இரண்டாம் திருப்புதல் பொதுத் தேர்வு-2020

Reg.No. □□□□□□

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

கணிதம்

நேரம்: 3.00 மணி மதிப்பெண்கள்: 90

பகுதி - I

$20 \times 1 = 20$

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக:

1. $P = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ என்பது 3 x 3 வரிசையுடைய அணி A ன் சேர்ப்பு அணி மற்றும் $|A| = 4$ எனில் x ஆனது a) 15 b) 12 c) 14 d) 11

2. A என்ற 3 x 3 பூச்சியமற்ற கோவை அணிக்கு $A^3 = I$ எனில் A^{-1} என்பது
   a) A^{-3} b) A^2 c) A^3 d) A

3. z, iz மற்றும் z + iz என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு
   a) $\frac{1}{2}|z|^2$ b) $|z|^2$ c) $\frac{3}{2}|z|^2$ d) $2|z|^2$

4. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)$ ன் முதன்மை வீச்சு
   a) -110° b) -70° c) 70° d) 110°

5. $2x^{13} + 12x^{12} - 4x^{10} + 8x^8 - 5x^5 + 3x^2 + 64 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் $\Sigma a_1a_2a_3 =$
   a) -4 b) -2 c) 4 d) 2

6. $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$, சில $x \in R$ எனில் $\tan^{-1} x$ ன் மதிப்பு
   a) $-\pi/10$ b) $\pi/5$ c) $\pi/10$ d) $-\pi/5$

7. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்
   a) 1 b) 3 c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{11}$

8. x + y = k என்ற நேர்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k ன் மதிப்பு a) 3 b) -1 c) 1 d) 9

9. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{\sqrt{2}}$ எனுமாறு உள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
   a) $\pi/2$ b) $3\pi/4$ c) $\pi/4$ d) π

10. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $2x - y + 2z - 12 = 0$ என்ற தளத்திற்கு இடைப்பட்ட செங்குத்தின் நீளம்
    a) 12 b) 3 c) 4 d) 9

11. $f(x) = 2\cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \pi/2$ ல் செங்குகோட்டின் சாய்வு
    a) $-4\sqrt{3}$ b) -4 c) $\sqrt{3}/12$ d) $4\sqrt{3}$

12. $x^2 e^{-2x}$, $x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும மதிப்பு
    a) $1/e$ b) $1/2e$ c) $1/e^2$ d) $4/e^4$

13. சார்பு $g(x) = \cos x$ ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு $x = \pi/2$ இல்
    a) $x + \pi/2$ b) $-x + \pi/2$ c) $x - \pi/2$ d) $-x - \pi/2$

14. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x \, dx$ இன் மதிப்பு

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 0 d) $\frac{2}{3}$

15. $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 \, dx$ is இன் மதிப்பு

a) $\frac{7}{27}$ b) $\frac{5}{27}$ c) $\frac{4}{27}$ d) $\frac{2}{27}$

16. $y = mx$ என்ற நேர்கோட்டுத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

a) $\frac{dy}{dx} = m$ b) $y\,dx - x\,dy = 0$ c) $\frac{d^2y}{dx^2} = m$ d($y\,dx + x\,dy = 0$

17. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

a) $\frac{1}{x+1}$ b) $x + 1$ c) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ d) $\sqrt{x+1}$

18. ஒரு நிகழ்தகவு மாறியின் நிகழ்தகவு சார்பு கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	k	2k	3k	4k	5k

எனில் E(X) க்கு சமமான மதிப்பு

a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{3}$

19. மெய் எண்களின் கணம் R ன் மீது '*' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது R-ன் ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?

a) $a * b = \min(a . b)$ b) $a * b = \max(a, b)$

c) $a * b = a$ d) $a * b = a^b$

20. பின்வருபவைகளில் எது மெய்மதிப்பு F ஐப் பெற்றிருக்கும்?

a) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்.

b) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

c) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்

d) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

பகுதி - II

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 30 கட்டாய வினா)* 7 x 2 = 14

21. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

22. $\frac{z+3}{z-5i} = \frac{1+4i}{2}$ எனில் கலப்பெண் Z ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.

23. $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

24. $\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ ன் மதிப்பு காண்க.

25. $3x^2+(3-p)xy+qy^2-2px=8pq$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் q ன் மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

26. $\left[\vec{a}-\vec{b},\ \vec{b}-\vec{c}, \vec{c}-\vec{a}\right]=0$ என நிறுவுக.

27. கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக.
i) $f(x)=|x|,\ x\in[-1,1]$ ii) $f(x)=\tan x,\ x\in[0,\pi]$

28. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx}=e^{x+y}+x^3e^y$

29. ஆறு பக்க பகடை ஒன்றின் ஒரு பக்கத்தில் '2' எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் இரண்டு பக்கங்களில் '3' எனவும், மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '4' எனவும் உள்ளது. இருமுறை பகடை உருட்டப்படுகிறது. X என்பது இரு உருட்டல்களில் கிடைக்கும் எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் குறிக்கிறது எனில், X-இன் மதிப்புகளையும் மற்றும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களின் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

30. மதிப்பிடுக : $\int_0^{1.5}\lfloor x^2\rfloor dx$, இங்கு $\lfloor x\rfloor$ என்பது மீப்பெரு முழுக்கள் சார்பு.

பகுதி - III

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 40 கட்டாய வினா)* 7 x 3 = 21

31. பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பைத் தீர்க்கவும் :
$x+2y+3z=0,\ 3x+4y+4z=0,\ 7x+10y+12z=0$

32. $z=x+iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $|z-4|^2-|z-1|^2=16$ எனுமாறு அமைந்தால் z-ன் நியமப்பாதை காண்க.

33. $x^9-5x^5+4x^4+2x^2+1=0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் 6 மெய்யற்ற கலப்பெண் தீர்வுகள் உண்டு எனக்காட்டுக.

34. $y^2=4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு t_1 என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு, பரவளையத்தை t_2 என்ற புள்ளியில் சந்திக்குமெனில் $t_2=-\left(t_1+\frac{2}{t_1}\right)$ என நிறுவுக.

35. $f(x)=x(x-4)^3$ என்ற சார்புக்கு குழிவு இடைவெளிகள் மற்றும் வளைவுமாற்றுப் புள்ளி காண்க.

36. நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறையில் $(63)^{2/3}$ ன் தோராய மதிப்பு காண்க.

37. மதிப்பிடுக : $\int_{\pi/8}^{3\pi/8}\frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}dx$

38. தீர்க்க : $\left(1+x^3\right)\frac{dy}{dx}+6x^2y=1+x^2$

39. பின்வரும் கூற்றுக்கு மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சமின்மை என்பதைச் சரிபார்க்க
$((p\vee q)\wedge\sim p)\rightarrow q$

40. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{4}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1}=\frac{y-m}{2}=z$ என்ற கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும் எனில் m-ன் மதிப்பைக் காண்க.

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி: $7 \times 5 = 35$

41. a) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை கிராமின் விதிப்படி தீர்க்க:
$\frac{3}{x}-\frac{4}{y}-\frac{2}{z}-1=0$, $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}-2=0$ மற்றும் $\frac{2}{x}-\frac{5}{y}-\frac{4}{z}+1=0$ *(அல்லது)*

b) நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க : $2x+3y-z=9$, $x+y+z=9$, $3x-y-z=-1$

42. a) $2\cos\alpha = x+\frac{1}{x}$ மற்றும் $2\cos\beta = y+\frac{1}{y}$ எனக்கொண்டு கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக:

i) $\frac{x^m}{y^n}-\frac{y^n}{x^m}=2i\sin(m\alpha-n\beta)$ ii) $x^m y^n+\frac{1}{x^m y^n}=2\cos(m\alpha+n\beta)$ *(அல்லது)*

b) $2+i$ மற்றும் $3-\sqrt{2}$ ஆகியவை $x^6-13x^5+62x^4-126x^3+65x^2+127x-140=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.

43. a) தீர்க்க : $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=\frac{\pi}{4}$ *(அல்லது)*

b) $18x^2+12y^2-144x+48y+120=0$ என்ற கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க.

44. a) $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}$, $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}$, $\vec{c}=3\hat{j}-\hat{k}$ மற்றும் $\vec{d}=2\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$ எனில்
$(\vec{a}\times\vec{b})\times(\vec{c}\times\vec{d})=[\vec{a},\vec{b},\vec{d}]\,\vec{c}-[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]\,\vec{d}$ என்பதை சரிபார்க்க. *(அல்லது)*

b) (1,3,2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{3}$ மற்றும் $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

45. a) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில், ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும் போது

1) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க.
2) எந்த வீதத்தில், ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது? *(அல்லது)*

b) தீர்க்க : $2xy\,dx+(x^2+2y^2)\,dy=0$

46. a) $f(x,y)=\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial y\,\partial x}$ என நிறுவுக. *(அல்லது)*

b) கோடு $y=2x+5$ மற்றும் பரவளையம் $y=x^2-2x$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

47. a) $4P(X=4)=P(X=2)$ மற்றும் $n=6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n,p)$ ன் பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க. *(அல்லது)*

b) $A=Q\setminus\{1\}$ என்க. A ன் மீது * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. $x*y=x+y-xy$. '*' ஆனது A ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், A-ன் மீது * ஆனது சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.

******