

गणित MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80 Maximum Marks : 80

सामान्य निर्देशः

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 30 प्रश्न हैं जो चार खण्डों अ, ब, स और द में विभाजित हैं।
- (iii) खण्ड अ में एक-एक अंक वाले 6 प्रश्न हैं। खण्ड ब में 6 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है। खण्ड स में 10 प्रश्न तीन-तीन अंकों के हैं। खण्ड द में 8 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है।



- (iv) प्रश्न-पत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं है। तथापि एक अंक वाले दो प्रश्नों में, दो अंकों वाले 2 प्रश्नों में, 3 अंकों वाले 4 प्रश्नों में और चार अंकों वाले 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में आपको दिए गए विकल्पों में से केवल एक प्रश्न ही करना है।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) This question paper consists of 30 questions divided into four sections A, B, C and D.
- (iii) Section A contains 6 questions of 1 mark each. Section B contains 6 questions of 2 marks each. Section C contains 10 questions of 3 marks each. Section D contains 8 questions of 4 marks each.
- (iv) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in two questions of 1 mark, two questions of 2 marks, four questions of 3 marks each and three questions of 4 marks each. You have to attempt only one of the alternative in all such questions.
- (v) Use of calculator is not permitted.

खण्ड – अ

SECTION - A

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Question numbers 1 to 6 carry 1 mark each.

 एक वृत्त जिसका केन्द्र (2, -3) है, का एक व्यास AB है। यदि बिंदु B के निर्देशांक (1, 4) हैं तो बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Find the coordinates of a point A, where AB is diameter of a circle whose centre is (2, -3) and B is the point (1, 4).

2. k के किन मानों के लिए समीकरण $x^2 + 4x + k = 0$ के मूल वास्तविक होंगे?

अथवा

k,का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $3x^2 - 10x + k = 0$ के मूल एक-दूसरे के प्रतिलोम हों।

For what values of k, the roots of the equation $x^2 + 4x + k = 0$ are real?

Or

Find the value of k for which the roots of the equation $3x^2 - 10x + k = 0$ are reciprocal of each other.



3. यदि tan 2A = cot (A -24°) है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(sin² 33°+sin² 57°) का मान ज्ञात कीजिए। Find A if tan 2A = cot (A -24°)

Or

Find the value of $(\sin^2 33^\circ + \sin^2 57^\circ)$

- दो अंकों की कितनी संख्याएँ 3 से भाज्य हैं ? How many two digits numbers are divisible by 3 ?
- 5. आकृति 1 में, DE || BC, AD = 1 सेमी तथा BD = 2 सेमी है | (Δ ABC) तथा (Δ ADE) के क्षेत्रफलों में क्या अनुपात है ?





In Fig. 1, DE || BC, AD = 1 cm and BD = 2 cm. What is the ratio of the ar (Δ ABC) to the ar (Δ ADE) ?



6. $\sqrt{2}$ तथा $\sqrt{3}$ के बीच में स्थित एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए | Find a rational number between $\sqrt{2}$ and $\sqrt{3}$.



खण्ड – ब

SECTION – B

प्रश्न संख्या 7 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Question numbers 7 to 12 carry 2 marks each.

 यूक्लिड एल्गोरिथ्म के प्रयोग से 1260 तथा 7344 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए।

अथवा

दर्शाइए कि प्रत्येक विषम धनपूर्णांक (4q+1) अथवा (4q+3) के रूप का होता है, जहाँ q कोई पूर्णांक है।

Find the HCF of 1260 and 7344 using Euclid's algorithm.

Or

Show that every positive odd integer is of the form (4q+1) or (4q+3), where q is some integer.

समांतर श्रेढ़ी 3, 15, 27, 39, का कौन सा पद इसके 21वें पद से 120 अधिक है ?.

अथवा

यदि एक समांतर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग S_n , $S_n = 3n^2 - 4n$ द्वारा प्रदत्त है, तो इसका nवाँ पद ज्ञात कीजिए।

Which term of the AP 3, 15, 27, 39, will be 120 more than its 21st term ? Or

If S_n , the sum of first *n* terms of an AP is given by $S_n = 3n^2 - 4n$, find the *n*th term.

9. बिंदुओं (1, -3) तथा (4, 5) को मिलाने वाला रेखाखण्ड, *x*-अक्ष द्वारा जिस अनुपात में विभाजित होता है, वह ज्ञात कीजिए । *x*-अक्ष के इस बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए । Find the ratio in which the comment initial to be set of the set

Find the ratio in which the segment joining the points (1, -3) and (4, 5) is divided by x-axis? Also find the coordinates of this point on x-axis.

10. एक खेल में एक रुपए के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। यदि तीनों परिणाम समान होने को जीत माना जाए तो खेल हारने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।



A game consists of tossing a coin 3 times and noting the outcome each time. If getting the same result in all the tosses is a success, find the probability of losing the game.

11. एक पासे को एक बार उछाला गया (i) एक अभाज्य संख्या के आने की (ii) 2 तथा 6 के बीच की संख्या के आने की, प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A die is thrown once. Find the probability of getting a number which (i) is a prime number (ii) lies between 2 and 6.

 c का मान ज्ञात कीजिए, यदि समीकरण निकाय cx+3y+(3-c) = 0; 12x+cy-c = 0 के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

Find c if the system of equations cx+3y+(3-c)=0; 12x+cy-c=0 has infinitely many solutions ?

खण्ड – स SECTION – C

प्रश्न संख्या 13 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है। Question numbers 13 to 22 carry 3 marks each.

- 13. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। Prove that $\sqrt{2}$ is an irrational number.
- **14.** यदि बहुपद $x^2 (k+6)x + 2(2k-1)$ के शून्यकों का योग उनके गुणनफल का आधा है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of k such that the polynomial $x^2 - (k+6)x + 2(2k-1)$ has sum of its zeros equal to half of their product.

15. एक पिता की आयु अपने दो बच्चों की आयु के योग के तीन गुने के समान है। 5 वर्ष के पश्चात उसकी आयु बच्चों की आयु के योग के दुगुने के समान होगी। पिता की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए

अथवा

एक भिन्न $\frac{1}{3}$ हो जाती है, जब उसके अंश से 2 घटाया जाता है, और वह $\frac{1}{2}$ हो जाती है, जब हर में से 1 घटाया जाए। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।



A father's age is three times the sum of the ages of his two children. After 5 years his age will be two times the sum of their ages. Find the present age of the father.

Or

A fraction becomes $\frac{1}{3}$ when 2 is subtracted from the numerator and it becomes $\frac{1}{2}$ when 1 is subtracted from the denominator. Find the fraction.

y-अक्ष का वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं (5, -2) तथा (-3, 2) से समदूरस्थ है।

अथवा

बिंदुओं A(2, 1) तथा B(5, –8) को मिलाने वाला रेखाखण्ड बिंदुओं P तथा Q पर समत्रिभाजित होता है जबकि P बिंदु A के निकट है। यदि P, 2x – y + k = 0 द्वारा प्रदत्त रेखा पर भी स्थित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

Find the point on y-axis which is equidistant from the points (5, -2) and (-3, 2).

Or

The line segment joining the points A(2, 1) and B(5, -8) is trisected at the points P and Q such that P is nearer to A. If P also lies on the line given by 2x - y + k = 0, find the value of k.

17. सिद्ध कीजिए कि $(\sin\theta + \csc\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 = 7 + \tan^2\theta + \cot^2\theta$.

अथवा

सिद्ध कीजिए कि (1 + cot A - cosec A)(1 + tan A + sec A) = 2

Prove that $(\sin \theta + \csc \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$.

Or

Prove that $(1 + \cot A - \csc A)(1 + \tan A + \sec A) = 2$

18. आकृति 2 में, O केंद्र वाले 5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त की 8 सेमी लम्बी एक जीवा PQ है। P और Q पर स्पर्श रेखाएँ परस्पर एक बिंदु T पर प्रतिच्छेद करती हैं। TP की लंबाई ज्ञात कीजिए।



आकृति 2



In Fig. 2, PQ is a chord of length 8 cm of a circle of radius 5 cm and centre O. The tangents at P and Q intersect at point T. Find the length of TP.





19. आकृति 3 में, $\angle ACB = 90^{\circ}$ तथा $CD \perp AB$ है, सिद्ध कीजिए कि $CD^2 = BD \times AD$.





यदि P तथा Q क्रमशः △ ABC की भुजाओं CA तथा CB पर स्थित बिंदु हैं तथा \angle C समकोण है, तो सिद्ध कीजिए कि (AQ² + BP²) = (AB² + PQ²)

In Fig. 3, $\angle ACB = 90^{\circ}$ and $CD \perp AB$, prove that $CD^2 = BD \times AD$.



Fig. 3 Or

If P and Q are the points on side CA and CB respectively of \triangle ABC, right angled at C, prove that $(AQ^2 + BP^2) = (AB^2 + PQ^2)$



 आकृति 4 में, छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि ABCD एक आयत है जिसकी भुजाएँ 8 सेमी तथा 6 सेमी लंबी हैं तथा O वृत्त का केंद्र है। (π = 3.14 लीजिए)



आकृति 4

Find the area of the shaded region in Fig. 4, if ABCD is a rectangle with sides 8 cm and 6 cm and 0 is the centre of circle. (Take $\pi = 3.14$)



Fig. 4

21. 6 मी चौड़ी और 1.5 मी गहरी एक नहर में पानी 10 किमी/घंटा की चाल से बह रहा है। 30 मिनट में, यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई कर पाएगी, जबकि सिंचाई के लिए 8 सेमी गहरे पानी की आवश्यकता होती है।

Water in a canal, 6 m wide and 1.5 m deep, is flowing with a speed of 10 km/hour. How much area will it irrigate in 30 minutes; if 8 cm standing water is needed ?

22. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
बारंबारता	8	10	10	16	12	6	7

Find the mode of the following frequency distribution.

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Frequency	8	10	10	16	12	6	7

30/1/1

खण्ड – द SECTION – D

प्रश्न संख्या 23 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है। Question numbers 23 to 30 carry 4 marks each.

23. दो पानी के नल एक साथ एक टैंक को 1⁷/₈ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल टैंक को भरने में, कम व्यास वाले नल से 2 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक नल द्वारा अलग से टैंक को भरने का समय ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक नाव 10 घंटे में धारा के प्रतिकूल 30 किमी तथा धारा के अनुकूल 44 किमी जाती है। 13 घंटे में वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल एवं 55 किमी धारा के अनुकूल जाती है। धारा की चाल तथा नाव की स्थिर जल में चाल ज्ञात कीजिए।

Two water taps together can fill a tank in $1\frac{7}{8}$ hours. The tap with longer diameter takes 2 hours less than the tap with smaller one to fill the tank separately. Find the time in which each tap can fill the tank separately.

Or

A boat goes 30 km upstream and 44 km downstream in 10 hours. In 13 hours, it can go 40 km upstream and 55 km downstream. Determine the speed of the stream and that of the boat in still water.

24. यदि एक समांतर श्रेढ़ी के प्रथम चार पदों का योग 40 है तथा प्रथम 14 पदों का योग 280 है। इस श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

If the sum of first four terms of an AP is 40 and that of first 14 terms is 280. Find the sum of its first n terms.

- 25. सिद्ध कीजिए $\frac{\sin A \cos A + 1}{\sin A + \cos A 1} = \frac{1}{\sec A \tan A}$ Prove that $\frac{\sin A - \cos A + 1}{\sin A + \cos A - 1} = \frac{1}{\sec A - \tan A}$
- 26. 100 मी ऊँचे एक लाइट हाउस से दूर एक नाव को ले जाता हुआ व्यक्ति 2 मिनट में लाइट हाउस के शिखर के उन्नयन कोण को 60° से 30° बदलता हुआ पाता है। मीटर प्रति मिनट में नाव की चाल ज्ञात कीजिए। √3 = 1.732 लीजिए]



एक 80 मी चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने–सामने समान ऊँचाई वाले दो खंभे लगे हुए हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिंदु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए।

A man in a boat rowing away from a light house 100 m high takes 2 minutes to change the angle of elevation of the top of the light house from 60° to 30°. Find the speed of the boat in metres per minute. $\left[\text{Use } \sqrt{3} = 1.732 \right]$

Or

Two poles of equal heights are standing opposite each other on either side of the road, which is 80 m wide. From a point between them on the road, the angles of elevation of the top of the poles are 60° and 30° respectively. Find the height of the poles and the distances of the point from the poles.

27. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें CA = 6 सेमी, AB = 5 सेमी तथा $\angle BAC = 45^{\circ}$

हों। अब एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत भुजाओं का $\frac{3}{5}$ गुना हो।

Construct a \triangle ABC in which CA = 6 cm, AB = 5 cm and \angle BAC = 45°. Then construct a triangle whose sides are $\frac{3}{5}$ of the corresponding sides of \triangle ABC.

28. शंकु के छिन्नक के आकार की ऊपर से खुली एक बाल्टी का आयतन 12308.8 घन सेमी है। इसके ऊपरी तथा निचले वृत्तीय सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 20 सेमी तथा 12 सेमी हैं। बाल्टी की ऊँचाई तथा इसके बनाने में लगी धातु की चादर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए) A bucket open at the top is in the form of a frustum of a cone with a capacity of 12308.8 cm³. The radii of the top and bottom of circular ends of the bucket are 20 cm and 12 cm respectively. Find the height of the bucket and also the area of the metal sheet used in making it. (Use $\pi = 3.14$)

29. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के समान होता है।

Prove that in a right angle triangle, the square of the hypotenuse is equal the sum of squares of the other two sides.



30.

यदि निम्न बारंबारता बंटन का माध्यक 32.5 है तो f_1 तथा f_2 के मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	योग
बारंबारताः	f_1	5	9	12	f2	3	2	40

अथवा

एक परीक्षा में 100 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्तांक नीचे दिये गए हैं।

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
0-5	2
5-10	5
10-15	6
15-20	8
20-25	10
25-30	25
30-35	20
35-40	18
40-45	4
45-50	2

एक 'से कम प्रकार का' संचयी बारंबारता वक्र खींचिए। अतः माध्यक ज्ञात कीजिए।

If the median of the following frequency distribution is 32.5. Find the values of f_1 and f_2 .

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	Total
Frequency	f_1	5	9	12	fa	3	2	40

Or

The marks obtained by 100 students of a class in an examination are given below.

Marks	No. of Students
0-5	2
5-10	5
10-15	6
15-20	8
20-25	10
25-30	25
30-35	20
35-40	18
40-45	4
45-50	2

Draw 'a less than' type cumulative frequency curves (ogive). Hence find median.

