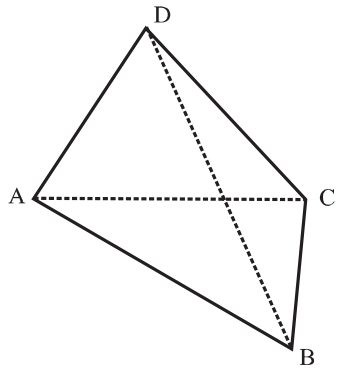
अध्याय 8

चतुर्भुज

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. चतुर्भुज– चार भुजाओं से बनी बंद आकृति चतुर्भुज कहलाती है। किसी चतुर्भुज में



i) सम्मुख भुजाओं के दो युग्म होते हैं, जैसे चित्र में AB व CD और BC व AD

ii) सम्मुख कोणों के दो युग्म होते हैं, जैसे $\angle A$ व $\angle C$ और $\angle B$ व $\angle D$

iii) संलग्न भुजाओं के चार युग्म होते हैं, जैसे

AB व BC, BC व CD, CD व AD और AD व AB

iv) सलंग्न कोणों के चार युग्म होते हैं। (एक भुजा उभयनिष्ठ)

जैसे $\angle A$ व $\angle B$, $\angle B$ व $\angle C$, $\angle C$ व $\angle D$ और $\angle A$ व $\angle D$.

v) सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखण्ड विकर्ण कहलाता है।

जैसे AC व BD

vi) चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है।

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

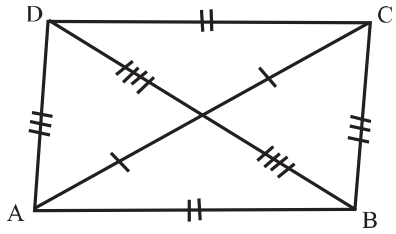
2. समांतर चतुर्भुज : एक चतुर्भुज संमातर चतुर्भुज होता है यदि

i) सम्मुख भुजाएं बराबर हो या

ii) सम्मुख कोण बराबर हो! या

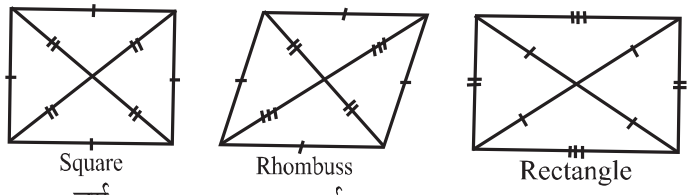
iii) विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हो। या

iv) सम्मुख भुजाओ का एक युग्म समांतर व समान हो।



3. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

समांतर चतुर्भुज के अन्य उदाहरण :–

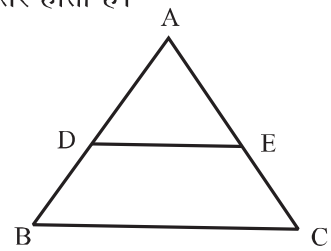


Square
वर्ग

Rhombuss
समचतुर्भुज

Rectangle
आयत

4. मध्य बिंदु प्रमेय :– किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है।



यहाँ AD=BD व AE = EC

तब DE||BC

और DE= $\frac{1}{2}$ BC

5. मध्य बिंदु प्रमेय का विलोम : किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

यहाँ AD=BD व DE || BC

तब E, AC का मध्य बिंदु होगा।

खण्ड-अ

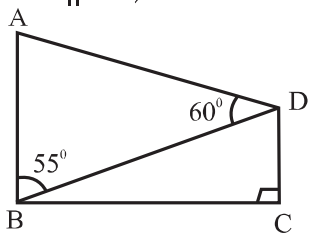
1. एक समचर्तुभज ABCD, में $\angle A=60^\circ$ तो $\angle B$, $\angle C$ और $\angle D$ ज्ञात कीजिए।

2. यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 1:2:4:5 है तो प्रत्येक कोण का माप ज्ञात कीजिये।

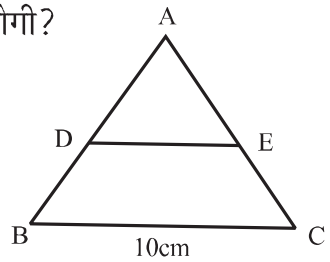
3. एक समचर्तुभुज LMNP, में $\angle LNM = 40^\circ$ तो $\angle LPM$ का माप क्या होगा?

4. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात 1:1:1:1 है तो यह किस प्रकार का चतुर्भुज है?

5. संलग्न चित्र में AB||CD, तो $\angle ADC$ क्या होगा?



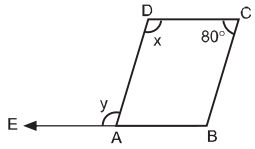
6. चित्र में यदि D और E क्रमशः AB और AC के मध्य बिंदु हैं तो ED की लम्बाई क्या होगी?



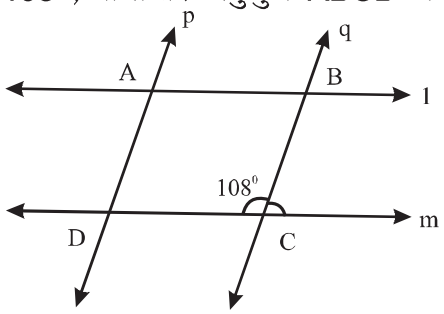
7. PQRS एक चतुर्भुज है, जिसमें $\angle QPS=50^\circ$, तो $\angle RQS$ का मान क्या होगा?

8. चित्र में ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। (x + y) का मान ज्ञात कीजिए।

9. चित्र में l||m और p||q.



$\angle BCD=108^\circ$, समान्तर चतुर्भुज ABCD के चारों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।



10. यदि एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का अनुपात 5 : 4 है, तो सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

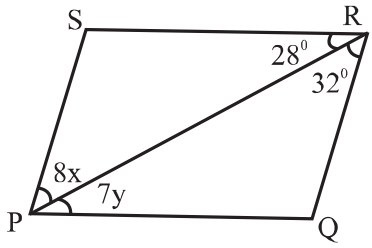
खण्ड–ब

11. सिद्ध कीजिये कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता हैं।

12. दर्शाइये कि ''समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं''।

13. किसी समांतर चतुर्भुज ABCD में यदि $\angle B=110^\circ$ तो $\angle A$ और $\angle D$ का मान ज्ञात कीजिये।

14. चित्र में यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो x और y का मान ज्ञात कीजिये।



15. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। O से गुजरती एक रेखाखण्ड AB को X तथा DC को Y पर काटती हैं। सिद्ध कीजिये :– OX=OY.

16. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि AC=7.4 सेमी., BD=6.2 सेमी. AO तथा BO की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

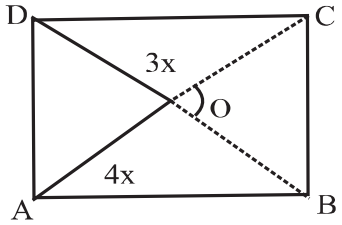
17. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x-3)^\circ$ और $(4x+12)^\circ$ चतुर्भुज के चारों कोणों के मान ज्ञात कीजिए।

18. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A=35^\circ$ है तो $\angle B$ ज्ञात कीजिए।

19. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाप 30 सेमी. है। यदि लम्बी भुजा 9.5 सेमी. है तो छोटी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

20. एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। AC=12.6 सेमी और BD=9.4 सेमी. OC और OD का मान ज्ञात कीजिए।

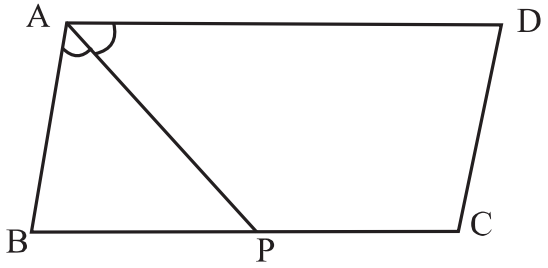
21. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसमें DO=3x तथा AO=4x है तो ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।



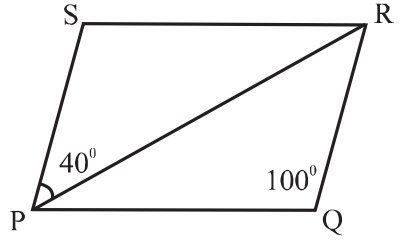
22. एक चतुर्भुज के कोणों का माप $(x+20)^\circ$, $(x-20)^\circ$, $(2x+5)^\circ$ और $(2x-5)^\circ$ है। x का मान ज्ञात कीजिये।

खण्ड–स

23. दी गई आकृति में समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु BC का मध्य बिन्दु है। यदि $\angle BAP=\angle DAP$ है तो सिद्ध कीजिए। AD=2CD

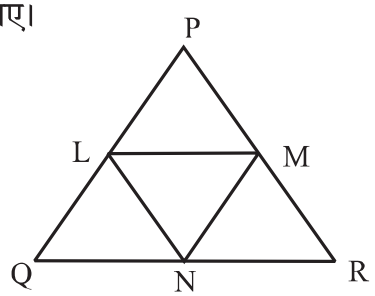


24. सलंग्न चित्र में PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें $\angle PQR=100^\circ$ और $\angle SPR=40^\circ$ तो $\angle PRQ$ और $\angle SRO$ ज्ञात कीजिये।



25. ''किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखाखण्ड, तीसरी भुजा के समांतर होती है ''सिद्ध कीजिये।

26. संलग्न चित्र में L,M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिन्दु हैं। यदि PQ=4.4 सेमी, QR=5.6 सेमी, PR=4.8 सेमी, तो त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।



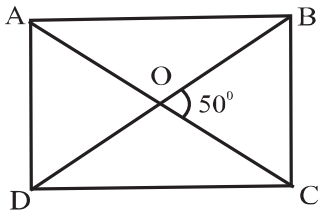
27. यदि किसी चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।

28. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं तो वह चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिये।

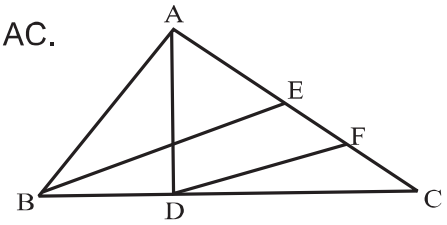
29. एक समांतर चतुर्भुज PQRS में M तथा N बिंदु क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि PM=RN। सिद्ध कीजिए MS || NQ

30. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गये लम्ब हैं। सिद्ध कीजिये $\Delta APB \cong \Delta CQD$.

31. आयत ABCD के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। यदि $\angle BOC=50^\circ$, तो $\angle ODA$ ज्ञात कीजिये।



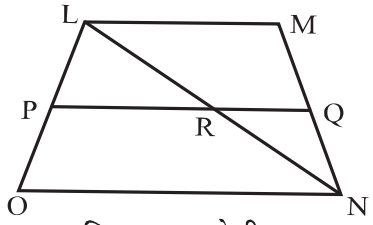
32. सलंग्न चित्र में AD और BE, ΔABC की माध्यिकाएं हैं और BE||DF। सिद्ध कीजिये CF= ¼ AC.



खंड–द

33. सलंग्न चित्र में LMNO, समलंब चतुर्भुज हैं। LM||ON, बिन्दु P, LO का मध्य बिन्दु है। बिन्दु Q, MN पर इस प्रकार है कि PQ||NO। सिद्ध कीजिये कि

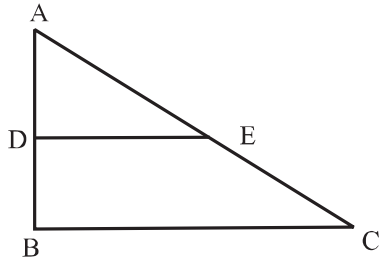
Q, MN का मध्यबिन्दु और PQ= ½ (LM+ON).



34. चित्र में, $\angle B=90^o$, यदि AB=9 सेमी. AC=15 सेमी. और D तथा E क्रमशः AB और AC के मध्य बिन्दु हैं तो ज्ञात कीजिये:

(i) BC की लम्बाई

(ii) समलम्ब चतुर्भज BCED का क्षेत्रफल

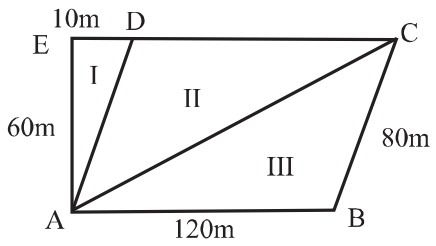


35. एक किसान अपने खेत को तीन भागों I, II और III (चित्रानुसार) में बांटता है। भाग I में वह अपने जानवरों की देखभाल करता है जबकि भाग II और III में वह दो अलग तरह की फसल उगाना चाहता है। निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

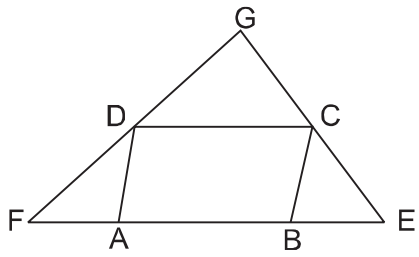
i) जानवरों की देखभाल के लिए प्रयोग होने वाले भाग का क्षेत्रफल क्या है?

ii) क्या क्षेत्रफल II = क्षेत्रफल III?

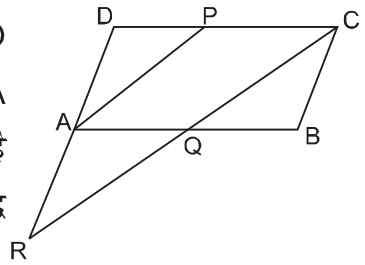
iii) खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।



36. समान्तर चतुर्भज ABCD की भुजा AB को दोनों ओर बिन्दु E और F तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि BE = BC और AF = AD. दर्शाइए कि EC और FD को बढ़ाने पर वह दोनों समकोण बनाते हैं।



37. समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु P भुजा CD का मध्य बिन्दु है। C से गुजरती हुई रेखा PA के समांतर है और AB को Q पर काटती है और बढ़ी हुई भुजा DA को R पर। सिद्ध कीजिए DA = AR तथा CQ = QR



अध्याय 8

चतुर्भुज

उत्तर

1. $120^0, 60^0, 120^0$
2. $30^0, 60^0, 120^0, 150^0$
3. 100^0
4. Rectangle (आयत)
5. 115^0
6. 5 cm
7. 65^0
8. 200°
9. $108^0, 72^0, 108^0, 72^0$
10. $100^0, 80^0, 100^0, 80^0$
13. $70^0, 110^0$
14. $x = y = 4$
16. 3.7 cm, 3.1 cm
17. $72^0, 108^0, 72^0, 108^0$
18. 145^0
19. 5.5 cm
20. 6.3 cm, 4.7 cm
21. 20x इकाई
22. $x = 60°$
24. 40°, 80°
26. 7.4 cm
27. 65^0
34. 12 cm, 40.5 cm^2
34. (i) 300 m^2 (ii) Yes (iii) 7500 m^2

चतुर्भुज

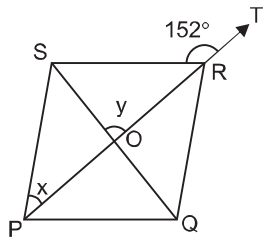
Time : 50 Min. **अभ्यास परीक्षा** M.M. 20

1. यदि किसी चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हों और $\angle A = 45°$ तो $\angle B$ का मान क्या होगा? (1)

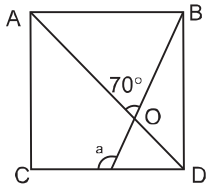
2. एक चतुर्भज के चारों काणों में अनुपात 2 : 3 : 5 : 8 है। सबसे छोटे कोण का माप ज्ञात कीजिए। (1)

3. त्रिभुज PQR की माध्यिका PS को बिन्दु T तक इस प्रकार बढ़ाया कि PS = ST. सिद्ध कीजिए कि PQTR एक समांतर चतुर्भज हैं। (2)

4. चित्र में PQRS एक समचतुर्भज में विकर्ण PR को बिन्दु T तक बढ़ाया गया। यदि $\angle SRT = 152°$ तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। (2)



5. चित्र मे ABCD एक वर्ग है। एक रेखाखण्ड BM, CD को M पर और विकर्ण AC को O पर काटती है और $\angle AOB = 70°$, तो a का मान ज्ञात कीजिए। (3)



6. AD त्रिभुज $\triangle ABC$ की माध्यिका है। बिन्दु E , AD का मध्य बिन्दु है। BE को इस प्रकार बढ़ाया गया कि AC को F पर काटती है। सिद्ध कीजिए AF = 1/3 AC. (3)

7. सिद्ध कीजिए कि समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते है। (4)

8. ''एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने पर प्राप्त चतुर्भुज एक वर्ग है''। सिद्ध कीजिए। (4)