Reg. No. : ....

Name : ....

SY 27

SAY/IMPROVEMENT
JUNE 2019

Time : 2½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores. **(6 × 3 = 18)**

1. (a) Find the equation of a plane which makes equal intercepts of 6 units with the co-ordinate axis. **(1)**

   (b) Find the distance between the above plane and the plane $x + y + z = -4$. **(2)**

2. Verify Rolle's Theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8, x \in [-4, 2]$.

3. Form the differential equation of the family of circles touching the x axis at origin.

4. Using properties of determinant, show that $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$, where a, c, b are arbitrary constants.

5. Evaluate $\int_0^2 e^x \, dx$ as the limit of a sum.

6. (i) If $x = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$, then which of the following is true ? **(1)**

   (a) $x = \cos^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$ (b) $x = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

   (c) $x = \text{cosec}^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$ (d) $x = \cot^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

   (ii) Evaluate $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$. **(2)**

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വിതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

(6 × 3 = 18)

1. (a) സൂചക അക്ഷങ്ങളുമായി 6 യൂണിറ്റ് തുല്യ ഇന്റർസെപ്റ്റുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഒരു പ്ലയിനിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. **(1)**

   (b) മേൽ പ്ലയിനും $x + y + z = -4$ എന്ന പ്ലയിനും തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക. **(2)**

2. $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $x \in [-4, 2]$ എന്ന ഫങ്ഷനിൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം ശരിയാകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

3. x അക്ഷത്തിൽ ആധാരബിന്ദുവിൽ തൊടുന്ന ഒരു കൂട്ടം വൃത്തങ്ങളുടെ ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ രൂപീകരിക്കുക.

4. ഡിറ്റർമിനന്റുകളുടെ സവിശേഷതകൾ ഉപയോഗിച്ച് $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. ഇവിടെ a, c, b ആർബിറ്ററി കോൺസ്റ്റന്റുകളാണ്.

5. $\int_0^2 e^x\, dx$ എന്നതിനെ ഒരു തുകയുടെ ലിമിറ്റായി കണക്കാക്കുക.

6. (i) $x = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ ആയാൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ശരിയേത്? **(1)**

   (a) $x = \cos^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$ (b) $x = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

   (c) $x = \text{cosec}^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$ (d) $x = \cot^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

   (ii) $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$ ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

7. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ is defined on **(1)**

(a) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(b) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $x \in [0, \pi]$

(d) $x \in (0, \pi)$

(ii) Find the value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{13\pi}{4}\right)$. **(2)**

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores. **(8 × 4 = 32)**

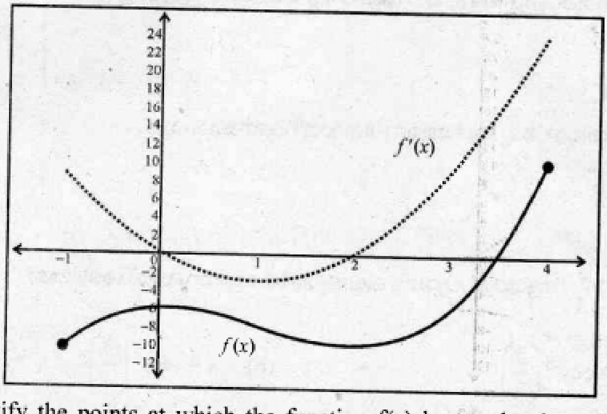
8. Consider the functions $f(x) = \sin x$ and $g(x) = x^3$.

(i) Find fog (x). **(2)**

(ii) Show that the function fog (x) is a continuous function. **(2)**

9. Find the shortest distance between the skew lines $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.

10. The figure shows the graph of a function $f(x)$ and it's derivative $f'(x)$. Using these graphs answer the following questions :



(i) Identify the points at which the function $f(x)$ have a local maximum and local minimum. **(1)**

(ii) Find the intervals on which the function $f(x)$ is strictly decreasing. **(1)**

(iii) Find the absolute maximum and absolute minimum values of $f(x)$ in the interval $[-1, 4]$. **(2)**

7. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ എന്നത് നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത്. **(1)**

(a) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (b) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $x \in [0, \pi]$ (d) $x \in (0, \pi)$

(ii) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{13\pi}{4}\right)$ ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വിതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

(8 × 4 = 32)

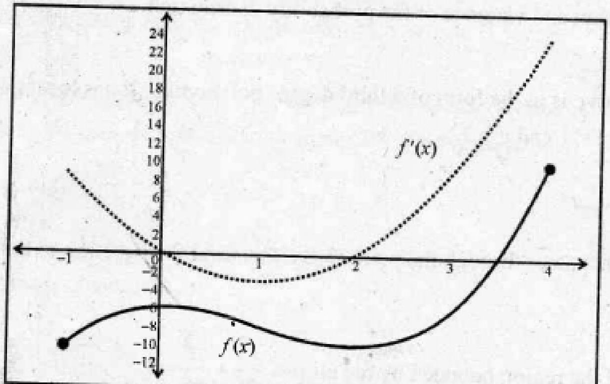
8. $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^3$ എന്നീ ഫങ്ഷനുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $fog(x)$ കാണുക. **(2)**

(ii) $fog(x)$ എന്ന ഫങ്ഷൻ കൺണ്ടിന്യുവസ് ആണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

9. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ സ്ക്യൂ വരകൾ തമ്മിലുള്ള ചെറിയ അകലം കാണുക.

10. ചിത്രത്തിൽ $f(x)$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെയും അതിന്റെ ഡെറിവേറ്റിവായ $f'(x)$ ന്റെയും ഗ്രാഫുകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. ഈ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക :



(i) $f(x)$ ന് ലോക്കൽ മാക്സിമവും ലോക്കൽ മിനിമവും ഉണ്ടാകുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കാണുക. **(1)**

(ii) $f(x)$ എന്ന ഫങ്ഷൻ സ്ട്രിക്റ്റിലി ഡിക്രീസിങ്ങ് ആകുന്ന ഇന്റർവൽ കാണുക. **(1)**

(iii) $f(x)$ എന്ന ഫങ്ഷന് $[-1, 4]$ ലെ അബ്സോലൂട്ട് മാക്സിമം, അബ്സോലൂട്ട് മിനിമം വിലകൾ കാണുക. **(2)**

11. (i) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \log(\cos(e^x))$. **(2)**

(ii) If $y = \sin^{-1} x$, show that $(1 - x^2)\, y_2 - x y_1 = 0$. **(2)**

12. (i) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos 2x\, dx$. **(2)**

(ii) Find the area bounded by the curve $y = \cos 2x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ and x-axis. **(2)**

13. In a factory which manufactures bolts, machine A, B and C manufactures respectively 25%, 35% and 40% of bolts. Of their outputs 5%, 4%, 2% respectively defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by the machine B ?

14. X is a random variable which denotes the number of heads obtained when a coin is tossed three times.

(i) Find the probability distribution of the random variable. **(2)**

(ii) Find the mean and variance of the probability distribution. **(2)**

15. Equation of a curve is in the form of a third degree polynomial. It has local maxima and local minima at $x = 1$ and $x = 3$.

(i) Write $\frac{dy}{dx}$. **(2)**

(ii) If the curve passes through the point (3, 1), then find the equation of the curve. **(2)**

16. Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

17. Find the equation of all lines having slope 2 and being tangent to the curve $y + \frac{2}{x-3} = 0$

11. (i) $y = \log(\cos(e^x))$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

(ii) $y = \sin^{-1} x$ ആയാൽ $(1 - x^2)\, y_2 - x y_1 = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

12. (i) $\int_0^{\pi/2} \cos 2x dx$. ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

(ii) $y = \cos 2x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, x-അക്ഷം എന്നിവ വലയം ചെയ്യുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. **(2)**

13. ബോൾട്ടുകൾ നിർമ്മിക്കുന്ന ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ മെഷീൻ A, B, C എന്നിവ മൊത്തം ബോൾട്ടുകളുടെ യഥാക്രമം 25%, 35%, 40% നിർമ്മിക്കുന്നു. ഉൽപ്പാദിപ്പിച്ച ബോൾട്ടുകളിൽ യഥാക്രമം 5%, 4%, 2% കേടുവന്നവയാണ്. റാന്റമായി ഒരു ബോൾട്ട് എടുക്കുകയും അത് കേടുവന്നതാണെന്നും കരുതുക. എങ്കിൽ ഈ ബോൾട്ട് മെഷീൻ B നിർമ്മിച്ചതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

14. ഒരു നാണയം മൂന്ന് പ്രാവശ്യം എറിയുമ്പോൾ തല വരുന്നതിന്റെ എണ്ണം X എന്ന റാന്റം വേരിയബിൾകൊണ്ട് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

(i) റാന്റം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ കാണുക. **(2)**

(ii) ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷന്റെ മാധ്യവും വേരിയൻസും കാണുക. **(2)**

15. ഒരു വക്രത്തിന്റെ സമവാക്യം മൂന്നാം കൃതിയുള്ള ബഹുപദത്തിന്റെ രൂപത്തിലാണ്. $x = 1$, $x = 3$ ൽ ഇതിന് ലോക്കൽ മാക്സിമവും ലോക്കൽ മിനിമവുമുണ്ട്.

(i) $\frac{dy}{dx}$ എഴുതുക. **(2)**

(ii) ഈ വക്രം (3, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നുണ്ടെങ്കിൽ വക്രത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. **(2)**

16. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. എന്ന എലിപ്പ്സ് വലയം ചെയ്യുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

17. സ്ലോപ്പ് 2 ആയ $y + \frac{2}{x-3} = 0$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ തൊടുവരകളുടെ സമവാക്യം കാണുക.

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. **($5 \times 6 = 30$)**

18. Consider an operation * defined on the set A = {1, 2, 4, 8} by a * b = LCM of a and b.

   (i) Show that * is a binary operation. **(3)**

   (ii) Write a commutative binary operation on A which has identity element 4 and every element has its own inverse. **(2)**

   (iii) How many such different binary operations as in part(ii) are possible. **(1)**

   {Hint : Operation table can be used.}

19. Consider the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & p & 0 \\ 1 & q & 2 \end{bmatrix}$ and its adjoint, adj $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & r \\ -2 & 6 & 2 \\ -1 & s & 2 \end{bmatrix}$.

   (i) Find $A \cdot \text{adj}(A)$ and $|A|$. **(3)**

   (ii) Find the value of p, q, r and s and hence find A^{-1}. **(3)**

20. (i) Construct a 3×3 matrix A whose $(i, j)^{th}$ element is $a_{ij} = 2i - j$. **(2)**

   (ii) Express A as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **(4)**

21. Integrate the following :

   (i) $\dfrac{3x-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ **(3)**

   (ii) $e^x \sin x$. **(3)**

22. Let $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + m\hat{j} + 3\hat{k}$

   (i) If $\vec{a}$ is perpendicular to $\vec{b}$, find m. **(1)**

   (ii) Find a vector $\vec{c}$ perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(2)**

   (iii) Verify that $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\,|\vec{c}|$ **(3)**

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വീതമാണ്. ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. **(5 × 6 = 30)**

18. A = {1, 2, 4, 8} എന്ന സെറ്റിലെ ഒരു ഓപ്പറേഷൻ * പരിഗണിക്കുക. a * b = a, b എന്നിവയുടെ LCM ആകുന്നു.
   (i) * ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷനാണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**
   (ii) 4 ഐഡന്റിറ്റി അംഗമായതും എല്ലാ അംഗങ്ങളും അതിന്റെ തന്നെ വിപരീതവുമായ. A യിലെ ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. **(2)**
   (iii) ഭാഗം (ii) ൽ പ്രസ്താവിച്ചതുപോലെയുള്ള എത്ര ബൈനറി ഓപ്പറേഷനുകൾ ഉണ്ടാകും. **(1)**
   {സൂചന : ഓപ്പറേഷൻ ടേബിൾ ഉപയോഗിക്കാം }

19. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & p & 0 \\ 1 & q & 2 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സും അതിന്റെ അഡ്ജോയന്റ് $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & r \\ -2 & 6 & 2 \\ -1 & s & 2 \end{bmatrix}$ പരിഗണിക്കുക.
   (i) $A \cdot \text{adj}(A)$, $|A|$ കാണുക. **(3)**
   (ii) p, q, r, s കണ്ടെത്തി, തുടർന്ന് A^{-1} കാണുക. **(3)**

20. (i) $(i, j)^{th}$ എലിമെന്റ് $a_{ij} = 2i - j$ ആയ A എന്ന 3 × 3 മാട്രിക്സ് രൂപീകരിക്കുക. **(2)**
   (ii) A എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(4)**

21. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ ഇന്റഗ്രേറ്റ് ചെയ്യുക :
   (i) $\dfrac{3x-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ **(3)**
   (ii) $e^x \sin x$. **(3)**

22. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + m\hat{j} + 3\hat{k}$ എന്നിവ പരിഗണിക്കുക.
   (i) $\vec{a}$ എന്നത് $\vec{b}$ ക്ക് ലംബമായാൽ m ന്റെ വില കാണുക. **(1)**
   (ii) $\vec{a}$ ക്കും $\vec{b}$ ക്കും ലംബമായ $\vec{c}$ എന്ന വെക്ടർ കാണുക. **(2)**
   (iii) $[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] = |\vec{a}|\ |\vec{b}|\ |\vec{c}|$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

23. Consider the line

$$\vec{r} = (-3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

(i) Write a point on the line. **(1)**

(ii) Find the equation of a plane passing through the point obtained in part (i) and perpendicular to the given line. **(2)**

(iii) Find a point on the line which is 3 units way from the point obtained in part (i). **(3)**

24. A manufacture company makes two models A and B of a product. Each piece of Model A and B requires 9 labour hours for fabricating and 1 labour hour for finishing. Each piece of Model B requires 12 labour hours for fabricating and 3 labour hours for finishing. For fabricating and finishing the maximum labour hours available are 180 and 30 respectively per week. The company makes a profit of ₹ 8,000 on each piece of Model A and ₹ 12,000 on each piece of Model B. How many piece of model A and Model B should be manufactured per week to realise a maximum profit ? What is the maximum profit per week ?

---

23. $\vec{r} = (-3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ എന്ന വര പരിഗണിക്കുക.

(i) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു കാണുക. **(1)**

(ii) തന്നിരിക്കുന്ന വരക്ക് ലംബമായതും ഭാഗം (i) ൽ ലഭിച്ച ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നതുമായ പ്ലയിനിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. **(2)**

(iii) ഭാഗം (i) ലഭിച്ച ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 3 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു കാണുക. **(3)**

24. ഒരു നിർമാണ കമ്പനി ഒരു ഉൽപന്നത്തിന്റെ രണ്ട് മോഡലുകൾ A, B നിർമ്മിക്കുന്നു. മോഡൽ A യുടെ ഓരോന്നും നിർമ്മിക്കാൻ 9 മണിക്കൂറും പൂർത്തിയാക്കാൻ 1 മണിക്കൂറും പരിശ്രമം വേണം. മോഡൽ B യുടെ ഓരോന്നും നിർമ്മിക്കാൻ 12 മണിക്കൂറും പൂർത്തിയാക്കാൻ 3 മണിക്കൂറും പരിശ്രമം വേണം. ഒരാഴ്ചയിൽ നിർമ്മിക്കാനും പൂർത്തിയാക്കാനും യഥാക്രമം 180, 30 മണിക്കൂറുകളാണ് ലഭിക്കുന്നത്. കമ്പനിക്ക് മോഡൽ A യിൽ നിന്നും 8,000 രൂപ ലാഭവും മോഡൽ B യിൽ നിന്നും 12,000 രൂപ ലാഭവും ലഭിക്കുന്നു. ഒരു ആഴ്ച്ചയിൽ പരമാവധി ലാഭം ലഭിക്കുവാൻ മോഡൽ A യുടെയും മോഡൽ B യുടെയും എത്ര എണ്ണം വീതം ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കണം ? ആഴ്ചയിലെ പരമാവധി ലാഭം എത്ര ?