K

முதல் திருப்புதல் பொதுத் தேர்வு-2020

Reg.No.

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

கணிதம்

நேரம்: 3.00 மணி

மதிப்பெண்கள்: 90

பகுதி - I

$20 \times 1 = 20$

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. $x^a y^b = e^m$, $x^c y^d = e^n$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}$, $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ எனில் x மற்றும் y ன் மதிப்புகள் முறையே

   a) $e^{(\Delta_2/\Delta_1)}, e^{(\Delta_3/\Delta_1)}$　b) $\log(\Delta_1/\Delta_3), \log(\Delta_2/\Delta_3)$

   c) $\log(\Delta_2/\Delta_1), \log(\Delta_3/\Delta_1)$　d) $e^{(\Delta_1/\Delta_3)}, e^{(\Delta_2/\Delta_3)}$

2. சமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பில் $\rho(A) = \rho([A \mid 0]) <$ மாறிகளின் எண்ணிக்கை எனில் தீர்வுகள்

   a) வெளிப்படைத் தீர்வு　b) வெளிப்படையற்ற தீர்வு மட்டுமே　c) தீர்வு இல்லை

   d) வெளிப்படை மற்றும் வெளிப்படையற்ற எண்ணற்ற தீர்வுகள்

3. z ஒரு கலப்பு எண், $z \in C / R$ மற்றும் $z + \frac{1}{z} \in R$ எனில் |z| ன் மதிப்பு

   a) 0　b) 1　c) 2　d) 3

4. படி 'n' கொண்ட x-ல் அமைந்த பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாடு எப்போதும் ______ கொண்டிருக்கும்.

   a) n வித்தியாசமான தீர்வுகள்　b) n மெய் தீர்வுகள்

   c) n கற்பனை தீர்வுகள்　d) n ஒரே ஒரு தீர்வு

5. $|x| < 1$ எனில் $\sin(\tan^{-1}x)$ ன் மதிப்பு

   a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$　b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$　d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

6. x-அச்சை (3,0) என்ற புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதும் (1,–2) என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி　a) (–5,2)　b) (2,–5)　c) (5,–2)　d) (–2,5)

7. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = z - 2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

   a) $\pi/6$　b) $\pi/4$　c) $\pi/3$　d) $\pi/2$

8. $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(\hat{i} + 4\hat{j})$ என்ற கோடும் $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 3$ என்ற தளமும் சந்திக்கும் புள்ளி

   a) (2,1,0)　b) (7,1,7)　c) (1,2,6)　d) (5,1,1)

9. $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ என்பன இரண்டு அலகு வெக்டர்கள் எனில் $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ என்பது கீழ்க்கண்டவற்றுள் எதற்கு இணையானது

   a) $\vec{a} - \vec{b}$　b) $\vec{a} + \vec{b}$　c) $2\vec{a} - \vec{b}$　d) $2\vec{a} + \vec{b}$

10. 't' நேரத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனில் துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்

    a) $t = 0$　b) $t = 1/3$　c) $t = 1$　d) $t = 3$

11. $\sin^4 x + \cos^4 x$ என்ற சார்பு கீழ்க்கண்டவற்றுள் எதில் ஏறும் சார்பு?

    a) $\left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$　b) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}\right]$　c) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$　d) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

12. $y = x^2 - 4x + 2$ என்ற வளைவரைக்கு [4,2] என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு
   a) $x + 4y + 12 = 0$ b) $4x + y + 12 = 0$
   c) $4x - y - 14 = 0$ d) $x + 4y - 12 = 0$

13. $f(x) = \frac{x}{x+1}$ எனில் அதன் வகைக்கெழு
   a) $\frac{-1}{(x+1)^2}dx$ b) $\frac{1}{(x+1)^2}dx$ c) $\frac{1}{1+x}dx$ d) $\frac{-1}{1+x}dx$

14. $\int_0^\infty e^{-3x}x^2\,dx$ ன் மதிப்பு   a) $7/27$ b) $5/27$ c) $4/27$ d) $2/27$

15. $\int_0^a \frac{1}{4+x^2}dx = \frac{\pi}{8}$ எனில் 'a' இன் மதிப்பு a) 4   b) 1   c) 3   d) 2

16. $y^2 = 16x$ என்ற பரவளையம் $x = 2$, $x = 3$ மற்றும் x-அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் பரப்பை x-அச்சைப் பொறுத்து சுழற்றுவதால் கிடைக்கும் திடப்பொருளின் கனஅளவு
   a) 72π b) $\frac{256\times19}{3}\pi$ c) 40π d) 80π

17. $\frac{dy}{dz} + p(x)y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
   a) $y = ce^{\int pdx}$ b) $y = ce^{-\int pdx}$ c) $x = ce^{-\int pdx}$ d) $x = e^{\int pdx}$

18. இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. முதல் நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 மற்றும் இரண்டாவது நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.5. சுண்டிவிதலின் முடிவுகள் சார்பற்றவை என்க. X என்பது மொத்த தலைகளின் எண்ணிக்கை எனில் E(X) ன் மதிப்பு   a) 0.11   b) 1.1   c) 1.2   d) 1

19. கணம் Q ல் $a \odot b = a + b + ab$ மற்றும் $3 \odot (y \odot 5) = 7$ எனில் y ன் மதிப்பு
   a) $y = 2/3$ b) $y = -2/3$ c) $y = -3/2$ d) $y = 4$

20. பின்வரும் கூற்றுக்களில் எதன் மெய்மதிப்பு F ஆகும்?
   a) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண் ஆகும்.
   b) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
   c) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
   d) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

பகுதி - II

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 30 கட்டாய வினா)*   7 x 2 = 14

21. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவ முறையில் காண்க.

22. $3x + (2x - 3y)i = 6 + 3i^9$ எனில் x மற்றும் y ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

23. மதிப்பு காண்க : $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}(-1)$

24. $2x = 3y = -z$ மற்றும் $6x = -y = -4z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

25. $f(x,y) = 2x^3 - 11x^2y + 3y^3$ எனில் $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = 3f$ என நிரூபி.

26. $y = e^{-2x}$, $y = 0$, $x = 0$ மற்றும் $x = 1$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை x-அச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றுவதால் கிடைக்கும் திடப்பொருளின் கனஅளவைக் காண்க.

27. $25^{\circ}C$ வெப்பநிலை உள்ள அறையில் $100^{\circ}C$ வெப்பத்தில் வைக்கப்பட்ட தண்ணீர் வெப்பநிலை 10 நிமிடத்தில் $80^{\circ}C$ ஆகக் குறைகிறது எனில் 20 நிமிடத்திற்குப் பிறகு தண்ணீரின் வெப்பநிலை என்ன?

28. சமவாய்ப்பு மாறி X ன் பரவல் சார்பு $F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + x) & 1 \le x < \infty \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$ எனில் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பினைக் காண்க.

29. $9x^2 - 16y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தின் முனைகள், குவியங்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க.

30. ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $f(x) = x^2 - x, x \in [0, 1]$ என்ற சார்பிற்கு x ன் எம்மதிப்பில் வரையப்படும் தொடுகோடு x அச்சிற்கு இணையாக இருக்கும்?

Part - III

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 40 கட்டாய வினா)* $7 \times 3 = 21$

31. கீழ்க்காணும் அணிக்கு நேர்மாறு அணி இருப்பின் காண்க : $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

32. $\dfrac{\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}}{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$ என்பதை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

33. தீர்க்க : $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7^x + 7^{x-1} + 7^{x+2}$

34. $x^2 + 4y^2 = 32$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு $0 = \frac{\pi}{4}$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

35. ஒரு முக்கோணம் ABC யின் நடுக்கோட்டுச் சந்தி G எனில்,
(ΔGAB ன் பரப்பு) = (ΔGBC ன்பரப்பு) = (ΔGCA ன்பரப்பு) = $\frac{1}{3}$ (ΔABC ன் பரப்பு) என நிரூபி.

36. மதிப்பு காண்க : $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x^2 + 17x + 29}{x^4}\right)$

37. மதிப்பு காண்க. : $\int_0^3 (3x^2 - 4x + 5)dx$

38. பத்து வினாக்கள் கொண்ட ஒரு பல்வாய்ப்புத் தேர்வில் ஒவ்வொரு வினாவும் நான்கு கவனச் சிதறல் விடைகளில் ஒன்று சரியான விடையாகும். ஊகத்தின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவன் விடையளிக்கிறார் என்க. சரியான விடைகளின் எண்ணிக்கை X எனில் i) ஈருறுப்புப் பரவல் மற்றும் ii) 7 சரியான விடைகள் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

39. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ என்பன ஏதேனும் மூன்று பூலியன் அணிகள் எனில் $(A \vee B) \vee C$ ன் மதிப்பு காண்க.

40. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{y}$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டிற்கு $x^2 + y^2 = r^2$ என்பது ஒரு தீர்வு எனக் காட்டுக. இங்கு 'r' ஒரு மாறிலி ஆகும்.

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி: 7 x 5 = 35

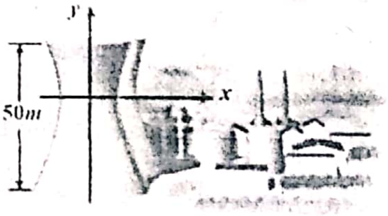
41. a) $A = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 6 & -3 & a \\ b & -2 & 6 \\ 2 & c & 3 \end{bmatrix}$ என்பது ஒரு செங்குத்து அணி எனில் a,b மற்றும் c ஆகியவற்றைக் காண்க. மேலும் A^{-1} காண்க. *(அல்லது)*

   b) z_1, z_2, z_3 ஆகியவை $|z| = 2$ என்ற வட்டத்தின் மீது அமைந்த சமபக்க முக்கோணத்தின் உச்சிகள். மேலும் $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ எனில் z_2 மற்றும் z_3 ஐக் காண்க.

42. a) $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ என்பன $x^\wedge - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூச்சியம் எனில் மற்ற பூச்சியங்களைக் காண்க. *(அல்லது)*

   b) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ன் முதன்மை மதிப்பினைக் காண்க.

43. a) ஒரு அணு உலைக் குளிரூட்டும் தூணின் குறுக்குவெட்டுத் அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$. தூண் 150 மீ உயரமுடையது.



   மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல் பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்குள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க. *(அல்லது)*

   b) $(-1,2,0)$, $(2,2,-1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

44. a) நாற்கரம் ABCD யில் $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$ மற்றும் $\overrightarrow{AC} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$. நாற்கரத்தின் பரப்பானது $\overrightarrow{AB}$ மற்றும் $\overrightarrow{AD}$ களை அடுத்துள்ள பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பைப் போல λ மடங்கு எனில் $\lambda = 5/2$ என நிறுவுக. *(அல்லது)*

   b) $f(x) = x^2 + 2$ என்ற சார்பு $(2,7)$ ல் திட்டமாக ஏறும் மற்றும் $(-2,0)$ திட்டமாக இறங்கும் என நிறுவுக.

45. a) $w(x,y) = xy + \frac{e^y}{y^2+1}$, $(x,y) \in R^2$ எனில் $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ காண்க. *(அல்லது)*

   b) $y(1) = 2$ எனும் நிபந்தனையை நிறைவு செய்யும் $(1 + x^3)\,dy - x^2\,y dx = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வு காண்க.

46. a) மக்கள் தொகை வளர்ச்சி விகிதம் வருடத்திற்கு 2% எனில் எத்தனை ஆண்டுகளில் மக்கள் தொகை இரண்டு மடங்காகும்? *(அல்லது)*

   b) இரு சீரான நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டிவிடப்படுகின்றன. கிடைத் தலைகளின் எண்ணிக்கைக்கு நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு காண்க.

47. a) $y = \sin x$, $x = 0$ and $x = \pi$, x அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க. *(அல்லது)*

   b) $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ என நிறுவுக.

******