अध्याय 14

सांख्यिकी

महत्वपूर्ण बिंदु

- सांख्यिकी के अन्तर्गत हम आँकड़ों को इकट्ठा करना प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण करना तथा निर्वचन करने का कार्य करते हैं।
- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को आंकड़े (Data) कहते हैं।
- दिये गये आंकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण की बारम्बारता कहलाती है।
- वर्ग अंतराल वह वर्ग (Group) होते हैं, जिसमें सभी प्रेक्षण बंटे होते हैं।
- वर्ग अन्तराल 20–30 में 30 को वर्ग अन्तराल की उच्चसीमा तथा 20 को निम्न सीमा कहते हैं।
- वर्ग अंतराल का मध्य मान वर्गचिन्ह कहलाता है। उदाहरण के लिए वर्ग 20–30 का वर्ग चिन्ह $\frac{20+30}{2} = 25$ है।
- वर्ग चिन्ह= $\frac{\text{निम्नवर्ग सीमा + उच्चवर्ग सीमा}}{2}$
- औसत या माध्य= $\frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$
- माध्य $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$ $(\bar{x}) = \frac{X_1+X_2+.....+Xn}{n}$
- जब बारम्बारता *fi* दिया हो तो माध्य $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fi\, xi}{\sum_{i=1}^{n} fi}$
- प्रेक्षणों का वह मान जो सबसे ज्यादा बार प्रतीत होता है, बहुलक कहलाता है।
- माध्यक के लिए प्रेक्षणों को पहले बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करे।

अब यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' विषम है तो

माध्यक = $\frac{(n+1)^{th}}{2}$ वां पद होगा तथा यदि प्रेक्षणों की संख्या 'n' सम है तो

माध्यक $\left(\frac{n}{2}\right)$ वें पद तथा $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ वें पद का औसत होगा।

$$\text{माध्यक} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{th}\text{term} + \left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}\text{term}}{2}$$

खण्ड–अ

1. 5 विद्यार्थियों के एक विषय मं 50 अंकों में से प्राप्त अंक 32, 48, 50, 27, 37 है। इन अंकों का परिसर ज्ञात कीजिए।
2. आँकड़ों में अधिकतम मान 64 है। इन आँकड़ों का परिसर 13 है। आँकड़ों में न्यूनतम मान क्या है?
3. वर्ग अन्तराल 4.6–6.3 का वर्ग चिन्ह क्या है?
4. यदि किसी वर्ग अन्तराल का वर्ग चिन्ह 8.5 है तथा वर्ग माप 5 है तो वर्ग अन्तराल की वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।
5. एक दंड आलेख में 100 व्यक्तियों के लिए चौड़ाई 0.2 सेमी. हैं तो 1300 व्यक्तियों के लिए आलेख की चौड़ाई क्या होगी?
6. प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।
7. 5 प्रेक्षणों का माध्य 10 है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण में 5 बढ़ा दिया जाए तो नए प्रेक्षणों का नया माध्य ज्ञात कीजिए।
8. यदि 10 प्रेक्षणों का माध्य 15 है तो इन प्रेक्षणों का योग ज्ञात कीजिए।
9. तीन संख्याओं का माध्य 7 है। दो संख्याएँ 7 और 8 हैं, तीसरी संख्या ज्ञात कीजिए।
10. यदि 6,8, 5, 7, x और 4 का माध्य 7 है तो x का मान ज्ञात कीजिए।
11. संख्याओं 4, 9, 5, 4, 9, 5, 4, 9 और x-10 का बहुलक 9 है। x का मान ज्ञात कीजिए।

12. आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर

6, 9, 15, x +4, x+8, x+11, 30, 32 आँकड़ों का माध्यक 19 है। x का मान ज्ञात कीजिए।

13. x_1, x_2, x_3 .....x_n का माध्य 10 है तो $5x_1, 5x_2, 5x_3$.....$5x_n$ का माध्य ज्ञात कीजिए।

खण्ड–ब

14. 104, 114, 124, 134 के लिए वर्ग–माप और वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।

15. x, 2x+1, 2x+5, 2x+9 का माध्य 30 है। अन्तिम दो प्रेक्षणों का माध्य क्या होगा?

16. निम्न सारणी से माध्य ज्ञात कीजिए।

xi	5	6	7	8	4
fi	3	2	1	3	2

17. पाँच संख्याओं का माध्य 27 है। यदि एक संख्या को हटा दिया जाए तो शेष संख्याओं का माध्य 2 कम हो जाता है। हटाई गई संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

18. 15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15 का बहुलक ज्ञात कीजिए। यदि अन्तिम पद को बदलकर 14 कर दिया जाए तो नया बहुलक भी ज्ञात कीजिए।

19. 29,32, 48, x-2, x, x + 2, 72, 78, 84, 95 को आरोही क्रम में रखने पर प्राप्त माध्यक 63 है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

20. एक फैक्ट्री में 40 श्रमिकों की किसी विशेष वर्ष में मासिक माध्य आय x रुपये है। सभी श्रमिकों को 3000 रुपये इसी वर्ष नवम्बर में दीवाली का बोनस मिलता है तो प्रत्येक श्रमिक की मासिक माध्य आय क्या होगी?

21. प्रश्न 20 में यदि बोनस की जगह रुपये 300 प्रत्येक श्रमिक की आय में से कम कर दिया जाए (अप्रैल से फरवरी तक) तो दिसम्बर माह की आय का माध्य ज्ञात कीजिए।

22. 13, 24, 13, 27, 17, 16, 17, x, 22, 21, 13, 17 में x का मान ज्ञात कीजिए, यदि बहुलक 17 है और x की बारंबारता सबसे अधिक है।

23. शिखा और उसके पति अमित की माध्य आयु 48 वर्ष है। यदि शिखा, अमित और उनकी बेटी अद्विका की माध्य आयु 39 वर्ष है, तो अद्विका की आयु ज्ञात कीजिए।

24. 6,10,11, x, 12, y का माध्य 0 है। यदि y का मान x के मान से 7 अधिक है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड–स

25. गणित के तीन यूनिट टैस्ट में प्रियल को 75, 82 और 90 अंक प्राप्त हुए। यूनिट टैस्ट-IV में वह कितने अंक लाये कि उसका चारों यूनिट टैस्ट का औसत 85 हो जाये।

26. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय सेकंड में नीचे दिया गया है।

    20,16, 20, 27, 27, 28, 30, 37, 33, 50, 40, 42, 46, 28, 43, 46, 46, 48, 49, 52, 58, 59, 60, 64, 52

    10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुये एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

27. निम्नलिखित तालिका से माध्य ज्ञात कीजिये।

xi	5	15	25	35	45
fi	6	4	9	6	5

28. निम्नलिखित तालिका से आयत चित्र बनाइये।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	8	15	20	12	16

29. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संचयी बारम्बरता वितरण तालिका दी गई है।

वर्ग	20 से कम	40 से कम	60 से कम	80 से कम	100 से कम
बारंबारता	17	22	29	37	50

उपरोक्त आंकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइये।

30. निम्नलिखित तालिका किसी राज्य के राजनैतिक दलों द्वारा जीती गई सीटों को प्रदर्शित करती है।

आयत चित्र बनाइये।

राजनैतिक दल	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37	50

31. निम्न वितरण तालिका से P का मान ज्ञात कीजिये यदि माध्य 6 है।

xi	2	4	6	10	p+5
fi	3	3	3	1	2

32. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यकलाप हैं।

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	42	35	100	120
लड़कों की संख्या	90	64	130	86

उपरोक्त के लिए द्वि दंड आलेख बनाये।

34. पद 'माध्यक' को परिभाषित कीजिये। यदि 6,7, x-2, x, 17, 20 का माध्यक 16 है तथा प्रेक्षण बढ़ते क्रम में लिखे हो तो x का मान ज्ञात कीजिये।

खण्ड–द

35. नीचे दिए गये आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइये।

आयु (वर्षों में)	*fi*
1 - 2	5
2 - 3	4
3 - 5	10
5 - 7	12
7 - 10	9
10 - 15	10
15 - 17	8

36. एक सामयिक परीक्षा (Periodical test) में लड़कों और लड़कियों के औसत अंक क्रमशः 36 और 39 है। यदि IX के इन सभी विद्यार्थियों के इस टैस्ट में औसत अंक 37 हैं तो लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिये।

37. निम्न आँकड़ों का माध्य 50 है।

xi	10	30	50	70	90
fi	17	5a+3	32	7a-11	19

'a' का मान ज्ञात कीजिये और 30 एवं 70 की संगत बारम्बारता लिखिये।

38. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

अंक	बारम्बारता
0-10	03
10-20	09
20-30	18
30-40	16
40-50	12
50-60	02

39. यदि अंग्रेजी वर्णमाला के 26 अक्षर इस प्रकार लें कि A=1, B=2, C=3.....Z=26 तो

1) स्वरों (Vowels) के लिए संगत संख्याओं का माध्य तथा माध्यक ज्ञात कीजिये।

2) माध्यक के लिए संगत वर्ण लिखिये।

40. एक विद्यालय में वह विद्यार्थी जिसने अपनी पिछली कक्षा में 80 या अधिक अंक प्राप्त किये हैं ''मेधावी छात्रवृत्ति'' प्राप्त करने के योग्य माना जाता है। कक्षा IX की निशि और विनायक द्वारा कक्षा VIII में सभी छः विषयों में प्राप्तांक इस प्रकार हैं–

विषय	हिन्दी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सा.विज्ञान	संस्कृत
निशि	78	74	86	85	73	83
विनायक	79	76	88	83	71	85

1) निशी और विनायक के अंकों का औसत प्रतिशत ज्ञात कीजिये।

2) दोनों में से कौन उपरोक्त ''मेधावी छात्रवृत्ति'' के लिए योग्य है?

41. कक्षा IX के 30 विद्यार्थियों का रक्त समूह इस प्रकार लिया गया।

A, B, B, B, O, B, B, A, AB, A, O, B, O, AB, O
AB, AB, B, AB, B, A, O, AB, B, A, O, AB, A, A, AB

i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता वितरण सारणी बनाइये।

ii) मि. 'x' का एक्सीडेंट हो गया और उन्हें रक्त की आवश्यकता है। उसका रक्त समूह AB है। उपरोक्त में से कितने 'सार्वत्रिक दाता' (Universal Donor) और 'सार्वत्रिक ग्राही' (Universal Receipient) हैं?

42. सरकारी विद्यालय के 15 बच्चों ने एक महीने में अपनी गली की सफाई में अपनी दिनचर्या के कुछ घंटों का योगदान दिया जो इस प्रकार है:

25, 15, 20, 20, 9, 20, 25, 15, 7, 13, 20, 12, 10, 15, 8

i) उपरोक्त आँकड़ों से माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

43. एक राज्य के विधान सभा चुनाव में विभिन्न राजनैतिक पार्टियों द्वारा जीती गई सीटों के परिणाम नीचे दिये गये हैं।

राजनैतिक पार्टी	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	1	47	15	2	19	1	5

i) उपरोक्त आँकड़ों से एक दण्ड आलेख खींचिए।

ii) किन राजनैतिक पार्टियों ने सबसे अधिक सीटें जीती?

iii) भारत में वोट देने की न्यूनतम आयु क्या है।?

44. एक डॉक्टर किसी बीमारी के निदान के लिए दो तरीके सुझाते हैं। एक केवल दवाईयाँ लेकर और दूसरा ध्यान एवं योग द्वारा।

व्यक्तियों का आयु वर्ग	दवाई लेने वाले मरीजों की संख्या	ध्यान और योग करने वाले मरीजों की संख्या
20–30	20	05
30–40	30	12
40–50	42	20
50–60	40	30
60–70	30	20

उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

45. निम्न तालिका दो विभागों के बच्चों के वितरण को उनके द्वारा प्राप्त अंकों के आधार पर बनाई गई हैं।

Section A		Section B	
अंक	बारंबारता	अंक	बारंबारता
0-10	3	0-10	5
10-20	9	10-20	19
20-30	17	20-30	15
30-40	12	30-40	10
40-50	9	40-50	1

दोनों विभागों (Sections) के बच्चों के अंकों को प्रदर्शित करने वाले दो बारंबारता बहभुजों को एक ही ग्राफ पर प्रदर्शित कीजिए।

46. दिल्ली सरकार द्वारा आयोजित एक रक्त दान शिविर में स्वैच्छिक रक्तदान करने वाले व्यक्तियों की संख्या को प्रत्येक दिन के हिसाब से प्रदर्शित किया गया है।

दिन	रक्तदान करने वालों की संख्या
रविवार	100
सोमवार	80
मंगलवार	110
बुधवार	80
बृहस्पतिवार	60
शुक्रवार	70
शनिवार	120

1) उपरोक्त आँकड़ों को एक दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

2) किस दिन सर्वाधिक व किस दिन कम लोगों ने रक्तदान किया?

अध्याय 14

सांख्यिकी

उत्तर

1. 23
2. 51
3. 5.5
4. 6-11
5. 2.6cm
6. 5.6
7. 15
8. 150
9. 6
10. 12
11. 19
12. 13
13. 50
14. 10, 99-109, 109-119, 119-129, 129-139
15. 37
16. 06
17. 35
18. 15, 14
19. 64
20. $x + 3000$
22. 17
23. 21 वर्ष
24. $x = 7, y = 14$
25. 93
26.

15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
3	5	5	8	4

27. 25
29.

कक्षा	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
बारंबारता	17	5	7	8	13

31. P=7
33. माध्य 15.6 , माध्यक = 15 , बहुलक =20
34. x=17
36. 2 : 1
37. 5, 28, 24
39. 9.8, 9, I
40. 79.83, 80.33, Vinayak
41. a) 30, b) 6 c) 8
42. माध्य 15.6 , माध्यक = 15 , बहुलक =20
43. i) B ii) 18 वर्ष
46. ii) शनिवार, बृहस्पतिवार

सांख्यिकी
अभ्यास-परीक्षा

Time : 50 Min. M.M. 20

1. निम्न की कक्षा विस्तार और कक्षा सीमाएं लिखिए (1)

   $47, 52, 57, 62, 67, 72, 77$ (1)

2. यदि निम्न आंकडों का बहुलक 5 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

   $2, 4, 3, 5, 4, 5, 6, 4, x, 7, 5$ (2)

3. निम्नलिखित आंकड़ों को आरोही क्रम में लिखे जाने पर उनका माध्यक 25 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)

   $11, 13, 15, 19, x+2, x+4, 30, 35, 39, 46$

4. प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या यह माध्य के बराबर है? (3)

5. 40 प्रेक्षणों का माध्य 160 था। परन्तु पुनः जांच करने पर पाया गया कि 165 को गणना के दौरान गलती से 125 पढ़ा गया। सही माध्य ज्ञात कीजिए। (3)

6. यदि निम्नलिखित वितरण का माध्य "6" हो तो R का मान ज्ञात कीजिए। (4)

X	2	4	6	8	R + 5
F	3	2	3	1	2

(4)

7. किसी विद्यालय में 125 छात्रों के साप्ताहिक जेब खर्च का विवरण निम्न प्रकार है। इस विवरण का हिस्टोग्राम बताइए।

Weekly Expenses(Rs.)	**No. of Students**
10 – 20	10
20 – 30	15
30 – 50	40
50 – 60	25
60 – 90	30
90 – 100	5

8. हिस्टोग्राम और बारम्बारता बहुभुज बनाइये।

अंक	0 - 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60 - 70
छात्रों की संख्या	5	10	4	6	7	3	2