

## காலாண்டுப் பொதுத் தேர்வு, செப்டம்பர் - 2017

நேரம் : 3-00 மணி]

Part-III கணிதம்

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 200

- அறிவுரை : 1. அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாசி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்து கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்  
2. நீலம் அல்லது சுருப்பு மையினை மட்டும் எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பெனசில் பயன்படுத்தவும்.

- குறிப்பு : 1. எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளி. பகுதி-அ 40×1=40  
2. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதுக
- $y^2 = (x-1)(x-2)^2$  என்ற வளைவரைக்கு (1)  $x=1$  மற்றும்  $x=2$  இவற்றிற்கிடையே இரு கண்ணிகள் உண்டு (2)  $x=0$  மற்றும்  $x=1$  இவற்றிற்கிடையே ஒரு கண்ணி உண்டு (3)  $x=1$  மற்றும்  $x=2$  இவற்றிற்கிடையே ஒரு கண்ணி உண்டு (4) கண்ணி கிடையாது
  - $\vec{a}$  மற்றும்  $\vec{b}$  இரண்டு ஓரலகு வெக்டர் மற்றும்  $\theta$  என்பது அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $(\vec{a} + \vec{b})$  ஆனது ஓரலகு வெக்டராயின் (1)  $\theta = \pi/3$  (2)  $\theta = \pi/4$  (3)  $\theta = \pi/2$  (4)  $\theta = 2\pi/3$
  - $\vec{a}, \vec{b}$  களை நிலை வெக்டர்களாக கொண்ட புள்ளிகள் வழியாகவும்  $\vec{v}$  க்கு இணையாகவும் அமைந்த தளத்தின் துணை அலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு (1)  $[\vec{r} - \vec{a}, \vec{b} - \vec{a}, \vec{v}] = 0$  (2)  $[\vec{r} - \vec{b}, -\vec{a}, \vec{v}] = 0$  (3)  $[\vec{a}\vec{b}, \vec{v}] = 0$  (4)  $[\vec{r}, \vec{a}, \vec{b}] = 0$
  - $2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{a}\vec{i} + \vec{b}\vec{j} + \vec{c}\vec{k}$  ஆகிய வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்களாயின் (1)  $a=2, b=3, c=-4$  (2)  $a=4, b=4, c=5$  (3)  $a=4, b=4, c=-5$  (4)  $a=-2, b=3, c=4$
  - $y^2(a+2x) = x^2(3a-x)$  என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடு (1)  $x=3a$  (2)  $x=-a/2$  (3)  $x=a/2$  (4)  $x=0$
  - $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற நீள்வட்டத்திற்கு அதன் குவியத்திலிருந்து ஒரு தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் அடியின் நியமப் பாதை (1)  $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$  (2)  $x^2 + y^2 = a^2$  (3)  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$  (4)  $x=0$
  - $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$  மற்றும்  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{2}$  ஆகிய இரு கோடுகளும் (1) இணை (2) வெட்டிக்கொள்பவை (3) ஒரு தளம் அமையாதவை (4) செங்குத்து
  - 28ன் 11ஆம் படி மூல சதவிகிதப் பிழை தோராயமாக 28ன் சதவிகிதப் பிழையைப்போல் மடங்காகும் (1)  $1/28$  (2)  $1/11$  (3)  $1/11$  (4) 28
  - $\vec{F} = \vec{a}\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  என்ற விசையானது ஒரு துகளை (1, 1, 1) என்ற புள்ளியிலிருந்து (2, 2, 2) என்ற புள்ளிக்கு நேர்க்கோட்டில் நகர்த்தும்போது கிடைக்கும் வேலையின் அளவு 5 எனில்  $a$ ன் மதிப்பு (1) -3 (2) 3 (3) 8 (4) -8
  - $36y^2 - 25x^2 + 900 = 0$  என்ற அதிபரவளையத்தின் தொலைத் தொடுகோடுகள் (1)  $y = \pm \frac{6}{5}x$  (2)  $y = \pm \frac{5}{6}x$  (3)  $y = \pm \frac{36}{25}x$  (4)  $y = \pm \frac{25}{36}x$
  - $\vec{PR} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{QS} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$  என்ற நாற்கரம் PQRSன் பரப்பு (1)  $5\sqrt{3}$  (2)  $10\sqrt{3}$  (3)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  (4)  $\frac{1}{2}$
  - $[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$ ன் மதிப்பு (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4
  - $y^2 = 8x$  என்ற பரவளையத்தில்  $l_1 = t$  மற்றும்  $l_2 = 3t$  என்ற புள்ளிகளில் வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி (1)  $(6t^2, 8t)$  (2)  $(8t, 6t^2)$  (3)  $(t^2, 4t)$  (4)  $(4t, t^2)$
  - $u = \sin^{-1}\left(\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}\right)$  மற்றும்  $f = \sin u$  எனில் சமபடித்தான சார்பு  $f$ -ன் படி (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4
  - $y^2 = 12x$  என்ற பரவளையத்தின் குவிநாணின் இறுதிப்புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி அமையும் கோடு (1)  $x-3=0$  (2)  $x+3=0$  (3)  $y+3=0$  (4)  $y-3=0$
  - $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  என்ற ஒருதளமற்ற வெக்டர்களுக்கு  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  எனில் (1)  $\vec{a}$  ஆனது  $\vec{b}$  க்கு இணை (2)  $\vec{b}$  ஆனது  $\vec{c}$  க்கு இணை (3)  $\vec{c}$  ஆனது  $\vec{a}$  க்கு இணை (4)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$
  - $4x^2 + 9y^2 = 36$  என்ற நீள்வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து  $(\sqrt{5}, 0)$  மற்றும்  $(-\sqrt{5}, 0)$  என்ற புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவளையின் கூடுதல் (1) 4 (2) 8 (3) 6 (4) 18
  - $xy = c^2$  என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தில்  $l_1$  என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு மீண்டும் அவ்வளைவரையை  $l_2$  ல் சந்திக்கும் எனில்  $l_1 l_2 =$  (1) 1 (2) 0 (3) -1 (4) -2
  - $\vec{r}(\vec{i} - \vec{k}) + t(3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k})$  என்ற கோடும்  $\vec{r} \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 8$  என்ற தளமும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி (1) (8, 6, 22) (2) (-8, -6, -22) (3) (4, 3, 1) (4) (-4, -3, -1) திருப்புக

20.  $x^2 - 4(y-3)^2 = 16$  என்ற அதிபரவளையத்தின் இயக்குவரைகள்  
 ①  $y = \pm \frac{8}{\sqrt{5}}$  ②  $x = \pm \frac{8}{\sqrt{5}}$  ③  $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{8}$  ④  $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{8}$
21.  $A + iB = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2)(a_3 + ib_3)$  எனில்  $A^2 + B^2$  ன் மதிப்பு  
 ①  $a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + a_3^2 + b_3^2$  ②  $(a_1 + a_2 + a_3)^2 + (b_1 + b_2 + b_3)^2$   
 ③  $(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)(a_3^2 + b_3^2)$  ④  $(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$
22. அலகு அணி  $I$  ன் வரிசை  $n$ ,  $k \neq 0$  ஒரு மாறிலி எனில்  $\text{adj}(kI) =$   
 ①  $k^n(\text{adj } I)$  ②  $k(\text{adj } I)$  ③  $k^2(\text{adj } I)$  ④  $k^{n-1}(\text{adj } I)$
23.  $i + i^{22} + i^{23} + i^{24} + i^{25}$  இன் மதிப்பு ①  $i$  ②  $-i$  ③  $1$  ④  $-1$
24.  $\left[ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \right]^{100} + \left[ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \right]^{100}$  ன் மதிப்பு ①  $2$  ②  $0$  ③  $-1$  ④  $1$
25.  $z$  ஒரு கலப்பெண்ணைக் குறிப்பதெனில்  $\arg(z) + \arg(\bar{z})$  ①  $\pi/4$  ②  $\pi/2$  ③  $0$  ④  $\pi$
26.  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  என்ற சார்பு ஏறும் இடைவெளி  
 ①  $(-\infty, 1)$  ②  $(4, \infty)$  ③  $(1, 4)$  ④ எல்லா புள்ளிகளிடத்தும்
27.  $ax + y + z = 0$ ,  $x + by + z = 0$ ,  $z + y + cz = 0$ . ஆகிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பான ஒரு வெளிப்படையற்ற தீர்வை பெற்றிருப்பின்  $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} =$  ①  $1$  ②  $2$  ③  $-1$  ④  $0$
28. ஒரு வளைவறையின் சாய்வு  $P$  க்கு முன் மிகையாக இருந்து  $P$  க்கு பின் குறையாக இருப்பின்  $P$  என்பது  
 ① மீச்சிறுப்புள்ளி ② மீப்பெருப்புள்ளி ③ வளைவுமாற்றுப்புள்ளி ④ தொடர்ச்சியற்ற புள்ளி
29. சார்பு  $f$  ஆனது  $c$  யில் இடஞ்சார்ந்த (பெரும்பு அல்லது சிறுமும்) பெற்று  $f'(c)$  நிலைத்திருப்பின்  $f'(c) = 0$  என்னும் கூற்றானது ① முகட்டு மதிப்பு தேற்றம் ② ஃபெர்மெட் தேற்றம்  
 ③ இடைமதிப்பு விதி ④ ரோலின் தேற்றம்
30.  $(m-5) + i(n+4)$  என்ற கலப்பெண்ணின் இணையெண்  $(2m+3) + i(3n-2)$  எனில்  $(n, m)$  என்பது ①  $(-1/2, -8)$  ②  $(-1/2, 8)$  ③  $(1/2, -8)$  ④  $(1/2, 8)$
31.  $\begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -1 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் தரம் 2 எனில்  $\lambda$  ன் மதிப்பு  
 ①  $1$  ②  $2$  ③  $-3$  ④ ஏதேனும் ஒரு மெய்யெண்
32. ஒரு சதுர அணி  $A$  ன் வரிசை  $n$  எனில்  $|\text{adj } A|$  என்பது ①  $|A|^2$  ②  $|A|^n$  ③  $|A|^{n-1}$  ④  $|A|$
33.  $\omega$  என்பது  $n$  ம்படி மூலம் எனில்  
 ①  $1 + \omega^2 + \omega^4 + \dots = \omega + \omega^3 + \omega^5 + \dots$  ②  $\omega^n = 0$  ③  $\omega^n = 1$  ④  $\omega = \omega^{n-1}$
34.  $P$  மற்றும்  $q$  பூச்சியமல்லாத பொதுக்காரணிகளற்ற முழு எண்கள் எனில்  $(\cos \theta + i \sin \theta)^{p/q}$  ன் மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை ①  $p$  ②  $q$  ③  $p+q$  ④  $p-q$
35. ஆதியிலிருந்து ஒரு நேர்க்கோட்டில்  $x$  தொலைவில் நகரும் புள்ளியின் திசைவேகம்  $v$  எனவும்  $a + bv^2 = x^2$  எனவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு  $a$  மற்றும்  $b$  மாறிலிகள் அதன் முடுக்கம் ஆனது ①  $b/x$  ②  $a/x$  ③  $x/b$  ④  $x/a$
36.  $A$  மற்றும்  $B$  என்ற அணிகள் பெருக்கலுக்கு உகந்தவையாயின்  $(AB)^T =$   
 ①  $A^T B^T$  ②  $B^T A^T$  ③  $-AB$  ④  $BA$
37. மூன்று மாறிலிகளில் அமைந்த மூன்று நேரிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பில்  $\Delta = 0$  மற்றும்  $\Delta$  ன் எல்லா  $2 \times 2$  சிற்றணி கோவைகளின் மதிப்புகள் பூச்சியங்களாகி  $\Delta_x$  மற்றும்  $\Delta_y$  அல்லது  $\Delta_z$  ன் ஏதேனும் ஒரு  $2 \times 2$  சிற்றணி கோவை பூச்சியமற்றதாயின் தொகுப்பானது  
 ① ஒருங்கமைவு உடையது ② ஒருங்கமைவு அற்றது ③ ஒருங்கமைவு உண்டு மற்றும் தொகுப்பானது இரு சமன்பாடுகளாக மாறும்  
 ④ ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் தொகுப்பானது ஒரு சமன்பாடாக மாறும்
38.  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  என்ற வளைவறையின் செங்கோடு  $x$  அச்சுடன்  $\theta$  என்னும் கோணம் ஏற்படுத்தும்மெனில் அச்செங்கோட்டின் சாய்வு ①  $-\cot \theta$  ②  $\tan \theta$  ③  $-\tan \theta$  ④  $\cot \theta$
39.  $a = 0, b = 1$  எனக் கொண்டு  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  என்ற சார்பிற்கு லெக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்பு தேற்றத்தின்படியுள்ள  $c$  ன் மதிப்பு ①  $-1$  ②  $1$  ③  $0$  ④  $1/2$
40.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$  இன் மதிப்பு ①  $\infty$  ②  $0$  ③  $\log \frac{ab}{cd}$  ④  $\frac{\log \frac{a}{b}}{\log \frac{c}{d}}$

குறிப்பு : 1. எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளி.

2. வினா எண் 55க்கு கண்டிப்பாக விடையளி. மற்ற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளி.

41.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் சேர்ப்பைக் கண்டு  $A(adj A) = (adj A)A = |A|I$  என்பதை சரிபார்க்க.

42. தரம் காண்க :  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}$

43. வழக்கமான குறியீடுகளுடன்  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  என நிறுவுக.

44. கோளத்தின் விட்டம், மேற்பரப்பில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணம் செங்கோணம் எனக் காட்டுக.

45. (i) எந்த ஒரு  $\vec{a}$ க்கும்  $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$  என நிரூபி.

(ii)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$  என்ற கோட்டிற்கும்  $3x+4y+z+5=0$  என்ற தளத்திற்கும் .

இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

46.  $P$  எனும் புள்ளி கலப்பெண் மாறி  $Z$  ஐக் குறிக்கிறது எனில்  $\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z}+1}{z-i}\right) = 0$  எனுமாறு

$P$  ன் நியமப் பாதை காண்க.

47. கலப்பெண்ணின் முக்கோண சமனிலி எழுதி நிரூபி.

48.  $2-iz$  ஒரு தீர்வாகக் கொண்ட  $6x^4 - 25x^3 + 32x^2 + 3x - 10 = 0$  எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.

49.  $(2,1)$  ஐ மையமாகக் கொண்ட ஒரு செவ்வக அதிபரவளையமானது  $(1,-1)$  வழியே செல்கிறது. இதன் ஒரு தொலைத் தொடுகோடு  $3x-y-5=0$  எனில் அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க

50. (i) முனை  $(1, 2)$  மற்றும் செவ்வகலத்தின் சமன்பாடு  $x=3$  எனில் பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(ii)  $2x^2 + 5y^2 = 20$  என்ற நீள்வட்டத்திற்கு  $(2, 4)$  என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் தொடுகோடுகளின் தொடு நாணின் சமன்பாடு காண்க.

51. ஒரு நகரும் வாகனத்தின் தடை  $(F)$  இன் சமன்பாடு  $F = \frac{5}{x} + 100x$  எனில் தடையின் சிறும மதிப்பைக் காண்க.

52.  $[0, 2\pi]$  என்ற இடைவெளியில்  $y = -1 + \cos x$  என்ற வளைவரைக்கு  $x$  அச்சுக்கு இணையாக வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் தொடுபுள்ளியை ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடு.

53.  $x > 0$  வாகவும்  $n > 1$  எனவும் இருப்பின்  $(1+x)^n > 1+nx$  என நிரூபி.

54. ஒரு தனி ஊசலின் நீளம்  $l$  மற்றும் முழு அலைவு நேரம்  $T$  எனில்  $T = k\sqrt{l}$  ( $k$  ஒரு மாறிலி) தனி ஊசலின் நீளம் 32.1 செமீலிருந்து 32.0 செமீக்கு மாறும்போது நேரத்தில் ஏற்படும் சதவீதப் பிழையைக் காண்க.

55. அ) அணிக்கோவை முறையில் தீர்க்க :  $2x+3y=8; 4x+6y=16$  (அல்லது)

ஆ)  $U = xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$  எனில் யூலரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$  எனக்

காட்டுக.

குறிப்பு : 1. ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளி.

10 × 10 = 100

2. வினா எண் 70க்கு கட்டாயம் விடையளி. மற்ற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளி.

56. நேர்மாறு அணிகாணல் முறையில் தீர்க்க :  $2x - y + z = 7, 3x + y - 5z = 13, x + y + z = 5$
57.  $\mu$  இன் எம்மதிப்பிற்கு  $x + y + 3z = 0, 4x + 3y + \mu z = 0, 2x + y + 2z = 0$  என்ற தொகுப்பிற்கு (i) வெளிப்படைத் தீர்வு (ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும் ?
58. ஒரு முக்கோணத்தின் குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் என்பதனை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

59.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  மற்றும்  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{-z-1}{1}$  என்ற கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் எனக் காட்டுக. மேலும் அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

60.  $x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$  என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  மற்றும்  $\tan \theta = \frac{q}{y+p}$

எனில்  $\frac{(y+\alpha)^n + (y+\beta)^n}{\alpha + \beta} = q^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$  என நிறுவுக

61.  $x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$  என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
62. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாக பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயில் இருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்த பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மீ. கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலைக் குத்துக்கோட்டிற்கு 3 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

63.  $x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$  என்ற அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைத்தகவு, மையம், குவியங்கள் மற்றும் உச்சிகளைக் காண்க. மேலும் அதன் வரைபடம் வரைக.

64.  $3x - y - 5 = 0$  என்ற நேர்க்கோடு, அதிபரவளையம்  $2x^2 - 3y^2 = 6$  ஐத் தொடுகிறது என நிரூபிக்க. மேலும் தொடும் புள்ளியையும் காண்க.  $x^2 + 12y = 9 \Rightarrow x^2 - 9y^2 = 9$

65. ஒரு விசை இழுப்பான் மூலம் செலுத்தப்படும் கருங்கல் ஜல்லிகள், வினாடிக்கு 30 க.அடி வீதம் மேலிருந்து கீழே கொட்டப்படும் போது அவை கூம்பு வடிவத்தைக் கொடுக்கிறது. எந்நேரத்திலும் அக்கூம்பின் விட்டமும் உயரமும் சமமாகவே இருக்குமானால், கூம்பின் உயரம் 10 அடியாக இருக்கும்போது உயரம் என்ன வீதத்தில் உயர்கிறது என்பதைக் காண்க.

66.  $f(x) = x - 2 \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi$  என்பதன் மீப்பெரு பெருமம் மற்றும் மீச்சிறு சிறுமம் ஆகியவற்றைக் காண்க.  $(67) \mu \sin^{-1} \left( \frac{x-y}{\sqrt{x+y}} \right)$  ஐக் கவனிக்கவும்

67.  $y = 12x^2 - 2x^3 - x^4$  என்ற சார்பு எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகின்றன என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப்புள்ளிகளையும் காண்க.

68.  $w = u^2 e^v$  என்ற சார்பில்  $u = \frac{x}{y}$  மற்றும்  $v = y \log x$  எனுமாறு இருப்பின்  $\frac{\partial w}{\partial x}$  மற்றும்  $\frac{\partial w}{\partial y}$  காண்க.

69.  $y = x^3$  எனும் வளைவரையைக் காண்க.

70. அ) வெட்டுத்துண்டு வடிவில் ஒரு தளத்தின் சமன்பாட்டைத் தருவிக்க. (அல்லது)  
ஆ) ஒரு பாலத்தின் வளைவானது அரை நீள்வட்டத்தின் வடிவில் உள்ளது. கிடைமட்டத்தில் அதன் அகலம் 40 அடியாகவும் மையத்திலிருந்து அதன் உயரம் 16 அடியாகவும் உள்ளது எனில் மையத்திலிருந்து வலது அல்லது இடதுபுறத்தில் 9 அடி தூரத்தில் உள்ள தரைப் புள்ளியிலிருந்து பாலத்தின் உயரம் என்ன ?