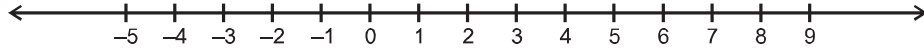


अध्याय—1

संख्या पद्धति

महत्वपूर्ण बिंदु



- 1, 2, 3,.....प्राकृत संख्याएँ है, जिन्हें N से प्रदर्शित करते हैं।
- 0, 1, 2, 3 पूर्ण संख्याएँ हैं, जिन्हें W से प्रदर्शित करते हैं।
--3,-2, -1, 0, 1, 2, 3,.....पूर्णांक हैं, जिन्हें Z या I से प्रदर्शित करते हैं।
- एक संख्या को परिमेय संख्या कहते हैं, यदि—
(a) उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णांक है तथा $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है जैसे ($\frac{2}{5} = 0.4$)

या

- (c) उसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) है, जैसे—
($0.\overline{1234} = 0.1\overset{1}{2}\overset{2}{3}\overset{3}{4} = 0.1234234.....$)

- किसी संख्या को अपरिमेय संख्या कहते हैं, यदि
(a) उस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.

या

- (b) उसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है : जैसे ($0.1010010001.....$)

- सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।
- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- संख्या रेखा पर किसी भी बिन्दु को एक अद्वितीय वास्तविक संख्या से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् संख्या रेखा के प्रत्येक बिंदु के संगत एक वास्तविक संख्या होती है। साथ ही, प्रत्येक वास्तविक संख्या के संगत संख्या रेखा पर एक बिंदु होता है।
- हर के परिमेयीकरण का तात्पर्य है कि अपरिमेय हर को परिमेय के रूप में बदलना।

- $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ के हर के परिमेयीकरण के लिए हम इसे $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}}$, से गुणा करते हैं जहाँ a तथा b पूर्णांक हैं।
- घातांक के नियम:— यदि $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है तथा m व n परिमेय संख्याएँ हैं, तब

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3) $(a^m)^n = a^{mn}$	4) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$
5) $a^0 = 1$	6) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- वास्तविक धनात्मक संख्याओं a तथा b के लिए निम्न सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं।

1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	2. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
3. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$	4. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
5. $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$	

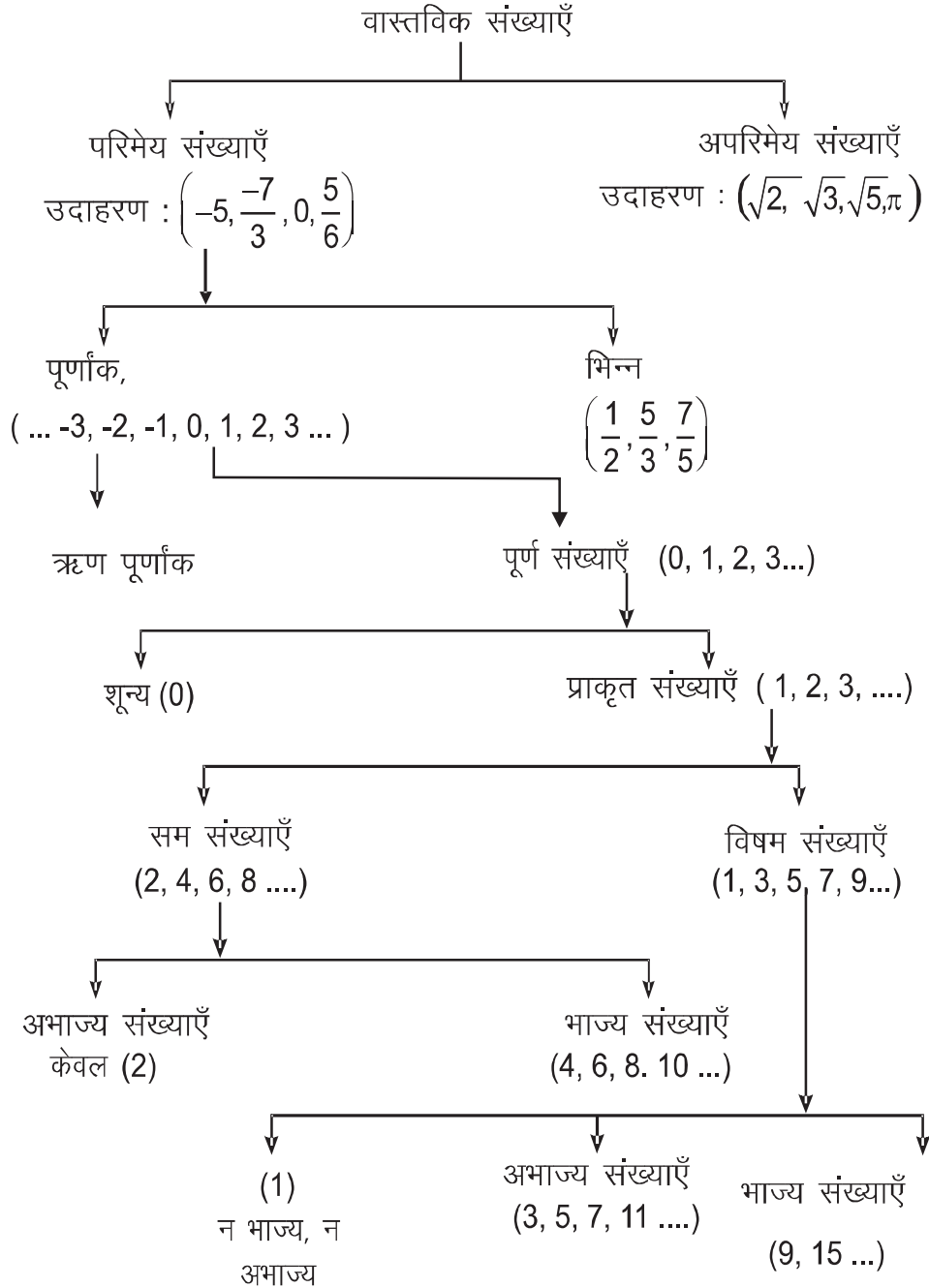
सभी प्राकृत संख्याएँ, पूर्ण संख्याएँ, और पूर्णांक परिमेय संख्या होते हैं।

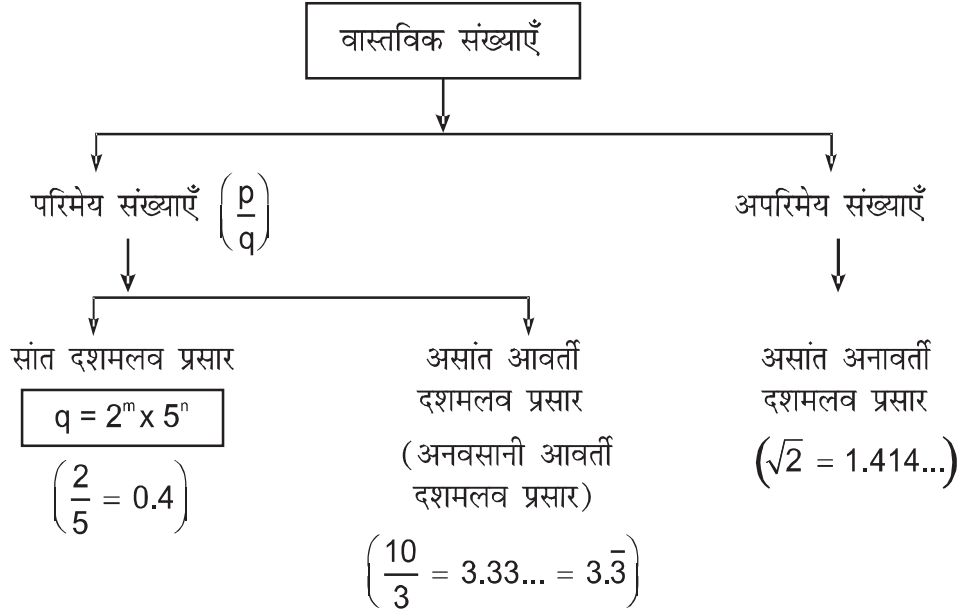
अभाज्य संख्या: सभी प्राकृत संख्याएँ जिनके केवल दो गुणनखण्ड '1 और स्वयं' होते हैं, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23।

भाज्य संख्याएँ: प्राकृत संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणनखण्ड होते हैं, भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 8, 9, 12,

1 न तो अभाज्य है न ही भाज्य संख्या।

• संख्याओं के प्रकार





खण्ड (अ)

1. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में प्रदर्शित कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$
2. $\frac{17}{8}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{2}{7}$, तथा $\frac{50}{3}$ का दशमलव प्रसार ज्ञात कीजिए।
3. $\frac{2}{9}$ तथा $\frac{3}{7}$ के बीच चार परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
4. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ को दशमलव के तीन स्थानों तक दशमलव रूप में लिखिए।
5. $\sqrt{23}$ तथा $\sqrt{24}$ के बीच में दो अपरिमेय संख्याएँ लिखिए।
6. 2 तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक अपरिमेय तथा एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
7. दो संख्याएँ लिखिए, जिनका दशमलव प्रसार सात दशमलव है।
8. $\frac{5}{7}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के आवर्ती खंड में अंकों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?
9. ऐसी दो संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हो।
10. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान ज्ञात कीजिए।
11. 2016 तथा 2017 के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

खण्ड (ब)

12. संख्या रेखा पर $-\frac{7}{5}$ को प्रदर्शित कीजिए।
13. निम्न को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।

i) $\sqrt{5}$ ii) $\sqrt{13}$ iii) $\sqrt{9.3}$ iv) $\sqrt{2}$

14. $3 + \sqrt{2.6}$ को संख्या रेखा पर प्रदर्शित कीजिए।

15. $\frac{2}{3}$ तथा $\frac{3}{2}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

16. सरल कीजिए: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$

17. $[1^3 + 2^3 + 3^3 + 8^2]^{-5/2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

18. x का मान बताइए, यदि $x^{1/2} = (36)^{0.5}$

19. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि $(\sqrt{3})^x = 3^7$

20. यदि $2^{5x} \div 2^x = \sqrt[5]{32}$. तो x का मान बताइए।

21. मान ज्ञात कीजिए : $a^{x-y} \cdot a^{y-z} \cdot a^{z-x}$.

22. सरल कीजिए : $12^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}}$.

23. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं में किसका सांत दशमलव प्रसार होगा या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) दशमलव प्रसार होगा?

(i) $\frac{135}{50}$ (ii) $\frac{4}{11}$ (iii) $\frac{8}{7}$ (iv) $6\frac{3}{8}$

(v) $\frac{55}{9}$ (vi) $\frac{5^2 \times 3^3}{2 \times 5^3 \times 27}$ (vii) $\frac{51}{60}$.

24. नीचे दी गई संख्याओं का वर्गीकरण सांत दशमलव या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) या असांत अनावर्ती दशमलव के रूप में कीजिए।

(i) 0.1666... (ii) 0.250 (iii) 1.01001000100001....

- (iv) 0.27696 (v) 2.142857142857... (vi) $0.\overline{3}$
 (vii) $0.\overline{2359872785}$... (viii) $0.\overline{484848848}$... (ix) 2.502500250002 ...
 (x) $4.\overline{123456789}$

दी गई संख्याओं को परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के रूप में भी निरूपित कीजिए।

25. दी गई संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।

(i) $\sqrt{27}$ (ii) $\sqrt{36}$ (iii) $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$ (iv) $2\sqrt{3}$

(v) $\frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{343}}$ (vi) $2 + \sqrt{21}$ (vii) $5 + 2\sqrt{23} - (\sqrt{25} + \sqrt{92})$

(viii) $\frac{22}{7}$ (ix) π (x) $\sqrt[3]{27}$

26. दी गई संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए। जहाँ p तथा q पूर्णांक है और $q \neq 0$.

(i) 0.0875 (ii) 2.123456789

(iii) $0.181818\dots$ (iv) $0.4\overline{37}$

(v) $3.65\overline{1}$

27. निर्देशानुसार कीजिए :

(i) जोड़िए : $\sqrt{125} + 2\sqrt{27}$ तथा $-5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(ii) जोड़िए : $\sqrt{7} - \sqrt{11}$ तथा $\sqrt{5} - \sqrt{11} + \sqrt{13}$

(iii) गुणा कीजिए: $2\sqrt{2}$ को $5\sqrt{2}$ से

(iv) गुणा कीजिए: $(-3 + \sqrt{5})$ को 3 से

(v) भाग दीजिए : $7\sqrt{5}$ को $-14\sqrt{125}$

(vi) भाग दीजिए: $2\sqrt{216} - 3\sqrt{27}$ को 3 से

खण्ड-स

28. सरल कीजिए:
- (i) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$ (ii) $(2\sqrt{8} - 3\sqrt{2})^2$
 (iii) $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$ (iv) $(6 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$
29. मान ज्ञात कीजिए:
- (i) $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$ (ii) $\left[\left(64^{\frac{1}{2}} \right)^6 \right]^2$
30. a का मान ज्ञात कीजिए यदि $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$.
31. सरल कीजिए: $\left[5(8^{1/3} + 27^{1/3})^3 \right]^{1/4}$
32. सरल कीजिए: $\frac{(25)^{3/2} \times (243)^{3/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}}$
33. यदि $5^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$, हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

भाग (द)

34. $0.6 + 0.\bar{7} + 0.4\bar{7}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.
35. हर का परिमेयीकरण कीजिए : $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}$
36. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए : $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$
37. यदि $x = (3 - 2\sqrt{2})$, तो दर्शाइए कि $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \pm 2$
38. यदि $xyz = 1$, तो सरल कीजिए :
 $(1 + x + y^{-1})^{-1} \times (1 + y + z^{-1})^{-1} \times (1 + z + x^{-1})^{-1}$
39. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि
- (i) $25^{2x-3} = 5^{2x+3}$
 (ii) $(4)^{2x-1} - (16)^{x-1} = 384$
40. मान ज्ञात कीजिए: $\frac{64^{\frac{6}{a}}}{4^a} \times \frac{2^{2a+1}}{2^{a-1}}$

41. सरल कीजिए: $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+x^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c}+x^{b-c}}$
42. सरल कीजिए: $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$
43. दर्शाइए: $\frac{1}{(3-\sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5}-2)} = 5$
44. यदि $a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ and $b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$, तो $a^2 + b^2 + ab$ का मान ज्ञात कीजिए :
45. सरल कीजिए: $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$
46. यदि $x = 9 - 4\sqrt{5}$, हो तो ज्ञात कीजिए :
- i) $x + \frac{1}{x}$ ii) $x - \frac{1}{x}$ iii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ iv) $x^2 - \frac{1}{x^2}$
- v) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ vi) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ vii) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ viii) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$
- ix) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ x) $x^6 + \frac{1}{x^6}$ xi) $x + \frac{14}{x}$
47. यदि $a = 1 + \sqrt{7}$ है तो, $\frac{-6}{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।
48. यदि $p = 5 - 2\sqrt{6}$ है, तो $p^2 + \frac{1}{p^2}$ ज्ञात कीजिए।
49. $0.\overline{3178}$ को p/q के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ हैं।
50. यदि $\sqrt{2} = 1.414$ है $\sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{72} + \sqrt{98}$ तो का मान ज्ञात कीजिए।
51. निम्न का मान ज्ञात कीजिए।
- $$\frac{4}{(216)^{\frac{-2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{\frac{-3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{\frac{-1}{5}}}$$

अध्याय—1
संख्या पद्धति
उत्तर

- 1) $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}$
- 2) $\frac{17}{8} = 2.125, \frac{3}{15} = 0.2, \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}, \frac{50}{3} = 16.\overline{6}$
- 3) $\frac{15}{63}, \frac{16}{63}, \frac{17}{63}, \frac{18}{63}$ (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 4) $\sqrt{23} = 4.795, \sqrt{24} = 4.898$
- 5) 4.8010010001, 4.8020020002, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 6) 2.1, 2.010010001, (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 8) 6
- 10) 4
- 11) 2016.1010010001 ...; 2016.2020020002 ...; (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 15) 0.909009000, 1.10100100010000 (अन्य उत्तर भी सम्भव हैं)
- 16) 1 17) $\frac{1}{10^5}$ 18) 36 19) 14
- 20) $x = \frac{1}{4}$ 21) 1 22) $(60)^{2/5}$
23. (i) सांत दशमलव (ii) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत)
- (iii) असांत आवर्ती दशमलव (iv) सांत दशमलव
- (v) असांत आवर्ती दशमलव (vi) सांत दशमलव
- (vii) सांत दशमलव

24. (i) असांत आवर्ती दशमलव (अनवसानी असांत दशमलव) – परिमेय
(ii) सांत दशमलव – परिमेय
(iii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(iv) सांत दशमलव – परिमेय
(v) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
(vi) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
(vii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(viii) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(ix) असांत अनावर्ती दशमलव – अपरिमेय
(x) असांत आवर्ती दशमलव – परिमेय
25. (i) अपरिमेय (ii) परिमेय
(iii) परिमेय (iv) अपरिमेय
(v) परिमेय (vi) अपरिमेय
vii) परिमेय viii) परिमेय
(ix) अपरिमेय (x) परिमेय
26. (i) $0.0875 = \frac{7}{80}$ (ii) $\frac{2123456789}{1000000000}$ (iii) $\frac{2}{11}$

- (iv) $\frac{433}{990}$ (v) $\frac{1643}{450}$
27. (i) $5\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{5} - 2\sqrt{11} + \sqrt{7} + \sqrt{13}$ (iii) 20
- (iv) $-9 + 3\sqrt{5}$ (v) $-\frac{1}{10}$ (vi) $4\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$
28. (i) -19 (ii) 2 (iii) $13 + 2\sqrt{42}$
- (iv) $12 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$
29. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) 2
30. $a = -2$ 31. 5 32. $\frac{3375}{512}$ 33. $x = 3$
34. $\frac{167}{90}$
35. $\frac{1}{59}(9\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{105})$
36. $a = 0, b = 2$
38. $\frac{1}{(1+y+xy)(1+z+yz)(1+x+zx)}$
39. (i) $\frac{9}{2}$ (ii) $\frac{11}{4}$
40. 4 41. 1 42. 1
44. $a^2 + b^2 + ab = 675$ 45. 0
46. (i) 18 (ii) $-8\sqrt{5}$ (iii) 322 (iv) $-144\sqrt{5}$
- (v) 5778 (vi) $-2584\sqrt{5}$ (vii) $2\sqrt{5}$ (viii) 4
- (ix) 103582 (x) 33385282 (xi) $8\sqrt{3} - 14\sqrt{2}$
47. $1 - \sqrt{7}$ 48. 98.
49. $\frac{635}{1998}$ 50. 28.28 51. 214

अभ्यास परीक्षा
संख्या पद्धति

Time : 50 Min.

M.M. 20

1. यदि $\frac{4}{a} = \frac{a^2}{16}$ है तो ज्ञात कीजिए की a परिमेय है या अपरिमेय संख्या। (1)
2. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच दो अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए। (1)
3. सरल कीजिए: $4\sqrt{3} + \sqrt[3]{48} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{4}{3}}$ (2)
4. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो तो $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. x और y का मान ज्ञात कीजिए।
 $\frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} = a - b\sqrt{77}$ (3)
6. $(2 + \sqrt{3})$ को संख्या रेखा पर दर्शाइये। (3)
7. सरल कीजिए: $\frac{16 \times 2^{a+1} - 4 \times 2^a}{16 \times 2^{a+2} - 2 \times 2^{a+2}}$ (4)
8. निम्नलिखित को p/q में दर्शाइये जहां p तथा q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ (4)
 $0.\overline{4} + 0.\overline{18}$