$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ,

$3x \times x + 3x \times \frac{2}{x} = 3x \times \frac{19}{3}$

$3x^2 + 6 = 19x$

$3x^2 - 19x + 6 = 0$

a = 3, b = –19, c = 6

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{19 \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \times 3 \times 6}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{19 \pm \sqrt{361 - 72}}{6}$$

$$= \frac{19 \pm \sqrt{289}}{6}$$

$$= \frac{19 \pm 17}{6}$$

$$= \frac{19+17}{6}, \frac{19-17}{6}$$

$$= \frac{36}{6}, \quad \frac{2}{6}$$

$$= 6, \quad \frac{1}{3}$$

$\therefore$ സംഖ്യ $= 6$ അല്ലെങ്കിൽ $\frac{1}{3}$

9. ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക = 250 എന്നെടുത്താൽ

$\frac{d}{2}n^2 + \left(f - \frac{d}{2}\right)n = 250$

$2n^2 + 5n = 250$ (d = 4, f = 7)

$2n^2 + 5n - 250 = 0$

a = 2, b = 5, c = –250

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times -250}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2000}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{2025}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 45}{4}$$

$$= \frac{-5+45}{4}, \frac{-5-45}{4}$$

$$= \frac{40}{4}, \frac{-50}{4}$$

$$= 10, \frac{-25}{2}$$

$\therefore$ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 10$

10. ജോലി ചെയ്തുതീർക്കാൻ ആദ്യത്തെ കമ്പനി
എടുക്കുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം $= x$
ജോലി ചെയ്തുതീർക്കാൻ രണ്ടാമത്തെ കമ്പനി
എടുക്കുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം $= x + 5$
ഒന്നാമത്തെ കമ്പനി ഒരു ദിവസം കൊണ്ടു
ചെയ്യുന്ന ജോലി $= \frac{1}{x}$ ഭാഗം
രണ്ടാമത്തെ കമ്പനി ഒരു ദിവസം കൊണ്ടു
ചെയ്യുന്ന ജോലി $= \frac{1}{x+5}$ ഭാഗം

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$6x(x+5)$ കൊണ്ടുഗുണിച്ചാൽ

$$6(x+5)+6x = x(x+5)$$
$$6x+30+6x = x^2+5x$$
$$12x+30 = x^2+5x$$
$$x^2+5x-12x-30 = 0$$
$$x-7x-30 = 0$$

a = 1, b = –7, c = –30

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{(-7^2) - 4 \times 1 \times -30}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{2}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2}$$

$$= \frac{7 \pm 13}{2}$$

$$= \frac{7 + 13}{2}, \quad \frac{7 - 13}{2}$$

$$= \frac{20}{2}, \quad \frac{-6}{2}$$

$$= 10, \quad -3$$

$\therefore$ ജോലി ചെയ്തുതീർക്കാൻ ആദ്യത്തെ കമ്പനി
എടുക്കുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 10$

ജോലി ചെയ്തുതീർക്കാൻ രണ്ടാമത്തെ കമ്പനി
എടുക്കുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 10+5 = 15$

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക 244 ആയാൽ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.

2. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗത്തിൽനിന്നും സംഖ്യയുടെ 4 മടങ്ങ് കുറച്ചപ്പോൾ 96 കിട്ടി. സംഖ്യ യേത്?

3. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 6 cm കൂടുതലാണ്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് 40 ച. സെ.മീ. ആകുന്നു. വീതി x എന്നെടുത്ത് നീളം വീതിയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എഴുതുക. രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ചതുരത്തിന്റെ വീതിയും നീളവും കണക്കാക്കുക.

4. 42 സെ.മീ. ചുറ്റളവുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസിന്റെ ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ 2 മടങ്ങിനേക്കാൾ 3 സെ.മീ. കുറവാണ്. വീതി x ആയി പരിഗണിച്ച്

നീളവും വികർണവും x അടിസ്ഥാനമാക്കി എഴുതുക. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് കടലാസിന്റെ വീതിയും നീളവും കാണുക.

5. 10 മീറ്റർ നീളവും 6 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിനുചുറ്റും അകത്തായി ഒരു നിശ്ചിതരീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. പാത ഒഴികെയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 32 ച.മീ. ആകുന്നു. പാതയുടെ വീതി കണക്കാക്കുക.

ഓ

യൂണിറ്റ് 5

ത്രികോണമിതി

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

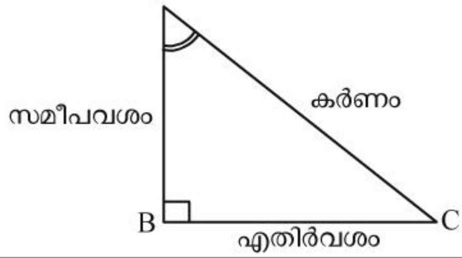
- ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം വശങ്ങളുടെ നീളം ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.
- ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു.

  കോണുകൾ $45°, 45°, 90°$ വീതമായ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ ലംബവശങ്ങൾ തുല്യമാണ്. ലംബവശങ്ങളുടെ നീളത്തെ $\sqrt{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കർണം കിട്ടും.

  (ഈ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : 1 : \sqrt{2}$ ആണ്)

  കോണുകൾ $30°, 60°, 90°$ വീതമായ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ $30°$ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് കർണം. കൂടാതെ $30°$ കോണിന്റെ എതിർവശത്തെ $\sqrt{3}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $60°$ കോണിന്റെ എതിർവശം കിട്ടും.

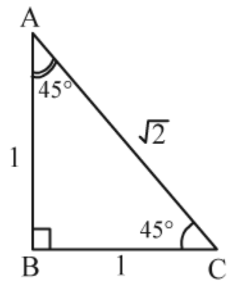
  (ഈ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$ ആണ്)
- ഒരു നിശ്ചിത ന്യൂനകോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ കർണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ സൈൻ (sine) എന്ന് പറയുകയും sin എന്ന് ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യും.
- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ സമീപവശത്തിനെ (ഈ കോൺ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ചെറിയവശം) കർണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ കോസൈൻ (cosine) എന്നു പറയുകയും cos എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.
- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ സമീപവശം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ ടാൻജെന്റ് (tangent) എന്ന് പറയുകയും tan എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

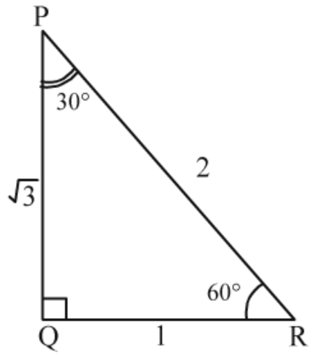


$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

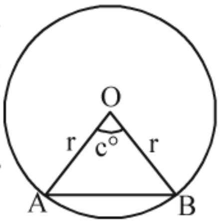
$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$





	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

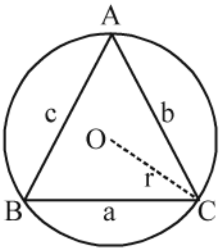


- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏത് ഞാണിന്റേയും നീളം, ആ ഞാൺ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയുടെ sin അളവിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്.

  'r' ആരമുള്ള വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ c° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം, $2r\sin\left(c/2\right)$ ആയിരിക്കും.

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അവയുടെ എതിർകോണുകളുടെ sin അളവുകളുടെ അംശബന്ധമാണ്.

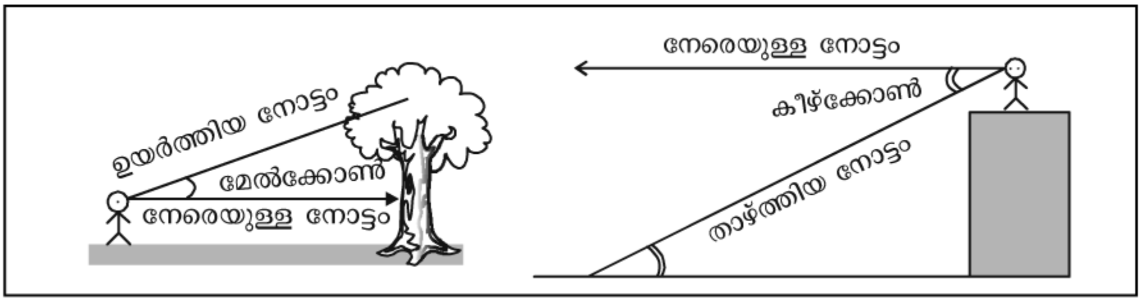
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അതിന്റെ കോണുകളുടെ sin അളവുകളെ പരിവൃത്തവ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്. ഏതെങ്കിലും കോൺ മട്ടത്തിനേക്കാൾ വലുതാണെങ്കിൽ അതിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ sin എടുക്കണം. കോൺ മട്ടമാണെങ്കിൽ എതിർവശം പരിവൃത്ത വ്യാസം തന്നെയാണ്.



- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളത്തെ അതിന്റെ എതിരെയുള്ള കോണിന്റെ sin വിലകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പരിവൃത്ത വ്യാസം കിട്ടും.

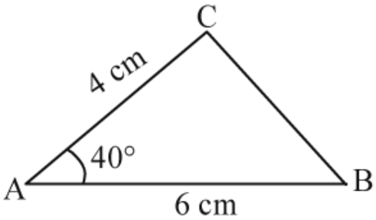
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r$$

- നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി അംശബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താം.



പ്രവർത്തനം 1

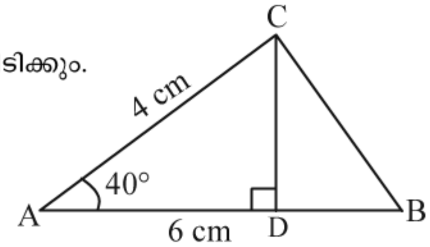
i. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം.



ചിത്രത്തിൽ C യിൽ കൂടി AB യ്ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \square \times \square$

CD യുടെ നീളം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും.



ADC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ $\angle CAD = \square$

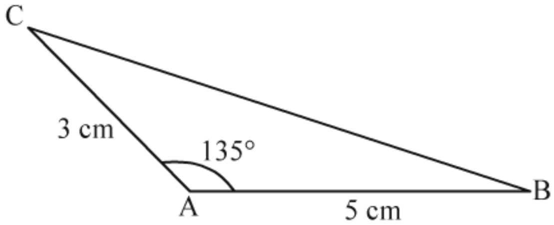
ഇതിന്റെ കർണം $AC = \square$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണം ADC യിൽ $\sin 40 = \frac{CD}{\square}$

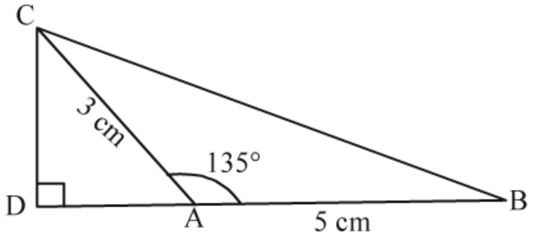
$CD = \square \times \square = \square$ സെ.മീ.

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ.

ii. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം.



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര പുറകോട്ട് നീട്ടി വരയ്ക്കുക.



C യിൽ കൂടി ഈ നീട്ടിയ വരയ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.

പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times \square \times \square$

എങ്ങനെ CD യുടെ നീളം കാണാം?

മട്ടത്രികോണം CDA യിൽ ∠CAD = $\square - \square = \square$

ഇതിന്റെ കർണം AC = $\square$ സെ.മീ.

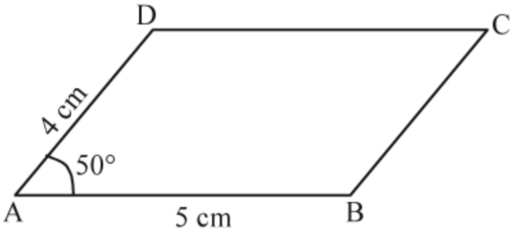
മട്ടത്രികോണം CDA യിൽ sin 45 = $\frac{\square}{\square}$

$\therefore$ CD = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ.

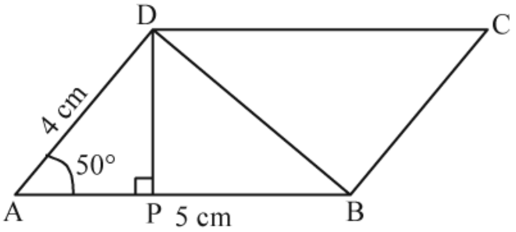
പ്രവർത്തനം 2

ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും വികർണങ്ങളുടെ നീളവും കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രത്തിൽ D യിൽ കൂടി AB യ്ക്ക് ലംബമായി DP വരയ്ക്കും.

മട്ടത്രികോണം PAD യിൽ



sin 50 = $\frac{DP}{\square}$

DP = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

cos 50 = $\frac{\square}{\square}$

AP = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

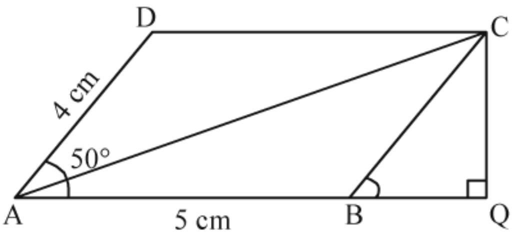
സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ.

PB = $\square - \square = \square$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണം BPD യിൽ, $(BD)^2 = \square^2 + \square^2$

വികർണത്തിന്റെ നീളം BD = $\square$ സെ.മീ.

ഇനി മറ്റൊരു വികർണമായ AC കാണാൻ ചിത്രം ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കാം.



C യിൽ കൂടി AB നീട്ടി വരച്ച വരക്ക് ലംബമായി CQ വരയ്ക്കുക. മട്ടത്രികോണം BQC യിൽ $\angle QBC = \square$, BC = $\square$ സെ.മീ.

BQC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ,

$\sin 50 = \frac{\square}{\square}$

CQ = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

$\cos 50 = \frac{\square}{\square}$

BQ = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

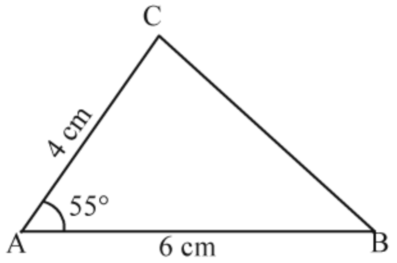
AQ = $\square + \square = \square$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണം AQC യിൽ, $AC^2 = \square^2 + \square^2$

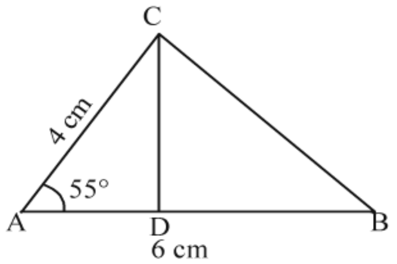
വികർണത്തിന്റെ നീളം, AC = $\square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 3

i. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിൽ രണ്ടു വശങ്ങളും അവ ചേരുന്ന കോണും തന്നിട്ടുണ്ട്. മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രത്തിൽ C യിൽ കൂടി ABയ്ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.



മട്ടത്രികോണം CAD യിൽ, $\sin 55 = \frac{\square}{\square}$

CD = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

$\cos 55 = \frac{\square}{\square}$

AD = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

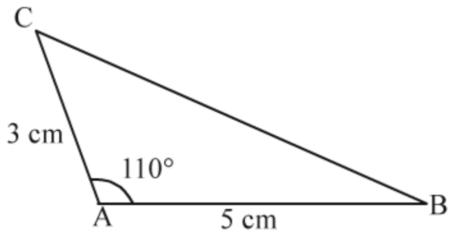
BD = $\square - \square = \square$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണം BDC യിൽ,

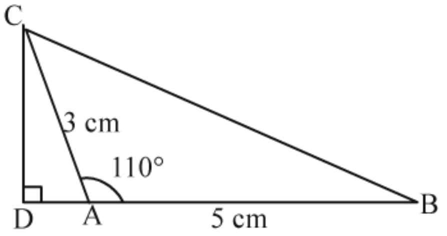
$$BC^2 = \square^2 + \square^2 = \square$$

മൂന്നാമത്തെ വശം BC = $\square$ സെ.മീ.

ii. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കാണാമോ?



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര പുറകോട്ട് നീട്ടി വരയ്ക്കുക. C യിൽ നിന്ന് ഈ വരയ്ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.



മട്ടത്രികോണം CDA യിൽ, $\angle CAD = \square$

$\sin 70 = \frac{\square}{\square}$, CD = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

$\cos 70 = \frac{\square}{\square}$, AD = $\square \times \square = \square$ സെ.മീ.

DB = $\square + \square = \square$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണം BCD യിൽ, $BC^2 = \square^2 + \square^2 = \square$ സെ.മീ.

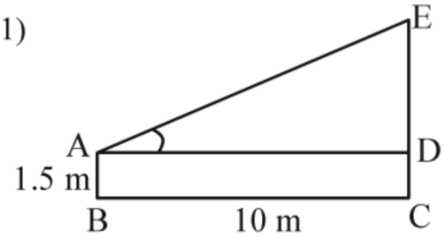
മൂന്നാമത്തെ വശം, BC = $\square$ സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 4

i. 1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ 10 മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മരത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

(sin 40 = 0.6428, cos 40 = 0.7660, tan 40 = 0.8391)

ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കാം.



ചിത്രത്തിൽ AD = $\square$ മീറ്റർ

CD = $\square$ മീറ്റർ

മട്ടത്രികോണം ADE യിൽ, $\angle DAE = \square$

$\tan 40 = \frac{\square}{\square}$

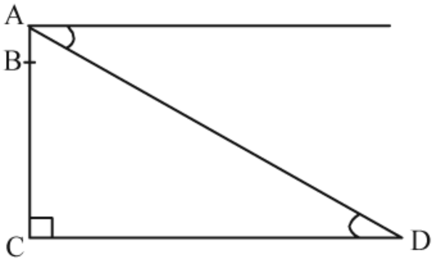
DE = $\square \times \square = \square$ മീറ്റർ

മരത്തിന്റെ ഉയരം, CE = $\square + \square = \square$ മീറ്റർ

ii. 1.7 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ 25 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും 35° കീഴ്ക്കോണിൽ ഒരു കപ്പൽ കണ്ടു. അത് ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും

എത്ര അകലെയാണ്?

ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കാം.



a«{X ന്‍l nW w ACD യിൽ

$\angle ADC = \square$

$\angle CAD = \square - \square = \square$

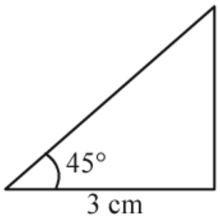
ACD എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ, $\tan 35 = \frac{\square}{\square}$

$CD = \square \div \square = \square$

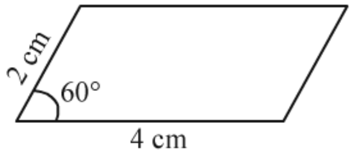
ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്നും കപ്പലിലേയ്ക്ക് ഉള്ള അകലം = $\square$ മീറ്റർ

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.



2. ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

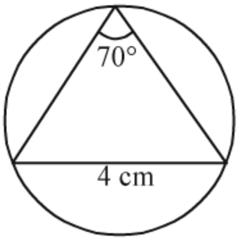


3. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 4 സെ.മീ., 6 സെ.മീ. ഉം അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 55° യും ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

   (sin 55 = 0.8192, cos 55 = 0.5736)

4. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

   (sin 70 = 0.94, cos 70 = 0.34)



5. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം 8 സെ.മീ. ഉം ഒരു കോൺ 40° ഉം ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റുരണ്ടുവശങ്ങൾ കാണുക.

   (sin 40 = 0.6428, cos 40 = 0.7660)

6. മതിലിൻമേൽ ഒരു കമ്പ് ചാരി വച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പിന്റെ ചുവട് മതിലിൽ നിന്ന് 3 മീറ്റർ അകലെയാണ്. കമ്പും തറയുമായുള്ള കോൺ 40° യും ആണ്.

i. ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ എഴുതുക.

ii. മതിലിന്റെ ഉയരം കാണുക.

iii. കമ്പിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

(sin 40 = 0.6428, cos 40 = 0.7660, tan 40 = 0.8391)

7. ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്നും 12 മീറ്റർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ അതിന്റെ മുകളറ്റം 35° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അയാളുടെ ഉയരം 1.8 മീറ്ററായാൽ ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.

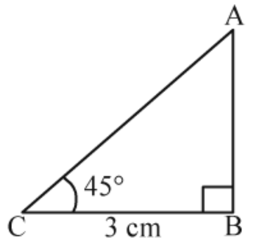
(sin 35 = 0.5736, cos 35 = 0.8192, tan 35° = 0.7002)

8. 1.7 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ 20 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കിയപ്പോൾ 40° കീഴ്ക്കോണിൽ ഒരു കപ്പൽ കണ്ടു. അത് ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും എത്ര അകലെയാണ്?

(sin 50 = 0.76, cos 50 = 0.64, tan 50 = 1.19)

ഉത്തരങ്ങൾ

1. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ



BC = 3 cm

AB = 3 cm

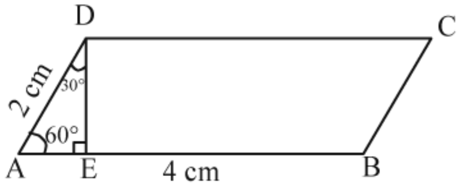
AC = $3\sqrt{2}$ cm

ചുറ്റളവ് $= 3 + 3 + 3\sqrt{2}$

$= 6 + 3\sqrt{2}$

= 10.24 സെ.മീ. ഏകദേശം

2. മട്ടത്രികോണം AED യിൽ



കോണുകൾ 30°, 60°, 90°

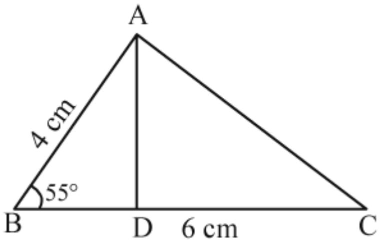
വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$

DE = $\sqrt{3}$ സെ.മീ.

പരപ്പളവ് $= AB \times DE = 4\sqrt{3}$

= 6.93 സെ.മീ. (ഏകദേശം)

3. മട്ടത്രികോണം ADB യിൽ



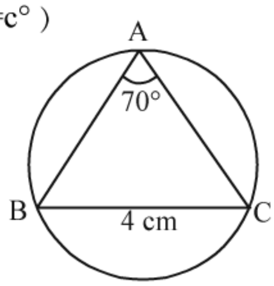
$$\sin 55 = \frac{AD}{AB}$$

AD = 4 × sin 55 = 3.28 സെ.മീ.

പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ × BC × AD = 9.84 ച.സെ.മീ.

4. പരിവൃത്ത ആരം 'r' എന്നെടുത്താൽ

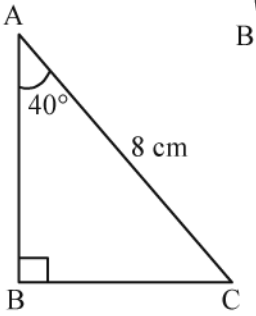
BC = 2r sin 70 (ഞാണിന്റെ നീളം = 2r sin ($c/2$). കേന്ദ്രകോൺ =c°)



വ്യാസം = $\frac{BC}{\sin 70°}$ = $\frac{4}{0.94}$

= 4.25 സെ.മീ.

5. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ

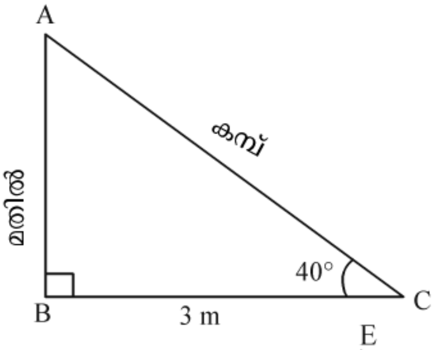


sin 40 = $\frac{BC}{AC}$

BC = 8 × sin 40 = 5.14 സെ.മീ.

AB = 8 × cos 40 = 6.13 സെ.മീ.

6. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ

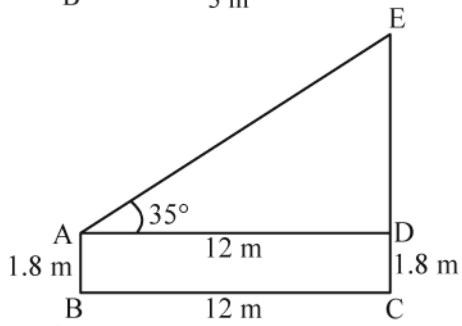


tan 40 = $\frac{AB}{BC}$

മതിലിന്റെ ഉയരം, AB = 3 × tan 40 = 2.5 മീറ്റർ

കമ്പിന്റെ നീളം, AC = $\frac{3}{\cos 40}$ = 3.95 മീറ്റർ

7. മട്ടത്രികോണം ADE യിൽ

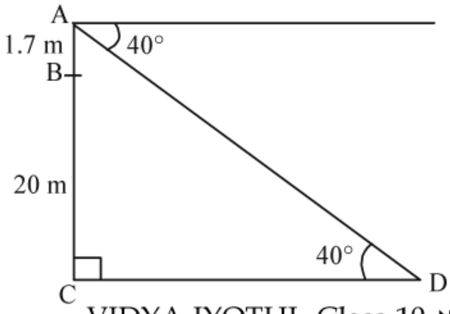


tan 35 = $\frac{DE}{AD}$

DE = 12 × tan 35 = 8.40 മീറ്റർ

ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം = 8.4 + 1.8 = 10.2 m

8. മട്ടത്രികോണം ACD യിൽ



AC = 20 + 1.7 = 21.7 മീറ്റർ

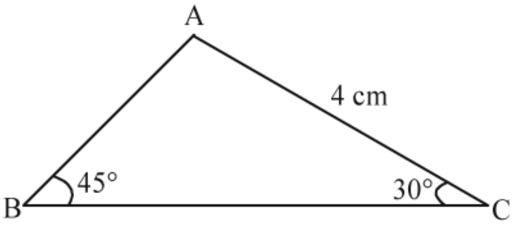
∠CAD = 50°

tan 50 = $\frac{CD}{AC}$

CD = 21.7 × tan 50 = 25.8 മീറ്റർ

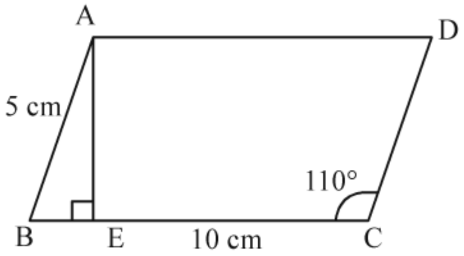
കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B = 45°$, $\angle C = 30°$. AC = 4 സെ.മീ. ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.



($\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

2. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. AB = 5 സെ.മീ., BC = 10 സെ.മീ., $\angle C = 110°$. A യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്ക് ലംബമായി AE വരച്ചിരിക്കുന്നു.



   i. $\angle B$ യുടെ അളവ് എത്ര?

   ii. AE യുടെ നീളം കാണുക.

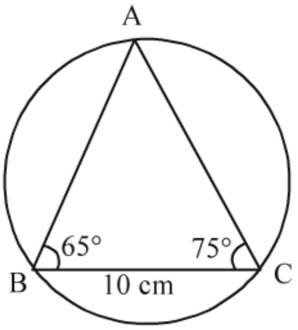
   iii. സാമാന്തരികം ABCD യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

   (sin 70 = 0.9397, cos 70 = 0.3420, tan 70 = 2.7475)

3. വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെ.മീ. വീതവും, ഒരു കോൺ 70° യും ആയ ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?

   (sin 70 = 0.9397, cos 70 = 0.3420)

4. ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു. BC = 10 സെ.മീ. $\angle B = 65°$, $\angle C = 75°$ ആണ്.



   i. $\angle A$ യുടെ അളവ് എത്ര?

   ii. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം എത്ര?

   iii. ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

   (sin 65 = 0.9063, sin75 = 0.9659, sin40 = 0.6428)

5. 1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കുട്ടി, അകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മരത്തിനടുത്തേക്ക് 10 മീറ്റർ നടന്നിട്ട് നോക്കിയപ്പോൾ അത് 80° മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. മരത്തിന്റെ ഉയരം എത്രയാണ്?

   (tan40 = 0.8391, tan 80 = 5.6713)

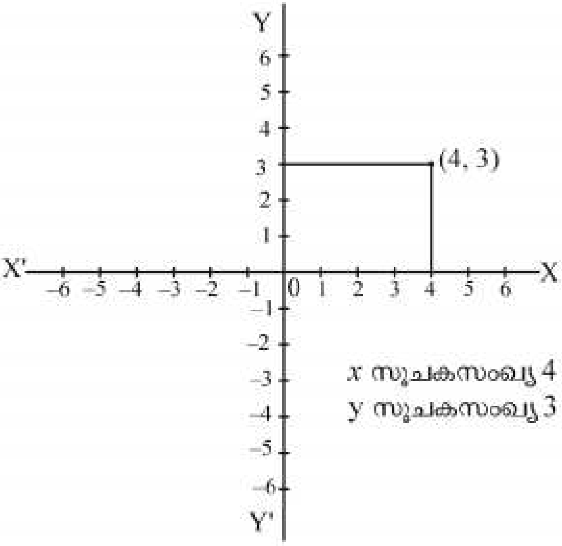
ഛഛ

യൂണിറ്റ് 6

സൂചകസംഖ്യകൾ

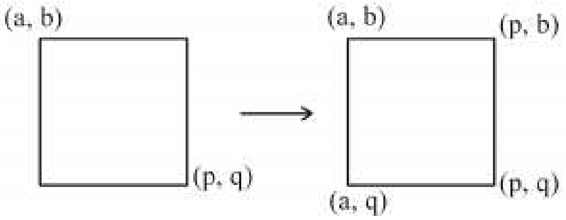
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് രണ്ട് അളവുകൾ വേണം. തലത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകൾ സങ്കല്പിക്കുക. ഈ വരകളെ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. തിരശ്ചീനമായ വരയെ x അക്ഷമെന്നും ലംബമായ വരെ y അക്ഷമെന്നും പറയുന്നു.
- ഒരു ബിന്ദുവിന് x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ എന്നും y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലത്തെ x സൂചകസംഖ്യ എന്നും പറയുന്നു.



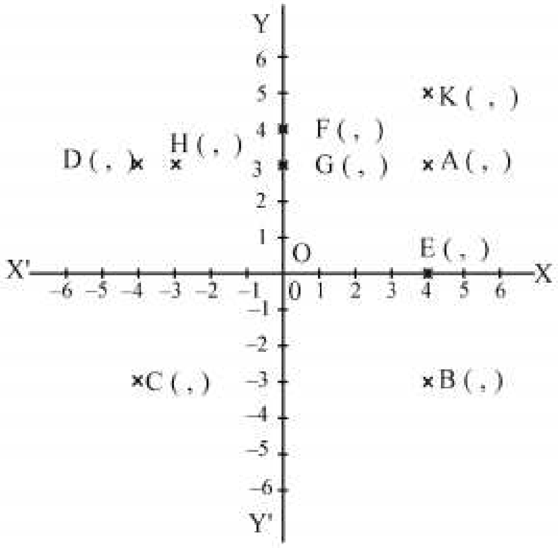
- x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
  y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ 0 ആയിരിക്കും.
- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അതിലെ ഒരു ജോടി എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളിൽ നിന്ന്, മറ്റേ ജോടി എതിർമൂലകളുടെ

സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം.



- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x_1, y), (x_2, y). ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1 - x_2|$.
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x, y_1), (x, y_2). ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$.
- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1), (x_2, y_2) ആണെങ്കിൽ, അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ആണ്.
- ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x, y) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$ ആണ്.

പ്രവർത്തനം 1



a. A, B, C, D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b. ഇവ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

c. E, O, F ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

d. ഇവ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

e. A, B, E, K എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ ഉള്ള വരയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

f. G, H എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

g. G, H, A, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ ഉള്ള വരയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

പ്രവർത്തനം 2

വൃത്തകേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും ആരം 5 യൂണിറ്റുമായ ഒരു വൃത്തം പരിഗണിച്ചാൽ

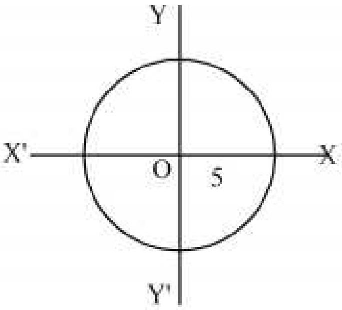
a. വൃത്തം അക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b. (3, 5), (4, 3), (–2, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിന് അകത്തോ, പുറത്തോ, വൃത്തത്തിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

c. ഈ വൃത്തത്തിലെ പത്ത് ബിന്ദുക്കൾ എഴുതുക.

a. വൃത്തം x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

= (☐, ☐), (☐, ☐)



y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

= (☐, ☐), (☐, ☐)

b. (0, 0), (3, 5) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $= \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

$\sqrt{34}$ എന്ന സംഖ്യ, ആരമായ 5 നെക്കാൾ കൂടുതലായതുകൊണ്ട് (3, 5) എന്നബിന്ദു വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ്.

(0, 0), (4, 3) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = ☐

$\therefore$ (4, 3) എന്നബിന്ദു വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ് ☐/ അകത്താണ് ☐/ വൃത്തത്തിലാണ് ☐

(0, 0), (–2, 3) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = ☐

∴ (–2, 3) എന്നബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം ☐

c. (4, 3), (–4, 3), (3, 4), (5, 0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വൃത്തത്തിലാണ്. സൂചകസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക 25 വരത്തക്കവിധത്തിലുള്ള മറ്റ് 6 ബിന്ദുക്കൾ = (☐, ☐), (☐, ☐), (☐, ☐), (☐, ☐), (☐, ☐), (☐, ☐)

പ്രവർത്തനം 3

a. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A(2, 3), B(7, 5), C(9, 8), D(4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

b. AB, BC, CD, AD എന്നിവയുടെ നീളം കാണുക.

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$AB = \sqrt{(\square-\square)^2 + (\square-\square)^2} = \square$$

അതുപോലെ BC = ☐, CD = ☐, AD = ☐

c. AC, BD ഇവയുടെ നീളം കാണുക.

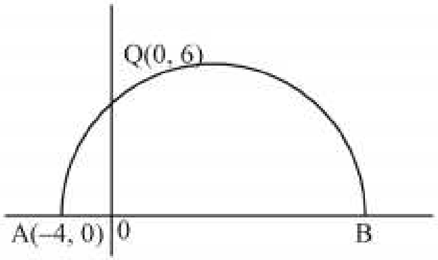
AC = ☐, BD = ☐

d. A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജത്തിന് അനുയോജ്യമായ പേര് - ☐

e. ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ് എന്ത്? ☐

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

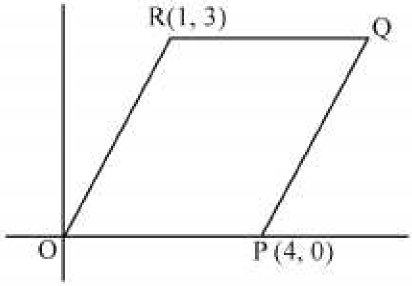
1. ചുവടെ ചില ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു.
   (4, 0), (0, –4), (–4, 0), (0, 4)
   a. ഇവയിൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏവ?
   b. ഇവയിൽ y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏവ?
   c. ഒരുജോടി അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് ഈ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
   d. ഇവ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന്റെ പേര് എന്ത്?
2. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തം Q എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. വ്യാസം 13 യൂണിറ്റാണ്.



a. A (–4, 0), Q (0, 6) ആയാൽ OA, OQ, OB നീളം എന്ത്?

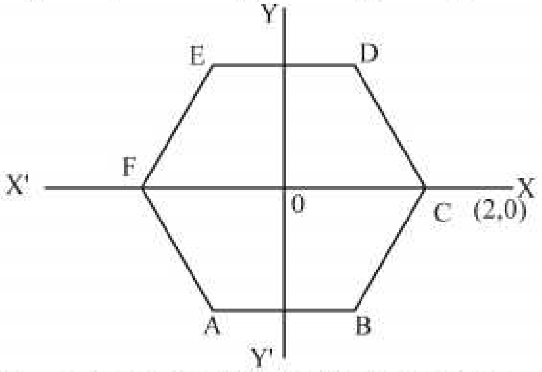
b. B യുടെ സുചകസംഖ്യകൾ എന്ത്?

3. ചിത്രത്തിൽ OPQR ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകളെഴുതുക.



4. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരങ്ങളായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളുടെ സുചക സംഖ്യകൾ (3, 2), (7, –4) ആണ്. മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

5. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമാണ് ABCDEF, C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2,0) ആയാൽ ഇതിന്റെ മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

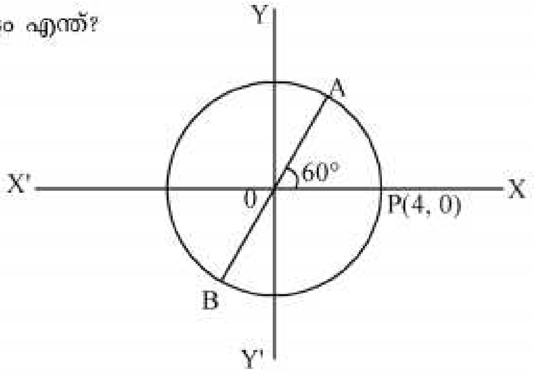


6. (2, 1), (3, 4), (–3, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു വരക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

7. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവാണ്.

a. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

b. AB യുടെ നീളം എന്ത്?



ഉത്തരങ്ങൾ

1. a. x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ (–4, 0), (4, 0)

   b. y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ (0, 4) (0, –4)

   c. ചിത്രം

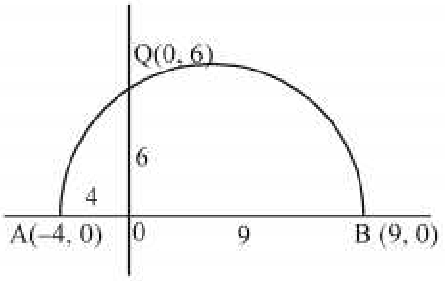
   d. സമചതുരം

2. OA = 4 യൂണിറ്റ്

   OQ = 6 യൂണിറ്റ്

   OB = 13 – 4 = 9 യൂണിറ്റ്

   B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (9, 0)



3. OM = 1 യൂണിറ്റ്

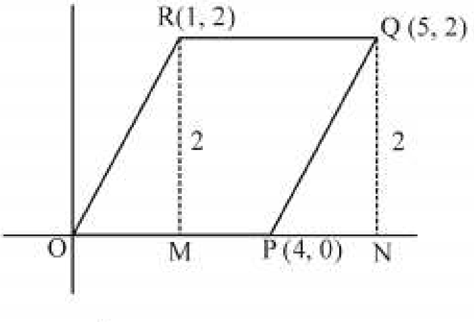
   MR = 2 യൂണിറ്റ്

   OP = 4 യൂണിറ്റ്

   QN = 2 യൂണിറ്റ്

   ON = OP + PN = 4 + 1 = 5 യൂണിറ്റ്

   Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (5, 2)



4. OP = 3 യൂണിറ്റ്

   PA = 2 യൂണിറ്റ്

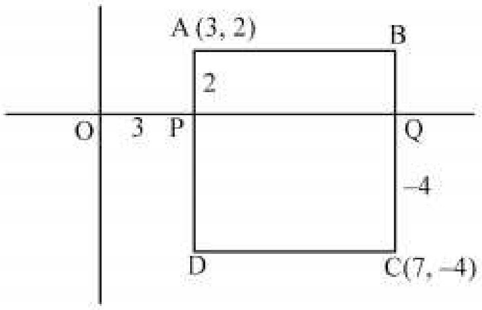
   QB = PA = 2 യൂണിറ്റ്

   OQ = 7 യൂണിറ്റ്

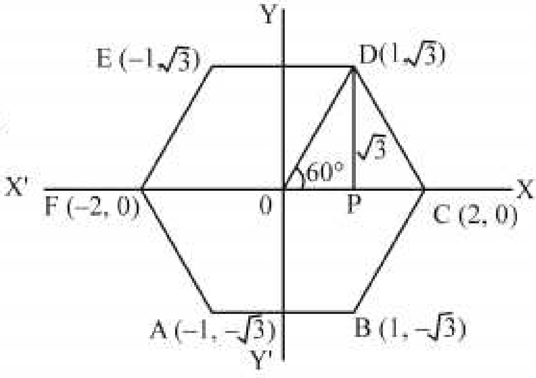
   QC = PD = 4 യൂണിറ്റ്

   B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (7, 2)

   D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (3, –4)



5. DC = 2 യൂണിറ്റ്



ΔDOC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ്.

$\angle DOC = 60°$, $\angle P = 90°$, $\angle ODP = 30°$

OD = 2 യൂണിറ്റ് ആയതിനാൽ

OP = 1 യൂണിറ്റ് $(1 : \sqrt{3} : 2)$

PD = $\sqrt{3}$ യൂണിറ്റ്

D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1, \sqrt{3})$

E യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(-1, \sqrt{3})$

F ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (–2, 0)

A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(-1, -\sqrt{3})$

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(+1, -\sqrt{3})$

6. A (2, 1), B (3, 4), C(–3, 6)

$$AB = \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(-3-2)^2 + (6-1)^2}$$

$$= \sqrt{25+25}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{(-3-3)^2 + (6-4)^2}$$

$$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

$AB^2 + BC^2 = 10 + 40 = 50 = AC^2$

$\therefore$ ΔABC ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്, $\angle B = 90°$

7. a. OP = 4 യൂണിറ്റ്

OA = 4 യൂണിറ്റ്

മട്ടത്രികോണം ANO യിൽ

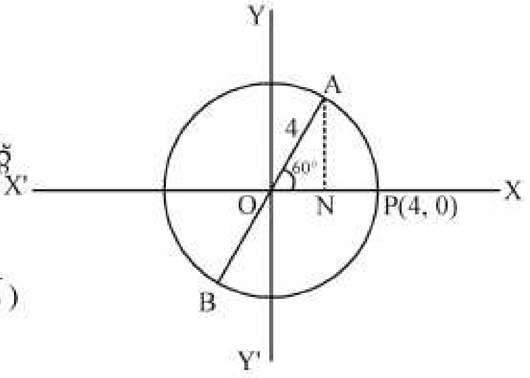
$\angle A = 30°$

$\angle AON = 60°$ $ON : AN : OA = 1 : \sqrt{3} : 2$

$\angle N = 90°$ $OA = 4$ യൂണിറ്റ്

$ON = 2$ യൂണിറ്റ്

$AN = 2\sqrt{3}$ യൂണിറ്റ്



A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(2, 2\sqrt{3})$

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(-2, -2\sqrt{3})$

b. AB $= OA + OB$

$= 4 + 4$

$= 8$ യൂണിറ്റ്

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. (5, 3), (–4, 6), (–1, 3), (–4, 1), (1, 5), (3, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ
   a. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ജോടി ബിന്ദുക്കൾ എഴുതുക.
   b. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ജോടി ബിന്ദുക്കൾ എഴുതുക.
2. ΔABC യിൽ A(2, 0), B(8, 0) AC = 5 യൂണിറ്റ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 12 ചതുരശ്ര യൂണിറ്റാണ്. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് ΔABC യുടെ ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക. C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.
3. കേന്ദ്രം (2, 3) ഉം, ആരം 5 യൂണിറ്റുമുള്ള ഒരു വൃത്തം x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് A, B.എന്നിവ
   a. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.
   b. AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.
4. (8, 2), (5, –3), (0, 0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു വരക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

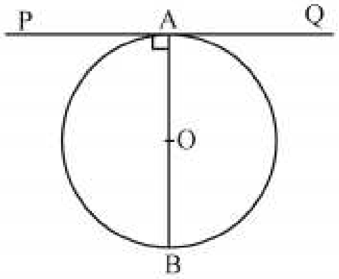
൙൫

യൂണിറ്റ് 7

തൊടുവരകൾ

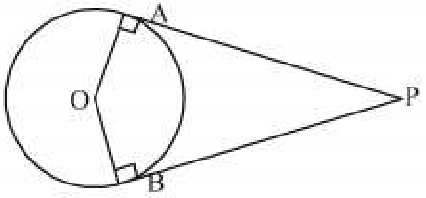
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.



$AB \perp PQ$

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.

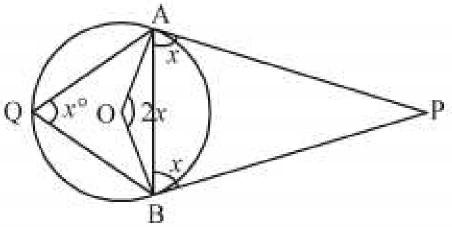


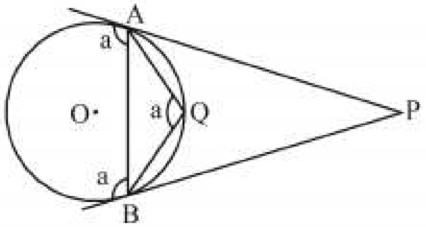
ചതുർഭുജം PAOB ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജം.

$\angle AOB = 180 - \angle P$

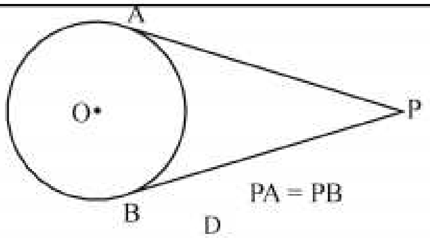
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്. കൂടാതെ ഞാണും തൊടുവരയും നിർണയിക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.



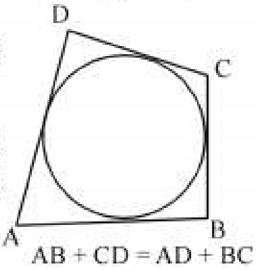


- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. അവ തുല്യനീളം ഉള്ളവയാണ്.



- ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.

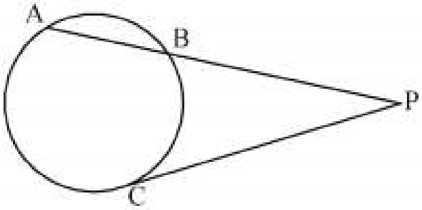
  മറിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ നാല് വശങ്ങളും തൊടുവരകളാകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയും.

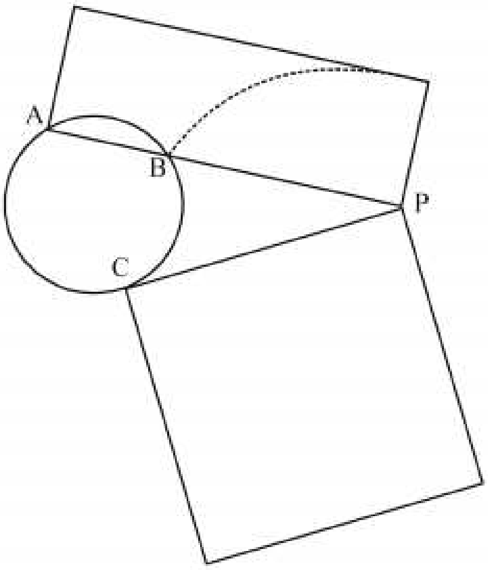


- ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേയ്ക്ക് നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

$$PA \times PB = PC^2$$

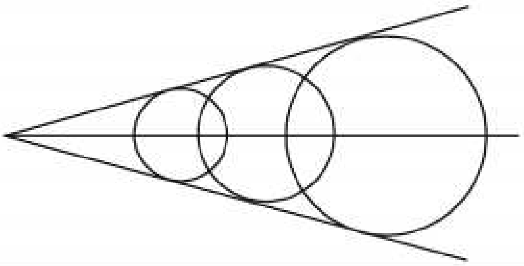
  PA, PB ഇവ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിന്റേയും PC വശമായ സമചതുരത്തിന്റേയും പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്.



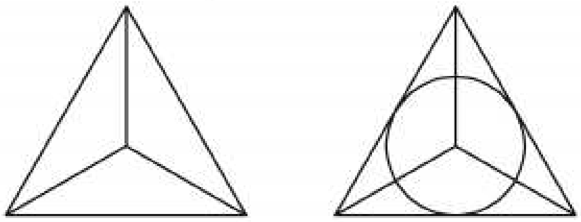


ചതുരത്തിന്റേയും സമചതുരത്തിന്റേയും പരപ്പളവുകൾ തുല്യം.

- കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ട് വരകളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം, വരകൾ ചേരുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്.



- ഏത് ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം. ഈ വൃത്തത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം എന്ന് പറയുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വശങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് ആരം.



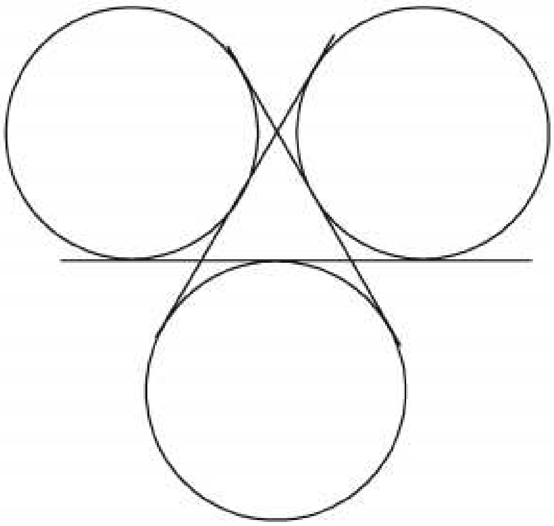
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.

$$r = \frac{A}{s}$$

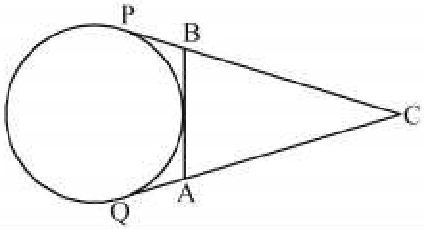
A - ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

s - ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

- ഒരു ത്രികോണത്തിന് പുറത്ത് അതിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തങ്ങളാണ് ബാഹ്യവൃത്തങ്ങൾ.

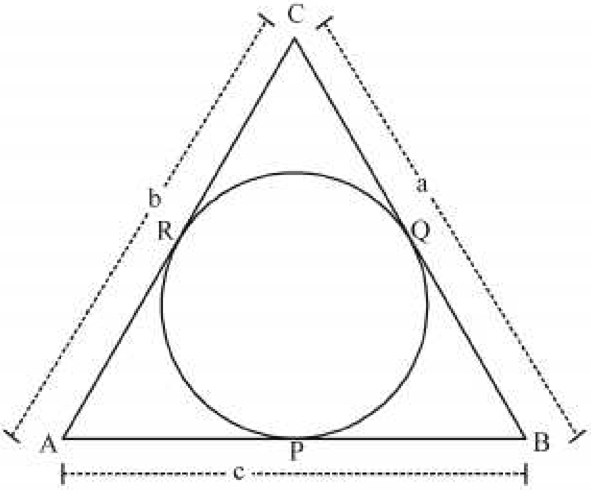


- ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽനിന്ന് അതിനെ തിരെയുള്ള ബാഹ്യവൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകളുടെ നീളം, ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയാണ്.



CP = CQ = s, ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

- ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ മൂലയിൽനിന്നും അന്തർവൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം, ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയിൽ നിന്നും എതിർവശം കുറച്ചതാണ്.



AP = AR = s – a

BP = BQ = s – b

CQ = CR = s – c

a, b, c ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ

$s = \frac{a+b+c}{2}$ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

- ഹെറോണിന്റെ സൂത്രവാക്യം

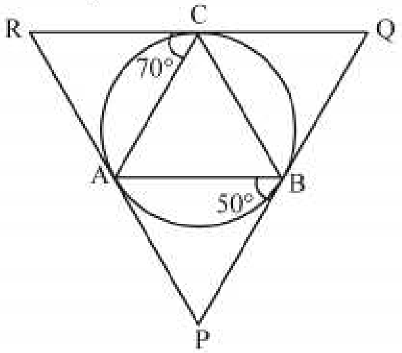
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ a, b, c ഉം ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി s ഉം ആയാൽ പരപ്പളവ് $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

പ്രവർത്തനം 1

ചിത്രത്തിൽ ΔABC യ്ക്ക് പരിവൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണമാണ് PQR.

ΔABC, ΔPQR എന്നിവയുടെ ഓരോ കോണും കണക്കാക്കുക.

ΔACR, ΔABP, ΔBCQ എന്നിവ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ.



$\angle BAP = \square$

$\angle P = 180 - (\square + \square) = \square$

$\angle CAR = \square$

$\angle R = 180 - (\square + \square) = \square$

$\angle Q = 180 - (\angle P + \angle R) = 180 - (\square + \square)$

$= \square$

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും തൊടുവരയുമായി നിർണയിക്കുന്ന കോൺ അതിന്റെ മറുഭാഗത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്തിലെ കോണിന് തുല്യമായതുകൊണ്ട്

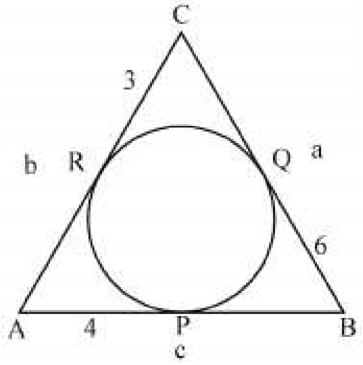
$\angle C = \square$, $\angle B = \square$

$\angle A = 180 - (\square + \square)$

$= \square$

പ്രവർത്തനം 2

ചിത്രത്തിൽ P, Q, R എന്നിവയിലെ തൊടുവരകളാണ് AB, BC, AC എന്നിവ. AP = 4 cm, BQ = 6 cm, CR = 3 cm. ΔABC യുടെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.



ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾ രണ്ടും തുല്യനീളം ഉള്ളവയായതുകൊണ്ട്

AP = AR, BP = BQ, CR = CQ

$AB = AP + \square = 4 + \square = \square = c$

$BC = BC + \square = 6 + \square = \square = a$

$AC = CR + \square = 3 + \square = \square = b$

ചുറ്റളവ് $= \square + \square + \square = \square$

$s = \frac{\text{ചുറ്റളവ്}}{2} = \frac{\square}{2} = \square$

$s - a = \square$

$s - b = \square$

$s - c = \square$

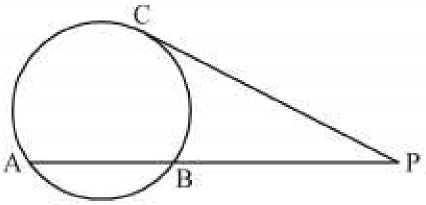
ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \square$

പ്രവർത്തനം 3

ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേക്ക് നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

AB = 5 cm, PC = 6 cm. PB കണക്കാക്കുക.



$PA \times PB = PC^2$

PB = x ആയാൽ

$PA = 5 + \square$

$x(5 + \square) = \square^2$

$x(5 + \square) = \square$

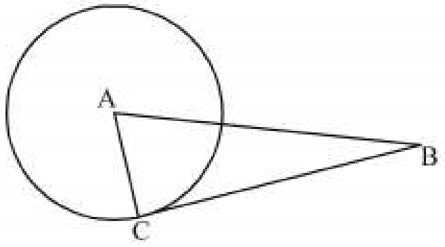
$5x + \square^2 = \square$

$\square^2 + 5x - \square = 0$

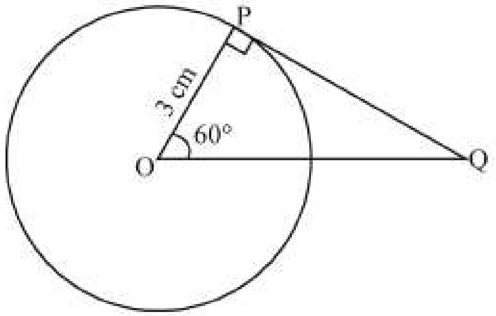
$x = \square$, PB = $\square$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ 'A' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലേക്ക് B യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയാണ് BC. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെ.മീ. കൂടാതെ AB = 13 സെ.മീ. തൊടുവരയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

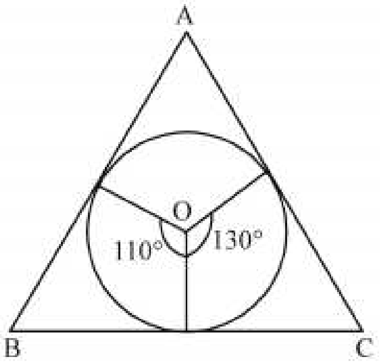


2. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. PQ എന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

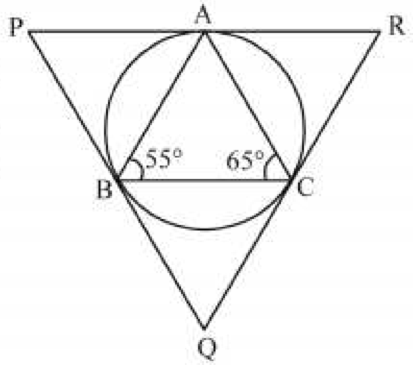


3. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. ΔABC യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

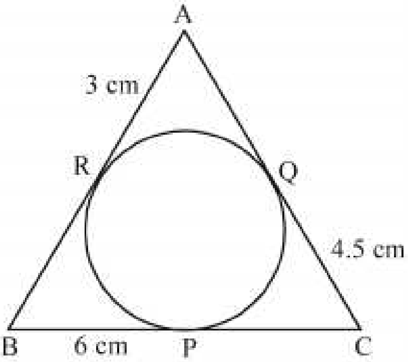
ഈ ത്രികോണം ഒരു സമഭുജത്രികോണമാകണമെങ്കിൽ വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തേണ്ട കോണുകൾ എത്രവീതമാകണം?



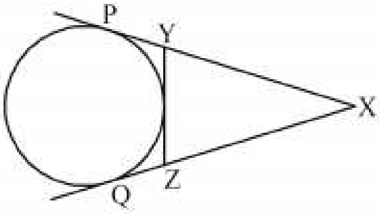
4. ചിത്രത്തിൽ ΔABC യുടെ പരിവൃത്തം ΔPQR ന്റെ അന്തർവൃത്തമാണ്. ΔABC യിൽ $\angle B = 55°$, $\angle C = 65°$, ΔPQR ന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.



5. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിലെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ വശങ്ങളായ ത്രികോണമാണ് ABC. BP = 6 cm, CQ = 4.5cm, AR = 3 cm. Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

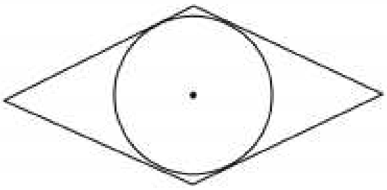


6. ചിത്രത്തിൽ Δ XYZ ന്റെ ഒരു ബാഹ്യവൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. XP = 12cm, ആയാൽ Δ XYZ ന്റെ ചുറ്റളവ് എന്ത്?



7. 10cm, 12cm, 14cm വശങ്ങളായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

8. ചിത്രത്തിലെ സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 5 cm ഉം സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 50° ഉം ആയി ഇതുപോലൊരു ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



9. ആരം 2 cm ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും, രണ്ട് കോണുകൾ 50° , 70° യും ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

10. 3 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 cm അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരച്ച് അവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

11. 4 cm വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായതും, ഒരുവശം 7cm ആയതുമായ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

12. 7cm, 6cm, 5cm എന്നീ വശങ്ങളുള്ള ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. Δ ABC മട്ടത്രികോണമാണ്.

കർണം = 13 cm, ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം = 5cm

തൊടുവരയുടെ നീളം $= \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= 12cm$

2. $\angle O = 60°$

തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരവും ലംബമായതിനാൽ $\angle P = 90°$.

അതായത് ΔPOQ ന്റെ കോണുകൾ $30°, 60°, 90°$ ആണ്.

$\therefore$ $30°$ കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങാണ് $60°$ കോണിനെതിരെയുള്ള വശം. അതായത് $PQ = 3\sqrt{3}$ cm.

3. ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.

$\therefore \angle B = 180° - 110° = 70°$

$\angle C = 180° - 130° = 50°$

ΔABC യുടെ മൂന്നാമത്തെ കോൺ, $\angle A = 180° - (70° + 50°)$

$= 180° - 120°$

$= 60°$

സമഭുജത്രികോണമാകണമെങ്കിൽ കോണുകൾ $60°$ ആകണം. അപ്പോൾ കേന്ദ്രത്തിലെ കോണുകൾ ഇതിന്റെ അനുപൂരകകോണായ $120°$ ആകണം.

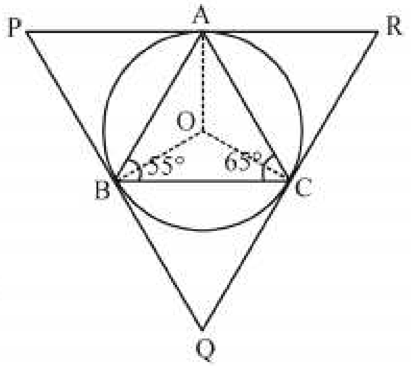
4. $\angle AOC = 2 \times 55° = 110°$

$\angle R = 180° - 110° = 70°$

$\angle AOB = 2 \times 65° = 130°$

$\angle P = 180° - 130° = 50°$

$\angle Q = 180° - (70° + 50°) = 60°$



5. ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമായതിനാൽ

BR = 6cm

CP = 4.5 cm

AQ = 3 cm

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2(6 + 4.5 + 3)$

$= 2 \times 13.5$

$= 27$ cm

6. ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽനിന്ന് അതിനെതിരെയുള്ള ബാഹ്യവൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകളുടെ നീളം, ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയാണ്.

$\therefore$ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2 \times 12 = 24$cm

7. ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 10 + 12 + 14 = 36$ cm

ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി, s $= 18$ cm

ഹെറോണിന്റെ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചാൽ

പരപ്പളവ് $= \sqrt{18\times(18-10)(18-12)(18-14)}$

$= \sqrt{18\times8\times6\times4}$

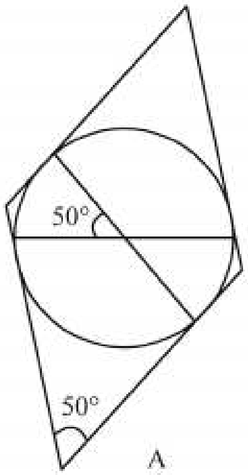
$= 24\sqrt{6}cm^2$

അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \dfrac{\text{പരപ്പളവ്}}{\text{ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$

$= \dfrac{24\sqrt{6}}{18}$

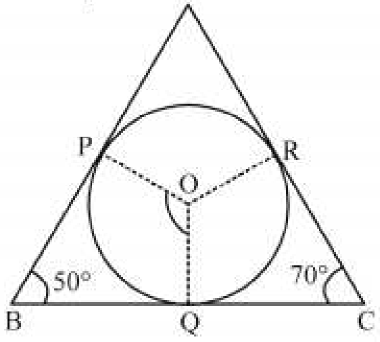
$= \dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

8. വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് വ്യാസങ്ങളുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്നത് സമഭുജസാമാന്തരികമാണ്. ഈ സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ കോണുകൾ വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള കോണുകൾ തന്നെയാണ്.

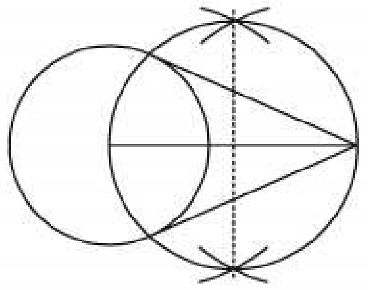


9. $\angle B = 50°$ ആയാൽ $\angle POQ = 180° - 50° = 130°$ ആയിരിക്കും.

ഇതുപോലെ $\angle C = 70°$ ആയാൽ $\angle QOR = 180° - 70° = 110°$ ആയിരിക്കും. 2 cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ചശേഷം കേന്ദ്രത്തിൽ 130°, 110° കോണുകൾ വരുന്ന വിധം വൃത്തത്തിൽ 3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ വരച്ച് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാം.

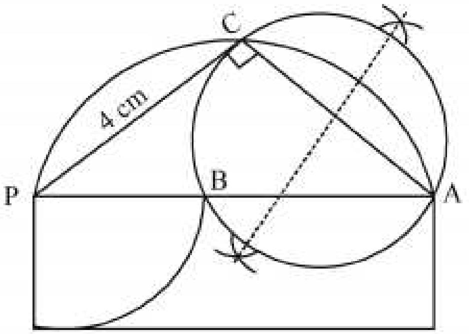


10.

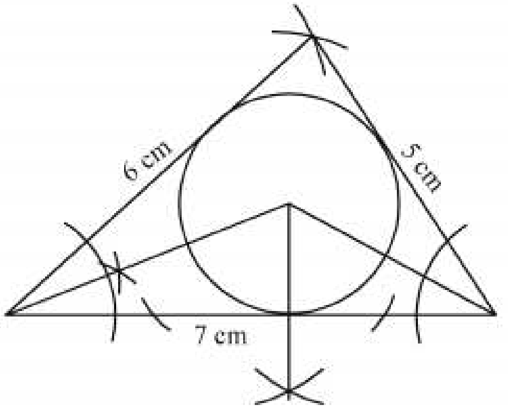


തൊടുവരകളുടെ നീളം = 6.5 cm

11. കർണം 7 cm ഉം ഒരു വശം 4 cm ഉം ആയ മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ഈ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ലംബവശം വ്യാസമാകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക PA, PB എന്നിവ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിനും PC വശമായ സമചതുരത്തിനും ഒരേ പരപ്പളവാണ്.



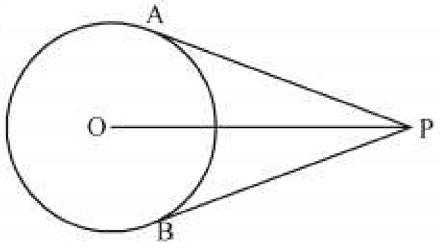
12.



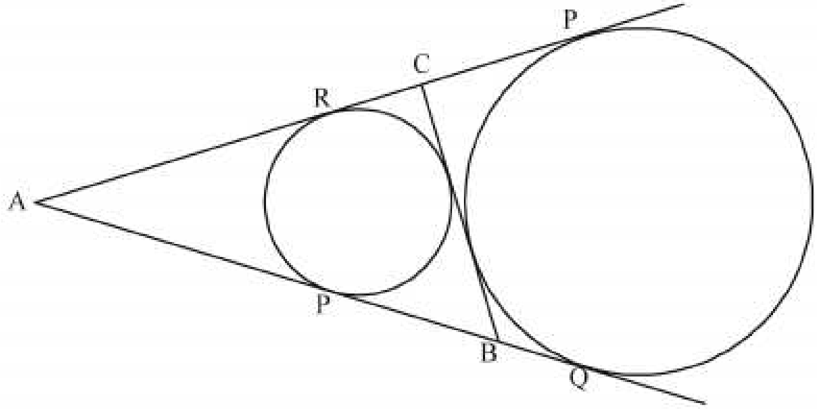
അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 1.6 cm

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലേക്ക് P എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകളാണ് PA, PB എന്നിവ. OP യുടെ നീളം വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ ∠APB കണക്കാക്കുക.



2.

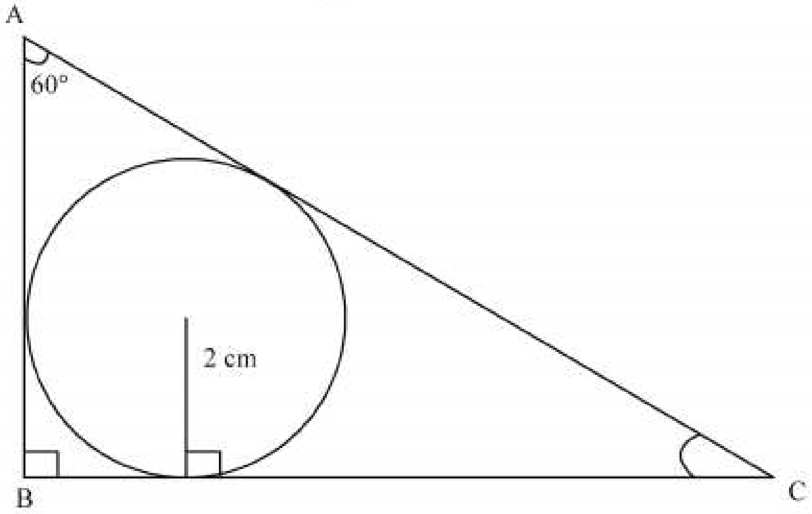


ചിത്രത്തിൽ ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തവും ഒരു ബാഹ്യവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു.

AB = 7 cm, BC = 8cm, AC = 9cm

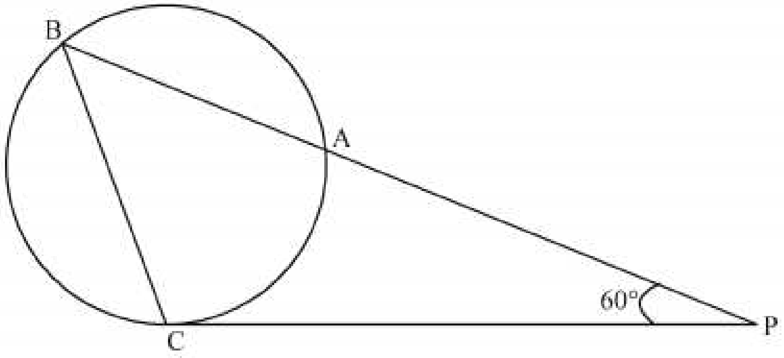
AP, BQ, CR, AQ ഇവ കണക്കാക്കുക.

3.

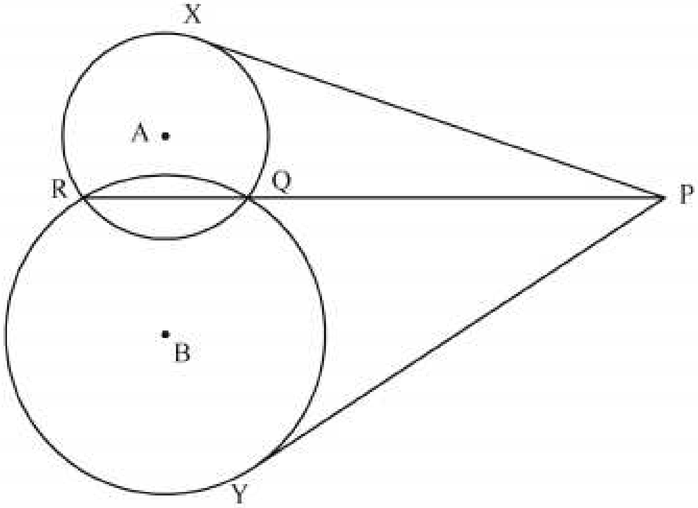


ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2cm ആണ്. $\angle B = 90°$, $\angle A = 60°$. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

4. ചിത്രത്തിൽ PC തൊടുവരയാണ്. PA = 16cm, AB = 9 cm ആയാൽ PC കണക്കാക്കുക. C ൽ നിന്നും PB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കണ്ടെത്തുക. ΔPCB യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.



5. A, B എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളായ വൃത്തങ്ങൾ Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. A കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PX. B കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PY. PX = PY എന്ന് തെളിയിക്കുക.

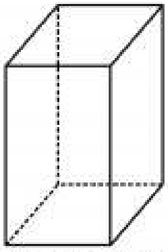


ഓഷ

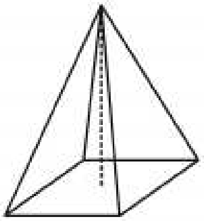
യൂണിറ്റ് 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

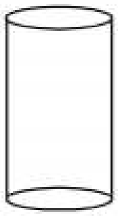
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ



സമചതുര സ്തംഭം

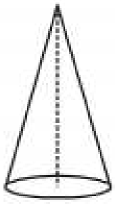


സമചതുര സ്തൂപിക

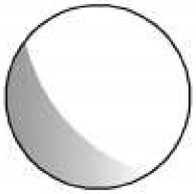


വൃത്തസ്തംഭം

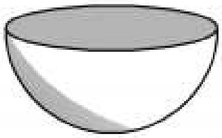
(സിലിണ്ടർ)



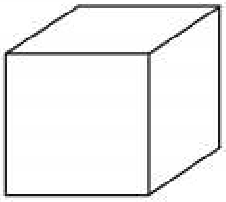
വൃത്തസ്തൂപിക



ഗോളം

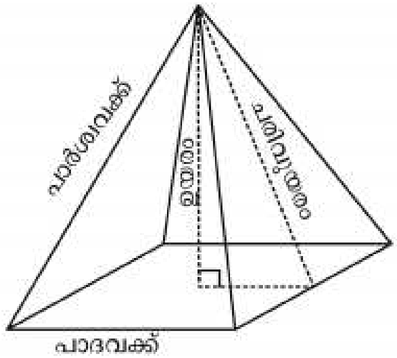


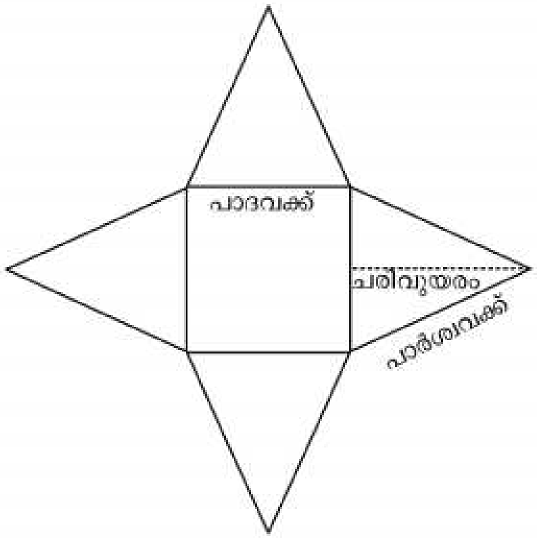
അർധഗോളം



സമചതുരക്കട്ട (ക്യൂബ്)

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ





ഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

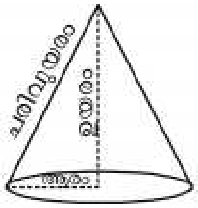
= $(\text{പാദവക്ക്})^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times$ പാദവക്ക് × ചരിവുയരം

∴ ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $(\text{പാദവക്ക്})^2 + 2 \times$ പാദവക്ക് × ചരിവുയരം

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times$ പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

= $\frac{1}{3} \times (\text{പാദവക്ക്})^2 \times$ ഉയരം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ



വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

= പാദപരപ്പളവ് + വക്രതലപരപ്പളവ്

= $\pi \times (\text{ആരം})^2 + \pi \times$ ആരം × ചരിവുയരം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

= $\frac{1}{3} \times$ പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

= $\frac{1}{3} \times \pi \, (\text{ആരം})^2 \times$ ഉയരം

ഗോളം

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

$= 4\pi \times$ (ആരം)^2

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= \frac{4}{3}\pi \times$ (ആരം)^3

അർധ ഗോളം

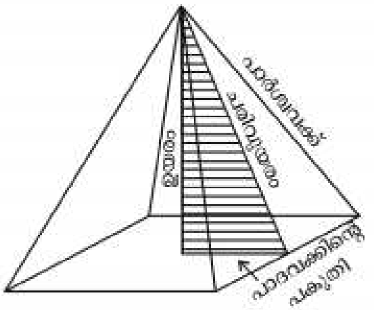
അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

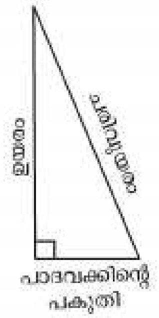
$= 3\pi \times$ (ആരം)^2

അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

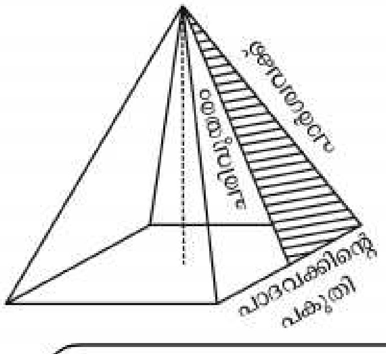
$= \frac{2}{3}\pi \times$ (ആരം)^3

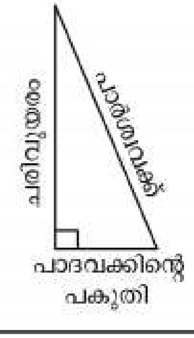
സമചതുരസ്തൂപികയിലെ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ





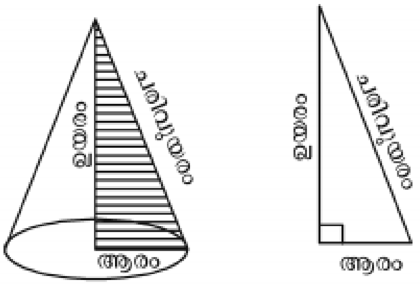
(ചരിവുയരം)^2 = (ഉയരം)^2 + (പാദവക്കിന്റെ പകുതി)^2





(പാർശ്വവക്ക്)^2 = (ചരിവുയരം)^2 + (പാദവക്കിന്റെ പകുതി)^2

വൃത്തസ്തൂപികയിലെ മട്ടത്രികോണം

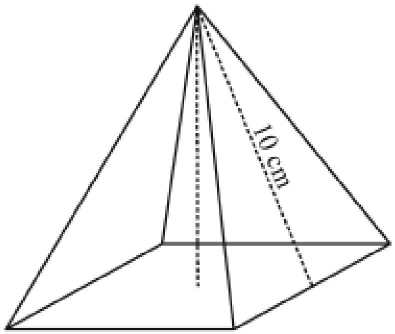


$(\text{ചരിവുയരം})^2 = (\text{ഉയരം})^2 + (\text{ആരം})^2$

പ്രവർത്തനം - 1

ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന സമചതുരസ്തൂപികയുടെ

ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക



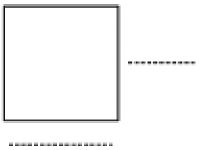
പാദവക്കിന്റെ നീളം = ☐

ചരിവുയരം = . ☐

ഉപരിതല പരപ്പളവ്

= പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

പാദപരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്



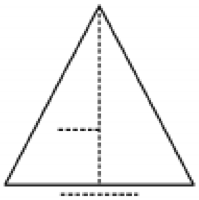
$= (\square)^2$

$= \square$

പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = നാല് ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

$= 4 \times \frac{1}{2} \times \square \times \square$

$= \square$



ഉപരിതല പരപ്പളവ്

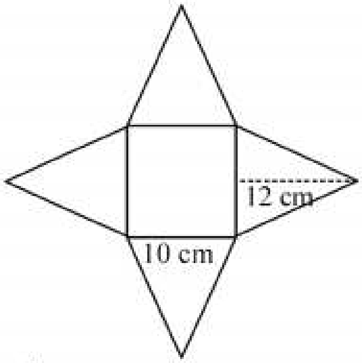
= പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്

= ☐ + ☐

= ☐ cm².

പ്രവർത്തനം - 2

ഈ ചിത്രം മടക്കി ഉണ്ടാക്കാവുന്ന സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക



സമചതുരസ്തൂപികയുടെ

പാദവക്കിന്റെ നീളം = ☐

ചരിവുയരം = ☐

പാദപരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= ☐ × ☐

= ☐

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 4 × ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$= 4 \times \frac{1}{2} \times$ ☐ × ☐

= 4 × ☐

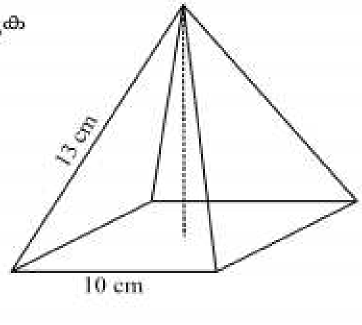
= ☐

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = ☐ + ☐

= ☐ cm²

പ്രവർത്തനം - 3

ചിത്രത്തിലെ രൂപത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക



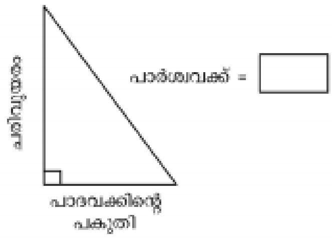
ചിത്രത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള രൂപത്തിന് ഏറ്റവും

അനുയോജ്യമായ പേരെന്ത്? ☐

ഇതിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം = ☐

ഇതിന്റെ പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം = ☐

ഇതിന്റെ ചരിവുയരം എങ്ങനെ കാണാം?



(ചരിവുയരം)^2 = (□)^2 − (□)^2

= □

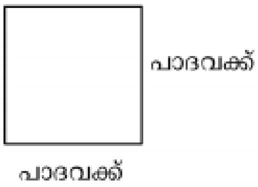
ചരിവുയരം = □

പാദപരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= (പാദവക്ക്)^2

= □

= □

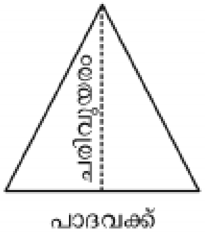


പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = നാല് ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

= $4 \times \frac{1}{2} \times$ പാദവക്ക് $\times$ ചരിവുയരം

= $4 \times \frac{1}{2} \times$ □ $\times$ □

= □



ഉപരിതലപരപ്പളവ്

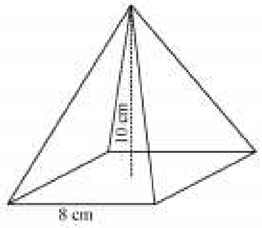
= പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= □ + □

= □

പ്രവർത്തനം - 4

ചിത്രത്തിലെ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക



പാദവക്കിന്റെ നീളം = ☐

ഉയരം = ☐

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ × പാദപരപ്പളവ് × ☐

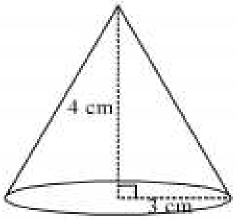
വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ × പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

= $\frac{1}{3}$ × ☐ × ☐

= ☐ cm^3

പ്രവർത്തനം - 5

ചിത്രത്തിലെ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവും, വ്യാപ്തവും കാണുക



ഈ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം = ☐

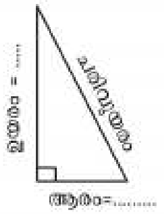
ഉയരം = ☐

ചരിവുയരം എങ്ങനെ കാണാം?

(ചരിവുയരം)^2 = (ആരം)^2 + (ഉയരം)^2

= ☐ + ☐

= ☐



പാദപരപ്പളവ് = വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= π × (ആരം)^2

= π × (☐)^2

= ☐

പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = π × ആരം × ചരിവുയരം

= π × ☐ × ☐

= ☐

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= ☐ + ☐

= ☐ cm^3.

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

= $\frac{1}{3}$ × പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

= $\frac{1}{3}$ × ☐ × ☐

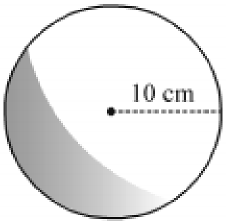
= ☐ cm^3.

പ്രവർത്തനം- 6

ചിത്രത്തിലെ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കാണുക

ആരം = ☐

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 4π × (ആരം)^2



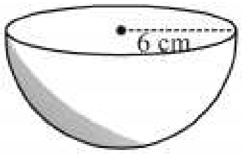
= ☐

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi$ × (ആരം)^3

= ☐

പ്രവർത്തനം-7

ചിത്രത്തിലെ അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കാണുക



അർധഗോളത്തിന്റെ ആരം = ☐

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = 3π (ആരം)^2

= $3\pi \times$ ☐

= ☐

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi$ (ആരം)^3

= $\frac{2}{3}\pi \times$ ☐

= ☐

പ്രവർത്തനം - 8

ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന കട്ടിയായ ക്യൂബിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കാണുക.

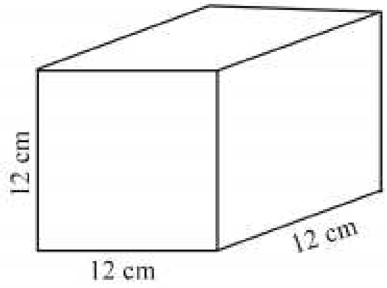
ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം = 12 cm

ആരം, r = ☐

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 4π (ആരം)^2

= $4\pi \times$ ☐

= ☐ cm^2.



വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi$ (ആരം)^3

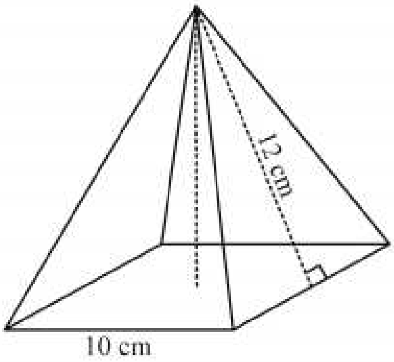
= $\frac{4}{3}\pi \times$ ☐

= ☐ cm^3.

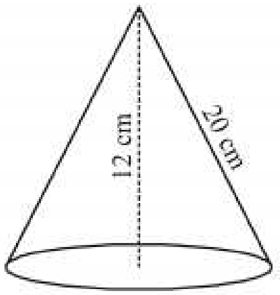
MATHEMATICS

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

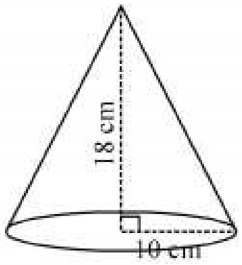
1. ചിത്രത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള സമചതുരസ്തൂപികയുടെ
   a. പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?
   b. ചരിവുയരം എത്ര?
   c. ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.



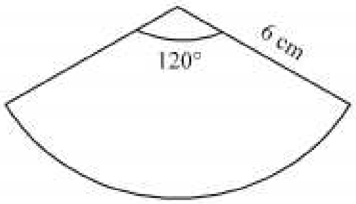
2. പാദവക്കിന്റെ നീളം 40 cm ഉം ചരിവുയരം 25cm ഉം ആയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ
   a. ഉയരം കാണുക.
   b. ഉപരിതലപരപ്പളവ് കാണുക.
   c. വ്യാപ്തം കാണുക.
3. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ
   a. ഉയരം, ചരിവുയരം എന്നിവ എഴുതുക.
   b. ആരം കാണുക.
   c. ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക



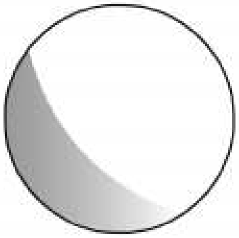
4 ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ
   a. ആരം എത്ര? ഉയരം എത്ര?
   b. വ്യാപ്തം കാണുക.



5. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കാവുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്രയായിരിക്കും?



6. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഗോളത്തിന്റെ ആരം 9cm ആയാൽ



   a. ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക

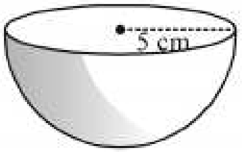
   b. വ്യാപ്തം കാണുക

7. ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $100\pi cm^2$ ആയാൽ

   a. ആ ഗോളത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

   b. വ്യാപ്തം എത്ര?

8. ചിത്രത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കാണുക



9. 12cm ആരമുള്ള ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക

10. രണ്ടു ഗോളങ്ങളുടെ ആരങ്ങൾ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്

   a. അവയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

   b. അവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. a. പാദവക്കിന്റെ നീളം = 10 cm

   b. ചരിവുയരം = 12 cm

   c. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

   $= 10^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

   $= 100 + 240$

   $= 340 cm^2$.

2. a. ഉയരം^{2} = ചരിവുയരം^{2} − (പാദവക്കിന്റെ പകുതി)^2

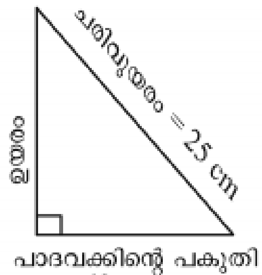
   $= 25^2 - 20^2$

   $= 625 - 400$

   $= 225$

ഉയരം $= \sqrt{225}$

$= 15cm$



b. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

$= 40^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 40 \times 25$

$= 1600 + 2000$

$= 3600cm^2.$

c. വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times$ പാദപരപ്പളവ് $\times$ ഉയരം

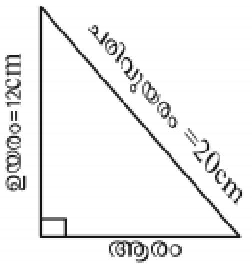
$= \frac{1}{3} \times 40^2 \times 15$

$= \frac{1}{3} \times 1600 \times 15 = 8000cm^3$

3. a. ഉയരം $= 12$ cm

ചരിവുയരം $= 20$ cm

b.



ആരം^{2} = ചരിവുയരം^{2} − ഉയരം^{2}

$= 20^2 - 12^2.$

$= 400 - 144$

$= 256$

ആരം $= \sqrt{256} = 16\text{cm}$

c. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദ പരപ്പളവ് + പാർശ്വതലപരപ്പളവ്

= π × (ആരം)^2 + π × ആരം × ചരിവുയരം

$= \pi \times 16^2 + \pi \times 16 \times 20$

$= 256\pi + 320\pi$

$= 576\pi\ \text{cm}^2$

4. a. ആരം = 10 cm, ചരിവുയരം = 18 cm

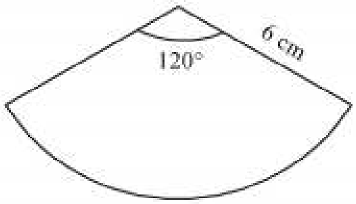
b. വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ × പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

= $\frac{1}{3} \times \pi$ × (ആരം)^2 × ഉയരം

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 18$

= **$600\pi\ \text{cm}^3$**

5.



വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = 6 cm

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = 120°

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം r ആയാൽ

$$\frac{\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം}}{\text{വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം}} = \frac{\text{വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ}}{360}$$

$$\frac{r}{6} = \frac{120}{360}$$

$$\frac{r}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 3r = 6$$

$$r = \frac{6}{3} = 2 \text{ cm}$$

6 a. ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 4\pi \times$ (ആരം)^2

$= 4\pi \times 9^2$

$= \mathbf{324\pi \text{ cm}^2}$

b. വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi \times$ (ആരം)^3

$= \frac{4}{3}\pi \times 9^3$

$= \mathbf{972\pi \text{ cm}^3}$

7 a. ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 100\pi$

$4\pi \times$ (ആരം)^2 $= 100\pi$

(ആരം)^2 $= \frac{100\pi}{4\pi} = 25$

ആരം $= \sqrt{25}$

$= \mathbf{5 \text{ cm}}$

b. വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi \times$ (ആരം)^3

$= \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 125$

$= \mathbf{\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3}$

8 ആരം $= 5\text{cm}$

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

$= 3\pi \times$ (ആരം)^2

$= 3\pi \times 5^2$

$= 3\pi \times 25$

$= \mathbf{75\pi \text{ cm}^2}$

9 ആരം $= 12cm$

അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$$= \frac{2}{3}\pi \times (\text{ആരം})^3$$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 12^3$$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 12 \times 12 \times 12$$

$$= \mathbf{1152\pi\ cm^3}$$

10. ആദ്യഗോളത്തിന്റെ ആരം $= r_1$

രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ആരം $= r_2$

ആരങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $= 2 : 3$

അതായത് $r_1 : r_2 = 2 : 3$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

a. $\frac{\text{ആദ്യഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്}}{\text{രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്}} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$

$$= \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \frac{4}{9}$$

∴ ഉപരിതല പരപ്പളവുകളുടെ അംശബന്ധം $= 4 : 9$

b. $\frac{\text{ആദ്യഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$

$$= \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$= \left(\frac{2^3}{3^3}\right)$$

$$= \frac{8}{27}$$

വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = 8 : 27

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

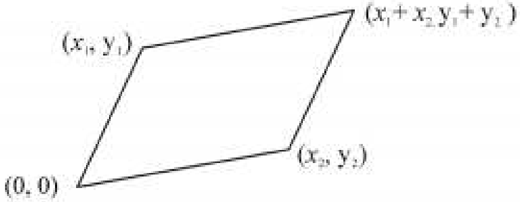
1. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 7 cm, ചരിവുയരം 12 cm ഉം ആയാൽ അതിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക.
2. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് 40cm ഉം ചരിവുയരം 13cm ഉം ആയാൽ
   a. അതിന്റെ ഉയരം കാണുക.
   b. അതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.
3. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 4cm ഉം അതിന്റെ ചരിവുയരം 5cm ഉം ആയാൽ
   a. അതിന്റെ ഉയരം കാണുക.
   b. അതിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക.
4. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 6cm, ചരിവുയരം 10cm ആയാൽ
   a. അതിന്റെ ഉയരം കാണുക.
   b. അതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.
5. 2cm ആരമുള്ള ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കാണുക.
6. 6 മീറ്റർ വ്യാസമുള്ള അർധഗോളാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ജലസംഭരണിയിൽ എത്ര ഘനമീറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

ഓഒ

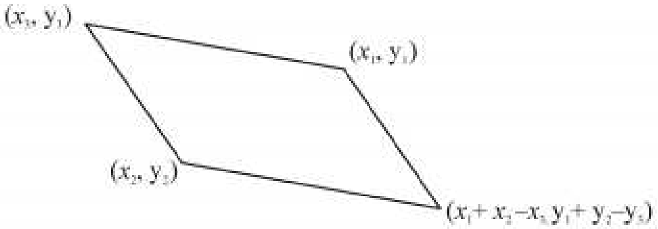
ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

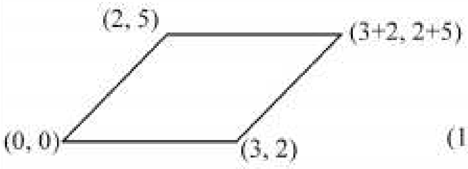
- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2,\ y_1 + y_2)$ ആണ്.

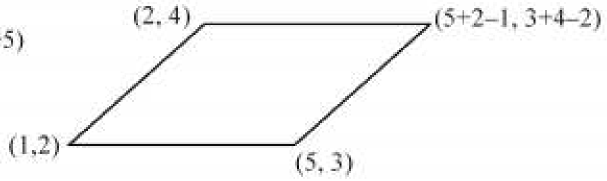


- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ (x_3, y_3) എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$ ആണ്.



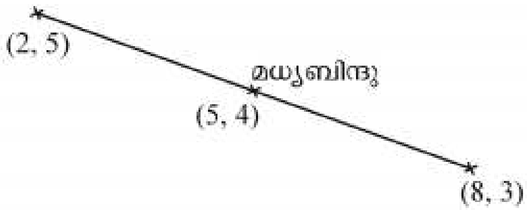
ഉദാ:





- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ആണ്.

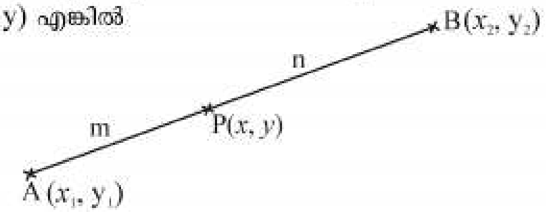
ഉദാ:



- $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ ആണ്.

  ഉദാ: (2, 1), (5, 3), (8, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം $\left(\frac{2+5+8}{3}, \frac{1+3+2}{3}\right) = (5,\ 2)$

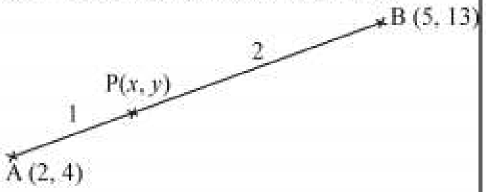
- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ m : n എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് $P(x, y)$ എങ്കിൽ



  $$x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

  $$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$

  $P(x, y)$ എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ 1:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ



  $$x = 2 + \frac{1}{3} \times (5-2) = 2 + \frac{1}{3} \times 3 = 2 + 1 = 3$$

  $$y = 4 + \frac{1}{3}(13-4) = 4 + \frac{1}{3} \times 9 = 4 + 3 = 7$$

- അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും y ലെ മാറ്റം x ലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. ഇതിലെ ആനുപാതിക സ്ഥിരമാണ് വരയുടെ ചരിവ്.

- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ആണ്.

  ഉദാ: (2, 3), (8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{6-3}{8-2}$

  $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- ഒരു വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റേയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വരയുടെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ എന്നതാണ്.

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്ന് പറയുന്നു.

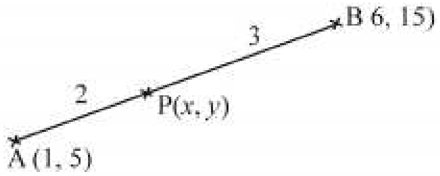
- ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 = r^2$ എന്നതാണ്.

- വൃത്തകേന്ദ്രം (x_1, y_1) ഉം ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം, $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$

പ്രവർത്തനം 1

A (1, 5), B(6, 15) ആയാൽ AB എന്ന വരയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

AB എന്ന വരയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദു P (x, y) എന്നെടുത്താൽ



AP = AB യുടെ $\frac{\square}{\square}$ ഭാഗം

A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= □ − □ = □

P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= 1 + \frac{2}{5} \times 5$

= □ + □

= □

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = □

A, B ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= □ − □ = □

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= 5 + \frac{2}{5} \times 10$

= □ + □

= □

∴ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (□, □)

പ്രവർത്തനം 2

A (2, 3), B(4, 4), C(8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേവരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

A, B ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = □ − 2

= □

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = $\square$

B യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = $\square$

A, B ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

$\therefore$ AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{1}{2}$

B, C ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

B, C ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

$\therefore$ BC എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

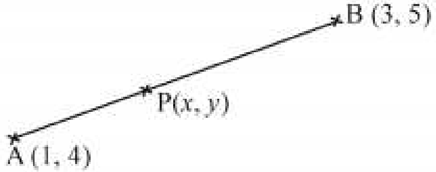
AB, BC ഇവയുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമാണ് $\square$/തുല്യമല്ല $\square$

$\therefore$ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേവരയിൽ ആണ് $\square$/അല്ല $\square$

പ്രവർത്തനം 3

(1, 4), (3, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

A (1, 4), B (3, 5) എന്നെടുത്താൽ



A യിൽ നിന്ന് B യിൽ എത്താൻ

x സൂചകസംഖ്യ എത്രകൂട്ടണം? $\square$

y സൂചകസംഖ്യയോ? $\square$

x സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുമ്പോൾ y സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുന്നു.

x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക്, അതായത് ഈ വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{\square}{\square}$

A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക.

A യിൽ നിന്ന് P യിൽ എത്താൻ x സൂചകസംഖ്യ എത്രകൂട്ടണം? $x - \square$

y സൂചകസംഖ്യയോ? $y - \square$

ഒരു വരയിൽ എല്ലായിടത്തും x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക് തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{y-\square}{x-\square}=\frac{\square}{\square}$$

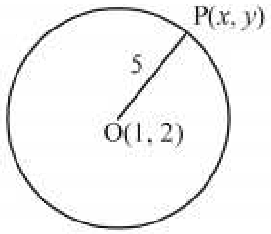
ഇതിൽ നിന്നും $\square(x-\square)=\square(y-\square)$

ഇത് ലഘുകരിച്ചാൽ $x-\square y+\square=0$

ഇതാണ് വരയുടെ സമവാക്യം.

പ്രവർത്തനം 4

ആരം 5 യൂണിറ്റ് ആയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (1, 2) ആയാൽ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.



$P(x, y)$ എന്നത് ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ

O, P ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം $= x-\square$

O, P ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം $= y-\square$

OP എന്നവരയുടെ നീളം = 5 യൂണിറ്റ്

$$\sqrt{(x-\square)^2+(y-\square)^2}=5$$

$$(x-\square)^2+(y-\square)^2=25$$

$$x^2-\square x+\square+y^2-\square y+\square=25$$

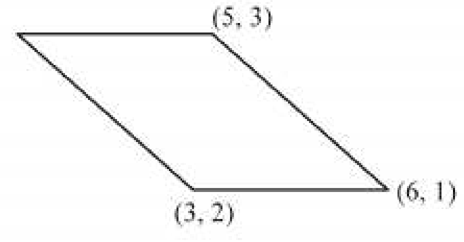
ഇത് ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x^2+y^2-\square x-\square y-\square=0$$

ഇതാണ് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം.

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക



2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (–2, 4), (4, 5), (2, 2) ഇവയായാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം കാണുക?

3. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2, 5), (8, 15) ഇവയായാൽ?

   a. A B യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

   b. ഈ വരയിൽ A P : PB = 3 : 2 ആകുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക?

4. (2, 3), (4, 6), (8, 12) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

5. (4,1), (3, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യമെന്ത്? ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി (2, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്കാവുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക

6. a. (1, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നതും ചരിവ് 2 ആയതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം എന്ത്?

   b. (3,7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

7 ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം $2x - 3y + 6 = 0$ ആയാൽ

   a. ഈ വര അക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

   b. ഈ വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

8 രണ്ട് വരകളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ $2x + y - 6 = 0$, $2x + y + 4 = 0$ എന്നിങ്ങനെയായാൽ

   a. ഈ വരകളിൽ ഓരോന്നിലേയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ വീതം കാണുക.

   b. ഈ വരകൾ സമാന്തരമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

9. കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും ആരം 5 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

10. കേന്ദ്രം (2,1) എന്ന ബിന്ദുവും ആരം 4 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= (3+5-6, 2+3-1) = (2, 4)$

2. മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{-2+4+2}{3}, \frac{4+5+2}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{11}{3}\right)$

3. a. മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(\frac{2+8}{2}, \frac{5+15}{2}\right)$

$= (5, 10)$

   b. P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= 2 + \frac{3}{5}(8-2)$

$= 2 + \frac{3}{5} \times 6$

$= 2 + \frac{18}{5}$

$= 2+3\frac{3}{5}$

$= 5\frac{3}{5}$

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= 2+\frac{2}{5}(15-5) = 2+\frac{2}{5}\times 10$

$= 5+4$

$= 9$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(5\frac{3}{5}, 9\right)$

4. (2, 3), (4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

ചരിവ് $= \frac{6-3}{4-2}$

$= \frac{3}{2}$

(4, 6), (8, 12) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

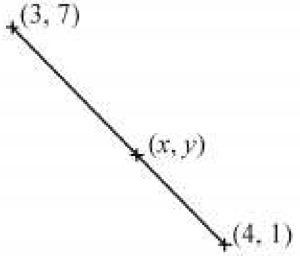
ചരിവ് $= \frac{12-6}{8-4}$

$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

ചരിവ് തുല്യമായതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണ്.

5. (4,1), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$= \frac{7-1}{3-4} = -6$



(x, y) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ $\frac{y-1}{x-4} = -6$

$-6(x-4) = y-1$

$-6x+24 = y-1$

$6x+y-25 = 0$

ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു വരയുടെ ചരിവ് = –6

(2, 3) എന്നത് ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു ആയാൽ

$$\frac{y-3}{x-2} = -6$$

$$-6x + 12 = y - 3$$

$$6x + y - 15 = 0$$

6. a. (1, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നതും ചരിവ് 2 ആയതുമായ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$\frac{y-3}{x-1} = 2$$

$$2x - 2 = y - 3$$

$$2x - y + 1 = 0$$

b. (3,7) എന്ന ബിന്ദു പരിഗണിച്ചാൽ

$$2x - y + 1 \Rightarrow 2 \times 3 - 7 + 1 = 6 - 7 + 1 = 0$$

$\therefore$ (3,7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണ്

7 വരയുടെ സമവാക്യം $2x - 3y + 6 = 0$

a. ഈ വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(x, 0)$ ആയാൽ

$$2x - 3 \times 0 + 6 = 0$$

$$\therefore 2x + 6 = 0$$

$$\therefore x = -3$$

x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(-3, 0)$

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(0, y)$ ആയാൽ

$$\therefore -3y + 6 = 0$$

$$\therefore y = 2$$

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (0,2)

b. വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$

8 a. $2x + y - 6 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ

$x = 0$ ആയാൽ $y - 6 = 0$

$\therefore y = 6$

$y = 0$ ആയാൽ $2x - 6 = 0$

$\therefore x = 3$

ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ (0, 6), (3, 0)

$2x + y + 4 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ

$x = 0$ ആയാൽ $y + 4 = 0$

$\therefore y = -4$

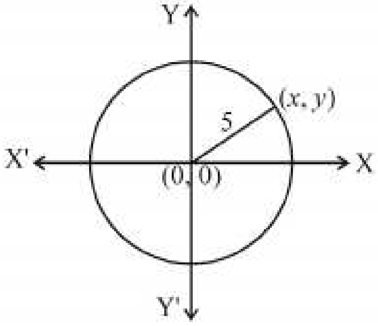
$y = 0$ ആയാൽ $2x + 4 = 0$

$\therefore x = -2$

ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ (0, –4), (–2, 0)

b. $2x + y - 6 = 0$, $2x + y + 4 = 0$ എന്നീ സമവാക്യങ്ങളിൽ സ്ഥിരപദത്തിനു മാത്രമേ വ്യത്യാസമുള്ളു. അതുകൊണ്ട് ഈ വരകൾ സമാന്തരങ്ങളാണ്.

9.



വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (x, y),എന്നെടുത്താൽ

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 = 5^2$

ie. $x^2 + y^2 = 25$

10. ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x,y) എന്നെടുത്താൽ (x,y), (2, 1) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = 4

$\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = 4$

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 16$

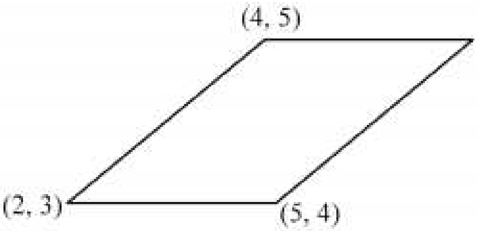
$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 - 16 = 0$

$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

ഇതാണ് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



2. ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങൾ A(4, 1), B(2, 7), C(6, 7) ഇവയാണ്. AB, BC, AC ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് യഥാക്രമം P, Q, R എന്നിവ. ΔPQR ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണെന്ന് സമർഥിക്കുക.

3. A(5, 4), B (12, –10) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിൽ AP : PB = 4 : 3 ആകത്തക്കവിധത്തിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവാണ് P എങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

4. (2, 1), (8, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര (6, 7) എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുമോ? (5, 3) ആയാലോ?

5. (1, 1), (–1, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. Cu hc x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

6. (3, 5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതും ചരിവ് $\frac{1}{3}$ ആയതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ മറ്റൊരു വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

7. $2x + 3y - 5 = 0$ എന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായതും (3, 5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക.

8. രണ്ട് വരകളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ $x + 2y - 5 = 0$, $3x - y - 1 = 0$ എന്നിങ്ങനെയാണ്.
   a. ഇവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.
   b. ഓരോ വരയിലെയും മറ്റൊരു ബിന്ദുകൂടി കണ്ടുപിടിക്കുക.

9. ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം 10 യൂണിറ്റും ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിലെ 8 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

10. വൃത്തകേന്ദ്രം (2, 3) ഉം ആരം 3 യൂണിറ്റും ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

ꠀ

യൂണിറ്റ് 10

ബഹുപദങ്ങൾ

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- $p(x) = q(x) \times r(x)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $q(x)$, $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(x) = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

  $\therefore$ $(x + 2)$, $(x - 2)$ ഇവ $x^2 - 4$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ.

- $P(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(a) = 0$ ആയാൽ $(x - a)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(5) = 0$ ആയാൽ $(x - 5)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി $p(x) = (x - a_1)\ (x - a_2) \dots (x - a_n)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $a_1, a_2, \dots\ a_n$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ ആയാൽ 1, 2, 3 എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

-

ഹാര്യം	ഹാരകം	ശിഷ്ടം
$p(x)$	$x - 5$	$p(5)$
	$x + 7$	$p(-7)$
	$2x - 1$	$p\left(\frac{1}{2}\right)$
	$3x + 2$	$p\left(-\frac{2}{3}\right)$
	$(x - a)$	$p(a)$
	$(x + a)$	$p(-a)$
	$(ax - b)$	$p\left(\frac{b}{a}\right)$
	$(ax + b)$	$p\left(\frac{-b}{a}\right)$

പ്രവർത്തനം 1

$x^2 - 7x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

$$x^2 - 7x + 12 = (x - a)(x - b)$$

$$x^2 - 7x + 12 = x^2 - (a + b)x + ab$$

$$a + b = \square, \quad ab = \square$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= \square^2 - 4 \times \square$$

$$= \square - \square$$

$$(a - b)^2 = \square$$

$$a - b = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$a + b = \square \text{ ....(1)}$$

$$a - b = 1 \text{ .... (2)}$$

$$(1) + (2), \quad 2a = \square + 1$$

$$a = \frac{\square + 1}{2} = \square$$

(1) ൽ നിന്നും $b = 7 - \square = \square$

$$\therefore \; x^2 - 7x + 12 = (x - \square)(x - \square)$$

പ്രവർത്തനം 2

$p(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 5$ നെ $(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക. $(x - 2)$, $p(x)$ ന്റെ ഘടകം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

$$p(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 5$$

$(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം $= \square$

$$p(2) = \square^3 - 6 \times \square^2 + 10 \times \square - 5$$

$$= \square - 6 \times \square + \square - 5$$

$$= \square - \square + \square - 5$$

$$= \square$$

$\therefore$ ശിഷ്ടം $= \square$

$\therefore (x - 2)$, $p(x)$ ന്റെ ഘടകം ആണ് $\square$/ അല്ല $\square$

പ്രവർത്തനം 3

$3x^3 - 2x^2 + kx - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x-2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?

$p(x) = 3x^3 - 2x^2 + kx - 6$

$(x-2)$ എന്നത് p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയതുകൊണ്ട് $p(2) = \square$

$3 \times \square^3 - 2 \times \square^2 + k \times \square - 6 = 0$

$3 \times \square - 2 \times \square + \square - 6 = 0$

$\square - \square + 2k - 6 = 0$

$\square + 2k - 6 = 0$

$2k + \square = 0$

$2k = 0 - \square = \square$

$k = \frac{\square}{2}$

$= \square$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. $p(x) = x^2 - 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക.
   a. p(x) നെ $x - 2$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക.
   b. p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകം ആണോ $(x-2)$? എന്തുകൊണ്ട്?
2. a. $p(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $(x-3)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക.
   b. p(x) നോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് $(x-3)$ ഘടകം ആയ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്.
3. $x^2 - 3x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
4. $3x^3 - 2x^2 + kx - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x-2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?
5. a. $p(x) = 6x^3 + 3x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആണോ $x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
   b. p(x) എന്ന ബഹുപദത്തിനോട് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകം ആയ ബഹുപദം കിട്ടും?

6. $x^3 - 6x^2 + ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 1)$, $(x - 2)$ ഇവയെങ്കിൽ a, b കാണുക.

7. a. $b = a + c$ ആയാൽ $ax^2 + bx + c$ യുടെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x + 1)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

   b. $(x + 1)$ ഘടകം ആയിട്ടുള്ള ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക.

8. $ax^2 + bx + c$ യുടെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x - 1)$ എങ്കിൽ $a + b + c$ യുടെ വില എന്ത്?

9. a. $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര?

   b. $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + 2x + k$ യെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 10 കിട്ടി. എങ്കിൽ k യുടെ വില എത്ര?

10. a. മൂന്നാം കൃതിയിലുള്ള ഒരു ബഹുപദം എഴുതുക.

    b. നിങ്ങൾ എഴുതിയ ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ആണോ $(x - 1)$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. a. $p(x) = x^2 - 5x + 6$

   $(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $= p(2)$

   $= 2^2 - 5 \times 2 + 6$

   $= 4 - 10 + 6$

   $= 0$

   b. $p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 2)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആണ്.

2. a. $p(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4$

   $p(x)$ നെ $(x - 3)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം

   $= p(3) = 3^3 - 2 \times 3^2 + 3 - 4$

   $= 27 - 18 + 3 - 4$

   $= 8$

   b. $(x - 3)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആകണമെങ്കിൽ $p(3) = 0$ ആയിരിക്കണം. $p(3) = 0$ ആക്കാൻ കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ $= -8$

3. $p(x) = x^2 - 3x + 2$

   $x^2 - 3x + 2 = (x - a)(x - b)$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

   $\therefore\ x^2 - 3x + 2 = x^2 - (a + b)x + ab$

   $\therefore\ a + b = 3$ ——— (1)

   $ab = 2$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= 3^2 - 4 \times 2$

$= 9 - 8 = 1$

$a - b = 1$ ———— (2)

$a + b = 3$ ———— (1)

(1) + (2), $2a = 4$

$\therefore\ a = 2$

(1) ൽ നിന്നും, $2 + b = 3$

$\therefore\ b = 3 - 2 = 1$

$\therefore\ x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$

4. $p(x) = 3x^2 - 2x^2 + kx - 6$

$(x - 2)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയതുകൊണ്ട് $p(2) = 0$ ആയിരിക്കും.

$p(2) = 3 \times 2^3 - 2 \times 2^2 + k \times 2 - 6 = 0$

$3 \times 8 - 2 \times 4 + 2k - 6 = 0$

$\therefore\ 24 - 8 + 2k - 6 = 0$

$\therefore\ 10 + 2k = 0$

$2k = -10$

$$k = \frac{-10}{2} = -5$$

5. a. $p(x) = 6x^3 - 3x^2$

$p(-1) = 6 \times (-1)^3 + 3 \times (-1)^2$

$= 6 \times -1 + 3 \times 1$

$= -6 + 3 = -3 \neq 0$

$p(-1) \neq 0$

$\therefore$ $(x + 1)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഘടകം അല്ല.

b. $p(x)$ നോട് $ax + b$ എന്ന 1-ാം കൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകം ആയ ബഹുപദം കിട്ടും എന്നിരിക്കട്ടെ.

$q(x) = p(x) + ax + b$

$= 6x^3 + 3x^2 + ax + b$

$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

$\therefore$ $(x + 1)$ ഉം $(x - 1)$ ഉം $q(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

$(x - 1)$ എന്നത് $q(x)$ ന്റെ ഘടകം ആയതുകൊണ്ട് $q(1) = 0$ ആയിരിക്കും.

$\therefore q(1) = 6 \times 1^3 + 3 \times 1^2 + a \times 1 + b = 0$

$\therefore\ 6 + 3 + a + b = 0$

$9 + a + b = 0$

$a + b = -9$ ——— (1)

$(x + 1)$ എന്നത് $q(x)$ ന്റെ ഘടകം ആയതുകൊണ്ട് $q(-1) = 0$ ആയിരിക്കും.

$\therefore q(-1) = 6 \times (-1)^3 + 3 \times (-1)^2 + a \times (-1) + b = 0$

$\therefore\ 6 \times -1 + 3 \times 1 - a + b = 0$

$-6 + 3 - a + b = 0$

$\therefore\quad -3 - a + b = 0$

$\therefore\quad -a + b = 3$ ——— (2)

(1) + (2), $\quad 2b = -6$

$\therefore b = \frac{-6}{2} = -3$

(1) ൽ $\quad a = -9 - b$

$= -9 - (-3) = -9 + 3 = -6$

$\therefore$ കൂട്ടേണ്ട ബഹുപദം $= ax + b$

$= -6x - 3$

6. $p(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 1)$, $(x - 2)$ ഇവയെങ്കിൽ $p(1) = p(2) = 0$ ആയിരിക്കും.

$p(1) = 0$ ആയതുകൊണ്ട്

$p(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + a \times 1 + b = 0$

$\therefore 1 - 6 + a + b = 0$

$-5 + a + b = 0$

$a + b = 5$ ——— (1)

$p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട്

$p(2) = 2^3 - 6 \times 2^2 + a \times 2 + b = 0$

$\therefore 8 - 6 \times 4 + 2a + b = 0$

$8 - 24 + 2a + b = 0$

$-16 + 2a + b = 0$

$\therefore\ 2a + b = 16$ ——— (2)

(2) - (1), $a = 11$

(1) ൽ നിന്നും, $b = 5 - 11 = -6$

$\therefore\ a = 11, b = -6$

7. a. $p(x) = ax^2 + bx + c$

$p(-1) = a \times (-1)^2 + b \times -1 + c$

$= a - b + c$

$b = a + c$ ആയതുകൊണ്ട്

$p(-1) = a - (a + c) + c$

$= a - a - c + c = 0$

$p(-1) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $x + 1$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

b. $p(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ($\because\ 5 = 2 + 3$)

8. $p(x) = ax^2 + bx + c$

$(x - 1)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയതുകൊണ്ട്

$p(1) = 0$ ആയിരിക്കും.

$p(1) = a \times 1^2 + b \times 1 + c = 0$

$a + b + c = 0$

$a + b + c$ യുടെ വില പൂജ്യം ആയിരിക്കും.

9. a. ശിഷ്ടം = 0

b. $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + 2x + k$

$p(x)$ നെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം 10 ആയതുകൊണ്ട് $p(1) = 10$

$\therefore\ p(1) = 0 + 2 \times 1 + k = 10$

$2 + k = 10$

$\therefore\ k = 10 - 2 = 8$

10. a. $p(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 5$

$(x - 1)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആകണമെങ്കിൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കണം.

$p(1) = 1^3 + 2 \times 1^2 + 3 \times 1 + 5$

$= 1 + 2 + 3 + 5$

$= 11 \neq 0$

b. $p(1) \neq 0$ $\therefore\ (x - 1)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം അല്ല.

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. $p(x) = x^2 - 8x + 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
2. a. $p(x) = x^2 + 5x + 7$ നെ $x - 4$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക.

   b. $(x - 4)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
3. $p(x) = x^2 + 7x + k$ യുടെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x + 2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?
4. $p(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 2)$, $(x + 1)$ ഇവയെങ്കിൽ a, b ഇവയുടെ വില കാണുക.
5. $p(x) = x^2 + 6x + 8$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $(x - 2)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആകും?

ങ്ങ

യൂണിറ്റ് 11

സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- മാധ്യം $\Rightarrow \dfrac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$
- മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്
- അളവുകളുടെ എണ്ണം n ആയാൽ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

a. n ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ $\frac{n+1}{2}$ -ാമത്തെ അളവ്

b. n ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ $\frac{n}{2}$-ാമത്തെ അളവും $\left(\frac{n}{2}+1\right)$-ാമത്തെ അളവും.

പ്രവർത്തനം 1

ഒരു ക്ലാസ് ടെസ്റ്റിന് 10 കുട്ടികൾ നേടിയ സ്കോറുകൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. സ്കോറുകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

13, 11, 20, 18, 20, 25, 21, 15, 10, 17

13 + 11 + 20 + 18 + 20 + 25 + 21 + 15 + 10 +17 = $\square$

മാധ്യം = $\dfrac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}} = \dfrac{\square}{\square}$

= 17

പ്രവർത്തനം 2

13 ആളുകളുടെ ഭാരം കിലോഗ്രാമിൽ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഭാരങ്ങളുടെ മധ്യമം കാണുക.

66, 56, 83, 29, 43, 58, 53, 70, 50, 30, 45, 89, 57

അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

29, 30, 43, 45, 50, 53, 56, 57, 58, 66, 70, 83, 89

മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്.

നടുക്കുവരുന്ന അളവ് = □

∴ മധ്യമം = □

പ്രവർത്തനം 3

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുടെ മധ്യമം കാണുക.

5, 7, 9, 5, 5, 9, 4, 6, 3, 5, 4, 5

അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

□, □, □, □, □, □, □, □, □, □, □, □

മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

നടുക്കുവരുന്ന അളവുകൾ = □, □

$$\text{മധ്യമം} = \frac{\square + \square}{2}$$

$$= \square$$

പ്രവർത്തനം 4

ഒരു പ്രദേശത്തെ ആളുകളുടെ മാസവരുമാനം ചുവടെ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാസവരുമാനങ്ങളുടെ മധ്യമം കാണുക.

മാസവരുമാനം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
2500	6
3000	8
3500	12
4000	20
4500	16
5000	6

മാസവരുമാനം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
□	6
3000 വരെ	□
□	26
4000 വരെ	□
□	62
5000 വരെ	□

ആകെ എണ്ണം = ☐

നടുക്ക് വരുന്ന രണ്ട് അളവുകൾ 34-ാമത്തേതും 35-ാമത്തേതും ആണല്ലോ.

27-ാമത്തെ ആൾ മുതൽ 46 -ാമത്തെ ആൾവരെയുള്ളവരുടെ മാസവരുമാനം = ☐

34 -ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = ☐

35-ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = ☐

മധ്യമ മാസവരുമാനം $= \frac{\square + \square}{2}$

$= \square$

പ്രവർത്തനം 5

ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ പ്രായമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മധ്യമപ്രായം കണക്കാക്കുക.

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
35 – 40	5
40 – 45	8
45 – 50	12
50 – 55	11
55 – 60	5
60 – 65	4

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
40 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	13
50 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	36
60 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	45

ആകെ തൊഴിലാളികൾ = ☐

പ്രായത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തൊഴിലാളികളെ നിർത്തിയാൽ നടുക്ക് വരുന്ന ആളുടെ സ്ഥാനം = 23

14-ാമത്തെ തൊഴിലാളി മുതൽ 25 -ാമത്തെ തൊഴിലാളിവരെയുള്ളവരുടെ പ്രായം = ☐ നും ☐ ഇടയിൽ.

14-ാമത്തെ ആൾ മുതൽ 25 -ാമത്തെ ആൾവരെയുള്ളവരുടെ എണ്ണം = ☐

45 മുതൽ 50 വരെയുള്ള 5 യൂണിറ്റിനെ 12 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ അതിൽ ഒരു ഭാഗം $= \frac{5}{12}$

14-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം = 45 നും $45\frac{5}{12}$ നും മധ്യത്ത്.

$$= 45\frac{5}{24}$$

$23 - 14 =$ ☐

23-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം $= \left(45 + \frac{5}{24}\right) + 9 \times \frac{5}{12}$

$$= 45 + \frac{5}{24} + \frac{45}{12}$$

$= 45 +$ ☐

$$= 48 + \frac{23}{24}$$

$\therefore$ മധ്യമ പ്രായം $= 48\frac{23}{24}$

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

   610, 625, 618, 625, 621, 615, 610, 620

2. ഗണിതശാസ്ത്ര പരീക്ഷയിൽ കുറച്ചുകുട്ടികൾ നേടിയ സ്കോറുകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. സ്കോറുകളുടെ മധ്യമം കാണുക.

   66, 33, 56, 20, 13, 56, 53, 70, 50, 30, 56, 45, 56

3. ഒരു പ്രദേശത്തെ കുറച്ചുപേരുടെ ഭാരം കിലോഗ്രാമിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ ഭാരം കാണുക.

66, 56, 83, 29, 43, 58, 53, 70, 50, 30, 45, 89

4. ഒരു തൊഴിൽശാലയിലെ ജോലിക്കാരുടെ ദിവക്കൂലി ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ദിവസക്കൂലിയുടെ മധ്യമം കാണുക.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400	3
500	7
600	8
700	6
800	5

5. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരം സെന്റീമീറ്ററിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ ഉയരം കാണുക.

കുട്ടികളുടെ ഉയരം (cm)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135	5
140	8
145	12
150	11
155	5
160	4

6. ഒരു സ്ഥാപനത്തിൽ പണിയെടുക്കുന്നവരുടെ എണ്ണം പ്രായമനുസരിച്ച് പട്ടികപ്പെടുത്തിയാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. മധ്യമപ്രായം കണക്കാക്കുക.

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
25 - 30	4
30 - 35	12
35 - 40	2
40 - 45	15
45 - 50	20
50 - 55	6

ഉത്തരങ്ങൾ

1. $\text{മാധ്യം} = \dfrac{\text{അളവുകളുടെ ആകെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$

$$= \frac{610+625+618+625+621+615+610+620}{8}$$

$$= \frac{4944}{8} = 618$$

2. അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

13, 20, 30, 33, 45, 50, 53, 56, 56, 56, 56, 66, 70

മധ്യമം = വിലകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

∴ നടുക്കുവരുന്ന അളവ് = 53

മധ്യമം = 53

3. മധ്യമം ⇒ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവുകൾ = 53, 56

∴ മധ്യമഭാരം $= \dfrac{53+56}{2} = 54.5$ kg

4.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400 വരെ	3
500 വരെ	10
600 വരെ	18
700 വരെ	24
800 വരെ	29

ആകെ അളവുകൾ = 29

നടുക്ക് വരുന്ന അളവ് = 15-ാമത്തെ അളവ്

15-ാമത്തെ അളവ് = 600

മധ്യമം = 600

5.

ഉയരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135 വരെ	5
140 വരെ	13
145 വരെ	25
150 വരെ	36
155 വരെ	41
160 വരെ	45

ആകെ അളവുകൾ = 45

നടുക്ക് വരുന്ന അളവ് = 23-ാമത്തെ അളവ്

14-ാം കുട്ടി മുതൽ 25-ാം കുട്ടിവരെയുള്ളവരുടെ ഉയരം = 145

23-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം = 145

മധ്യമ ഉയരം = 145

6.

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
30 നേക്കാൾ കുറവ്	4
35 നേക്കാൾ കുറവ്	16
40 നേക്കാൾ കുറവ്	18
45 നേക്കാൾ കുറവ്	33
50 നേക്കാൾ കുറവ്	53
55 നേക്കാൾ കുറവ്	59

ആകെ തൊഴിലാളികൾ = 59

പ്രായത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തൊഴിലാളികളെ നിർത്തിയാൽ നടുക്കു വരുന്ന ആളിന്റെ സ്ഥാനം = 30

19-ാമത്തെ തൊഴിലാളി മുതൽ 33-ാമത്തെ തൊഴിലാളിവരെയുള്ളവരുടെ പ്രായം = 40 നും 45 നും ഇടയിൽ.

19-ാമത്തെ ആൾ മുതൽ 33-ാമത്തെ ആൾവരെയുള്ളവരുടെ എണ്ണം = 15

40 മുതൽ 45 വരെയുള്ള 5 യൂണിറ്റിനെ 15 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ അതിൽ ഒരു ഭാഗം

$=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

19-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം $=40$ നും $40\frac{1}{3}$ നും മധ്യത്ത് $=40\frac{1}{6}$

$30-19=11$

30-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം $=\left(40+\frac{1}{6}\right)+11\times\frac{1}{3}$

$$=\left(40+\frac{1}{6}\right)+\frac{11}{3}$$

$$=\left(40+\frac{1}{6}\right)+\frac{22}{6}$$

$$= \left(40 + \frac{23}{6}\right)$$

$$= 40 + 3\frac{5}{6}$$

$$= 43\frac{5}{6}$$

കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു തൊഴിൽ ശാലയിൽ ജോലി ചെയ്യുന്ന കുറച്ച് ആളുകൾക്ക് ഒരു ദിവസം കിട്ടുന്ന കൂലിയാണ് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നത്. ദിവസക്കൂലികളുടെ മാധ്യവും, മധ്യമവും കാണുക.
400, 500, 600, 700, 800, 1000

2. ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ ഒരു പ്രദേശത്തെ 30 കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ചിരിക്കുന്നു. മധ്യമ മാസവരുമാനം കാണുക.

മാസവരുമാനം (രൂപ)	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000	4
4500	6
5000	2
5500	3
6000	5
6500	7
7000	3

3. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ ഭാരമനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ഭാരം (കി.ഗ്രാം)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
30 - 35	8
35 - 40	7
40 - 45	12
45 - 50	13
50 - 55	2

ഈ ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ മധ്യമഭാരം കാണുക.

4. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ കണക്കു പരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് അനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെയുള്ളത്.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	2
10 - 20	5
20 - 30	10
30 - 40	6
40 - 50	4
50 - 60	11
60 - 70	5
70 - 80	2

ക്ലാസ്സിലെ മധ്യമ മാർക്ക് കണക്കാക്കുക.

ജ്ഞ

വിലയിരുത്തൽ ചോദ്യങ്ങൾ

ഗണിതം

സമയം : 2½ മണിക്കൂർ

സ്റ്റാൻഡേർഡ് X

സ്കോർ : 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

(1) ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ചു മനസിലാക്കിയതിനു ശേഷം ഉത്തരം എഴുതുക.

(2) ഉത്തരങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകുക.

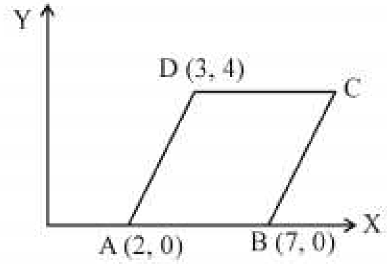
(3) രണ്ട് ചോദ്യങ്ങൾക്കിടയിൽ 'അല്ലെങ്കിൽ' എന്നെഴുതിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒന്നിനു മാത്രം ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.

(4) ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയം (Cool off time)ആണ്. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കുക.

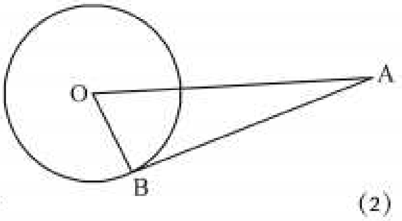
(5) ചോദ്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ $\sqrt{2}, \pi$ മുതലായ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശവില നൽകി ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക? ഈ ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദം എത്ര? (2)

2. ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക. (2)



3. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് AB.



(a) $\angle ABO$ യുടെ അളവെന്ത്?

(b) $\angle AOB = 80^{\circ}$ ആയാൽ $\angle A$ യുടെ അളവെത്ര? (2)

4. $P(-1) = 0, P(2) = 0$ ആകുന്ന ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക. (2)

5. ഒരു കണക്ക് പരീക്ഷയ്ക്ക് കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാധ്യവും മധ്യമവും കാണുക.

56 36 47 72 80 34 45 30 65

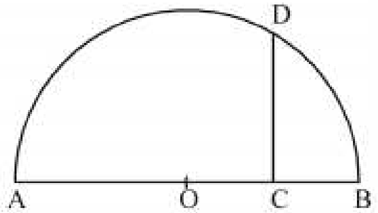
57 80 69 43 54 72 (2)

6. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n^2 + 5n$ ആകുന്നു.

(a) ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക. (3)

(b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

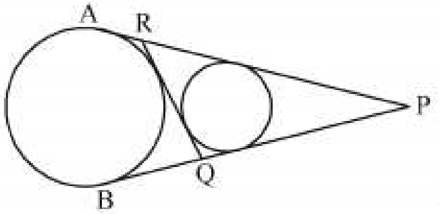
7. ചിത്രത്തിൽ AB അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും CD അതിനു ലംബവുമാണ്. AC =12 സെ.മി., CD=6 സെ. മീ.



ആയാൽ BC എത്ര? അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര? (3)

8. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 1 സെ.മി കൂടുതലാണ് അതിനു ലംബമായ വശം. ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 9 സെ.മി കൂടുതലാണ് കർണം. വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തൊക്കെയാണ്? (3)

9. തികോണം PQR ൽ PR=8 സെ.മീ PQ=7 സെ.മീ., QR= 6 സെ.മീ ആകുന്നു. PA, BQ ഇവ കാണുക?



(3)

10. ആരം 8 സെ.മീ. ആയ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 35^0 ആണ്. ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

[Sin 35^0 = 0.57, Cos 35^0 = 0.82, Tan 35 = 0.7] (3)

11. ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 108π ച.സെ.മീ. ആയാൽ അതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം ഇരട്ടിയാക്കുമ്പോഴാണോ ഉയരം ഇരട്ടിയാക്കുമ്പോഴാണോ കൂടുതൽ വ്യാപ്തം ലഭിക്കുന്നത്? ഈ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അനുബന്ധം എഴുതുക. (4)

12. 300 നും 700 നും ഇടയിൽ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക. (4)

13. പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ.മി.ഉം രണ്ട് കോണുകൾ 40^0 യും 60^0 യുമായ ത്രികോണം വരച്ച് വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (4)

14. 10A ക്ലാസ്സിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും, 25 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. 10B ക്ലാസ്സിൽ 20 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. ഗണിത ശാസ്ത്രമേളയിൽ പങ്കെടുക്കുന്നതിന് ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ വീതം തെരഞ്ഞെടുക്കണം.

(a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

(b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

(c) ഒരാൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? (4)

15. ഒരു സ്കൂൾ അസംബ്ലിയിൽ ഓരോ വരിയിലും നിൽക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം തുല്യമാണ്. ആകെ വരികളുടെ എണ്ണം ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഇരട്ടിയേ

ക്കാൾ 4 കുറവാണ്. ആകെ 1680 കുട്ടികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം എത്ര? ആകെ വരികൾ എത്ര? (4)

16. (2,3), (7,4), (3,8) എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക? (4)

17. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 6 സെ.മി., 8 സെ.മി ഉം അവ ചേരുന്ന കോൺ 70^0യും ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക?

അല്ലെങ്കിൽ

6 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായതും ഒരു വശം 7 സെ.മി. ഉം ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. (4)

18. A(2,1), B(5,3), C(8,7), D (4,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ മൂലകളാണ്. AC, BD എന്നീ വരകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ത്രികോണം ABC യുടെ മൂലകളാണ് A(3,5), B (9,3) C (10,6) എന്നിവ

(a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) AB വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

(c) $\angle ACB$ 90^0 ൽ കൂടുതലാണോ? സമർത്ഥിക്കുക. (4)

19. $3x^3 - 2x^2 + x + 4$ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ തുക $x^2 - 4$ ഘടകമായ ബഹുപദമായി മാറും (4)

20. ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസ വേതനം പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ വേതനം കണക്കാക്കുക.

ദിവസവേതനം (രൂപ)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	5	8	12	11	5	4

(4)

21. ഒരു നദിയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറു തീരത്ത് നിന്ന് ഒരാൾ 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ 50 മീറ്റർ പിന്നിലേക്ക് നീങ്ങി നിന്ന് നോക്കിയപ്പോൾ 30^0 മേൽക്കോണിലാണ് മരത്തിന്റെ അഗ്രം കാണുന്നത്. ആളിന്റെ ഉയരം 1.75 മീറ്റർ ആയാൽ

(a) ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ എഴുതുക.

(b) മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.

(c) പുഴയുടെ വീതി കാണുക

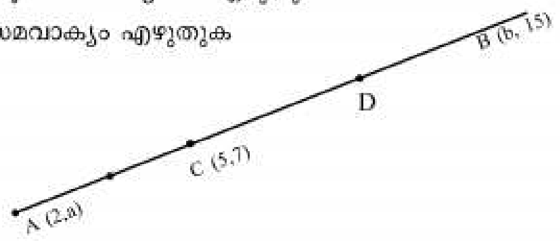
($\tan 60^0 = 1.73$ $\tan 30^0 = 0.58$) (5)

22. ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വരയെ C,D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. A (2, a) B (b, 15) എന്നിവയും C (5, 7)ഉം ആയാൽ

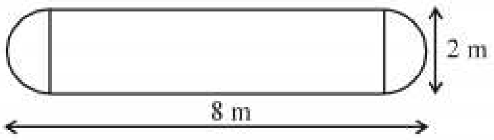
(a) a, b ഇവ കാണുക

(b) D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

(c) വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക (5)



23. സിലിണ്ടറിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും അതേ ആരമുള്ള അർധഗോളം ഘടിപ്പിച്ച ആകൃതിയാണ് ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിനുള്ളത്. പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും.



അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജ ത്രികോണങ്ങളായാൽ അതിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം, ചരിവുയരം, ഉയരം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുക. (5)

ഓം

വിലയിരുത്തൽ ചോദ്യങ്ങൾ

ഗണിതം

സമയം : 2½ മണിക്കൂർ

സ്റ്റാൻഡേർഡ് X സ്കോർ : 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

(1) ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ചു മനസിലാക്കിയതിനു ശേഷം ഉത്തരം എഴുതുക.

(2) ഉത്തരങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകുക.

(3) രണ്ട് ചോദ്യങ്ങൾക്കിടയിൽ 'അല്ലെങ്കിൽ' എന്നെഴുതിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒന്നിനു മാത്രം ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.

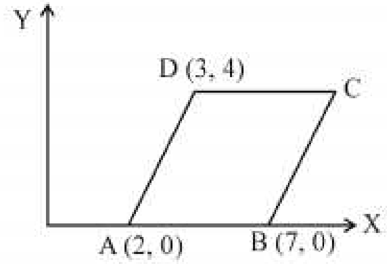
(4) ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയം (Cool off time)ആണ്. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കുക.

(5) ചോദ്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ $\sqrt{2}, \pi$ മുതലായ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശവില നൽകി ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

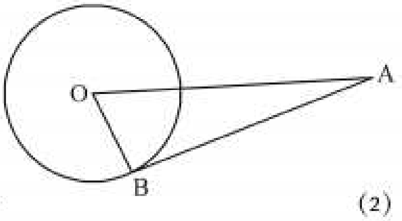
---

1. പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക? ഈ ശ്രേണിയുടെ 15–ാം പദം എത്ര? (2)

2. ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക. (2)



3. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് AB.



(a) $\angle ABO$ യുടെ അളവെന്ത്?

(b) $\angle AOB = 80^0$ ആയാൽ $\angle A$ യുടെ അളവെത്ര? (2)

4. $P(-1) = 0, P(2) = 0$ ആകുന്ന ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക. (2)

5. ഒരു കണക്ക് പരീക്ഷയ്ക്ക് കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മാധ്യവും മധ്യമവും കാണുക.

56 36 47 72 80 34 45 30 65

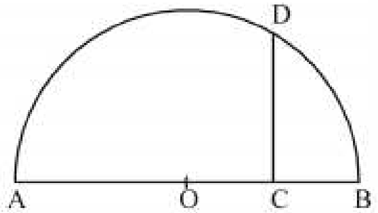
57 80 69 43 54 72 (2)

6. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n^2 + 5n$ ആകുന്നു.

(a) ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക. (3)

(b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

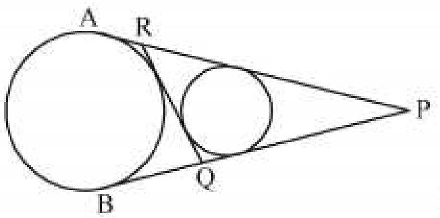
7. ചിത്രത്തിൽ AB അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും CD അതിനു ലംബവുമാണ്. AC =12 സെ.മി., CD=6 സെ. മീ.



ആയാൽ BC എത്ര? അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര? (3)

8. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 1 സെ.മി കൂടുതലാണ് അതിനു ലംബമായ വശം. ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 9 സെ.മി കൂടുതലാണ് കർണം. വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തൊക്കെയാണ്? (3)

9. തികോണം PQR ൽ PR=8 സെ.മീ PQ=7 സെ.മീ., QR= 6 സെ.മീ ആകുന്നു. PA, BQ ഇവ കാണുക?



(3)

10. ആരം 8 സെ.മീ. ആയ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 35^0 ആണ്. ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

[$\sin 35^0 = 0.57$, $\cos 35^0 = 0.82$, $\tan 35 = 0.7$] (3)

11. ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 108π ച.സെ.മീ. ആയാൽ അതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ആരം ഇരട്ടിയാക്കുമ്പോഴാണോ ഉയരം ഇരട്ടിയാക്കുമ്പോഴാണോ കൂടുതൽ വ്യാപ്തം ലഭിക്കുന്നത്? ഈ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അനുബന്ധം എഴുതുക. (4)

12. 300 നും 700 നും ഇടയിൽ 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക. (4)

13. പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ.മി.ഉം രണ്ട് കോണുകൾ 40^0 യും 60^0 യുമായ ത്രികോണം വരച്ച് വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (4)

14. 10A ക്ലാസ്സിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും, 25 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. 10B ക്ലാസ്സിൽ 20 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. ഗണിത ശാസ്ത്രമേളയിൽ പങ്കെടുക്കുന്നതിന് ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ വീതം തെരഞ്ഞെടുക്കണം.

(a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

(b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

(c) ഒരാൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? (4)

15. ഒരു സ്കൂൾ അസംബ്ലിയിൽ ഓരോ വരിയിലും നിൽക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം തുല്യമാണ്. ആകെ വരികളുടെ എണ്ണം ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഇരട്ടിയേ

ക്കാൾ 4 കുറവാണ്. ആകെ 1680 കുട്ടികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം എത്ര? ആകെ വരികൾ എത്ര? (4)

16. (2,3), (7,4), (3,8) എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക? (4)

17. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ., 8 സെ.മി ഉം അവ ചേരുന്ന കോൺ 70^0യും ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക?

അല്ലെങ്കിൽ

6 സെ.മി വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായതും ഒരു വശം 7 സെ.മി. ഉം ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. (4)

18. A(2,1), B(5,3), C(8,7), D (4,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ മൂലകളാണ്. AC, BD എന്നീ വരകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ത്രികോണം ABC യുടെ മൂലകളാണ് A(3,5), B (9,3) C (10,6) എന്നിവ

(a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) AB വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

(c) $\angle ACB$ 90^0 ൽ കൂടുതലാണോ? സമർത്ഥിക്കുക. (4)

19. $3x^3 - 2x^2 + x + 4$ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ തുക $x^2 - 4$ ഘടകമായ ബഹുപദമായി മാറും (4)

20. ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസ വേതനം പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ വേതനം കണക്കാക്കുക.

ദിവസവേതനം (രൂപ)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	5	8	12	11	5	4

(4)

21. ഒരു നദിയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറു തീരത്ത് നിന്ന് ഒരാൾ 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ 50 മീറ്റർ പിന്നിലേക്ക് നീങ്ങി നിന്ന് നോക്കിയപ്പോൾ 30^0 മേൽക്കോണിലാണ് മരത്തിന്റെ അഗ്രം കാണുന്നത്. ആളിന്റെ ഉയരം 1.75 മീറ്റർ ആയാൽ

(a) ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ എഴുതുക.

(b) മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.

(c) പുഴയുടെ വീതി കാണുക

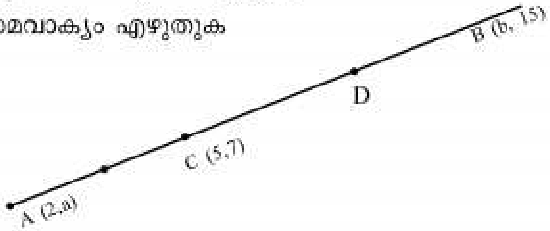
($\tan 60^0 = 1.73$ $\tan 30^0 = 0.58$) (5)

22. ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വരയെ C,D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. A (2, a) B (b, 15) എന്നിവയും C (5, 7)ഉം ആയാൽ

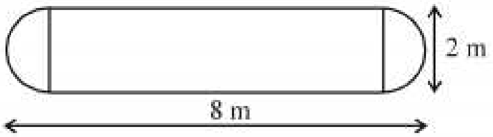
(a) a, b ഇവ കാണുക

(b) D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക

(c) വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക (5)



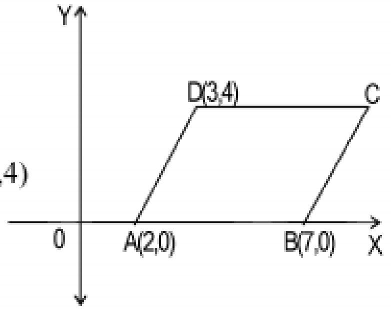
23. സിലിണ്ടറിന്റെ രണ്ടഗ്രങ്ങളിലും അതേ ആരമുള്ള അർധഗോളം ഘടിപ്പിച്ച ആകൃതിയാണ് ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിനുള്ളത്. പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും.

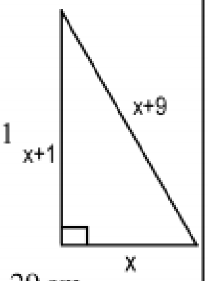


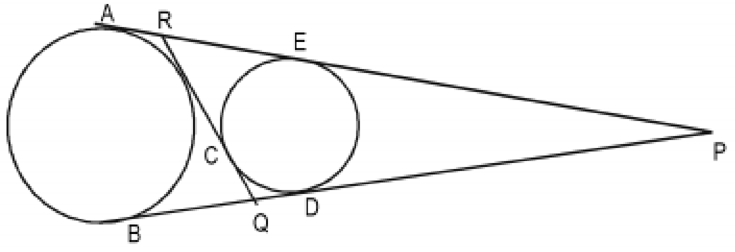
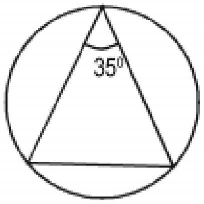
അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജ ത്രികോണങ്ങളായാൽ അതിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം, ചരിവുയരം, ഉയരം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുക. (5)

ശുഭം

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരങ്ങൾ	സ്കോർ	
1.	3, 6, 9, ...	1	
	15-ാം പദം = 15 × 3 = 45	1	2
	Or		
	1, 4, 7, ...	1	
	15-ാം പദം = f + 14 d = 1 + 14 × 3		
	= 1 + 42 = 43	1	
2.	C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ		
	= 7 + (3 – 2) = 8	1	
	C യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = 4		
	Cയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = (8,4)	1	2
			
3.	(a) $\angle ABO = 90^0$	1	
	(b) $\angle A = 90 - 80 = 10^0$	1	2
4.	P(-1) = 0, x + 1 ഒരു ഘടകം		
	P(2) = 0, (x–2) ഒരു ഘടകം	1	
	രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം (x+1) (x–2)		
	$= x^2 - x - 2$	1	2
5.	മാധ്യം = $\frac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{എണ്ണം}}$		
	$\frac{840}{15} = 56$	1	
	മധ്യമം = മാർക്കുകൾ ആരോഹണ ക്രമത്തിലോ അവരോഹണ ക്രമത്തിലോ എഴുതുമ്പോൾ മധ്യത്തു വരുന്ന സംഖ്യ	1	2
	= 56		

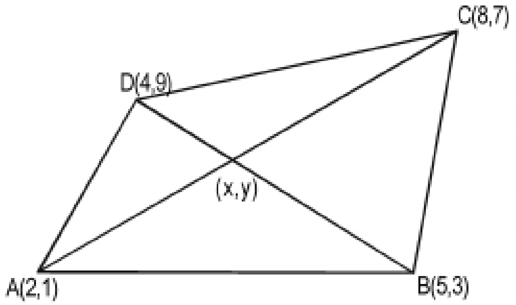
6.	(a) ആദ്യപദം $= 4 + 5$	1	
	$= 9$		
	പൊതുവ്യത്യാസം $= 2 \times 4$		
	$= 8$	1	
	(b) ബീജഗണിതരൂപം $= dn + (f-d)$	1	
	$= 8n + (9-8)$		
	$= 8n + 1$		3
7.	$AC \times BC = CD^2$		
	$12 \times BC = 36$		
	$BC = \frac{36}{12}$	1	
	$= 3$		
	$AB = AC + BC$		
	$= 12 + 3$	1	
	$= 15$		3
	ആരം $= \frac{15}{2}$	1	
	$= 7.5$ cm		
8.	ഏറ്റവും ചെറിയ വശം x എന്നിരിക്കട്ടെ. 		
	$(x+9)^2 = x^2 + (x+1)^2$	1	
	$x^2 + 18x + 81 = x^2 + x^2 + 2x + 1$		
	$x^2 - 16x - 80 = 0$	1	3
	$x = 20$		
	വശങ്ങൾ = 20 cm, 21 cm, 29 cm	1	

9.			
	ബാഹ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകൾ		
	തുല്യമായതിനാൽ PA = PB	1	
	ΔPQRന്റെ ചുറ്റളവ് $= PA + PB$		
	ie., $PA + PB = 8 + 7 + 6$		
	$= 21$	1	
	$PA = PB = \frac{21}{2}$		
	$= 10.5$ cm		
	$BQ = PB - PQ$		
	$= 10.5 - 7$	1	
	$= 3.5$ cm		
10.			
	ഞാണിന്റെ നീളം $= 2r \sin \frac{c}{2}$	1	3
	$= 2 \times 8 \times \sin 35$	1	
	$= 16 \times 0.57 = 9.12$ cm		

11.	r, ആരമുള്ള അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 3\pi r^2$ $3\pi r^2 = 108\ \pi$ $r^2 = \frac{108}{3} = 36$ $r = \sqrt{36} = 6cm$ $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ $= \frac{2}{3}\times\pi\times6\times6\times6$ $= 144\ \pi\ cm^3$ അല്ലെങ്കിൽ r, ആരമായ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ആരം ഇരട്ടിയായാൽ വ്യാപ്തം= $\frac{1}{3}\times\pi\times(2r)^2 h$ $= 4\times\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ഉയരം ഇരട്ടിയായാൽ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2(2h)$ $= 2\times\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ആരം ഇരട്ടിയാകുമ്പോഴാണ് വ്യാപ്തം കൂടുതൽ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2:1	1 1 2 1 1 1 1	4 4

12.	ആദ്യപദം = 301, അവസാനപദം = 697	1	
	എണ്ണം = $\frac{697-301}{6}+1=67$	1	
	തുക = $\frac{n}{2}\left(x_n+x_1\right)=\frac{67}{2}\times(301+697)$	2	
	= 33433		4
13.	വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്	1	
	കേന്ദ്രകോണുകൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞ് 3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.	1	
	ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു.	1	
	വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുന്നു.	1	4
14.	(a) ആകെ കുട്ടികളുടെ ജോടികൾ		
	= 40×40		
	= 1600	1	
	രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ		
	= 25×20		
	= 500	1	
	രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത		
	= $\frac{500}{1600}=\frac{5}{16}$		
	(b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ		
	= 15×20		
	= 300	1	
	രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത		
	= $\frac{300}{1600}=\frac{3}{16}$	1	

	(c) ഒരാൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകുന്ന ജോടികൾ $= 1600 - 800$ $= 800$ ഒരാൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{800}{1600} = \frac{1}{2}$		
15.	ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം = x ആയാൽ ആകെ വരികളുടെ എണ്ണം $= 2x - 4$ $x(2x-4) = 1680$ $2x^2 - 4x = 1680$ $x^2 - 2x = 840$ $(x-1)^2 = 841$ $x-1 = 29$ $x = 30$ ഒരു വരിയിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം $= 30$ ആകെ വരികളുടെ എണ്ണം $= 2\times 30 - 4$ $= 56$	1 1 1 1	4
16.	(2,3), (7,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{1}{5}$ (7,4), (3,8) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{4}{-4} = -1$ ചരിവുകൾ തുല്യമല്ലാത്തതിനാൽ ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലല്ല. ഇവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാകും.	 1 1 1 1	4

17.	ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു	1	
	രണ്ട് കോണുകളുടെ സമഭാജി വരച്ച് കേന്ദ്രം കണ്ടെത്തുന്നു	1	
	ആരം കണ്ടെത്തി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു	1	4
	ആരം അളന്നെഴുതുന്നു	1	
	അല്ലെങ്കിൽ		
	വൃത്തവും 6cm നീളമുള്ള തൊടുവരയും വരയ്ക്കുന്നു	1	
	7 cm നീളത്തിൽ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു	1	
		1	4
	ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുന്നു	1	
	ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു		
18.			
	AC എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം, $\frac{x-2}{8-2} = \frac{y-1}{7-1}$		
	ie., $x - y - 1 = 0$ ..... (1)	1	4
	BD എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം, $\frac{x-5}{4-5} = \frac{y-3}{9-3}$		
	ie., $6x + y - 33 = 0$ ..... (2)	1	
	$x = \frac{34}{7}, y = \frac{27}{7}$		
	കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു $= (x,y)$	1	
	$= \left(\frac{34}{7}, \frac{27}{7}\right)$		

	Or		
	(a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദു $= \left(\frac{3+9}{2}, \frac{5+3}{2}\right)$	1	
	$= (6,4)$		
	ie., കേന്ദ്രം $= (6,4)$		
	ആരം $= \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$	1	
	വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 10$	1	
	$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 42 = 0$	1	
	കേന്ദ്രവും C യും തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{20}$		
	ഈ അകലം ആരത്തേക്കാൾ കൂടുതലായതിനാൽ C എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ്.	1	4
	$\angle ACB < 90^0$		
19.	$3x^3 - 2x^2 + x + 4 + ax + b$	1	
	$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + (a+1)x + b + 4$		
	$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$	1	
	$P(2) = 0$ ആയാൽ		
	$2a + b + 22 = 0$		
	$P(-2) = 0$ ആയാൽ		
	$-2a + b - 30 = 0$	1	
	$a = -13$		
	$b = 4$		4
	കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി		
	ബഹുപദം $= -13x+4$	1	

20.

ദിവസവേതനം (രൂപ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
150 - ൽ താഴെ	5
200 - ൽ താഴെ	13
250 - ൽ താഴെ	25
300 - ൽ താഴെ	36
350 - ൽ താഴെ	41
400 - ൽ താഴെ	45

1

തൊഴിലാളികളെ ദിവസവേതനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ 23-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയാണ് മധ്യത്ത് വരുന്നത്.

23-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനമാണ് മധ്യമം.

200 നും 250നും ഇടയിലുള്ള 50 യൂണിറ്റിനെ 12 ഉപവിഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ

10-ാമത്തെ ഉപവിഭാഗത്തിലാണ് 23-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം. 1

ഒന്നാമത്തെ ഉപവിഭാഗം = 200 മുതൽ $\left(200+\frac{50}{12}\right)$ വരെ

14-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം

= 200 നും $\left(200+\frac{50}{12}\right)$ നും മധ്യത്ത്

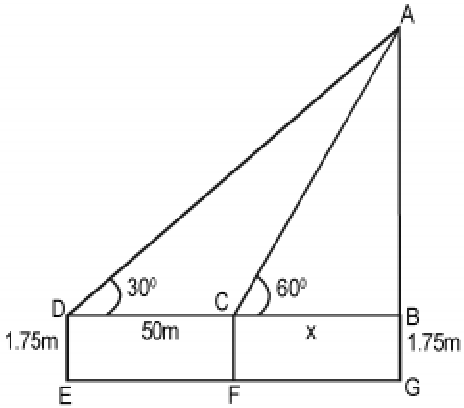
$$= 200 + \frac{1}{2}\times\frac{50}{12}$$

$$= 200 + \frac{25}{12}$$ 1

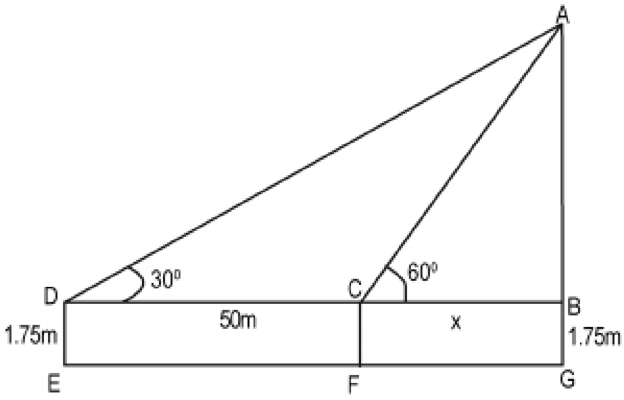
23-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം

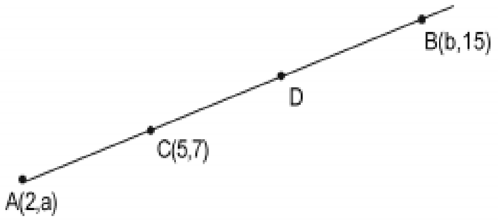
= 14-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം $+ 9\times\frac{50}{12}$

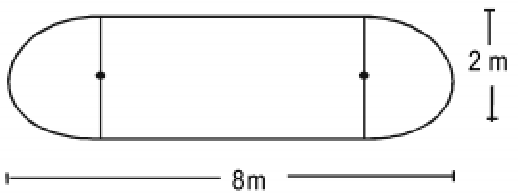
	$= \left(200+\frac{25}{12}\right)+9\times\frac{50}{12}$		
	$= 200 + \frac{475}{12}$		
	$= 200 + 39.58$		
	$= 239.58$	1	4
	മധ്യമവേതനം = 240 രൂപ		
21.			

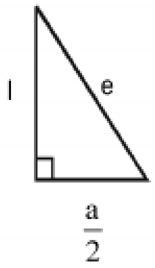


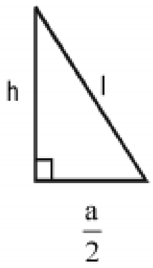
	പുഴയുടെ വീതി = x ആയാൽ		
	$\tan 60 = \frac{AB}{x}$	1	
	$1.73 = \frac{AB}{x}$		
	$AB = 1.73\,x$	1	
	$\tan 30 = \frac{AB}{BD}$		
	$0.58 = \frac{AB}{50+x}$		5
	$AB = 0.58\,(50+x)$		
	$1.73\,x = 0.58\,(50+x)$	1	
	$1.73x - 0.58\,x = 0.58 \times 50$		
	$1.15\,x = 29$		

	$x = \frac{29}{1.15} = 25.2$		
	പുഴയുടെ വീതി = 25.2 m		
	$AB = 1.73 \times 25.2 = 43.596m$	1	
	മരത്തിന്റെ ഉയരം = 43.596 + 1.75		
	= 45.35 m	1	
	മറ്റൊരു രീതി		
			
	പുഴയുടെ വീതി = x ആയാൽ		
	$x = \frac{50 \times \tan 30}{\tan 60 - \tan 30}$	1	
	$= \frac{50 \times 0.58}{1.73 - 0.58}$		5
	= 25.2		
	പുഴയുടെ വീതി = 25.2 m	1	
	$AB = \frac{50 \times \tan 30 \times \tan 60}{\tan 60 - \tan 30}$		
	$= 25.2 \times \tan 60$	1	
	$= 25.2 \times 1.73$		
	= 43.596		
	മരത്തിന്റെ ഉയരം = 43.596 + 1.75		
	= 45.35 m	1	

22.			
	(a) P =1, w = 1 + 2 = 3		
	$2 + \frac{1}{3}(b-2) = 5$		
	$\frac{1}{3}(b-2) = 3$		
	$b - 2 = 9$		
	$b = 11$	1	
	$a + \frac{1}{3}(15-a) = 7$		
	$2a + 15 = 21$		
	$2a = 6$	1	
	$a = 3$		
	(b) BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D		
	D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$		
	$= \left(\frac{5+11}{2}, \frac{7+15}{2}\right)$	1	5
	$= (8, 11)$		
	(c) AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{15-3}{11-2}$		
	$= \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$	1	

	വരയുടെ സമവാക്യം $y-3 = \frac{4}{3}(x-2)$ $3y-9 = 4x-8$ $4x-3y+1 = 0$	1	
23.			
	പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം = വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + 2 അർധഗോളങ്ങളുടെ വ്യാപ്തം വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$	1	
	$= \pi \times 1^2 \times 6$ $= 6\pi m^3$		
	അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi r^3$ $= \frac{2}{3}\pi \times 1^3$ $= \frac{2}{3}\pi$	1	5
	പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം $= 6\pi + 2\times\frac{2}{3}\pi$ $= 6\pi + \frac{4}{3}\pi$		

	$= \frac{22\pi}{3} m^3$ $= \frac{22}{3} \times 3.14$ $= 23.0266\, m^3$ $= 23.0266 \times 1000$ ലിറ്റർ $= 23026.6$ ലിറ്റർ OR	 2 1	
23.	പാദവക്ക് = a പാർശ്വവക്ക് = e ചരിവുയരം = l പാർശ്വമുഖങ്ങൾ എല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ആയതുകൊണ്ട് a=e ആയിരിക്കും.  ചരിവുയരം $= \sqrt{e^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ $= \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}$ $= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}\, a}{2}$	 1 1	



ഉയരം $= \sqrt{l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2}{4}}$

$h = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ 1

പാദവക്ക് : ചരിവുയരം : ഉയരം

$= a : l : h$

$= a : \frac{\sqrt{3}}{2}a : \frac{\sqrt{2}}{2}a$ 1

$= 2 : \sqrt{3} : \sqrt{2}$ 1

പാദവക്ക്, ചരിവ് ഉയരം, ഇവ തമ്മിലുള്ള

അംശബന്ധം $= 2 : \sqrt{3} : \sqrt{2}$