வகுப்பு : 12

7405

Reg. No. 1 2 1 3 1 .

அரையாண்டுப் பொதுத் தேர்வு, டிசம்பர் - 2017

நேரம் : 3-00 மணி] Part-III **கணிதம்** [மொத்த மதிப்பெண்கள் : 200

அறிவுரை : 1. அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்து கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்

2. நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டும் எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி-அ

$40 \times 1 = 40$

குறிப்பு : 1. எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளி.

2. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதுக

1. $\begin{pmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -1 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் 2 எனில் λன் மதிப்பு

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) ஏதேனும் ஒரு மெய்யெண்

2. அலகு அணி I இன் வரிசை n, $k \neq 0$ ஒரு மாறிலி எனில், $adj(kI)$ என்பது :

(1) $k^n(adj\, I)$ (2) $k(adj\, I)$ (3) $k^2(adj\, I)$ (4) $k^{n-1}(adj\, I)$

3. மதிப்பிட வேண்டிய மூன்று மாறிகளில் அமைநத மூன்று நேரிய அசமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பில் $\Delta = 0$ மற்றும் $\Delta_x = 0, \Delta_y = 0, \Delta_z = 0$ எனில் தொகுப்புக்கான தீர்வு

(1) ஒரே ஒரு தீர்வு (2) இரண்டு தீர்வுகள் (3) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள் (4) தீர்வு இல்லாமை

4. பின்வருவனவற்றில், சமபடித்தான தொகுப்பை பொறுத்த வரையில் எது சரியானது ?

(1) எப்பொழுதுமே ஒருங்கமைவு அற்றது (2) வெளிப்படைத் தீர்வை மட்டுமே பெற்றிருக்கும் (3) வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளை மட்டுமே பெற்றிருக்கும் (4) கெழுக்கள் அணியின் தரம், மாறிகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருக்கும்போது மட்டுமே வெளிப்படைத் தீர்வினை மட்டும் பெற்றிருக்கும்

5. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}, |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 5,$ எனில் $\vec{a}$ க்கும் $\vec{b}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

(1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{2\pi}{3}$ (3) $\frac{5\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

6. $3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்ற வெக்டரை ஒரு மூலைவிட்டமாகவும், $\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ஐ ஒரு பக்கமாகவும் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பு : (1) $10\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{30}$ (3) $\frac{3}{2}\sqrt{30}$ (4) $3\sqrt{30}$

7. $\vec{i} + a\vec{j} - \vec{k}$ எனும் விசை $\vec{i} + \vec{j}$ எனும் புள்ளி வழியேச் செயல்படுகிறது. $\vec{j} + \vec{k}$ எனும் புள்ளியைப் பொறுத்து அதன் திருப்புத்திறனின் அளவு $\sqrt{8}$ எனில் a இன் மதிப்பு (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

8. $(2,1,-1)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும், தளங்கள் $\vec{r}.(\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) = 0; \vec{r}.(\vec{j} + 2\vec{k}) = 0$ வெட்டிக் கொள்ளும் கோட்டை உள்ளடக்கியதுமான தளத்தின் சமன்பாடு :

(1) $x + 4y - z = 0$ (2) $x + 9y + 11z = 0$ (3) $2x + y - z + 5 = 0$ (4) $2x - y + z = 0$

9. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ மற்றும் $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-1}{2}$ ஆகிய இரு கோடுகளும்

(1) இணையானவை (2) வெட்டிக்கொள்பவை (3) ஒரு தளம் அமையாதவை (4) செங்குத்து

10. $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r}.\vec{n} = q$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில் :

(1) $\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{n}}{q}$ (2) $\cos\theta = \frac{\vec{b}.\vec{n}}{|\vec{b}||\vec{n}|}$ (3) $\sin\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{n}|}$ (4) $\sin\theta = \frac{\vec{b}.\vec{n}}{|\vec{b}||\vec{n}|}$

11. $a = 3 + i$ மற்றும் $z = 2 - 3i$ எனில் $az, 3az$ மற்றும் $-az$ என்பன ஒரு ஆர்கன் தளத்தில் :

(1) செங்கோண முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் (2) சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் (3) இருசமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் (4) ஒரே கோடமைவன

12. $a = \cos\alpha - i\sin\alpha, b = \cos\beta - i\sin\beta, c = \cos\gamma - i\sin\gamma$ எனில் $(a^2c^2 - b^2)/abc$ என்பது :

(1) $\cos 2(\alpha - \beta + \gamma) + i\sin 2(\alpha - \beta + \gamma)$ (2) $-2\cos(\alpha - \beta + \gamma)$ (3) $-2i\sin(\alpha - \beta + \gamma)$ (4) $2\cos(\alpha - \beta + \gamma)$

13. $ax^2 + bx + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1-i}{1+i}$; மற்றும் a -யும் b யும் மெய் எனில் (a,b) என்பது : (1) (1, 1) (2) (1, -1) (3) (0, 1) (4) (1, 0)

14. z_1, z_2 என்பன கலப்பெண்கள் எனில் பின்வருவனவற்றுள் எது தவறு ?

(1) $\text{Re}(z_1 + z_2) = \text{Re}(z_1) + \text{Re}(z_2)$ (2) $\text{Im}(z_1 + z_2) = \text{Im}(z_1) + \text{Im}(z_2)$

(3) $\arg(z_1 + z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ (4) $|z_1 z_2| = |z_1| + |z_2|$

15. $(-4,4)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 16x$ க்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் : (1) 45° (2) 30° (3) 60° (4) 90°

16. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து குவியத்திற்கு இடையேயுள்ள தொலைவுகளின் வித்தியாசம் 24, மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு 2 எனில் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு : (1) $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{432} = 1$ (2) $\frac{x^2}{432} - \frac{y^2}{144} = 1$ (3) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{12\sqrt{3}} = 1$ (4) $\frac{x^2}{12\sqrt{3}} - \frac{y^2}{12} = 1$

(திருப்புக

17. $xy = 9$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் மீதுள்ள $(6, \frac{3}{2})$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்து, வளைவரையை மீண்டும் சந்திக்கும் புள்ளி :
(1) $(\frac{3}{8}, 24)$ (2) $(-24, \frac{-3}{8})$ (3) $(\frac{-3}{8}, -24)$ (4) $(24, \frac{3}{8})$

18. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு அதன் குவியத்திலிருந்து ஒரு தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் அடியின் நியமப் பாதை
(1) $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$ (2) $x^2 + y^2 = a^2$ (3) $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ (4) $x = 0$

19. ஒரு உருகும் பனிக்கட்டி கோளத்தின் கனஅளவு 1 செ.மீ³/நிமிடம் எனக் குறைகின்றது. அதன் விட்டம் 10 செ.மீ என இருக்கும்போது விட்டம் குறையும் வேகம் ஆனது :
(1) $-\frac{1}{50\pi}$ செ.மீ/நிமிடம் (2) $\frac{1}{50\pi}$ செ.மீ/நிமிடம் (3) $\frac{-11}{75\pi}$ செ.மீ/நிமிடம் (4) $\frac{-2}{75\pi}$ செ.மீ/நிமிடம்

20. ஒரு கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு 4 செ.மீ³/வினாடி என்ற வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றது. அக்கன சதுரத்தின் கனஅளவு 8 க.செ.மீ ஆக இருக்கும்போது அதன் புறப்பரப்பு அதிகரிக்கும் வீதம்:
(1) 8 செ.மீ²/வினாடி (2) 16 செ.மீ²/வினாடி (3) 2 செ.மீ²/வினாடி (4) 4 செ.மீ²/வினாடி

21. $y = -e^{-x}$ என்ற வளைவரை : (1) $x > 0$ விற்கு மேல்நோக்கி குழிவு (2) $x > 0$ விற்கு கீழ்நோக்கி குழிவு (3) எப்போதும் மேல்நோக்கி குழிவு (4) எப்போதும் கீழ்நோக்கி குழிவு

22. தொடர்ச்சியான வளைவரை $y = f(x)$ ஆனது $(x_1 y_1)$ என்ற புள்ளியில் $x \to x_1$ எனும்போது $f'(x) \to \theta$ எனில் $f = (x)$ க்கு : (1) $y = x_1$ என்ற நிலைக்குத்தான தொடுகோடு உண்டு (2) $x = x_1$ என்ற கிடைமட்ட தொடுகோடு உண்டு (3) $x = x_1$ என்ற நிலைக்குத்தான தொடு கோடு உண்டு (4) $y = y_1$ என்ற கிடைமட்ட தொடுகோடு உண்டு

23. 28ன் 11ஆம் படி மூல சதவிகிதப் பிழை தோராயமாக 28ன் சதவிகிதப் பிழையைப்போல் ---- மடங்காகும் (1) $1/28$ (2) $1/11$ (3) 11 (4) 28

24. $u = f(x, y)$ என்க. இயல்பான குறியீட்டின்படி $u_{xy} = u_{yx}$ என இருக்க வேண்டுமாயின் :
(1) u என்பது தொடர்ச்சியானதாக (2) u_x என்பது தொடர்ச்சியானதாக
(3) u_y என்பது தொடர்ச்சியானதாக (4) u, u_x, u_y ஆகியவை தொடர்ச்சியானதாக

25. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{\sin x}{2 + \cos x} \right) dx$ இன் மதிப்பு : (1) 0 (2) 2 (3) $\log 2$ (4) $\log 4$

26. புள்ளிகள் (0, 0) (3, 0) மற்றும் (3, 3) ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு x அச்சைப் பொறுத்துச் சுழற்றப்படும் திடப்பொருளின் கன அளவு :
(1) 18π (2) 2π (3) 36π (4) 9π

27. ஆரம் 5 உள்ள கோளத்தை தளங்கள் மையத்திலிருந்து 2 மற்றும் 4 தூரத்தில் வெட்டும் இரு இணையான தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட பகுதியின் வளைபரப்பு :
(1) 20π (2) 40π (3) 10π (4) 30π

28. $\int_0^{2a} f(x) dx = 0$ என இருக்க வேண்டுமாயின் :
(1) $f(2a - x) = f(x)$ (2) $f(2a - x) = -f(x)$ (3) $f(x) = -f(x)$ (4) $f(-x) = f(x)$

29. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x \log x} y = \frac{2}{x^2}$ இன் தொகைக் காரணி (1) e^x (2) $\log x$ (3) $\frac{1}{x}$ (4) e^{-x}

30. $y = e^x (A\cos x + B\sin x)$ என்ற தொடர்பில் A-யையும் B-யையும் நீக்கி பெறப்படும் வகைக்கெழு சமன்பாடு : (1) $y'' + y' = 0$ (2) $y'' - y' = 0$ (3) $y'' - 2y' + 2y = 0$ (4) $y'' - 2y' - 2y = 0$

31. $f'(x) = \sqrt{x}$ மற்றும் $f(1) = 2$ எனில் $f(x)$ என்பது :
(1) $-\frac{2}{3}(x\sqrt{x} + 2)$ (2) $\frac{3}{2}(x\sqrt{x} + 2)$ (3) $\frac{2}{3}(x\sqrt{x} + 2)$ (4) $\frac{2}{3}x(\sqrt{x} + 2)$

32. $y' + (y'')^2 = (x + y'')^2$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி :
(1) 1, 1 (2) 1, 2 (3) 2, 1 (4) 2, 2

33. நிபந்தனைக் கூற்று $p \to q$ க்கு சமானமானது : (1) $p \vee q$ (2) $p \vee (\sim q)$ (3) $(\sim p) \vee q$ (4) $p \wedge q$

34. வழக்கமான குறியீடுகளில், பெருக்கலைப் பொறுத்து குலமாகிய ஒன்றின் முப்படி மூலங்களில் ω^2-இன் வரிசை : (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1

35. முழுக்களில் * என்ற ஈருறுப்பு செயலி $a * b = a + b - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் சமனி உறுப்பு : (1) 0 (2) 1 (3) a (4) b

36. கீழ்க்கண்டவற்றில் எதில் $\div$ ஈருறுப்புச் செயலியாகும் : (1) N (2) R (3) Z (4) $C - \{0\}$

37. சரியான கூற்றுகள் எவை ?
(i) $E(aX + b) = aE(X) + b$ (ii) $\mu_2' = \mu_2' - (\mu_1')^2$ (iii) μ_2 =பரவற்படி (iv) $Var(aX + b) = a^2 Var X$
(1) அனைத்தும் (2) (i), (ii), (iii) மட்டும் (3) (ii), (iii) மட்டும் (4) (i), (iv) மட்டும்

38. X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் பரவற்படி 4 மேலும் சராசரி 2 எனில் $E(X^2)$ இன் மதிப்பு :
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

39. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X பாய்ஸான் பரவலைப் பின்பற்றுகிறது. மேலும் $E(X^2) = 30$ எனில் பரவலின் பரவற்படி : (1) 6 (2) 5 (3) 30 (4) 25

40. 400 மாணவர்கள் எழுதிய கணிதத் தேர்வின் மதிப்பெண் இயல்நிலை பரவலை ஒத்திருக்கிறது. இதன் சராசரி 65. மேலும் 120 மாணவர்கள் 85 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற்றிருப்பின் மதிப்பெண்கள் 45-லிருந்து 65-க்குள் பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை :
(1) 120 (2) 20 (3) 80 (4) 160

பகுதி - ஆ

10 × 6=60

குறிப்பு : 1. எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளி.
2. வினா எண் 55க்கு கண்டிப்பாக விடையளி. மற்ற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளி.

41. $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ மற்றும் $B=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

42. $x+y+z=7; x+2y+3z=18; y+2z=6$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என தரமுறையில் கண்டறிந்து, ஒருங்கமைவு உடையதெனில், தீர்வு காண்க.

43. $\vec{r}=(2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k})+t(2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$ என்ற கோடும் $x-2y+3z+7=0$ என்ற தளமும் சந்திக்கின்ற புள்ளியைக் காண்க.

44. (i) $\vec{x}.\vec{a}=0, \vec{x}.\vec{b}=0, \vec{x}.\vec{c}=0$ மற்றும் $\vec{x}\neq 0$ எனில் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரே தள அமை வெக்டர்கள் எனக் காட்டுக.

(ii) $\vec{r}=(\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k})+\mu(2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r}.(3\vec{i}-2\vec{j}+6\vec{k})=0$ என்ற தளத்திற்கும் இடையே உள்ள கோணம் காண்க.

45. z_1, z_2 என்ற ஏதேனும் இரு கலப்பெண்களுக்கு $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}, (|z_2|\neq 0)$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)=\arg(z_1)-\arg(z_2)$ என நிரூபிக்க.

46. ஆர்கன் தளத்தில் $10+8i, -2+4i, -11+31i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தினை உருவாக்கும் என நிறுவுக.

47. (i) மதிப்பிடுக : $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin(\frac{2}{x})}{(\frac{1}{x})}$

(ii) $f(x)=|x-1|, 0\le x\le 2$ என்ற சார்புக்கு ரோலின் தேற்றத்தினை சரிபார்க்க.

48. $f(x)=\tan x+\cot x$ என்ற சார்பு $(0, \pi/2)$ என்ற இடைவெளியில் ஓரியல்பு அற்றது என நிரூபிக்க.

49. வகையீடுகளை பயன்படுத்தி $\sqrt{36.1}$ ன் தோராய மதிப்பினை இரண்டு தசம ஸ்தானங்களுக்கு காண்க.

50. $(D^2+2D+1)y=x^2+2x+1$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

51. $\sim(p\wedge q)\equiv(\sim p)\vee(\sim q)$ என நிறுவுக.

52. குலத்தில், நீக்கல் விதியினை எழுதி நிரூபிக்க.

53. ஒரு பள்ளியில் 800 மாணவர்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட திறனாய்வுத் தேர்வின் மதிப்பெண்கள் இயல்நிலைப் பரவலை சார்ந்திருக்கிறது. 10% மாணவர்கள் 40 மதிப்பெண்களுக்கு கீழேயும் 10% மாணவர்கள் 90 மதிப்பெண்களுக்கு மேலும் பெறுகிறார்கள் எனில், 40 மதிப்பெண்களுக்கும் 90 மதிப்பெண்களுக்கும் இடையே மதிப்பெண்கள் பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

54. (i) ஒரு துறைமுகத்தில் சராசரியாக 10 கப்பல்களில் ஒரு கப்பல் பத்திரமாக திரும்புவதில்லை 500 கப்பல்களில் பத்திரமாக திரும்பி வரும் கப்பல்களின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

(ii) ஒரு தொழிற்சாலையில் 200 மின் இணைப்பான் உள்ள ஒரு பெட்டியில் 2% குறையுள்ள மின் இணைப்பான்கள் உள்ளன எனில் 3-க்கு மேல் குறையுடையவையாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க $[e^{-4}=0.0183]$

55. (a) $xy=c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு x, y அச்சுகளில் வெட்டும் துண்டுகள் a, b எனவும், இப்புள்ளியில் செங்கோட்டின் வெட்டும் துண்டுகள் p, q எனவும் இருப்பின் $ap+bq=0$ என நிரூபிக்க.

(அல்லது)

(b) மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\cos^2 x\,dx$

பகுதி - இ

குறிப்பு : 1. ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளி. $10 \times 10 = 100$

2. வினா எண் 70க்கு கட்டாயம் விடையளி. மற்ற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளி.

56. ஒரு பையில் ரூ. 1 ரூ. 2 மற்றும் ரூ. 5 நாணயங்கள் உள்ளன. ரூ. 100 மதிப்பிற்கு மொத்தம் 30 நாணயங்கள் உள்ளன. அவ்வாறாயின் ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

57. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}; \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}; \vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}; \vec{d} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ எனில்

$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]\vec{d}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

58. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

59. $x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β மற்றும் $\tan\theta = \frac{q}{y+p}$ எனில் $\frac{(y+\alpha)^n - (y+\beta)^n}{\alpha - \beta} = q^{n-1}\frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$ என நிறுவுக

60. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாக பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயில் இருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்த பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மீ. கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலைக் குத்துக்கோட்டிற்கு 3 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

61. சூரியன் குவியத்திலிருக்குமாறு மெர்க்குரி கிரகமானது சூரியனை ஒரு நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. அதன் அரை நெட்டச்சின் நீளம் 36 மில்லியன் மைல்கள் ஆகவும் மையத் தொலைத்தகவு 0.206 ஆகவும் இருக்குமாயின் (i) மெர்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிக அருகாமையில் வரும்போது உள்ள தூரம் (ii) மெர்குரி கிரகமானது சூரியனுக்கு மிகத் தொலைவில் இருக்கும்போது உள்ள தூரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

62. கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரங்களின்படி கிடைக்கப்பெறும் அதிபரவளையத்தின் இயக்கு வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க :

(i) $\frac{(x-1)^2}{9} = \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், அதிபரவளையத்தின் மையமாக அமைகிறது.

(ii) அதிபரவளையத்தின் செவ்வகலத்தின் நீளம் $\frac{9}{2}$ மற்றும் மையத் தொலைத்தகவு $\frac{5}{4}$.

(iii) துணையச்சின் சமன்பாடு $x = 1$.

63. $x = a\cos^3\theta, y = a\sin^3\theta$ எனும் துணை அலகு சமன்பாடுகளைக் கொண்ட வளைவரைக்கு θ-இல் வரையப்படும் செங்கோட்டின் சமன்பாடு $x = \cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$ எனக் காட்டுக.

64. ஒரு சுவரொட்டியின் மேல் மற்றும் அடியின் ஓரங்கள் 6 செ.மீ. மற்றும் அதன் பக்க ஓரங்கள் 4 செ.மீ ஆகும் அச்சுவரொட்டியில் அச்சடிக்கப்பட்ட வாசகங்களின் பரப்பு 384 செ.மீ ^{2} என வரையறுக்கப்பட்டால் அதன் பரப்பு சிறும அளவு கொள்ளுமாறு உள்ள நீள அகலங்களைக் காண்க.

65. $u = \tan^{-1}\left[\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right]$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$ என நிரூபிக்க.

66. $x = a(t + \sin t), y = a(1 + \cos t)$ என்ற வட்ட உருள்வளை (cycloid) அதன் அடிப்பக்கத்தைப் (x-அச்சு) பொறுத்து சுழற்றுவதால் ஏற்படும் திடப்பொருளின் வளைப்பரப்பைக் காண்க.

67. $4y^2 = 9x, 3x^2 = 16y$ என்ற பரவளையங்களுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க.

68. வெப்பநிலை $15°C$ உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள தேநீரின் வெப்பநிலை $100°C$ ஆகும். அது 5 நிமிடங்களில் $60°C$ ஆக குறைந்துவிடுகிறது. மேலும் 5 நிமிடம் கழித்து தேநீரின் வெப்பநிலையினைக் காண்க.

69. ஒரு கொள்கலத்தில் 4 வெள்ளை மற்றும் 3 சிவப்புப் பந்துகள் உள்ளன. 3 பந்துகளை ஒவ்வொன்றாக எடுக்கும்போது, சிவப்பு நிறப்பந்துகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவுப் பரவல் (நிறைச்சார்பு) காண்க : (i) திருப்பி வைக்கும் முறையில் (ii) திருப்பி வைக்கா முறையில்

70. (a) ஒரு முப்படி பல்லுறுப்புக் கோவை $x = -1$ எனும்போது பெரும மதிப்பு 4 ஆகவும் $x = 1$ எனும்போது சிறும மதிப்பு 0 ஆகவும் இருப்பின் அக்கோவையைக் காண்க. (அல்லது)

(b) $|z| = 1$ எனுமாறு உள்ள கலப்பெண்கள் யாவும் அடங்கிய கணம் M ஆனது கலப்பெண்களின் பெருக்கலின்கீழ் ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.