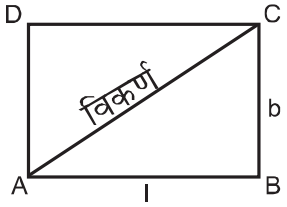
अध्याय 12

हीरोन का सूत्र

महत्वपूर्ण बिन्दु

- **आयत :–** यदि किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः 'l' और 'b' इकाई हो तो

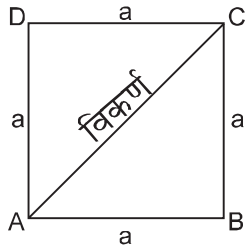


(i) आयत का परिमाप $= 2(l + b)$ इकाई

(ii) आयत का क्षेत्रफल $= l \times b$ वर्ग इकाई

(iii) विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2}$ वर्ग इकाई

- **वर्ग :–** यदि किसी वर्ग की भुजा 'a' इकाई हो तो



(i) वर्ग का परिमाप $= 4a$ इकाई

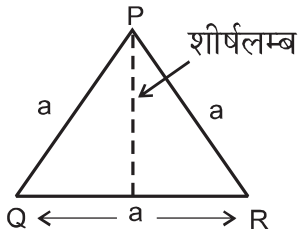
(ii) वर्ग का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2 = (a)^2$ वर्ग इकाई

(ii) वर्ग का विकर्ण $= \sqrt{2}\, a$ इकाई

(iv) वर्ग का क्षेत्रफल (विकर्ण के संदर्भ में) $= 1/2\ (\text{विकर्ण})^2$

- **त्रिभुज :–**

(A) समबाहु त्रिभुज – यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाएं समान हो तो



(i) समबाहु त्रिभुज का परिमाप $= 3a$ इकाई

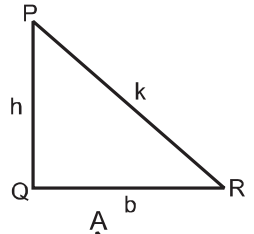
(ii) शीर्षलम्ब $= \frac{\sqrt{3}}{2} a$ इकाई

(iii) क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ or $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $(\text{भुजा})^2$ वर्ग इकाई

(B) समकोण त्रिभुज:– किसी त्रिभुज में यदि एक कोण समकोण 90° हो तो

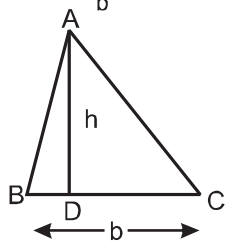
(i) कर्ण $= \sqrt{b^2 + h^2}$ इकाई

(ii) परिमाप = b + h + k इकाई



(iii) क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ x b x h वर्ग इकाई

त्रिभुज का क्षेत्रफल (सामान्य सूत्र)



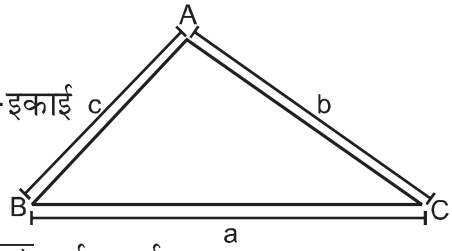
= $\frac{1}{2}$ × आधार × संगत शीर्षलम्ब

= $\frac{1}{2}$ × b × h वर्ग इकाई

हीरोन सूत्रः

- माना त्रिभुज A B C में भुजा BC, AC व AB क्रमशः a, b व c इकाई हो तो

(i) परिमाप = a + b + c इकाई



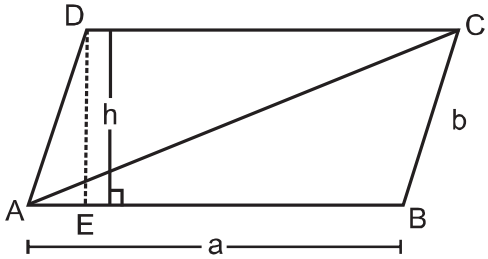
(ii) अर्ध परिमाप (S) = $\frac{a + b + c}{2}$ इकाई

(iii) त्रिभुज का क्षेत्रफल

क्षे. (ΔABC) = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ वर्ग इकाई

नोट :– किसी भी तरह के त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र का प्रयोग कर ज्ञात कर सकते है।

- समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल :– किसी संमातर चतुर्भुज की लम्बाई व चौड़ाई क्रमशः a व b इकाई तथा h दो समांतर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी हो तो



समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

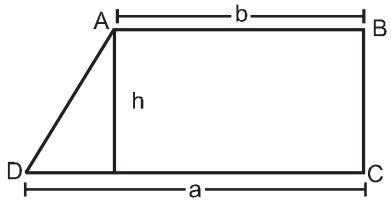
= आधार × संगत शीर्षलम्ब

= AB × DE

= a × h वर्ग इकाई

अत: त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times a \times h$ वर्ग इकाई

- समलम्ब का क्षेत्रफल :– समलम्ब चतुर्भुज जिसमें ABIICD व AB = a इकाई तथा CD = b इकाई तथा दो संमातर भुजाओं के मध्य लंबवत दूरी h हो तो



समलंब का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$

$= \frac{1}{2}$ x (संमातर भुजाओं का योग) x ऊँचाई

खण्ड–अ

1. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि उसका आधार व संगत शीर्षलम्ब 8 सेमी. व 5 सेमी. क्रमश: हो।

2. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि उसकी एक भुजा की लम्बाई 4 सेमी हो।

3. एक त्रिभुज की दो भुजाओं का योग 17 सेमी है और परिमाप 30 cm है। तीसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

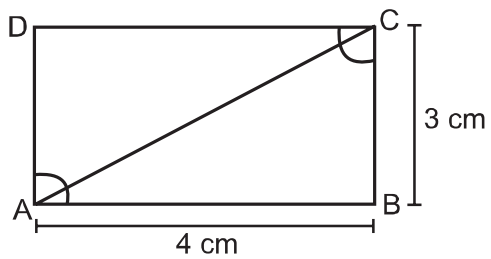
4. किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 2:1:3 व उसका परिमाप 24 सेमी. हो तो त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

5. किसी त्रिभुज की भुजाओं को दुगना कर दिया जाए तो उस त्रिभुज के क्षेत्रफल में कितना गुना वृद्धि होगी।

6. यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग सेमी. व इसकी एक भुजा की लम्बाई 10 सेमी. हो तो उस भुजा के संगत शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

7. किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $16\sqrt{3}$ सेमी^{2} है। समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

8. दी गई आकृति में ΔBAC व ΔACD के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।



9. किसी वर्ग, जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी. हो तो उसके एक विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

10. समांतर चतुर्भुज जिसकी एक भुजा की लंबाई व संगत ऊँचाई क्रमशः 10 सेमी. व 8 सेमी हो तो इसके विकर्ण द्वारा बने एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. किसी त्रिभुज की एक भुजा 9.5 मी. व उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 12मी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

खण्ड–ब

12. एक त्रिभुज की भुजाएँ a, b तथा c हैं। यदि $(S - a) = 5$ cm, $(S - b) = 10$ cm, और $(S - c) = 1$ cm, हो तो a, b तथा c का मान ज्ञात कीजिए।

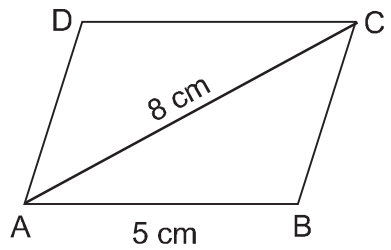
13. त्रिभुज की भुजाओ के मध्य अनुपात 3:5:7 हो व उसका परिमाप 300 सेमी. हो तो त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

14. किसी त्रिभुजाकार मैदान की भुजाओं की माप 16मी., 12मी. व 18 मी. है। उस मैदान के तीनों तरफ 25रु. प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात कीजिए।

15. समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लंबाई 12 सेमी. है। यदि उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 7.5 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16. एक समलंब की समांतर भुजाएं 77m व 60m है तथा असमांतर भुजाएं 26m व 25m है तो समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

17. दी गई आकृति में समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि AB=5 सेमी व AC=8 सेमी. हो।



18. त्रिभुज ABC में AB=15 सेमी., BC=14 सेमी., AC=13 सेमी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करते हुए BC भुजा का संगत शीर्षलंब ज्ञात कीजिए।

19. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की माप x इकाई हो तो सिद्ध करे समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ होगा।

20. एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 32 सेमी. है और इसकी समान भुजा का आधार के साथ अनुपात 3:2 है तो इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।।

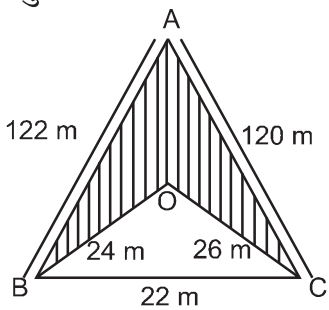
खण्ड–स

21. एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल $360m^2$ है। इसके सम्मुख शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लंबों की लंबाई 10m व 8m है तो विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

22. किसी त्रिभुज की भुजाओं की माप 1.6 मी., 1.2मी. व 2.0 मी. है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात करे।

23. एक पार्क को समतल करने की कीमत $2km^2$ पर रू. 2700 है यदि पार्क समकोण त्रिभुज आकार का है जिसकी एक भुजा 45km है तो कर्ण की भुजा ज्ञात कीजिए।

24. दी गई आकृति में छाँयाकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इसमे $6m^2$ वाले कितने त्रिभुजाकार फूलों की क्यारियां बनाई जा सकती हैं।



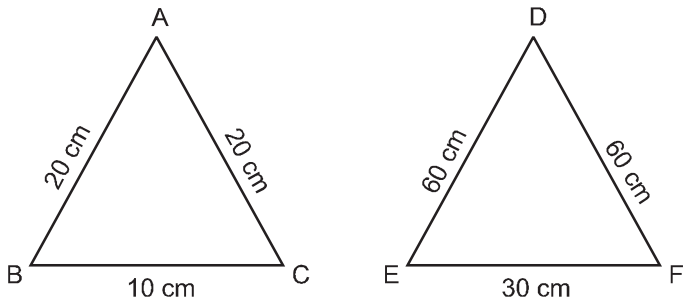
प्रयोग करें $\sqrt{105} = 10.25$

25. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि उसका परिमाप 100मी. और एक विकर्ण 30 मी. हो।

26. त्रिभुजाकार बोर्ड की भुजाओं की माप 5 सेमी., 12 सेमी. व 13 सेमी. हो तो इस बोर्ड पर रु. 30 प्रति वर्ग सेमी. की दर से पेटिंग करने का व्यय ज्ञात करें।

27. एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा 20 सेमी. की है और इसके कर्ण और दूसरी भुजा की लंबाइयो का अंतर 8 सेमी. है। कर्ण व दूसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

28. त्रिभुज ABC व त्रिभुज DEF के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।



29. किसी त्रिभुज का परिमाप x सेमी. है। यदि इसकी भुजाओ की माप p सेमी. q सेमी व r सेमी. हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखें। हीरोन सूत्र का प्रयोग करें ।

खण्ड–द

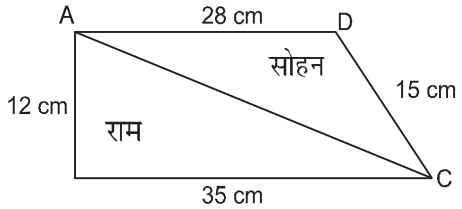
30. एक त्रिभुजाकार पार्क जिसकी भुजाओं की माप 120मी., 80 मी. और 50 मी. है। माली को इसके सभी ओर बाड़ लगानी है और वातावरण की वायु को शुद्ध रखने के लिए पार्क में वृक्ष लगाने हैं।

i) 50 रू0 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करें यदि 5 मी. चौड़ी जगह गेट लगने के लिए छोड़ दी जाती है।

ii) वह क्षेत्रफल भी ज्ञात करें जहाँ वृक्ष लगाया जा सकता है।

31. जमीन के एक टुकड़े ABCD की आकृति दी गई है। यदि इस टुकड़े को विकर्ण AC से दो भागों में काटकर राम और सोहन के मध्य बाँटा जाये तो किसको जमीन का टुकड़ा क्षेत्रफल में बड़ा प्राप्त होगा।

[√10=3.15 प्रयोग करें]



32. एक त्रिभुजाकार विज्ञापन बोर्ड की विमाएँ 11 मी., 6 मी. और 15 मी. है। जिसका प्रयोग व्यवसायिक गतिविधियों के लिए किया जाता है। यदि इस बोर्ड द्वारा रु. 5000 वर्ग मी. प्रति माह की दर से आमदनी हो तो एक महीने में इसके द्वारा प्राप्त आमदनी क्या होगी? [$\sqrt{2} = 1.41$]

33. यदि एक त्रिभुज की प्रत्येक भुजा दुगनी कर दी जाए तो दिए गए त्रिभुज तथा नए त्रिभुज के क्षेत्रफलों के बीच अनुपात ज्ञात कीजिए। नए त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना प्रतिशत बढा ?

अध्याय 12

हीरोन का सूत्र

उत्तर

1. $20\ cm^2$
2. $4\sqrt{3}\ cm^2$
3. 13 cm
4. 12 cm
5. 10 times
6. 10 cm
7. 8 cm
8. 1 : 1
9. $5\sqrt{2}$ cm
10. $40\ cm^2$
11. $57\ m^2$
12. 11 cm, 6 cm, 15 cm
13. 60cm, 100cm, 140cm
14. 1150
15. $45\ cm^2$
16. $1644\ m^2$
17. $24\ cm^2$
18. $84\ cm^2$, 12cm
20. $32\sqrt{2}\ cm^2$
21. 40 m
22. $0{\cdot}96\ m^2$
23. 75 km
24. $1074\ m^2$
25. $600\ m^2$
26. Rs. 900
27. 296 m, 21 cm
28. 1 : 9
29. $\sqrt{\frac{x}{2}\left(\frac{x}{2}-p\right)\left(\frac{x}{2}-q\right)\left(\frac{x}{2}-r\right)}$
30. (i) Rs. 12250 (ii) $375\sqrt{15}\ m^2$
31. राम, $210\ m^2$
32. Rs. 141000
33. (i) 1 : 4

    (ii) 300 %

अभ्यास परीक्षा

हीरोन सूत्र

Time : 50 Min. M.M. 20

1. समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात किजिए जिसका क्षेत्रफल $9\sqrt{3}$ सेमी^{2} हो। (1)

2. यदि $(S-a) = 5$ सेमी $(S-b) = 10$ सेमी $(S-c) = 1$ सेमी तो S ज्ञात कीजिए। (1)

3. उस समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक समान भुजा 15 सेमी हो और तीसरी भुजा 12 सेमी हो। (2)

4. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए(2)

5. एक समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल 475 सेमी^{2} और ऊँचाई 19 सेमी है। उसकी समांतर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात किजिए यदि एक भुजा दूसरी भुजा से 4 सेमी अधिक है। (3)

6. एक त्रिभुज की भुजाओं में अनुपात 25:17:12 है और इसका परिमाप 540 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात किजिए। (3)

7. एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 7 सेमीं, 12 सेमी और 13 सेमी है। 12 सेमी. लम्बाई वाली भुजा पर सम्मुख शीर्ष से शीर्ष लम्ब की लम्बाई ज्ञात किजिए। (4)

8. एक मैदान के चारों और Rs. 5 प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने की कीमत Rs. 1920 है। यदि अर्धपरिमाप 48 सेमी है तो इसका क्षेत्रफल और सभी भुजाएं ज्ञात कीजिए। (4)