

Reg. No. : .....

SY 51

Name : .....

SAY/IMPROVEMENT  
JUNE 2019

Time : 2½ Hours  
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III  
**MATHEMATICS (COMMERCE)**

Maximum : 80 Scores

**General Instructions to Candidates :**

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

**വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :**

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. Let  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

Find :

(i)  $2A + B$  (1)

(ii)  $AB$  (2)

2. Consider  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

(i) Find the cofactors of the third row of the determinant. (2)

(ii) Using these co-factors evaluate  $\Delta$ . (1)

3. Let  $*$  be a binary operation on the set  $\mathbb{R}$  of real numbers defined by  $a * b = a + b + 1$ .

(i) Find  $2 * 3$  (1)

(ii) Find the identity element. (2)

4. Let  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$

(i) Find  $f(1)$  (1)

(ii) Show that  $f$  is continuous at  $x = 1$ . (2)

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. (6 × 3 = 18)

1.  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$  എന്നിരിക്കട്ടെ

(i)  $2A + B$  കാണുക (1)

(ii)  $AB$  കാണുക (2)

2.  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$  എന്ന ഡിറ്റർമിനന്റ് പരിഗണിക്കുക.

(i) ഇതിലെ മൂന്നാമത്തെ വരിയുടെ കോഫാക്ടറുകൾ കാണുക. (2)

(ii) ഇതുപയോഗിച്ച്  $\Delta$  യുടെ വില കാണുക. (1)

3.  $\mathbb{R}$  എന്ന രേഖീയസംഖ്യാ ഗണത്തിൽ \* എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ  $a * b = a + b + 1$  എന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു.

(i)  $2 * 3$  കാണുക. (1)

(ii) ഇതിലെ ഐഡൻറിറ്റി എലിമെന്റ് കാണുക. (2)

4.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & , x \neq 1 \\ 2 & , x = 1 \end{cases}$

എന്നിരിക്കട്ടെ

(i)  $f(1)$  കാണുക. (1)

(ii)  $x = 1$  ൽ  $f$  കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെന്നും തെളിയിക്കുക. (2)

5. (i) Evaluate  $\int \frac{1}{x} dx$ . (1)

(ii) Evaluate  $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$  (2)

6. Let  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,

$$\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

(i) Find  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  (1)

(ii) Find the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ . (2)

7. Consider the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{5}$

(i) Find the direction ratios of the line. (1)

(ii) Find the equation of a line passing through  $(-2, 4, -5)$  and parallel to the above line. (2)

**Questions from 8 to 17 carry 4 scores each. Answer any 8.**

**(8 × 4 = 32)**

8. Let  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be defined by  $f(x) = 4x + 3$ .

(i) Show that  $f$  is one-one. (2)

(ii) Show that  $f$  is onto (1)

(iii) Find  $f^{-1}(11)$  (1)

5. (i) കണ്ടു പിടിക്കുക :  $\int \frac{1}{x} dx$ . (1)

(ii) കണ്ടു പിടിക്കുക :  $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$  (2)

6.  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  എന്നിരിക്കട്ടെ

(i)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  കാണുക (1)

(ii)  $\vec{a}$  നും  $\vec{b}$  നും ഇടയിലുള്ള കോണളവ് കാണുക. (2)

7.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{5}$  എന്ന രേഖ പരിഗണിക്കുക.

(i) ഈ രേഖയുടെ ഡയറക്ടർ വെക്ടർ റേഷ്യോസ് കാണുക. (1)

(ii) മുകളിലത്തെ രേഖയ്ക്ക് സമാന്തരമായതും,  $(-2, 4, -5)$  എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതുമായ മറ്റൊരു രേഖയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വീതം. ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണം മാത്രം എഴുതുക. (8 x 4 = 32)

8.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x + 3$  എന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു.

(i)  $f$ , ഒൺ-ഒൺ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

(ii)  $f$ , ഒൺറ്റൂ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

(iii)  $f^{-1}(11)$  കാണുക. (1)

9. (i) The value of  $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  is (1)

(a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$

(c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

(ii) Prove that  $\cos^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \cos^{-1}\frac{33}{65}$ . (3)

10. Consider  $\Delta = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$

(i) Apply  $R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$  (1)

(ii) Show that  $\Delta = (a+b+c)^3$ . (3)

11. Let  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be two functions defined by  $f(x) = x^2$  and  $g(x) = \cos x$ .

(i) Find  $(f \circ g)(x)$  (2)

(ii) Show that  $\frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = -\sin 2x$  (2)

12. (i) The value of  $\int_0^a f(x) dx$  is

(a)  $2 \times \int_0^a f(x) dx$

(b)  $\int_0^a f(a-x) dx$

(c)  $\int_0^a f(a+x) dx$

(d)  $\int_{-a}^a f(x) dx$  (1)

(ii) Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x dx}{\cos^3 x + \sin^3 x}$  (3)

9. (i)  $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  ന്റെ വിലയെന്ത്? (1)

(a)  $\frac{\pi}{3}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$

(c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

(ii)  $\cos^{-1}\frac{4}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \cos^{-1}\frac{33}{65}$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

10.  $\Delta = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$  എന്ന ഡിറ്റർമിനന്റ് പരിഗണിക്കുക.

(i)  $R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$  എന്ന് പ്രയോഗിക്കുക. (1)

(ii)  $\Delta = (a+b+c)^3$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

11.  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \cos x$  എന്നിരിക്കട്ടെ.

(i)  $(f \circ g)(x)$  കാണുക. (2)

(ii)  $\frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = -\sin 2x$  എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

12. (i)  $\int_0^a f(x) dx$  ന്റെ വിലയെന്ത്?

(a)  $2 \times \int_0^a f(x) dx$

(b)  $\int_0^a f(a-x) dx$

(c)  $\int_0^a f(a+x) dx$

(d)  $\int_{-a}^a f(x) dx$  (1)

(ii) വില കാണുക:  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x dx}{\cos^3 x + \sin^3 x}$  (3)

13. (i) The area of the region between  $x$ -axis, ordinates  $x = a$ ,  $x = b$  and the curve  $y = f(x)$  is

(a)  $\int_0^a y \, dx$

(b)  $\int_0^b y \, dx$

(c)  $\int_a^b y \, dx$

(d)  $\int_{-a}^a f(x) \, dx$  (1)

- (ii) Find the area of the region bounded by  $y^2 = 4x$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  and the  $x$ -axis in the first quadrant. (3)

14. Find the equation of the plane passing through  $(1, 1, 1)$ ,  $(0, 1, 2)$  and  $(3, -1, 4)$ . (4)

15. Maximise  $Z = 3x + 2y$

Subject to  $x + 2y \leq 10$ ,

$3x + y \leq 15$ ,

$x \geq 0, y \geq 0$ . (4)

16. Consider the differential equation  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$

- (i) Find the integrating factor (2)

- (ii) Solve the differential equation (2)



13. (i)  $y = f(x)$  എന്ന വക്രത്തിനും  $x$ -അക്ഷത്തിനും  $x = a$ ,  $x = b$  എന്നിവക്കും ഇടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഏത്?

(a)  $\int_0^a y \, dx$

(b)  $\int_0^b y \, dx$

(c)  $\int_a^b y \, dx$

(d)  $\int_{-a}^a f(x) \, dx$  (1)

(ii) ഒന്നാം ചതുർഥാംശത്തിൽ ഉള്ളതും  $y^2 = 4x$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $x$ -അക്ഷം ഇവ ഉൾപ്പെടുന്നതുമായ ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (3)

14.  $(1, 1, 1)$ ,  $(0, 1, 2)$ ,  $(3, -1, 4)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (4)

15.  $Z = 3x + 2y$  യെ  $x + 2y \leq 10$ ,  
 $3x + y \leq 15$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  എന്നിവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി മാക്സിമൈസ് ചെയ്യുക. (4)

16.  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$  എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ പരിഗണിക്കുക.

(i) ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കാണുക. (2)

(ii) ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ പരിഹാരം കാണുക. (2)

17. A husband and wife appeared for an interview for the same post with more than one vacancy. The probability of the husband getting selected is  $\frac{1}{3}$  and that of wife getting selected is  $\frac{1}{5}$ . Find the probability that

- (i) one of them gets the job (1)
- (ii) none of them gets the job (1)
- (iii) both of them get the job (1)
- (iv) atleast one of them gets the job (1)

Questions from 18 to 24 carry 6 scores each. Answer any 5.

(5 × 6 = 30)

18. (i) Construct a  $3 \times 3$  matrix A where each  $a_{ij} = 3i - 2j$ . (3)

(ii) Express the above matrix A as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. (3)

19. Solve using matrix method :

$$4x + 3y + 2z = 60$$

$$2x + 4y + 6z = 90.$$

$$6x + 2y + 3z = 70$$

(6)

20. Let  $x = a(1 + \cos \theta)$ ,  $y = a \sin \theta$ .

Find :

(i)  $\frac{dx}{d\theta}, \frac{dy}{d\theta}$

(2)

(ii)  $\frac{dy}{dx}$

(2)

(iii)  $\frac{d^2y}{dx^2}$

(2)

17. ഒന്നിലേറെ ഒഴിവുകളുള്ള ഒരു തസ്തികയ്ക്കുള്ള അഭിമുഖത്തിന് ഒരു ഭാര്യയും ഭർത്താവും പങ്കെടുക്കുന്നു. ഭർത്താവിനെ ജോലിക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി  $\frac{1}{3}$  ഉം ഭാര്യയെ അതേ ജോലിക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി  $\frac{1}{5}$  ഉം ആണ്. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക.

- (i) രണ്ടിൽ ഒരാൾ തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടുന്നു. (1)
- (ii) രണ്ടിൽ ഒരാൾ തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടുന്നില്ല. (1)
- (iii) രണ്ടു പേരും തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടുന്നു. (1)
- (iv) ഇവരിൽ ഒരാളെങ്കിലും തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെടുന്നു. (1)

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വീതം ആണ്. ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. (5 × 6 = 30)

- 18. (i) ഓരോ  $a_{ij} = 3i - 2j$  ആകത്തക്ക വിധം A എന്ന  $3 \times 3$  മെട്രിക്സ് രൂപീകരിക്കുക. (3)
- (ii) മുകളിൽ കിട്ടുന്ന A എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്കാലർ സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (3)

19. മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക : (6)

$$4x + 3y + 2z = 60$$

$$2x + 4y + 6z = 90$$

$$6x + 2y + 3z = 70$$

20.  $x = a(1 + \cos \theta)$ ,  $y = a \sin \theta$  എന്നിരിക്കട്ടെ.

- (i)  $\frac{dx}{d\theta} \frac{dy}{d\theta}$  കാണുക. (2)
- (ii)  $\frac{dy}{dx}$  കാണുക. (2)
- (iii)  $\frac{d^2y}{dx^2}$  കാണുക. (2)

21. Let  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(1, 0, -1)$  and  $C(2, 1, 2)$  be the vertices of a triangle.

Find :

(i)  $\vec{AB}, \vec{AC}$

(2)

(ii)  $\vec{AB} \times \vec{AC}$

(2)

(iii) the area of  $\Delta ABC$

(2)

22. A random variable  $X$  has the following probability distribution :

$$X : 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$P(x) : K \quad 2K \quad 3K \quad 4K$$

Determine :

(i)  $K$

(1)

(ii)  $P(X < 2)$

(2)

(iii) Mean of  $X$

(3)

23. A dealer deals in two items A and B. He has ₹ 15,000 to invest and a space to store at the most 80 pieces. Item A costs him ₹ 300 and item B costs him ₹ 150. He can sell items A and B at profits of ₹ 40 and ₹ 25 respectively. Assume that he can sell all that he buys.

(i) Write the objective function.

(1)

(ii) Construct the linear constraints

(2)

(iii) Formulate the above as a LPP for maximum profit and solve it graphically.

(3)

21.  $A(2, 3, 1), B(1, 0, -1), C(2, 1, 2)$  എന്നിവ  $\Delta ABC$  യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- (i)  $\vec{AB}, \vec{AC}$  എന്നിവ കാണുക. (2)
- (ii)  $\vec{AB} \times \vec{AC}$  കാണുക. (2)
- (iii)  $\Delta ABC$  യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക. (2)

22.  $X$  എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു :

$X : 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$P(x) : K \quad 2K \quad 3K \quad 4K$

താഴെ പറയുന്നവ കണ്ടു പിടിക്കുക :

- (i)  $K$  (1)
- (ii)  $P(X < 2)$  (2)
- (iii) Mean of  $X$  (3)

23. ഒരു കച്ചവടകാരൻ  $A, B$  എന്നിങ്ങനെ രണ്ടിനും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി വിൽക്കുന്നു. അയാളുടെ മുടക്കുമുതൽ ₹ 15,000 ആണ്. പരമാവധി 80 സാധനങ്ങൾ സൂക്ഷിക്കാനുള്ള ഇടമേയുള്ളൂ. അയാൾക്ക്  $A$  ഇനത്തിൽപ്പെട്ട ഒരു സാധനം വാങ്ങാൻ ₹ 300 ഉം  $B$  ഇനത്തിലപ്പെട്ട ഒന്നിന് ₹ 150 ഉം ചെലവാകുന്നു.  $A$  ഒന്നിന് ₹ 40 ഉം  $B$  ഒന്നിന് ₹ 25 ഉം ആയാൾക്ക് ലാഭം കിട്ടുന്നു. വാങ്ങുന്ന സാധനങ്ങളെല്ലാം അയാൾ വിൽക്കുന്നു വെന്ന് സങ്കല്പിക്കുക.

- (i) ഒബ്ജക്ടിവ് ഫങ്ഷൻ എഴുതുക. (1)
- (ii) ലിനിയർ കൺസ്ട്രെയ്ൻസുകൾ നിർമ്മിക്കുക. (2)
- (iii) പരമാവധി ലാഭം ലഭിക്കാനുള്ള ഒരു LPP അയി ഈ പ്രശ്നം ഗണിത രൂപത്തിലാക്കുക. ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് ഇതിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. (3)

24. (i) Let  $f(x)$  be a function. Then the slope of the tangent to the curve  $y = f(x)$  at  $x = a$  is given by

(a)  $f(a)$

(b)  $f'(0)$

(c)  $f''(a)$

(d)  $f'(a)$

(1)

(ii) If  $y = x^3 - 4x + 1$ , find  $\frac{dy}{dx}$

(1)

(iii) Find the equation of the tangent to the above curve at the point  $(2, 1)$ .

(2)

(iv) Find the equation of a line perpendicular to the tangent and passing through  $(2, 1)$ .

(2)

24. (i)  $f(x)$  ഒരു ഫംഷൻ എന്നിരിക്കട്ടെ  $y = f(x)$  എന്ന വക്രത്തിന്റെ തൊടുവരയുടെ സ്പോഷ്  $x = a$  യിൽ ഏതാണ് ?
- (a)  $f(a)$  (b)  $f'(0)$
- (c)  $f''(a)$  (d)  $f'(a)$  (1)
- (ii)  $y = x^3 - 4x + 1$  ആയാൽ  $\frac{dy}{dx}$  കാണുക. (1)
- (iii) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വക്രത്തിന്റെ  $(2, 1)$  എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)
- (iv) തൊടുവരക്ക് ലംബമായതും  $(2, 1)$  എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതുമായ രേഖയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)
-