

अध्याय 5

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

महत्वपूर्ण बिन्दु

- **भूमिका** - 'यूक्लिड की ज्यामिति' जो हम पढ़ते हैं वह यूक्लिड की देन है। ये ज्यामिति के पिता के नाम से जाने जाते हैं। यूक्लिड का गणित के विभिन्न क्षेत्रों जैसे संख्या पद्धति और खगोल शास्त्र में बड़ा योगदान है।
- **अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ** - अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ एक प्रकार की कल्पनाएँ होती हैं। ये कल्पनाएँ वास्तव में स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य थीं। इनकी सिद्धता नहीं होती।
- **प्रमेय** - प्रमेय ऐसे कथन होते हैं जिन्हें परिभाषाओं, अभिग्रहीतों और तार्किकताओं के आधार पर सिद्ध किया जाता है।

यूक्लिड के कुछ अभिग्रहीत:-

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के समान हों एक दूसरे के समान होती हैं।
2. अगर बराबर को बराबर में जोड़ें तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
3. अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं।
4. वे वस्तुएँ जो आपस में संपाती हैं, एक दूसरे के समान होती हैं।
5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
6. एक ही वस्तुओं के दुगुने आपस में समान होते हैं।
7. एक ही वस्तुओं के आधे आपस में समान होते हैं।

यूक्लिड की अभिधारणाएँ:-

- **अभिधारणा-1** - एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
- **अभिधारणा-2** - एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- **अभिधारणा-3** - किसी बिंदु को केन्द्र मानकर तथा किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।
- **अभिधारणा-4** - सभी समकोण एक दूसरे के समान होते हैं।
- **अभिधारणा-5** - यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती है जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

परिभाषाएँ

1. एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है।
3. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
4. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।
5. एक पृष्ठ वह है, जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है।
6. एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।
7. पृष्ठ के किनारे रेखाएँ होती हैं।

खण्ड अ

1. एक पृष्ठ (Surface) की विमाओं की संख्या कितनी होगी?
2. _____ के लिए सिद्धता की आवश्यकता होती है। (अभिग्रहित, अभिधारणाएँ, प्रमेय)
3. तीन सरेखीय बिन्दुओं से _____ रेखाएँ खींची जा सकती है। (दो, तीन, केवल एक)
4. यूक्लिड के कथन के अनुसार अगर बराबर को बराबर में से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं एक _____ है। (अभिग्रहित, परिभाषा, अभिधारणा)

5. दी गई आकृति में यदि $AD = BC$ तो क्या AC और BD समान हैं या नहीं?

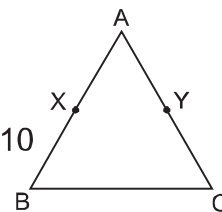


6. एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती हैं?
7. यूक्लिड की प्रथम अभिग्रहित को लिखिए।
8. यूक्लिड की पाँचवी अभिग्रहित को लिखिए।
9. यदि $a + b = 15$ तथा $a + b + c = 15 + c$ हो तो यह यूक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है?
10. एक रेखा पर A, B तथा C तीन बिन्दु हैं। यदि A तथा C के बीच में B स्थित है तो सिद्ध कीजिए $AC - BC = AB$.



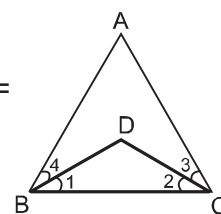
खण्ड ब

11. यदि $x + y = 10$ तथा $x = z$ तो सिद्ध कीजिए कि $z + y = 10$



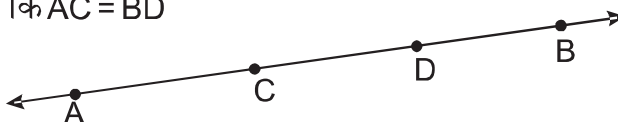
12. आकृति में $AX = AY$, $AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि $BX = CY$

13. दी गई आकृति में यदि $\angle ABC = \angle ACB$ और $\angle 3 = \angle 4$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 2$.



14. आकृति में $AD = CB$

तो सिद्ध कीजिए कि $AC = BD$



15. समीकरण $x - 10 = 15$, को हल कीजिए। आपने इसे हल करने में यूक्लिड की कौन सी अभिग्रहित प्रयोग की है?

16. यदि बिन्दु C, दो बिन्दुओं A तथा B के बीच स्थित है तथा $AC = BC$ तो सिद्ध कीजिए कि

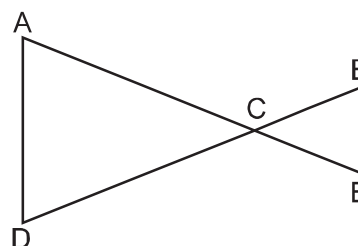
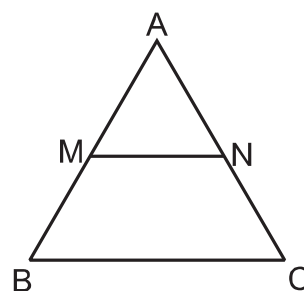
$$AC = \frac{1}{2} AB$$

16. दी गई आकृति में

$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = AC$



18. आकृति में $AC = DC$, तथा $CB = CE$

तो सिद्ध कीजिए कि $AB = DE$

19. सिद्ध कीजिए कि किसी रेखाखण्ड का केवल और केवल एक मध्य बिन्दु होता है।

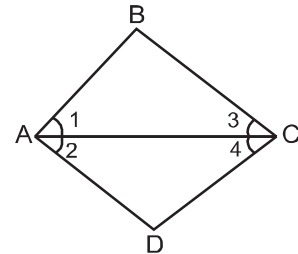
20. सत्य व असत्य बताओ:-

- (a) एक बिन्दु से गुजरने वाली केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है।
- (b) दो विभिन्न बिन्दुओं से गुजरने वाली अनेक रेखाएँ खींची जा सकती है।
- (c) यूक्लिड का संबंध ग्रीस से था।

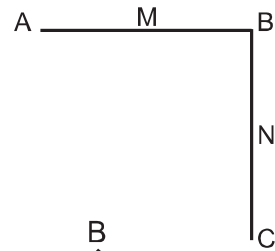
खण्ड-स

21. आकृति में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 2 = \angle 3$

तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 3$

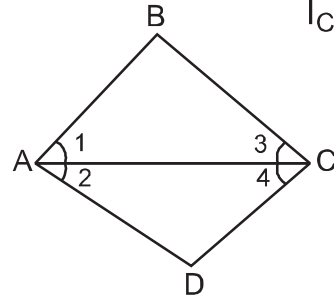


22. दी गई आकृति में $AB = BC$ तथा AB का मध्य बिन्दु M और BC का मध्य बिन्दु N है तो सिद्ध करो कि $AM = NC$.



23. आकृति में $\angle 1 = \angle 3$ तथा $\angle 2 = \angle 4$

तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BAD = \angle BCD$



24. एक समबाहु त्रिभुज एक बहुभुज होता है जिसकी दो भुजाएँ तीसरी भुजा के समान होती हैं और प्रत्येक कोण का माप 60° होता है।

क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण और प्रत्येक भुजाएँ समान होती हैं?

25. राम तथा श्याम कक्षा नवीं के विद्यार्थी हैं। मार्च के महीने में वे दोनों अंध विद्यालय को समान राशि दान करते हैं। अप्रैल मास में वे दोनों दान राशि को दुगुना कर देते हैं।

(a) दोनों की दान राशि की तुलना कीजिए।

(c) किस गणितिय विधि को प्रश्न में दर्शाया गया है?

26. मोनिका तथा वासु का वजन (weight) बराबर है। यदि दोनों का वजन 2 किलो बढ़े तो दोनों के भार की तुलना कीजिए:-

(a) प्रश्न में किस गणितिय कल्पना को दर्शाया गया है?

अध्याय 5
यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
उत्तर

1. 2 2. प्रमेय 3. केवल एक
4. अभिग्रहीत 5. समान हैं। 6. अनेक
9. दूसरी अभिग्रहीत 15. दूसरी अभिग्रहीत
20. (a) असत्य (b) असत्य (c) सत्य
25. (a) अप्रैल मास में भी दोनों की दान राशि समान है।
- (b) यूक्लिड अभिग्रहीत
26. यूक्लिड अभिग्रहित

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
अभ्यास परीक्षा
सही विकल्प चुनिए—

1. दो बिन्दुओं से—
(अ) केवल एक रेखा खींची जा सकती है।
(ब) कोई रेखा नहीं खींची जा सकती।
(स) एक से ज्यादा रेखाएं खींची जा सकती हैं
2. एक नियत बिन्दु से
(अ) केवल एक रेखा खींची जा सकती है।
(ब) कोई रेखा नहीं खींची जा सकती।
(स) एक से ज्यादा रेखाएं खींची जा सकती हैं
3. एक बन्द आकृति बनाने के लिए कम से कम कितनी रेखाओं की आवश्यकता होगी।
(अ) 2 (ब) 3 (स) 4
4. एक उभयनिष्ठ बिन्दु वाली दो रेखाओं को कहते हैं
(अ) समान्तर रेखाएं (ब) छेदक रेखाएं
(स) संपाती रेखाएं
5. यूक्लिड के गणित के क्षेत्र में किये गये ज्ञात कार्यों के आलेख को कहा जाता है—
(अ) तत्व (ब) सिद्धान्त
(स) अभिधारणाएं
6. वस्तुएं जो किसी समान वस्तु का दुगुना होती हैं। आपस में
(अ) समान वस्तु का आधा होती हैं।
(ब) समान वस्तु का दुगुना होती हैं।
(स) बराबर होती हैं।

7. सिद्धांतों को माना जाता है।
(अ) विशिष्टरूप से ज्यामिति में सार्वभौमिक सत्य।
(ब) गणित की सभी शाखाओं में सार्वभौमिक सत्य
(स) परिभाषाएं
8. वहगणितीय कथन जिसका सत्यापन तर्क संगत रूप से स्थापित किया जा चुका हो, कहलाता है—
(अ) सिद्धान्त
(ब) अभिधारणा
(स) प्रमेय