

ഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ്

X

ചേർച്ചശേഖരം



കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയ്യാറാക്കിയത്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)

വിദ്യാഭവൻ, പുജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012
Phone: 0471 - 2341883, 2340323, e-mail: scertkerala@gmail.com

SCERT Kerala

Prepared by:

State Council of Educational
Research & Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram -12,
Kerala. E-mail:scertkerala@gmail.com

Type setting by:

SCERT Computer Lab.

©

Government of Kerala
Education Department
2016

ശ്രദ്ധ

പൊതുപരീക്ഷയുടെ മാതൃകയിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളുടെ ഒരു സമാഹാരമാണിത്. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും അനുബന്ധമായ പഠനനേട്ടം, ഉത്തരസൂചിക, സ്കോർ, സമയം എന്നിവ പ്രത്യേകം നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

ഓരോ കുട്ടിക്കും സ്വന്തം പഠനമികവ് വിലയിരുത്തുന്നതിനും, കൂടുതൽ പരിശീലനത്തിനും, ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ പരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്നതിനും ഈ ചെറുപുസ്തകം സഹായകരമാകും എന്നു പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ആശംസകളോടെ,

ഡയറക്ടർ

ഉള്ളടക്കം

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ	5
2. വൃത്തങ്ങൾ	23
3. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം	36
4. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ	43
5. ത്രികോണമിതി	63
6. സൂചകസംഖ്യകൾ	83
7. തൊടുവരകൾ	93
8. ഘനരൂപങ്ങൾ	105
9. ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതവും	124
10. ബഹുപദങ്ങൾ	142
11. സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്	152
മാതൃക ചോദ്യപേപ്പറുകൾ	156

സമാന്തരശ്രേണികൾ

1. പഠനനേട്ടം

1. പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ നിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
2. പദങ്ങളും പദസമാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നു.



1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- എണ്ണൽസംഖ്യാശ്രേണി : 1, 2, 3, 4, 5, ... (1)
- അടുത്തടുത്ത രണ്ടു എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി : 1 + 2, 2 + 3, 3 + 4, 4 + 5, ... (1)
- തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം : 3, 5, 7, 9, ... (1)
- : $n + (n + 1) = 2n + 1$ (1)

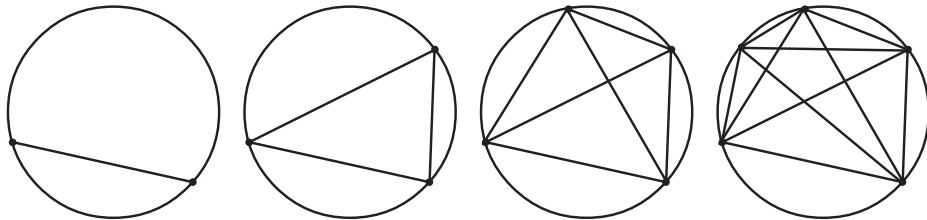
2. പഠനനേട്ടം

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽനിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളും പദസമാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



ഒരു വൃത്തത്തിൽ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ഞാൺ വരയ്ക്കുന്നു. ഒരു ബിന്ദു കൂടി അടയാളപ്പെടുത്തി മൂന്നു ഞാണുകൾ വരയ്ക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണം 1 വീതം കൂട്ടി ഞാണുകൾ വരയ്ക്കുന്നു.

- ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും ഞാണുകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക.
- ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
- 10-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- (a) 1-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1
 2-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 = 3
 3-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 + 3 = 6 (1)
 ഞാണുകളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി = 1, 3, 6, 10, ... (1)
- (b) n -ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 + 3 + ... + n

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$
 (1)
- (c) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = $\frac{10 \times 11}{2} = 55$ (1)

3. പഠനനേട്ടം

- പ്രയോഗികസന്ദർഭങ്ങളിൽ നിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത പദം കണക്കാക്കുന്നു.



ഒരേ നീളമുള്ള കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുര പാറ്റേൺ തയ്യാറാക്കിയത് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന രീതിയിലാണ്.



- (a) ഓരോ ചിത്രത്തിലും ഉപയോഗിച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.
 (b) ഓരോ ചിത്രത്തിലേയും സമചതുരം ഉൾപ്പെടെയുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
 (c) ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
 (d) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെയും ചതുരങ്ങളുടെയും എണ്ണം കണക്കാക്കുക.
 (സ്മാരകം: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- (a) 1-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 3 = 4
 2-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 3 + 3 = 1 + 2 × 3 = 7
 3-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 3 × 3 = 10
 4-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 4 × 3 = 13
 കമ്പുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി = 4, 7, 10, 13, ... (1)
- (b) 1-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 1
 2-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 2 + 1 = 3
 3-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 3 + 2 + 1 = 6
 4-ാം ചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 4 + 3 + 2 + 1 = 10
 ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി = 1, 3, 6, 10, ... (1)
- (c) n -ാം ചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + $n \times 3 = 3n+1$
 n -ാം ചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 + 3 ... + n

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$
 (1)

(d) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = $3 \times 10 + 1 = 31$

10-ാം ചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{10 \times 11}{2} = 55$ (1)

4. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഒരു പദവും, അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും പൊതുവ്യത്യാസവും ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണിയുടെ മറ്റു പദങ്ങൾ കണക്കാക്കാം.
- ശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.

? പൊതു വ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 52 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദം എത്ര? ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 8 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 15-ാം പദം കിട്ടും
അതായത്, $x_{15} = x_7 + 8d$ (1)
 $= 52 + 8 \times 6 = 100$ (1)

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാകും.
പൊതുവ്യത്യാസമായ 6 ന്റെ ഗുണിതമല്ല 100. അതിനാൽ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകില്ല. (1)

5. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണന ഫലമായിരിക്കും.
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് മറ്റേതൊരു പദവും കണക്കാക്കാം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 34 ഉം 15-ാം പദം 66 ഉം ആണ്.

- (a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- (b) ശ്രേണിയുടെ 20-ാം പദം എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- (a) 7-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 8 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 15-ാം പദം കിട്ടും.

$$x_{15} = x_7 + 8d \quad (1)$$

$$66 = 34 + 8d$$

$$8d = 66 - 34 = 32$$

$$d = \frac{32}{8} = 4 \quad (1)$$

(b) 15-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 5 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 20-ാം പദം കിട്ടും.

$$\begin{aligned} x_{20} &= x_{15} + 5d \\ &= 66 + 5 \times 4 = 86 \end{aligned} \tag{1}$$

6. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? $\frac{17}{7}, \frac{20}{7}, \frac{23}{7}$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ,

- (a) ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
 (b) ഈ ശ്രേണിയിലെ എണ്ണൽസംഖ്യകളായ പദങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) പൊതുവ്യത്യാസം $= \frac{20}{7} - \frac{17}{7} = \frac{3}{7}$ (1)

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= \frac{17}{7} + (n-1) \frac{3}{7}$

$$x_n = \frac{3}{7}n + \frac{17}{7} - \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{7}n + 2 \tag{1}$$

(b) $x_n = \frac{3}{7}n + 2$

$$x_7 = \frac{3}{7} \times 7 + 2 = 5$$

$$x_{14} = \frac{3}{7} \times 14 + 2 = 8$$

$$x_{21} = \frac{3}{7} \times 21 + 2 = 11$$

$x_n = \frac{3}{7} \times n + 2$ എന്നതിൽ

n ന് പകരം 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ വിലകൾ നൽകുമ്പോൾ

$$x_n = \frac{3}{7} \times 7m + 2$$

$$= 3m + 2 \text{ എന്നു കിട്ടും.}$$

അതിനാൽ 5, 8, 11, ... എന്ന ശ്രേണി പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണ്. (1)

7. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? $\frac{17}{7}, \frac{31}{7}, \frac{45}{7}, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

- (a) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- (b) ഈ ശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകളായ പദങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{31}{7} - \frac{17}{7} = \frac{14}{7} = 2$ (1)

$$\begin{aligned} \text{ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം} &= \frac{17}{7} + (n-1) 2 \\ &= 2n + \frac{17}{7} - 2 \\ &= 2n + \frac{3}{7} \end{aligned} \quad (1)$$

(b) n ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയായാലും $2n$ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയായിരിക്കും അതിന്റെ കൂടെ $\frac{3}{7}$ കൂട്ടിയാൽ ഭിന്നസംഖ്യയുമായിരിക്കും. അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യാപദമില്ല. (1)

8. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു രണ്ടു പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം, പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെയും, പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമായിരിക്കും.

? x_n ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദമാണ്. x_a, x_b, x_c, \dots ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ആയാൽ a, b, c, \dots ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയായിരിക്കും എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം d ആയാൽ,

$$x_n - x_m = (n - m)d \text{ ആയിരിക്കും.}$$

ആയതിനാൽ $x_b - x_a = (b - a)d$ (1)

$$x_c - x_b = (c - b)d \quad (1)$$

x_a, x_b, x_c, \dots ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയായതിനാൽ,

$$x_b - x_a = x_c - x_b$$

അതായത് $(b - a) d = (c - b)d$ (1)

$$b - a = c - b$$

അതായത് a, b, c, \dots ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. (1)

9. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും, പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും ഒരു പദവും പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് മറ്റേത് പദവും കണക്കാക്കാം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 14 ഉം 14-ാം പദം 6 ഉം ആയാൽ ശ്രേണിയുടെ 20-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും.

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

$$\begin{aligned}
 x_6 &= 14; x_{14} = 6 \\
 x_{14} - x_6 &= (14 - 6) d \\
 6 - 14 &= 8d \\
 d &= -1 \\
 20\text{-ാം പദം} &= 14\text{-ാം പദം} + 6d \\
 &= 6 + 6 \times -1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

10. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെയും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു പദവും, പദസ്ഥാനവും പൊതുവ്യത്യാസവും കിട്ടിയാൽ ശ്രേണിയുടെ ഏത് പദവും കണക്കാക്കാം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ m -ാം പദം n ഉം n -ാം പദം m ഉം ആണ്

- ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- ശ്രേണിയുടെ $(m + n + p)$ -ാം പദം $-p$ ആണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad x_m &= n; x_n = m \\
 x_m - x_n &= (m - n) d \\
 n - m &= (m - n) d \\
 d &= \frac{n - m}{m - n} = \frac{m - n}{m - n} = 1 \\
 \text{(b)} \quad x_{m+n+p} &= x_m + (m + n + p - m) d \\
 &= n + (n + p) \times -1 \\
 &= n - n - p = -p
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

11. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും പദസ്ഥാനവും കിട്ടിയാൽ മറ്റേതൊരു പദവും കണക്കാക്കാം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദത്തിന്റെ 5 മടങ്ങ്, 8-ാം പദത്തിന്റെ 8 മടങ്ങിന് തുല്യമായാൽ ശ്രേണിയുടെ 13-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- 5-ാം പദം, x_5
- 8-ാം പദം, $x_5 + 3d$ (1)

$$5x_5 = 8(x_5 + 3d) \tag{1}$$

$$5x_5 = 8x_5 + 24d$$

$$-3x_5 = 24d \tag{1}$$

$$x_5 = -8d$$

$$13\text{-ാം പദം } x_5 + 8d = -8d + 8d = 0 \tag{1}$$

12. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്താം.

? 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഒരു പൂർണ്ണവർഗവും പദമാകില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$$x_n = 4n + 7 - 4 = 4n + 3$$

ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 ആണ്. (1)

4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 തരുകയും 7 നെക്കാൾ വലിയ എല്ലാ എണ്ണൽസംഖ്യകളും ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളാകും. (1)

ഏതൊരു എണ്ണൽസംഖ്യയും $4n, 4n \pm 1, 4n \pm 2$ എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

$$(4n)^2 = 16n^2$$

$$(4n \pm 1)^2 = 16n^2 \pm 8n + 1$$

$$(4n \pm 2)^2 = 16n^2 \pm 16n + 4 \tag{1}$$

$(4n)^2, (4n \pm 2)^2$ എന്നിവയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം പൂജ്യമാണ്.

$(4n \pm 1)^2$ നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 ആണ്.

അതായത് ഏതൊരു പൂർണ്ണവർഗത്തെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 അല്ലെങ്കിൽ 1 ആണ് കിട്ടുക.

7, 11, 15 . . . എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 ആണ് കിട്ടുന്നത്. അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗങ്ങളായ പദങ്ങൾ ഇല്ല. (1)

13. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്താം.



ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $5n + b$ ആണ്. ഈ ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗങ്ങളൊന്നും പദമല്ലെങ്കിൽ b ആകാവുന്ന 5 നേക്കാൾ കുറഞ്ഞ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- ഏതൊരു എണ്ണൽസംഖ്യയും $5n, 5n \pm 1, 5n \pm 2$ എന്ന രൂപത്തിൽ ആയിരിക്കും. $(5n)^2 = 25n^2, 5$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 0 (1)
 - $(5n \pm 1)^2 = 25n^2 \pm 10n + 1, 5$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 1 (1)
 - $(5n \pm 2)^2 = 25n^2 \pm 20n + 4, 5$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 4 (1)
- അതായത് ഏതു പൂർണ്ണവർഗങ്ങളെയും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0, 1, 4 എന്നിവയാണ് കിട്ടുക. 2, 3 എന്നിവ ശിഷ്ടം ആകില്ല.
- $5n + b$ എന്ന ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗമല്ലെങ്കിൽ b ആകാവുന്ന സംഖ്യകൾ 2, 3 എന്നിവയായിരിക്കും. (1)

14. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപത്തിൽ നിന്നും പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്താം.



10, 16, 22, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങളുടെ തുക ഇതേ ശ്രേണിയിലെ പദമാകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക. പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം, $x_n = 6n + 4$
 ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 ആണ്. (1)
 n -ാം പദം, $x_n = 6n + 4$
 m -ാം പദം, $x_m = 6m + 4$
 $x_n + x_m = 6n + 4 + 6m + 4$ (1)
 $= 6(n + m) + 8 = 6(n + m) + 6 + 2$
 അതായത് $x_n + x_m$ നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടും. അതിനാൽ $x_n + x_m$ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)
 അതുപോലെ $x_n - x_m = (6n + 4) - (6m + 4)$
 $= 6n - 6m = 6(n - m)$ (1)
 $x_n - x_m$ നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 ആണ്. അതിനാൽ $x_n - x_m$ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)

15. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്താം.

? 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ വർഗങ്ങൾ ഒന്നും ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളാകില്ല എന്നു സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= 4n + 3$. (1)
 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 കിട്ടും.

$$\begin{aligned} x_n^2 &= (4n + 3)^2 = 16n^2 + 24n + 9 \\ &= 16n^2 + 24n + 8 + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

- x_n^2 നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 കിട്ടുന്നു. അതിനാൽ x_n^2 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാകില്ല. (1)

16. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും ഒരു പദവും ഉപയോഗിച്ച് ബീജഗണിത രൂപം കണ്ടെത്താം.
- ബീജഗണിതരൂപം ഉപയോഗിച്ച് പദങ്ങളുടെ പദസ്ഥാനം കണക്കാക്കാം.

? 5, 12, 19, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമാണ് 110?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- പൊതുവ്യത്യാസം $= 7$
 ആദ്യ പദത്തിന്റെ കൂടെ n തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 110 കിട്ടുന്നു എങ്കിൽ,

$$5 + 7n = 110 \quad (1)$$

$$7n = 110 - 5 = 105$$

$$n = \frac{105}{7} = 15$$

$$\text{അതായത് } x_1 + 15d = 110 = x_{16} \quad (1)$$

അതായത് ശ്രേണിയുടെ 16-ാം പദമാണ് 110

17. പഠനനേട്ടം

- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണികളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.

? 11, 19, 27, ...

50, 55, 60, ...

എന്നിവ രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളാണ്. ഈ ശ്രേണികളുടെ ഒരേ പദസ്ഥാനത്ത് ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ പൊതുവായ പദമാകുമോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ പദസ്ഥാനമേത്? പദമേത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

• 11, 19, 27, ... ന്റെ $x_n = 8n + 11 - 8 = 8n + 3$ (1)

• 50, 55, 60, ... ന്റെ $x_n = 5n + 50 - 5 = 5n + 45$ (1)

രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും n -ാം പദങ്ങൾ തുല്യമായാൽ,

$$8n + 3 = 5n + 45 \quad (1)$$

$$8n - 5n = 45 - 3 = 42$$

$$3n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14 \quad (1)$$

രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും 14-ാം പദങ്ങൾ തുല്യമാണ്.

$$14\text{-ാം പദം} = 8 \times 14 + 3 = 112 + 3 = 115$$

18. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച്, ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? -74, -68, -62, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ന്യൂനസംഖ്യകളായ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്? ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യയായ പദമേത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

• പൊതുവ്യത്യാസം = 6

• ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $6n + -74 - 6$

$$x_n = 6n - 80 \quad (1)$$

പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമായാൽ $6n - 80 = 0$

$$6n = 80 \quad (1)$$

$$n = \frac{80}{6} = 13 + \frac{2}{6} \quad (1)$$

ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയാകുന്നില്ല. അതിനാൽ പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. എന്നാൽ പൂജ്യം വരെ ഈ ശ്രേണിയിൽ 13 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്.

അതായത് ഈ ശ്രേണിയിൽ ന്യൂനസംഖ്യകളായ 13 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്. (1)

ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യാപദം $= x_{14}$
 $= 6 \times 14 - 80$
 $= 84 - 80 = 4$ (1)

19. പഠനനേട്ടം

- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തുന്നു. ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നു.

? 9, 16, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഇതേ ശ്രേണിയിലെ പദമാകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- 9, 16, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $7n + 2$ (1)
 ഈ ശ്രേണിയിലെ രണ്ടു പദങ്ങൾ $7n + 2, 7m + 2$ (1)
 $(7n + 2)(7m + 2) = 49mn + 14n + 14m + 4$ (1)
 $(7n + 2)(7m + 2)$ നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 4 കിട്ടും. എന്നാൽ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 ആണ് കിട്ടുന്നത്. അതിനാൽ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)

20. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളിൽ ഒന്നാമത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക രണ്ടാംപദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയായിരിക്കും.



$2x + 1, 4x - 1, 5x + 1, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

- (a) x എത്ര?
- (b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
- (c) ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ് 195

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- a, b, c ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളായാൽ, $2b = a + c$ ആയിരിക്കും
 അതായത് $2(4x - 1) = 2x + 1 + 5x + 1$ (1)
 $8x - 2 = 7x + 2$
 $8x - 7x = 2 + 2$
 $x = 4$ (1)

ശ്രേണി: 9, 15, 21, ...

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 6n + 3$

$$6n + 3 = 195 \quad (1)$$

$$6n = 195 - 3$$

$$= 192$$

$$n = \frac{192}{6}$$

$$= 32 \quad (1)$$

32 -ാം പദമാണ് 195.

21. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ, പദങ്ങളുടെ തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മധ്യപദം കിട്ടും.



ഒമ്പത് വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. ഈ ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

ഒമ്പത് വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക = 7×180 (1)

സമാന്തരശ്രോണിയുടെ 5-ാം പദം $\frac{7 \times 180}{9} = 140$ (1)

ആദ്യപദം 100° ആയാൽ,

$$\begin{aligned} x_5 &= x_1 + 4d \\ 140 &= 100 + 4d \\ d &= 10 \end{aligned} \quad (1)$$

9-ാം കോൺ, $x_9 = x_5 + 4d$
 $140 + 4 \times 10 = 180$ (1)

180° ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോൺ ആകില്ല. അതിനാൽ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആകുന്നില്ല (1)

22. പഠനനേട്ടം

- 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക $\frac{n(n+1)}{2}$ ആയിരിക്കും.



- (a) ആദ്യത്തെ 25 എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?
- (b) ആദ്യത്തെ 25 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?
- (c) ആദ്യത്തെ 25 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) $1 + 2 + 3 + \dots + 25 = \frac{25 \times 26}{2} = 25 \times 13 = 325$ (1)

(b) $2 + 4 + 6 + \dots + 50 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 25) = 2 \times \frac{25 \times 26}{2} = 650$ (1)

(c) $1 + 3 + 5 + \dots + 49 = (2 - 1) + (4 - 1) + (6 - 1) + \dots + (50 - 1)$
 $2 + 4 + 6 + \dots + 50 - (1 + 1 + \dots + 1)$ (1)
 $= 2(1 + 2 + 3 + \dots + 25) - (1 \times 25)$
 $= 650 - 25 = 625$ (1)

23. പഠനനേട്ടം

- തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക $\frac{n(n+1)}{2}$ ആയിരിക്കും.



ആദ്യത്തെ n ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക n^2 ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

• $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (1)

• $1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = (2 - 1) + (4 - 1) + (6 - 1) + \dots + (2n - 1)$ (1)
 $= (2 + 4 + 6 + \dots + 2n) - \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{n \text{ തവണ}}$

$$= 2(1 + 2 + 3 \dots + n) - (1 \times n) \tag{1}$$

$$= 2 \frac{n(n+1)}{2} - n = n^2 + n - n = n^2 \tag{1}$$

24. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n+1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും

? 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര? (സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം, $x_n = 3n + 2$ (1)

$$x_1 = 3 \times 1 + 2$$

$$x_2 = 3 \times 2 + 2$$

$$x_3 = 3 \times 3 + 2$$

$$x_{25} = 3 \times 25 + 2 \tag{1}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = 3(1 + 3 + \dots + 25) + 2 \times 25 \tag{1}$$

$$= 3 \times \frac{25 \times 26}{2} + 50 \tag{1}$$

$$= 1025$$

25. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും, സമാനവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്.
- ആദ്യ പദം x_1 ഉം n -ാം പദം x_n ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{n}{2} (x_1 + x_n)$ ആയിരിക്കും.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 40, 9-ാം പദം 58

- (a) ശ്രേണിയുടെ 25-ാം പദം എത്ര?
- (b) ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
- (c) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- (a) $x_9 = x_6 + 3d$ (1)

$$58 = 40 + 3d$$

$$3d = 58 - 40 = 18$$

$$d = 6$$

$$x_1 = x_6 - 5d = 40 - 5 \times 6 = 10 \quad (1)$$

$$x_{25} = x_6 + 19d = 40 + 19 \times 6 = 154 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{(b) ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക} &= \frac{25}{2} (x_1 + x_{25}) \\ &= \frac{25}{2} (10 + 154) \\ &= \frac{25}{2} \times 164 = 2050 \end{aligned} \quad (1)$$

(c) n -ാം പദം, $x_n = 6n + 4$

$$\begin{aligned} \text{ആദ്യത്തെ } n \text{ പദങ്ങളുടെ തുക} &= \frac{n}{2} (x_1 + x_n) \\ &= \frac{n}{2} (10 + 6n + 4) \\ &= n(3n + 7) \\ &= 3n^2 + 7n \end{aligned} \quad (1)$$

26. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n-1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n + 3$ ആണ് ശ്രേണിയുടെ,

- (a) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
- (b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

$$x_n = 6n + 3 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{(a) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക} &= \frac{6 \cdot 20 \cdot 21}{2} + 3 \times 20 \\ &= 1260 + 60 = 1320 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{(b) ആദ്യത്തെ } n \text{ പദങ്ങളുടെ തുക} &= \frac{6n \cdot n \cdot 1}{2} + 3 \times n \\ &= 3n^2 + 3n + 3n \\ &= 3n^2 + 6n \end{aligned} \quad (1)$$

27. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n-1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

? (a) 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(b) പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക 1530 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$ (1)

(b) പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ, $x_n = 7n + b$ ആയാൽ,
 ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക $= 7 \times 210 + b \times 20 = 1530$ (1)

$1470 + b \times 20 = 1530$

$20b = 60$ (1)

$b = 3$

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $= 7n + 3$ (1)

28. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an+b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ

തുക $\frac{an(n+1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.



ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 250, ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 592.

(a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = an + b$

ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക, $a \times \frac{10 \times 11}{2} + b \times 10 = 250$

$\frac{11}{2}a + b = 25$ (1)

ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക, $a \times \frac{16 \times 17}{2} + b \times 16 = 592$

$\frac{17}{2}a + b = 37$ (2)

$(2) - (1) \Rightarrow 3a = 12$
 $a = 4$ (1)

$\Rightarrow \frac{11}{2} \times 4 + b = 25$
 $b = 3$ (1)

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = an + b$
 $= 4n + 3$ (1)

(b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $= \frac{an(n+1)}{2} + bn$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4n(n+1)}{2} + 3n \\
 &= 2n(n+1) + 3n \\
 &= 2n^2 + 2n + 3n \\
 &= 2n^2 + 5n \tag{1}
 \end{aligned}$$

29. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n-1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുക $pn^2 + qn + r$ ആയാൽ $p + r = q$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകുന്ന ബഹുപദം ഏത്?

- a) $2n^2 + 3n + 4$ b) $2n^2 + 3n + 1$

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം, $x_n = an + b$ (1)
- ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{a(n+1)(n+2)}{2} + b(n+1)$ (1)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a}{2} (n^2 + 3n + 2) + bn + b \\
 &= \frac{a}{2} n^2 + \left(\frac{3}{2}a + b\right)n + a + b \\
 &= pn^2 + qn + r
 \end{aligned}$$

$$p = \frac{a}{2}, \quad q = \frac{3}{2}a + b, \quad r = a + b$$

$$p + r = \frac{a}{2} + a + b = \frac{3}{2}a + b = q \tag{1}$$

$$p + r = q$$

(a) $2n^2 + 3n + 4$ ൽ $2+4 \neq 3$. അതിനാൽ $2n^2 + 3n + 4$ എന്ന ബഹുപദം സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകില്ല. (1)

(b) $2n^2 + 3n + 1$ ൽ $2 + 1 = 3$
 $2n^2 + 3n + 1$ എന്ന ബഹുപദം സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകും. (1)

30. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങളും അവയുടെ പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ ഒമ്പത് പദങ്ങളുടെ തുക 261, അടുത്ത ആറു പദങ്ങളുടെ തുക 444.

- a) ആദ്യത്തെ പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.
- b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
- c) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) ആദ്യത്തെ ഒമ്പത് പദങ്ങളുടെ തുക = 261

$$\text{മധ്യപദം, 5-ാംപദം, } x_5 = \frac{261}{9} = 29 \tag{1}$$

ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് പദങ്ങളുടെ തുക = 261 + 444 = 705 (1)

$$\text{മധ്യപദം, 8-ാംപദം, } x_8 = \frac{705}{15} = 47$$

$$x_8 = x_5 + 3d$$

$$3d = x_8 - x_5 = 47 - 29 = 18$$

$$d = \frac{18}{3} = 6 \tag{1}$$

$$x_1 = x_5 - 4d = 29 - 4 \times 6 = 5 \tag{1}$$

b) $x_n = 6n - 1$

c) $s_n = 3n^2 + 2n$ (1)

31. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുകയിൽനിന്നും ശ്രേണി രൂപീകരിക്കുന്ന രീതി കണ്ടെത്തുന്നു.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 230 ഉം ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 560

- a) ആദ്യത്തെ പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.
- b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
- c) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) ആദ്യത്തെ പത്ത് പദങ്ങളുടെ തുക =

$$\frac{10}{2} (x_1 + x_{10}) = 230$$

$$x_1 + x_{10} = 46 \dots\dots\dots (1)$$

ആദ്യത്തെ പതിനാറ് പദങ്ങളുടെ തുക =

$$\frac{16}{2} (x_1 + x_{16}) = 560$$

$$x_1 + x_{16} = 70 \dots\dots\dots (2) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} (2) - (1) \Rightarrow \quad x_{16} - x_{10} &= 24 \\ 6d &= 24 \\ d &= 4 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow \quad x_1 + x_{10} &= 46 \\ x_1 + x_1 + 9d &= 46 \\ 2x_1 &= 46 - 9d = 10 \end{aligned} \tag{1}$$

$$x_1 = 5 \tag{1}$$

(b) $x_n = 4n + 1$

(c) $s_n = 3n^2 + 3n$ (1)

32. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളുടെ തുകകൾ തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.

? പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളുടെ 5-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 8 ആണ്.

- ആദ്യത്തെ പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?
- ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) 1-ാം ശ്രേണി: $a, a + 4, a + 8, a + 12, a + 16, \dots$
 2-ാം ശ്രേണി: $b, b + 4, b + 8, b + 12, b + 16, \dots$ (1)

5-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = $(a + 16) - (b + 16) = 8$
 $a - b = 8$ (1)

(b)
$$\begin{array}{cccccccc} a + & (a + 4) + & (a + 8) + & (a + 12) + & \dots + & a + 76 \\ b + & (b + 4) + & (b + 8) + & ((b + 12) + & \dots + & b + 76 \\ \hline 8 + & 8 + & 8 + & 8 + & \dots + & 8 \end{array}$$
 (1)

20-ാം പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = 8×20
 $= 160$ (1)

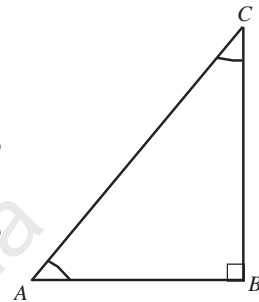
വൃത്തങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC മട്ടത്രികോണമാണ്.

- (a) AC വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ B യുടെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും?
- (b) BC വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ A യുടെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും?



(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

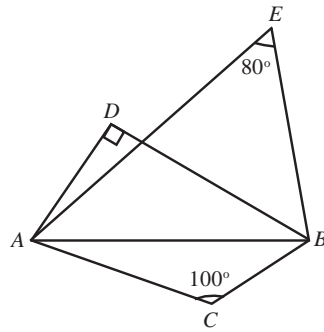
■ ഉത്തരസൂചിക

- വൃത്തത്തിൽ (1)
- വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് (1)

2. പഠനനേട്ടം

- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ C, D, E ഇവയുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എഴുതുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- C യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് അകത്ത് (1)
- D യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിൽ (1)
- E യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് (1)

3. പഠനനേട്ടം

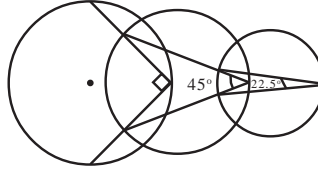
- വൃത്തത്തിലെ ഏത് ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

? ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ $22\frac{1}{2}^\circ$ കോൺ, കോൺമാപിനി ഉപയോഗിക്കാതെ വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

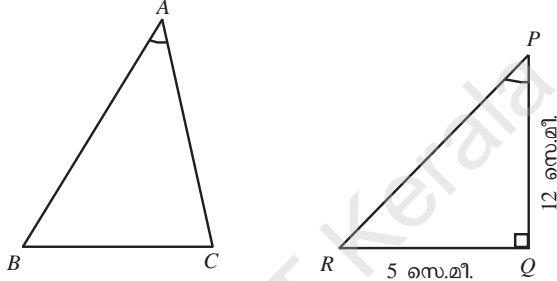
- 90° കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- 45° കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- $22\frac{1}{2}^\circ$ കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)



4. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യം. അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും.

? ചിത്രത്തിൽ ΔABC , ΔPQR എന്നിവയിൽ $BC = QR$, $\angle A = \angle P$; $\angle Q = 90^\circ$, $QR = 5$ സെ.മീ, $PQ = 12$ സെ.മീ.



ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $QR = BC$ എന്നീ വശങ്ങൾ ചേർന്ന് നിൽക്കും എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നതിന് (1)
- $\angle A = \angle P$ എന്നീ കോണുകൾ ഒരേ വൃത്തത്തിലെ കോൺ എന്നറിയുന്നതിന് (1)
- PR പരിവൃത്തവ്യാസം എന്നറിയുന്നതിന്, ഈ പരിവൃത്തമാണ് ΔABC യുടെ പരിവൃത്തം എന്നറിയുന്നതിന്. (1)
- വ്യാസം $= PR = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ സെ.മീ (1)

5. പഠനനേട്ടം

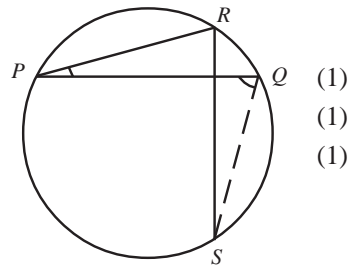
- ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന രണ്ടു ഭാഗങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലേയും കോണുകൾ ഒളല്ലാം തുല്യമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കുന്നു.

? PQ , RS എന്നിവ ഒരു വൃത്തത്തിലെ പരസ്പര ലംബമായ ഞാണുകളാണ്. $\angle QPR = 50^\circ$ ആയാൽ $\angle PQS$ ന്റെ അളവെന്ത്?

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

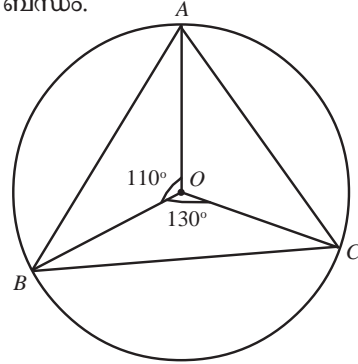
- ചിത്രം വരച്ച് അളവ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിന്.
- $\angle PRS = 90 - 50 = 40^\circ$
- $\angle PQS = 40^\circ$



6. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

? ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. $\angle BOC = 130^\circ$, $\angle AOB = 110^\circ$ എങ്കിൽ $\angle AOC$ എത്ര? ത്രികോണം ABC യുടെ എല്ലാ കോണളവുകളും കാണുക.



(സ്കോർ 3, സമയം 3 മിനിട്ട്)

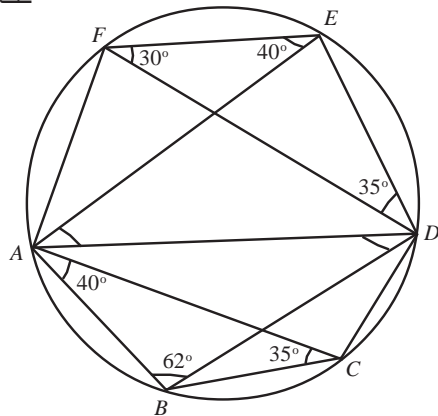
ഉത്തര സൂചിക

- $\angle A = \frac{130}{2} = 65^\circ$ (1)
- $\angle C = \frac{110}{2} = 55^\circ$ (1)
- $\angle B = 180 - (65 + 55) = 60^\circ$ (1)

7. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

? ഷഡ്ഭുജം $ABCDEF$ ന്റെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

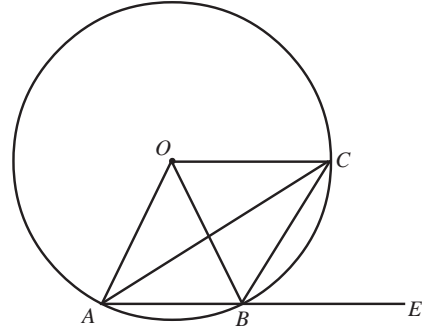
- $\angle EFD = \angle EAD = 30^\circ$
- $\angle FEA = \angle FDA = 40^\circ$
- $\angle FDE = \angle FAE = 35^\circ$
- $\angle BAC = \angle BDC = 45^\circ$
- $\angle ABD = \angle ACD = 62^\circ$
- $\angle ACB = \angle ADB = 35^\circ$
- $\angle A = 148^\circ$
- $\angle B = 100^\circ$
- $\angle C = 97^\circ$
- $\angle D = 155^\circ$
- $\angle E = 115^\circ$
- $\angle F = 105^\circ$

8. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. AB വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും. $\angle OAB$ യുടെ സമഭാജിയാണ് AC . $\angle OAB = 56^\circ$

- (a) OC , AB യ്ക്ക് സമാന്തരം എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (b) $\angle ABC$, $\angle OBE$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

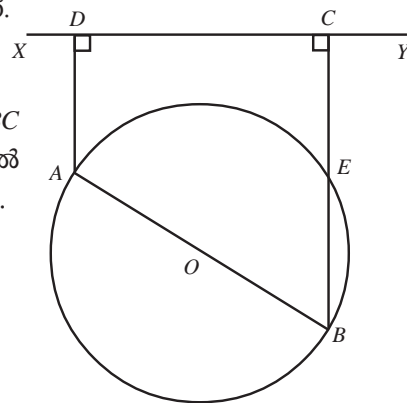
ഉത്തര സൂചിക

- (a) $\angle OAC = \angle BAC$ (സമഭാജി) (1)
- $\angle OAC = \angle OCA$ (സമപാർശ്വത്രികോണം)
- $\therefore \angle BAC = \angle OCA$
- $\therefore AB$ സമാന്തരം OC (1)
- (b) $\angle AOC = 180 - 56 = 124^\circ$
- $\angle ABC = \frac{360 - 124}{2}$
- $= \frac{236}{2} = 118^\circ$ (1)
- $\angle CBE = 180 - 118 = 62^\circ$
- $\angle COB = 2 \times 28 = 56^\circ$
- $\angle AOB = 124 - 56 = 68^\circ$ (1)
- $\angle OBA = 180 - (56 + 68)$
- $= 180 - 124 = 56^\circ$
- $\therefore \angle OBC = 180 - (56 + 62)$ (1)
- $= 180 - 118 = 62^\circ$
- $\therefore \angle OBE = 62 + 62 = 124^\circ$

9. പഠനനേട്ടം

- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടുകോണാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. AD യും BC യും XY യ്ക്ക് ലംബമാണ്. CB വൃത്തത്തെ E യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $CE = AD$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\angle AEB = 90^\circ \text{ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)} \quad (1)$$

$$\angle AEC = 90^\circ$$

$\therefore AECD$ ഒരു ചതുരമാകുന്നു (1)

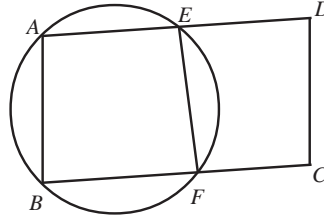
$$\therefore AD = CE \quad (1)$$

10. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.



ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു സാമാന്തരികം ആണ്. A, B, E, F വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $\angle DEF = 80^\circ$ ആയാൽ ചതുർഭുജം $AEFB$ യുടെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\angle AEF = 180 - 80 = 100^\circ \quad (1)$$

$$\angle ABF = 180 - 100 = 80^\circ \quad (1)$$

$$\angle A = 180 - 80 = 100^\circ \quad (1)$$

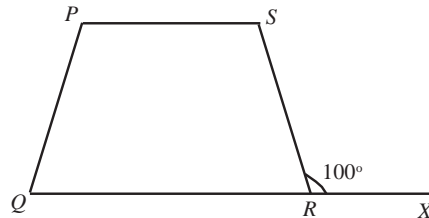
$$\angle EFB = 180 - 100 = 80^\circ \quad (1)$$

11. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.



ചക്രിയ ചതുർഭുജം $PQRS$ ൽ QR പുറത്തേക്ക് X വരെ നീട്ടിയിരിക്കുന്നു. $\angle SRX = 100^\circ$, $\angle RPS = 50^\circ$ ആയാൽ $\angle RPQ$ വിന്റെ അളവെന്ത്?



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\angle SRQ = 180 - 100 = 80^\circ \quad (1)$$

$$\angle SPQ = 180 - 80 = 100^\circ \quad (1)$$

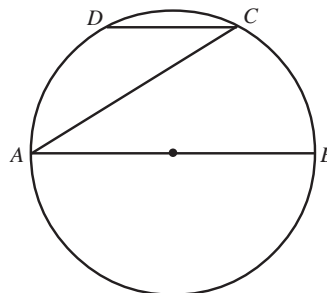
$$\angle RPQ = 100 - 50 = 50^\circ \quad (1)$$

12. പഠനനേട്ടം

- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ.



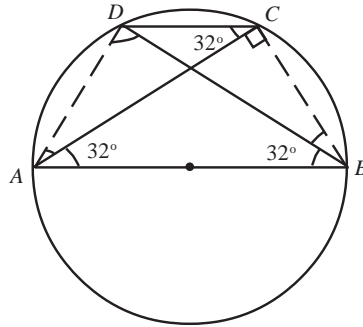
ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും CD , AB യ്ക്ക് സമാന്തരവുമാണ്. $\angle CAB = 32^\circ$ ആയാൽ $\angle ADC$, $\angle DAC$ ഇവ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ (1)
- $\angle CAB = \angle ACD = 32^\circ$ (1)
- $\angle DCA = \angle DBA = 32^\circ$ (1)
- $\angle DAB = 90 - 32 = 58^\circ$ (1)
- $\angle CDB = 32^\circ$
- $\angle ADC = 90 + 32 = 122^\circ$
- $\angle DAC = 58^\circ - 32^\circ = 26^\circ$ (1)

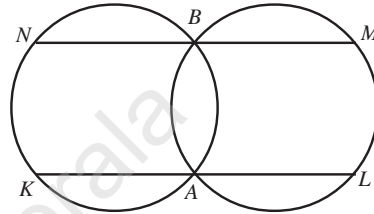


13. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.



രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ A യിലും B യിലും പരസ്പരം മുറിച്ച് കടക്കുന്നു. KAL , NBM എന്നിവ സമാന്തരവരകളാണ്. $KLMN$ ഒരു സമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $\angle N = x$ (1)
- $\angle BAL = x$ (1)
- $\angle M = 180 - x$ (1)

$\therefore KLMN$ സമാന്തരികമാണ് (1)

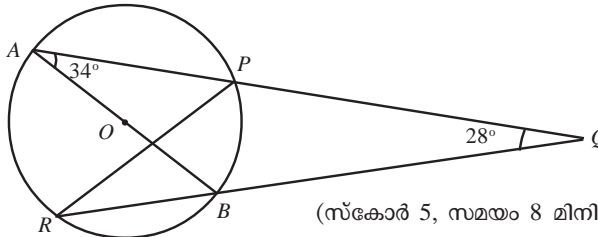
14. പഠനനേട്ടം

- ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം തിരിച്ചറിയുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും A, P, B, R വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളും ആണ്.

AP, RB എന്നിവ നീട്ടിയത് Q വിൽ മുട്ടുന്നു. $\angle PRB$, $\angle PBR$, $\angle BPR$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $\angle PAB = \angle PRB = 34^\circ$ (1)
- $\angle APB = 90^\circ$
- $\angle ARB = 90^\circ$ (1)
- $\therefore \angle ARP = 90 - 34 = 56^\circ$ (1)

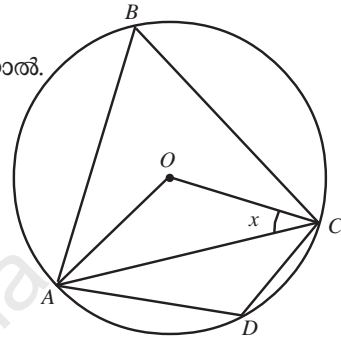
$$\begin{aligned} \angle ABP &= 56^\circ \\ \angle RPQ &= 180 - (28 + 34) = 118^\circ \\ \angle APR &= 62 = \angle ABR \\ \angle PBR &= 62 + 56 = 118^\circ & (1) \\ \angle RAP &= 180 - 118 = 62^\circ \\ \angle RAB &= 62 - 34 = 28^\circ \\ \angle BPR &= 28^\circ & (1) \end{aligned}$$

15. പഠനനേട്ടം

- ചാപകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണം, വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

? ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാകുകയും, $\angle OCA = x$ ആയാൽ.

- $\angle OAC$ എത്ര?
- $\angle OCA + \angle ABC = 90^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- $\angle ADC - \angle OCA = 90^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\begin{aligned} (1) \angle OAC &= x & (1) \\ \angle AOC &= 180 - 2x & (1) \\ \angle B &= \frac{180 - 2x}{2} = 90 - x \\ (2) \angle OCA + \angle ABC &= x + 90 - x = 90^\circ & (1) \\ (3) \angle ADC &= 180 - (90 - x) & (1) \\ &= 90 + x & (1) \\ \angle ADC - \angle OCA &= 90 + x - x = 90^\circ & (1) \end{aligned}$$

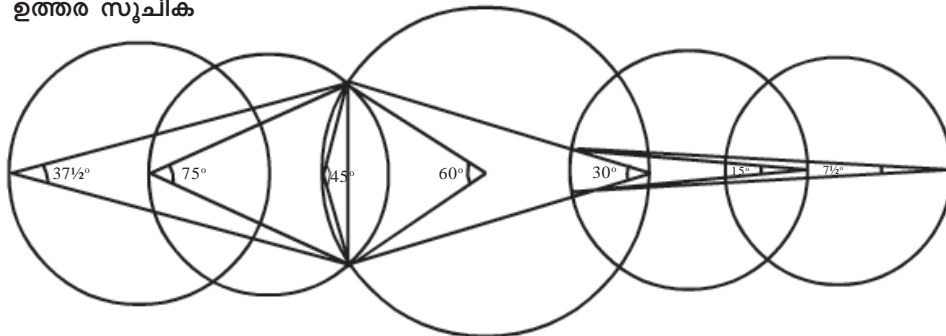
16. പഠനനേട്ടം

- ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ശീർഷ്ചാപത്തിലെ കോൺ.

? ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ ഒരു മൂല കേന്ദ്രമായി മറ്റ് മൂലകളിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കോമ്പസും സ്കെയിലും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച്, $30^\circ, 15^\circ, 7\frac{1}{2}^\circ, 150^\circ, 75^\circ$ എന്നിവ നിർമ്മിക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക



- ഓരോ കോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് (1 മാർക്ക് വീതം)

17. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ശിഷ്ട ചാപത്തിലെ കോൺ.

? 5 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ $35^\circ, 72^\circ, 73^\circ$ കോണളവുള്ള ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

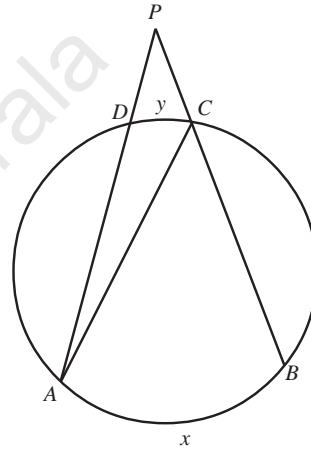
- വൃത്തം കൃത്യമായി വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- $70^\circ, 144^\circ$, എന്നിവ കേന്ദ്രത്തിൽ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)
- വശങ്ങൾ അളന്നെഴുതുന്നതിന് (1)

18. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

? ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 100° ആണ്. ചാപം CYD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 30° ആണ്.

$\angle CAD$ എത്ര? $\angle ACB$ എത്ര? ത്രികോണം APC യുടെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക



(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\angle CAD = \frac{30}{2} = 15^\circ \quad (1)$$

$$\angle ACB = \frac{100}{2} = 50^\circ \quad (1)$$

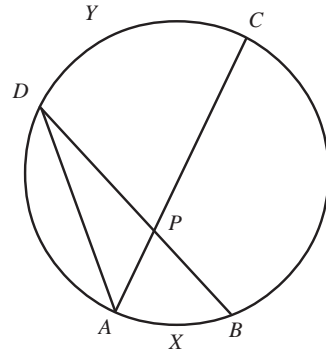
$$\angle PCA = 180 - 50 = 130^\circ \quad (1)$$

$$\angle P = 35^\circ \quad (1)$$

19. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

- ?** ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 40° ആണ്, ചാപം CYD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 70° ത്രികോണം APD യുടെ കോണളവുകൾ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\angle D = \frac{40}{2} = 20^\circ \quad (1)$$

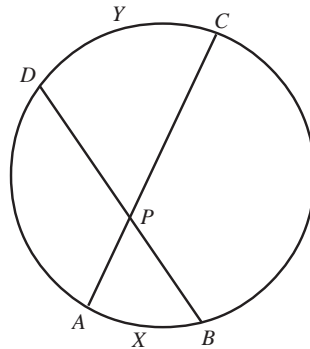
$$\angle A = \frac{70}{2} = 35^\circ \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \angle APD &= 180 - (35 + 20) \\ &= 125^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

20. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

- ?** ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെയും ചാപം DYC യുടെയും കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുകയുടെ പകുതിയാണ് $\angle APB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\angle ADP = \frac{\text{ചാപം } AXB \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

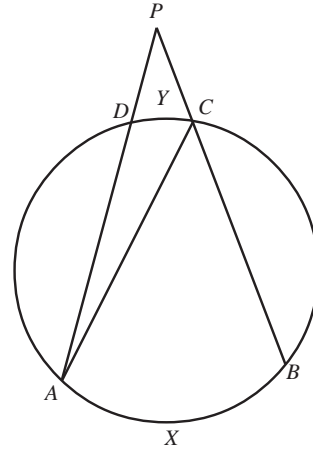
$$\angle DAC = \frac{\text{ചാപം } DYC \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

$$\angle APB = \angle ADP + \angle DAC \quad (1)$$

21. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

? ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോണിൽ നിന്നും ചാപം DYC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ കുറച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ് $\angle APB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\angle ACB = \frac{\text{ചാപം } AXB \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

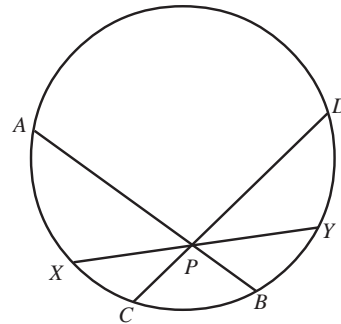
$$\angle DAC = \frac{\text{ചാപം } CYD \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

$$\angle P = \angle ACB - \angle DAC \quad (1)$$

22. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ഞാണുകളുടെയും ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ AB, CD, XY ഞാണുകൾ P യിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. $AP = 9$ സെ.മീ, $AB = 13$ സെ.മീ, $PD = 12$ സെ.മീ ആയാൽ CD കണക്കാക്കുക. $PX = PY$ ആയാൽ XY യുടെ നീളം എന്ത്?



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

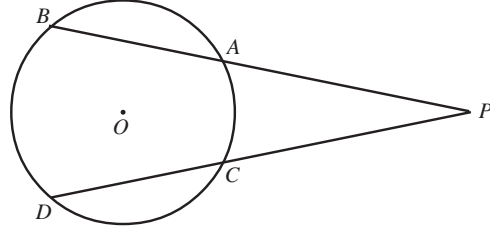
ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 PA \times PB &= PC \times PD \\
 9 \times 4 &= PC \times 12 \\
 PC &= 3 \\
 CD &= 12 + 3 = 15 & (1) \\
 PX \times PY &= 36 & (1) \\
 PX &= PY = \sqrt{36} = 6 \text{ സെ.മീ.} & (1)
 \end{aligned}$$

23. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ AB, CD ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ $PA \times PB = PC \times PD$ ആയിരിക്കും.

? ചിത്രത്തിൽ $PA = 3$ സെ.മീ., $AB = 9$ സെ.മീ., $PC = 4$ സെ.മീ. ആയാൽ CD എത്ര?



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

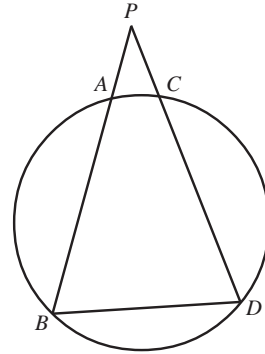
ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 PA \times PB &= PC \times PD && (1) \\
 3 \times 12 &= 4(4 + CD) && (1) \\
 36 &= 16 + 4CD && (1) \\
 CD &= 5 \text{ സെ.മീ.} && (1)
 \end{aligned}$$

24. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ AB, CD ഞാണുകൾ പുറത്ത് P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ $PA \times PB = PC \times PD$ ആയിരിക്കും.

? ചിത്രത്തിൽ $PA = PC$ ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ PB, PD എന്നീ വശങ്ങൾ വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 PA \times PB &= PC \times PD && (1) \\
 PA &= PC && (1) \\
 \therefore PB &= PD && (1) \\
 \therefore AB &= CD && (1)
 \end{aligned}$$

തുല്യഞാണുകൾ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് തുല്യ അകലത്തിലാണ്. (1)

25. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 5 സെ.മി, വീതി 4 സെ.മി. അതേ പരപ്പുള്ള ഒരു വശം 7 സെ.മി. ആയ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- നീളം + വീതി ഞാനായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- വൃത്തത്തിൽ $PC = 7$ ആയി ഞാൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- PC, PD വശമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

26. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിന് ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗമാണ്.

? $\sqrt{7}$ സെ.മീ നീളമുള്ള വര വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

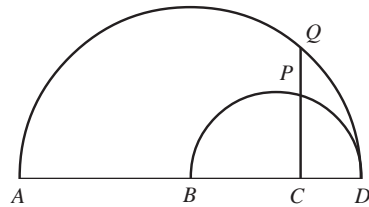
ഉത്തരസൂചിക

- $7 + 1 = 8$ സെ.മീ വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (2)
- ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

27. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിന് ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ $AD = 10$ സെ.മീ, $BD = 6$ സെ.മീ, $CD = 2$ സെ.മീ, PQ കാണുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 AC &= 8 \text{ സെ.മീ} \\
 AC \times CD &= CQ^2 && (1) \\
 8 \times 2 &= 16 \\
 CQ &= \sqrt{16} = 4 && (1) \\
 BC \times CD &= CP^2 \\
 4 \times 2 &= CP^2 \\
 CP &= \sqrt{8} && (1) \\
 PQ &= 4 - \sqrt{8} && (1)
 \end{aligned}$$

28. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? നീളം 5 സെ.മീ, വീതി 3 സെ.മീ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. അതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- നീളം + വീതി വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

29. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ, 7 സെ.മീ, 8 സെ.മീ അളവോട് കൂടിയ ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായി ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- പരപ്പളവിന് തുല്യമായ ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- നീളം + വീതി വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

30. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? കർണം 7 .സെ.മീ ആയ സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- 7 സെ.മീ. നീളമുള്ള വര വരച്ച് അത് വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് വ്യാസത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- സമപാർശ്വത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

1. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. പറയുന്ന സംഖ്യ പൂർണ്ണ വർഗമല്ലാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ : 3, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ആകെ രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ : 90 (1)

ആകെ രണ്ടക്ക പൂർണ്ണവർഗങ്ങൾ:6 (1)

പൂർണ്ണവർഗങ്ങളല്ലാത്ത രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ:90-6=84

സാധ്യത = $\frac{84}{90} = \frac{42}{45}$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരു സഞ്ചിയിൽ 10 നീലപന്തും 12 മഞ്ഞ പന്തുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ 15 നീല പന്തും 7 മഞ്ഞ പന്തുമുണ്ട്.

- ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞ പന്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?
- രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുത്താലോ?
- രണ്ട് സഞ്ചിയിലേയും പന്തുകൾ ഒരു സഞ്ചിയിലാക്കി അതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞ പന്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ : 4 സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ = $10 + 12 = 22$
മഞ്ഞ പന്തുകൾ = 12

മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{12}{22} = \frac{6}{11}$ (1)

b) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ = $15 + 7 = 22$
ആകെ മഞ്ഞ പന്തുകൾ = 7

$$\text{മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{7}{22} \quad (1)$$

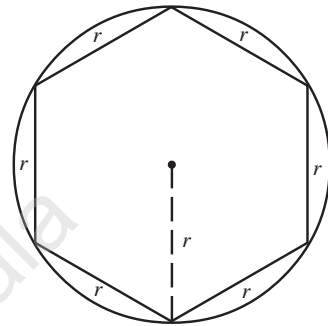
c) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = $22 + 22 = 44$
 മഞ്ഞ പന്തുകൾ = $12 + 7 = 19$ (1)

$$\text{മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{19}{44} \quad (1)$$

3. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന് മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലായി ഒരു സമഷഡ്ഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ചിത്രത്തിൽ കണ്ണടച്ചൊരു കുത്തിട്ടാൽ അത് സമഷഡ്ഭുജത്തിനകത്ത് തന്നെയായിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ : 4 സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\text{വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = r^2 \quad (1)$$

$$\text{സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = \frac{\sqrt{3}r^2}{4} \times 6 = \frac{3\sqrt{3}r^2}{2} \quad (1)$$

$$\text{സാധ്യത} = \frac{\frac{3\sqrt{3}r^2}{2}}{r^2} = \frac{3\sqrt{3}r^2}{2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

4. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന് മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരു പെട്ടിയിൽ 1,2,3,4 എന്നീ സംഖ്യകളെഴുതിയ നാല് കടലാസുകക്ഷണങ്ങളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1,2,3 എന്നെഴുതിയ മൂന്ന് കടലാസുകക്ഷണങ്ങളുണ്ട്. ഓരോ പെട്ടിയിൽനിന്നും ഓരോ കടലാസെടുത്താൽകിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? രണ്ടിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യതയോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

രണ്ട് പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസുകക്ഷണങ്ങളെടുത്താൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യാ ജോടികൾ.

- (1, 1) (2, 1) (3, 1) (4, 1)
- (1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) 12 എണ്ണം (1)
- (1, 3) (2, 3) (3, 3) (4, 3)
- തുക മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകുന്ന ജോടികൾ (1)
- (2,1) (1,2) (4,2) (3,3) - 4 എണ്ണം (1)
- സാധ്യത = $\frac{4}{12} \cdot \frac{1}{3}$
- തുക രണ്ടിന്റെ ഗുണിതമാകുന്ന ജോടികൾ
- (1,1) (3,1) (1,3) (2,2) (3,3) (4,2) -6 എണ്ണം (1)
- സാധ്യത = $\frac{6}{12} \cdot \frac{1}{2}$ (1)

5. പഠനനേട്ടം

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരു സഞ്ചിയിൽ 6 ചുവന്ന മുത്തുകളും 4 പച്ചമുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ ചുവന്ന മുത്തുകളും പച്ചമുത്തുകളും ഈരണ്ടെണ്ണം കൂടുതലാണ്. ചുവന്ന മുത്തു കിട്ടാൻ സാധ്യത കൂടുതൽ ഏത് സഞ്ചിയിൽ നിന്ന് എടുക്കുമ്പോഴാണ്? (സ്കോർ: 4 , സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ചുവന്ന മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 6
- ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും ചുവന്ന മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{6}{10}$ (1)
- രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ചുവന്ന മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 6 + 2 = 8 (1)
- രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും ചുവന്ന മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{8}{14}$ (1)
- $\frac{6}{10} > \frac{8}{14}$
- ∴ സാധ്യത കൂടുതൽ ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുക്കുമ്പോഴാണ്. (1)

6. പഠനനേട്ടം

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.

- (1) ഇതിലെ അക്കങ്ങൾ രണ്ടും വ്യത്യസ്തമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
 - (2) ആദ്യത്തെ അക്കം വലുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം ചെറുതുമായാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
 - (3) ആദ്യത്തെ അക്കം ചെറുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം വലുതുമായാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- (സ്കോർ: 6, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ആകെ 90 എണ്ണം

അക്കങ്ങൾ തുല്യമായവ :

$$11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 - 9 \text{ എണ്ണം} \quad (1)$$

അതായത്, അക്കങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമായവ - 81 എണ്ണം (1)

$$\text{സാധ്യത} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10} \quad (1)$$

ആദ്യത്തെ അക്കം വലുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം ചെറുതുമായ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \frac{9 \cdot 10}{2}$	10	- 1
$= 45$	20 21	- 2
$\text{സാധ്യത} = \frac{45}{90} \cdot \frac{1}{2}$	30 31 32	- 3
(1)	40 41 42 43	- 4
	
	90 91 92 9399	- 9
		$\frac{9 \cdot 10}{2} = 45$

ആദ്യത്തെ അക്കം ചെറുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം വലുതുമായ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

$$= 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{8 \cdot 9}{2} \quad (1)$$

$$= 36$$

$$\text{സാധ്യത} = \frac{36}{90} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad (1)$$

7. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 60 കുട്ടികളുണ്ട്. അതിൽ 30 പേർ ആൺകുട്ടികളാണ്. മറ്റൊരു ക്ലാസ്സിൽ 50 കുട്ടികളുണ്ട് അതിൽ 25 പേർ ആൺകുട്ടികളാണ്. ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഓരോ കുട്ടികളെ മാത്രം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ

- 1) അത് രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- 2) അതിൽ ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ആദ്യത്തെ ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ = 60

ആൺകുട്ടികൾ = 30

പെൺകുട്ടികൾ = 30

രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ = 50

ആൺകുട്ടികൾ = 25

പെൺകുട്ടികൾ = 25

$$1) \text{ രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{30 \times 25}{60 \times 50} \quad (1)$$

$$= \frac{750}{3000}$$

$$= \frac{1}{4} \quad (1)$$

2) ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{30 \times 25 + 30 \times 25 + 30 \times 25}{3000}$ (1)

$$= \frac{2250}{3000}$$

$$= \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

8. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.

? ഒരു പാത്രത്തിൽ 4 കറുത്ത മുത്തുകളും, 6 വെളുത്ത മുത്തുകളും, 10 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 7 കറുത്ത മുത്തുകളും, 5 വെളുത്തമുത്തുകളും, 8 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. പാത്രങ്ങളിലേക്ക് നോക്കാതെ രണ്ടു പാത്രത്തിൽനിന്നും ഓരോ മുത്തുവീതമെടുത്താൽ

- (a) രണ്ടും ഒരേ നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
- (b) രണ്ടും വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
- (c) ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

രണ്ടു പാത്രങ്ങളിലും മുത്തുകൾ 20 വീതമുണ്ട്.

ആകെ ഫലങ്ങൾ = $20 \times 20 = 400$

4 B	7 B
6 W	5 W
10 R	8 R

(1)

(a) ഒരേ നിറം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം = $4 \times 7 + 6 \times 5 + 10 \times 8$
 $= 138$

സാധ്യത = $\frac{138}{400}$ (1)

(b) വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത = $1 - \frac{138}{400}$
 $= \frac{262}{400}$ (1)

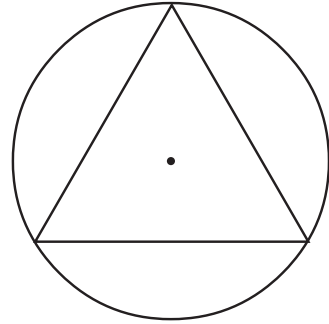
(c) ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും ആകുന്ന ഫലങ്ങൾ
 $= 4 \times 7 + 4 \times 5 + 4 \times 8 + 6 \times 7 + 10 \times 7$
 $= 28 + 20 + 32 + 42 + 70$ (1)
 $= 192$
 സാധ്യത = $\frac{192}{400} = \frac{12}{25}$ (1)

9. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.



ഒരു വൃത്തത്തിൽ പരമാവധി വലിയ ഒരു സമഭുജ ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് ത്രികോണത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശം $\sqrt{3}r$ ആയിരിക്കും.

$$\text{ആകെ ഫലങ്ങൾ} = \pi r^2 \tag{1}$$

$$\text{അനുകൂല ഫലങ്ങൾ} = \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3}r)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3r^2 \tag{1}$$

$$\text{കുത്ത് ത്രികോണത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 3r^2}{\pi r^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \tag{1}$$

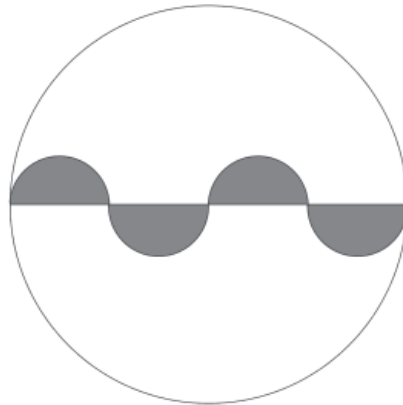
$$\text{കുത്ത് ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത} = 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4} \tag{1}$$

10. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന നാല് വൃത്തഭാഗങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ്. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് കറുപ്പിച്ച വൃത്തഭാഗങ്ങളിൽ വരാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?



(സ്കോർ : 3 , സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

കറുത്ത വൃത്തഭാഗത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ

$$\text{അനുകൂല ഫലങ്ങൾ} = 4 \times \frac{r^2}{2} = 2\pi r^2 \tag{1}$$

$$\text{ആകെ ഫലങ്ങൾ} = \pi(4r)^2 = 16\pi r^2 \tag{1}$$

$$\text{സാധ്യത} = \frac{2 \pi r^2}{16 \pi r^2} = \frac{1}{8} \tag{1}$$

11. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.

? ഒരു വർഷത്തിലെ കലണ്ടറിൽ ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ച വരുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 31 ദിവസങ്ങളാണ് ഉള്ളത്. അതായത് 4 മുഴുവൻ ആഴ്ചകളും 3 ദിവസങ്ങളും ഈ മൂന്നു ദിവസങ്ങൾ ആകാവുന്നത്.

ഞായർ	തിങ്കൾ	ചൊവ്വ
തിങ്കൾ	ചൊവ്വ	ബുധൻ
ചൊവ്വ	ബുധൻ	വ്യാഴം
ബുധൻ	വ്യാഴം	വെള്ളി
വ്യാഴം	വെള്ളി	ശനി
വെള്ളി	ശനി	ഞായർ
ശനി	ഞായർ	തിങ്കൾ

ആകെ ഫലങ്ങൾ = 7 (1)

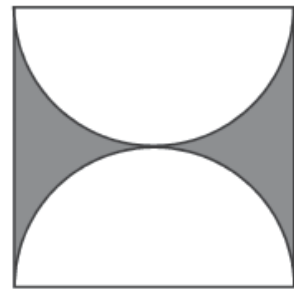
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 3 (1)

സാധ്യത = $\frac{3}{7}$ (1)

12. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.

? ഒരു സമചതുരത്തിനകത്ത് രണ്ടു അർദ്ധ വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് വരാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?



(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം a ആയാൽ

വൃത്തഭാഗങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് = $\pi \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}$ (1)

കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4}{4} a^2$ (1)

സാധ്യത = $\frac{4-a^2}{a^2} = \frac{4}{4}$ (1)

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

? ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ചപ്പോൾ പരപ്പളവ് 1225 ച.സെ.മി ആയി. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം x എന്നെടുത്ത് ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക. വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x
- വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം = $x + 8$
- പരപ്പളവ് = $(x + 8)^2 = 1225$ (1)
 $x + 8 = 35$
 $x = 35 - 8 = 27$ (1)
- ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 27 സെന്റിമീറ്റർ
- വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 35 സെന്റിമീറ്റർ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

? രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം '6' ആണ്. അവയുടെ ഗുണനഫലം 216 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യകൾ $x, x + 6$

ഗുണനഫലം: $x(x + 6) = 216$ (1)

$$x^2 + 6x = 216$$

$$x^2 + 6x + 9 = 216 + 9 = 225$$

$$(x + 3)^2 = 225$$
 (1)
$$x + 3 = 15$$

$$x = 15 - 3 = 12$$

സംഖ്യകൾ: 12, 18 (1)

3. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

? ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിൽ നിന്ന് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കുറച്ചതാണ് അതിന് ലംബമായ വശം, 2 മടങ്ങിനോട് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയതാണ് കർണം. ചെറിയ വശം x എന്നെടുത്ത് അതിന് ലംബമായ വശവും കർണവും x ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\text{ചെറിയ വശം} = x$$

$$\text{രണ്ടാമത്തെ ലംബ വശം} = 2x - 1$$

$$\text{കർണം} = 2x + 1 \tag{1}$$

$$x^2 + (2x - 1)^2 = (2x + 1)^2 \tag{1}$$

$$x^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$x^2 - 8x = 0 \tag{1}$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } x = 8$$

വശങ്ങൾ 8 സെന്റിമീറ്റർ, 15 സെന്റിമീറ്റർ, 17 സെന്റിമീറ്റർ (1)

4. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

? ചുറ്റളവ് 100 മീറ്ററും പരപ്പളവ് 600 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക. (സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 100 \text{ മീറ്റർ}$$

$$\text{നീളം} + \text{വീതി} = 50 \text{ മീറ്റർ}$$

$$\text{നീളം} = 25 + x$$

$$\text{വീതി} = 25 - x \tag{1}$$

$$\text{പരപ്പളവ്, } (25 + x)(25 - x) = 600$$

$$25^2 - x^2 = 600 \tag{1}$$

$$x^2 = 625 - 600 = 25$$

$$x = 5 \tag{1}$$

$$\text{വശങ്ങൾ, } 25 + 5 = 30 \text{ മീറ്റർ}$$

$$25 - 5 = 20 \text{ മീറ്റർ} \tag{1}$$

5. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം $10x^2 + 44x + 16 = 238$ ആണ്. ഈ സമവാക്യം $10x^2 + 44x - 222 = 0$ ആണ്.

- a) സമവാക്യം $10x^2 + 44x - 222 = 0$ ന്റെ സമാനത്തെ അക്കം x ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?
- b) രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് സംഖ്യ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യയുടെ 10 ന്റെ സമാനത്തെ അക്കം = x

$$\text{സംഖ്യ} = 10x + 4 \tag{1}$$

സംഖ്യയുടെയും അക്കത്തുകയുടെയും

$$\text{ഗുണനഫലം} = (x + 4)(10x + 4) = 238 \tag{1}$$

$$10x^2 + 44x + 16 = 238$$

$$10x^2 + 44x - 222 = 0$$

$$5x^2 + 22x - 111 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \times 5 \times -111}}{2 \times 5} \\ &= \frac{-22 \pm \sqrt{2704}}{10} \\ &= \frac{-22 \pm 52}{10} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\text{സംഖ്യ} = 34 \tag{1}$$

6. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.



1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എത്ര എണ്ണൽസംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാലാണ് 465 കിട്ടുക?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക: $\frac{n(n+1)}{2} = 465 \tag{1}$

$$n^2 + n = 930$$

$$n^2 + n + \frac{1}{4} = 930 + \frac{1}{4} \tag{1}$$

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3721}{4}$$

$$n + \frac{1}{2} = \frac{61}{2} \tag{1}$$

$$n = 30$$

1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ തുകയാണ് 465 (1)

7. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു രണ്ടാംകൃതിസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 12 ആണ് ഈ സംഖ്യയോട് 36 കൂട്ടിയപ്പോൾ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറിയ മറ്റൊരു സംഖ്യ കിട്ടി. എങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

അക്കങ്ങൾ: $x, \frac{12}{x}$ (1)

സംഖ്യയോട് 36 കൂട്ടിയപ്പോൾ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറിയ സംഖ്യകിട്ടും.

$$10x \frac{12}{x} + 36 = 10 \frac{12}{x} + x \tag{1}$$

$$10x^2 + 12 + 36x = 120 + x^2$$

$$9x^2 + 36x = 108$$

$$x = 2 \tag{1}$$

$$x^2 + 4x = 12$$

$$(x + 2)^2 = 16$$

$$x + 2 = 4 \tag{1}$$

$$\text{സംഖ്യ} = 26 \tag{1}$$

8. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു രണ്ടാംകൃതിസംഖ്യയിലെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെക്കാൾ 3 കൂടുതലാണ്. സംഖ്യയുടെയും അക്ക തുകയുടെയും ഗുണനഫലം അക്കതുകയുടെ രണ്ട് മടങ്ങിന്റെ വർഗത്തിന് തുല്യമാണ്. സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

അക്കങ്ങൾ: $x, x + 3$

സംഖ്യ: $10x + x + 3 = 11x + 3$ (1)

സംഖ്യയുടെയും അക്കതുകയുടെയും ഗുണനഫലം: $2x^3 - 11x^3 - 4x^2 - 6^2$ (1)

$$22x^2 + 39x + 9 = 16x^2 + 48x + 36$$

$$6x^2 - 9x - 27 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$
 (1)

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times -9}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4}$$

$$= \frac{3 + 9}{4}$$

$$x = \frac{3 + 9}{4} = \frac{12}{4} = 3$$
 (1)

(-ve സംഖ്യ സ്വീകാര്യമല്ല)

സംഖ്യ = 36 (1)

9. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യോമിതിയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിന് ചുറ്റും പുറത്ത്കൂടി 2 മീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു പാത വെട്ടിയിരിക്കുന്നു. പാതയുടെ മാത്രം പരപ്പളവ് 116 ചതുരശ്ര മീറ്റർ ആണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശം = x .

പാതയുടെയൊട്ടാകെ സ്ഥലത്തിന്റെ വശം = $x + 4$. (1)

പാതയുടെ പരപ്പളവ് = $(x + 4)^2 - x^2 = 116$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 116$$
 (1)

$$8x + 16 = 116$$

$$x = \frac{116 - 16}{8} = 12.5 \text{ മീറ്റർ}$$

തോട്ടത്തിന്റെ വശം = 12.5 മീറ്റർ (1)

10. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യാമിതിയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനോട് ചേർന്ന് 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു ചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റി. ബാക്കി വരുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 84 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സമചതുരത്തിന്റെ വശം = x

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ = $x, x - 8$ (1)

പരപ്പളവ് = $x(x - 8) = 84$

$x^2 - 8x = 84$ (1)

$x^2 - 8x + 16 = 84 + 16$

$(x - 4)^2 = 100$ (1)

$x - 4 = 10$

$x = 14$

സമചതുരത്തിന്റെ വശം = 14 സെന്റിമീറ്റർ (1)

11. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യാമിതിയ പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ 3 മടങ്ങിനെക്കാൾ 3 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. അതിന്റെ വികർണം നീളത്തെക്കാൾ ഒരു മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x .

നീളം = $3x + 3$

= $3x + 4$ (1)

$(3x + 4)^2 = x^2 + (3x + 3)^2$ (1)

$9x^2 + 24x + 16 = x^2 + 9x^2 + 18x + 9$

$x^2 - 6x = 7$

$x^2 - 6x + 9 = 16$ (1)

$(x - 3)^2 = 16$

$x - 3 = 4$

$x = 4 + 3 = 7$ (1)

ചതുരത്തിന്റെ നീളം = $3 \times 7 + 3 = 24$ മീറ്റർ

വീതി = 7 മീറ്റർ

12. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ചിത്രത്തിൽ AB അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. CD = 10 സെന്റിമീറ്ററും BC യുടെ നീളം ACയുടെ നീളത്തെക്കാൾ 15 സെന്റിമീറ്റർ കുറവുമാണ്. AB യുടെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$AC \times CB = CD^2 \quad (1)$$

$$AC = x$$

$$x(x - 15) = 10^2$$

$$x^2 - 15x = 100$$

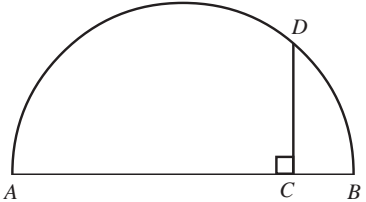
$$x^2 - 15x + \frac{225}{4} = 100 + \frac{225}{4}$$

$$\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 = \frac{625}{4} \quad (1)$$

$$x - \frac{15}{2} = \frac{25}{2}$$

$$x = \frac{25}{2} + \frac{15}{2} = 20$$

∴ AB = 20 + 5 = 25 സെന്റിമീറ്റർ (1)



13. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ 'M' ൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. MA = 6 സെന്റിമീറ്ററും, MB = 8 സെന്റിമീറ്ററും, CD = 16 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്നു. MC, MD എന്നിവ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$CD = 16 \text{ സെന്റിമീറ്റർ}$$

$$MC = 8 - x, MD = 8 + x \text{ എങ്കിൽ} \quad (1)$$

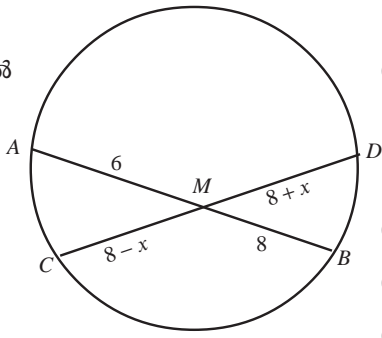
$$MA \times MB = MC \times MD$$

$$6 \times 8 = (8 - x)(8 + x)$$

$$48 = 64 - x^2$$

$$x^2 = 16, x = 4$$

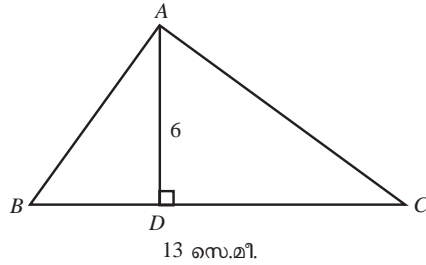
$$MC = 8 - 4 = 4 \text{ സെന്റിമീറ്റർ} \quad (1)$$

$$MD = 8 + 4 = 12 \text{ സെന്റിമീറ്റർ} \quad (1)$$


14. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ മട്ടമുലയിൽ നിന്ന് എതിർ വശത്തേക്ക് വരച്ച ലംബമാണ് AD. BC = 13 സെന്റിമീറ്ററും, AD = 6 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്നു.



- (a) $BD = x$ എന്നെടുത്ത് DC യുടെ നീളം x ഉൾപ്പെടുന്ന രീതിയിൽ എഴുതുക.
- (b) ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് BD, DC എന്നിവ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$BD = x$ എന്നെടുത്താൽ

$DC = 13 - x$

$BC \times DC = AD^2$ (1)

$x(13 - x) = 6^2$

$13x - x^2 = 36$

$x^2 - 13x + 36 = 0$

$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \times 1 \times 36}}{2 \times 1}$ (1)

$\therefore \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2}$ (1)

$\frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \frac{13 \pm 5}{2}$

BC, DC എന്നിവയുടെ നീളങ്ങൾ = 9 സെന്റിമീറ്റർ , 4 സെന്റിമീറ്റർ

15. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളിൽ പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവം കാണുന്നു.

? ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{2}{3}$ ആകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യ = x ആയാൽ വ്യുൽക്രമം $\frac{1}{x}$

$x + \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$ എന്നെടുത്താൽ (1)

$(x^2 + 1) \times 3 = 2x$

$3x^2 - 2x + 3 = 0$ (1)

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{4 \times 3} \\
 &= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 36}}{12} \\
 &= \frac{2 \pm \sqrt{-32}}{12} \tag{1}
 \end{aligned}$$

ഇതിന്റെ പരിഹാരം കാണാൻ സാധിക്കില്ലല്ലോ.

∴ ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{2}{3}$ ആകില്ല. (1)

16. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{13}{6}$ ആണ്. സംഖ്യ ഏത്? (സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 \text{സംഖ്യ } x \text{ ആയാൽ വ്യുൽക്രമം} &= \frac{1}{x} \\
 x + \frac{1}{x} &= \frac{13}{6} \\
 (x^2 + 1) \times 6 &= 13x \\
 6x^2 - 13x + 6 &= 0 \tag{1} \\
 x &= \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \times 6 \times 6}}{2 \times 6} \\
 &= \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} \\
 &= \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} \\
 &= \frac{13 \pm 5}{12} \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\text{സംഖ്യ} = \frac{3}{2} \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \frac{2}{3} \tag{1}$$

17. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? തുക 12 ആയ രണ്ട് സംഖ്യയുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക $\frac{3}{8}$ ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏവ? (സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യകൾ $6 + x$, $6 - x$ എന്നെടുത്താൽ (1)

$$\frac{1}{6+x} + \frac{1}{6-x} = \frac{3}{8} \quad (1)$$

$$12 \times 8 = 3(36 - x^2)$$

$$96 = 108 - 3x^2 \quad (1)$$

$$3x^2 = 12 \quad x^2 = 4$$

$x = 2$ അല്ലെങ്കിൽ -2

സംഖ്യകൾ $= 6 + 2 = 8$, $6 - 2 = 4(1)$

18. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തുന്ന ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



പൊതുവ്യത്യാസം 20 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക $\frac{1}{24}$ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

പദങ്ങൾ $x - 10$, $x + 10$ (1)

$$\frac{1}{x-10} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{2x}{x^2 - 100} = \frac{1}{24} \quad (1)$$

$$2x \times 24 = x^2 - 100 \quad (1)$$

$$x^2 - 48x = 100$$

$$x^2 - 48x + 24^2 = 100 + 576$$

$$(x - 24)^2 = 676 \quad (1)$$

$$x - 24 = \pm 26$$

$x = 26 + 24 =$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -26 + 24$ (1)

ആദ്യപദം $= 40$ അല്ലെങ്കിൽ -12

19. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.



ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും വ്യത്യാസം ഏത് അധിസംഖ്യയുമാകാമെന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{സംഖ്യ} &= x \\ \text{വ്യുൽക്രമം} &= \frac{1}{x} \end{aligned} \tag{1}$$

$$x - \frac{1}{x} = k \text{ എങ്കിൽ} \tag{1}$$

$$x^2 - kx - 1 = 0$$

$$x = \frac{+k \pm \sqrt{k^2 + 4}}{2}$$

$$k \text{ ഏത് സംഖ്യ ആയാലും } k^2 + 4 \text{ അധിസംഖ്യയായിരിക്കും.} \tag{1}$$

20. പഠനനേട്ടം

- ജ്യോമിതീയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണാൻ രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം എന്ന ആശയം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ ബാഹ്യസ്പർശികളാണ് അവയുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 11 സെന്റിമീറ്റർ ആണ്. അവയുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക 65π ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്. ആരങ്ങൾ കാണുക. (സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഒന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r എങ്കിൽ

രണ്ടാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = $11 - r$

പരപ്പളവുകളുടെ തുക:

$$\begin{aligned} \pi r^2 + \pi (11 - r)^2 &= 65\pi \\ &= r^2 + 121 - 22r + r^2 = 65 \end{aligned}$$

$$2r^2 - 22r = -56 \tag{1}$$

$$r^2 - 11r = -28 \tag{1}$$

$$r^2 - 11r + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = -28 + \frac{121}{4}$$

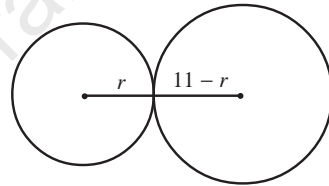
$$\left(r - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \tag{1}$$

$$r - \frac{11}{2} = \frac{3}{2}$$

$$r = \frac{3+11}{2} = 7 \text{ സെ.മീ.}$$

ഒന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 7 സെ.മീ.

രണ്ടാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = $11 - 7 = 4$ സെ.മീ. (1)



21. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ വിവിധ ഗണിതമേഖലകളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു.



$2n^2 + 5n$ എന്നത് സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബീജഗണിതമാണ്. 1375 ഈ ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$2n^2 + 5n = 1375$$

$$2n^2 + 5n - 1375 = 0 \tag{1}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1375)}}{2 \cdot 2} \tag{1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 11000}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 105}{4} \tag{1}$$

$$n = \frac{100}{4} = 25$$

ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 1375. (1)

22. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്വതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവ പ്രത്യേകത ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? $x^2 + ax + b = 0$ എന്ന രണ്ടാംക്വതി സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേയുള്ളൂവെങ്കിൽ $a^2 = 4b$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$x^2 + ax + b = 0$$

ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേ ഉള്ളൂ. അതായത്, ഇത് ഒരു പൂർണ്ണവർഗമാണ് (1)

$$\therefore \frac{a^2}{4} = b \tag{1}$$

$$\frac{a^2}{4} = b$$

$$a^2 = 4b \tag{1}$$

23. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്വതി സമവാക്യങ്ങൾ വിവിധ ഗണിത മേഖലകളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു.

? തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കിയ ഈ സംഖ്യാപാറ്റേണിലെ എത്രാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയാണ് 210?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

- 1
- 2 3
- 4 5 6
- 7 8 9 10

.....

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\frac{n(n-1)}{2} = 210 \tag{1}$$

$$n^2 + n = 420$$

$$n^2 + n + \frac{1}{4} = 420 + \frac{1}{4} \tag{1}$$

$$n + \frac{1}{2} = \frac{1681}{4} \tag{1}$$

$$n + \frac{1}{2} = \frac{41}{2}$$

$$n = \frac{41-1}{2} = 20$$

20-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയാണ് 210 (1)

24. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? 7, 11, 15,... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ ഏതാനും പദങ്ങളുടെ തുക 240 ആകുമോ? സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$sn = 2n^2 + 5n = 240 \text{ എന്നെടുത്താൽ}$$

$$2n^2 + 5n - 24 = 0 \tag{1}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 192}}{4} \tag{1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{217}}{4} \tag{1}$$

$\sqrt{217}$ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയല്ലാത്തത് കൊണ്ട് 'n' എണ്ണൽസംഖ്യയായി കിട്ടില്ല. 'n' എണ്ണൽസംഖ്യയാവണം. അതുകൊണ്ട്, 240 തുകയാവില്ല. (1)

25. പഠനനേട്ടം

- ബഹുപദങ്ങളും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

? $2x-x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്താൽ 2 കിട്ടുമോ? $\frac{1}{2}$ കിട്ടുമോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$2x - x^2 = 2 \tag{1}$$

$$x^2 - 2x = -2$$

$$x^2 - 2x + 1 = -2 + 1$$

$$(x - 1)^2 = -1 \tag{1}$$

ഒരു സംഖ്യയുടെയും വർഗം ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ലല്ലോ.

$$x \text{ ഏതു സംഖ്യയായാലും, } 2x - x^2 = 2 \text{ ആകില്ല.} \tag{1}$$

$$2x - x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{2} + 1$$

$$(x - 1)^2 = \frac{1}{2} \tag{1}$$

$$\therefore 2x - x = \frac{1}{2} \text{ ആവും.} \tag{1}$$

26. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി വിവിധ ഗണിത മേഖലകളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ത്രികോണം ABC യിൽ AB = AC യും $\angle A = 36^\circ$ യും ആകുന്നു. $\angle B$ യുടെ സമഭാജി AC യെ D യിൽ മുട്ടുന്നു. $\frac{BC}{CD} = x$ എന്നെടുത്താൽ $x = 1 + \frac{1}{x}$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക; x കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

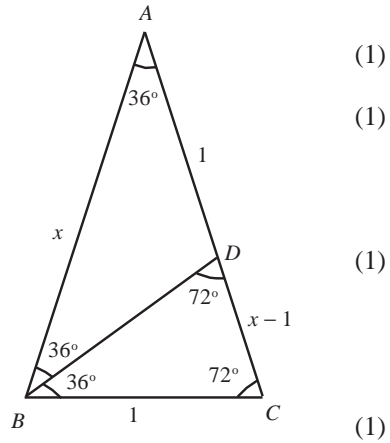
■ ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണം ABC യുടെയും ത്രികോണം BCD യുടെയും കോണുകൾ തുല്യമാണ്. BC = 1 യുണിറ്റ്. AC = AB = x എന്ന് എടുത്താൽ.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{1} &= \frac{1}{x} \\ x &= 1 + \frac{1}{x} \\ x &= \frac{x-1}{x} \\ x^2 &= x-1 \\ x^2 - x + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - (4)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല.}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



27. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? A എന്ന പട്ടണത്തിൽ നിന്നും B എന്ന പട്ടണത്തിലേക്ക് 180 കിലോമീറ്റർ ദൂരമുണ്ട്. ഒരു സൈക്കിൾ യാത്രക്കാരൻ A യിൽ നിന്നും B യിലേക്കുള്ള പകുതി ദൂരം ഒരു നിശ്ചിത വേഗത്തിലും അടുത്ത പകുതി ദൂരം അതിനെക്കാൾ മണിക്കൂറിൽ 15 കിലോമീറ്റർ കൂടിയ വേഗത്തിലുമാണ് സഞ്ചരിച്ചത്. യാത്രക്ക് 5 മണിക്കൂർ സമയമെടുത്തു. എങ്കിൽ ഓരോ പകുതിയിലും യാത്രയുടെ വേഗത കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x-15} = 5 \tag{1}$$

$$90x + 1350 + 90x = 5x^2 + 75x$$

$$5x^2 - 105x - 1350 = 0 \tag{1}$$

$$x^2 - 21x - 270 = 0$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{(21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 270}}{2 \cdot 1} \tag{1}$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{1521}}{2}$$

$$= \frac{21 \pm 39}{2} \text{ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല.} \tag{1}$$

$$x = \frac{60}{2} = 30$$

ആദ്യപകുതിയിലെ വേഗത: 30 കി.മീറ്റർ/മണിക്കൂർ

രണ്ടാംപകുതിയിലെ വേഗത: 45 കി.മീറ്റർ/മണിക്കൂർ (1)

28. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു യാത്രക്കാരൻ അയാളുടെ യാത്രയുടെ പകുതിദൂരം ഒരേ വേഗത്തിലും അടുത്ത പകുതി ദൂരം ആദ്യവേഗത്തെക്കാൾ മണിക്കൂറിൽ 15 കിലോമീറ്റർ കൂടിയ വേഗത്തിലുമാണ് സഞ്ചരിച്ചത്. യാത്രയുടെ ശരാശരി വേഗം മണിക്കൂറിൽ 36 കിലോമീറ്റർ ആയിരുന്നു. ഓരോ പകുതിയിലേയും യാത്രയുടെ വേഗം എന്തായിരുന്നു.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \tag{1}$$

$$(2x + 15) \times 18 = x^2 + 15x$$

$$x^2 + 15x - 36x - 270 = 0 \tag{1}$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 4 \cdot 1 \cdot 270}}{2 \cdot 1} \tag{1}$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{1521}}{2}$$

$$= \frac{21 \pm 39}{2}$$

$$x = \frac{60}{2} = 30 \tag{1}$$

ആദ്യപകുതിയിലെ വേഗം മണിക്കൂറിൽ 30 കിലോമീറ്റർ

രണ്ടാം പകുതിയിലെ വേഗം മണിക്കൂറിൽ 45 കിലോമീറ്റർ (1)

29. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില 2 രൂപ കുറച്ചിരുന്നുവെങ്കിൽ അയാൾക്ക് 360 രൂപ ഉപയോഗിച്ച് കളിപ്പാട്ടം 2 എണ്ണം കൂടുതൽ വാങ്ങാമായിരുന്നു. കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില എന്ത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില = x എന്നെടുത്താൽ

$$360 \text{ രൂപയ്ക്കുവാങ്ങുന്ന കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ എണ്ണം} = \frac{360}{x} \quad (1)$$

വില 2 രൂപ കുറച്ചാൽ

$$360 \text{ രൂപയ്ക്കുവാങ്ങുന്ന കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ എണ്ണം} = \frac{360}{x - 2} \quad (1)$$

$$\text{വ്യത്യാസം: } \frac{360}{x - 2} - \frac{360}{x} = 2$$

$$360x - 360x + 720 = 2x^2 - 4x$$

$$2x^2 - 4x = 720$$

$$x^2 - 2x = 360 \quad (1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 361$$

$$(x^2 - 1)^2 = 361$$

$$x - 1 = 19 \quad (1)$$

$$x = 20$$

$$\text{കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില: } 20 \text{ രൂപ.} \quad (1)$$

30. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? രാജുവിന് ഒരു ജോലി ചെയ്യാനെടുക്കുന്ന ദിവസത്തെക്കാൾ 16 ദിവസം കൂടുതൽ വേണം രവിക്ക് ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ. രണ്ടുപേരും ഒരുമിച്ച് ആ ജോലി ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ 15 ദിവസം കൊണ്ട് തീരും. രാജുവിന് തനിച്ച് ആ ജോലി തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണം?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\text{രാജുവിന് ജോലിചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം} = x \quad (1)$$

$$\text{രവിക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം} = x + 16$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 16} = \frac{1}{15} \quad (1)$$

? $(2x + 16) \times 15 = x^2 + 16x$

$$x^2 + 16 - 30x = 240 \quad (1)$$

$$x^2 - 14x = 240$$

$$x^2 - 14x + 49 = 269 \quad (1)$$

$$(x - 7)^2 = 269 \quad (1)$$

$$x - 7 = 17$$

$$x = 17 + 7 = 24$$

$$\text{രാജുവിന് ജോലി തീർക്കാൻ വേണ്ട ദിവസം} = 24$$

31. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? A, B എന്നീ രണ്ട് കാറുകളിൽ ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്നതിനെക്കാൾ 5 കിലോമീറ്റർ കൂടുതൽ സഞ്ചരിക്കും B എന്ന കാർ. 400 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ A എന്ന കാർ ഉപയോഗിച്ച പെട്രോളിന്റെ അളവിനെക്കാൾ 4 ലിറ്റർ കുറവാണ് B എന്ന കാർ ഉപയോഗിച്ചത്. A എന്ന കാർ ഒരു ലിറ്റർ കൊണ്ട് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = x
 B എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = $x + 5$

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{x+5} = 4 \tag{1}$$

$$400x - 2000 - 400x - 4x^2 - 20x$$

$$4x^2 + 20x = 2000$$

$$x^2 + 5x = 500 \tag{1}$$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 500 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{2025}{4} \tag{1}$$

$$x + \frac{5}{2} = \frac{45}{2}$$

$$x = \frac{45-5}{2} = 20 \tag{1}$$

ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന

കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = 20 കിലോമീറ്റർ (1)

32. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

? ഒരു നിശ്ചിത ചുറ്റളവും പരപ്പളവുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുമ്പോൾ ചുറ്റളവ് 50 സെന്റിമീറ്റർ എന്നതിന് പകരം 52 സെന്റിമീറ്റർ എന്നാണെടുത്തത്. അപ്പോൾ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 18 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന് കിട്ടി. എങ്കിൽ യഥാർത്ഥ ചതുരത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരുന്നു.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{ചുറ്റളവ്} &= 52 \\ \text{നീളം} + \text{വീതി} &= 26 \\ \text{വശങ്ങൾ: } 18, 26 - 18 &= 8 & (1) \\ \text{പരപ്പളവ്: } 18 \times 8 &= 144 \text{ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ} \\ \text{ചുറ്റളവ്} &= 50 \\ \text{നീളം} + \text{വീതി} &= 25 \\ \text{നീളം} = x, \text{ വീതി} &= 25 - x & (1) \\ \text{പരപ്പളവ്: } x(25 - x) &= 144 \\ x^2 - 25x + 144 &= 0 \\ x &= \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \times 144}}{2 \times 1} & (1) \\ &= \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} \\ &= \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2} & (1) \\ &= \frac{25 \pm 7}{2} \\ x &= \frac{25+7}{2} = 16 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \frac{25-7}{2} = \frac{18}{2} = 9 \\ \text{വശങ്ങൾ: } 16 \text{ സെന്റിമീറ്റർ, } 9 \text{ സെന്റിമീറ്റർ} \end{aligned}$$

33. പഠനനേട്ടം

- ബഹുപദങ്ങളും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

❓ $x^2 - 2x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലും കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 5 നെക്കാൾ കുറയില്ല എന്ന് സമർഥിക്കുക. ഏത് സംഖ്യ x ആയി എടുത്താലാണ് 5 തന്നെ കിട്ടുക?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} p(x) &= x^2 - 2x + 6 \\ &= x^2 - 2x + 1 + 5 \\ &= (x-1)^2 + 5 & (1) \end{aligned}$$

$$(x-1)^2 \text{ വർഗ്ഗമായതിനാൽ } (x-1)^2 \text{ ആവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ} = 0 \quad (1)$$

∴ $x^2 - 2x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലും കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 5 നെക്കാൾ കുറയില്ല. (1)

$$x = 1, (x-1)^2 = 0, (x-1)^2 + 5 = 5 \quad (1)$$

34. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി മറ്റു പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ ഒരു വലിയ കുഴലും പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ ഒരു ചെറിയ കുഴലുമുണ്ട്. ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ എടുക്കുന്ന സമയത്തെക്കാൾ 1 മിനിറ്റ് സമയം കുറച്ചു മതി വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയ്ക്കാൻ. ഈ രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ച് ഉപയോഗിച്ചാൽ 56 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും. വലിയ കുഴൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയാനെടുക്കുന്ന സമയം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ വേണ്ട സമയം = x എങ്കിൽ
 വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം നിറക്കാൻ വേണ്ട സമയം = $x-1$ (1)

രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ച് ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{56} \quad (1)$$

$$(x-x+1) \times 56 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \times -56}}{2} \quad (1)$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm 15}{2} \text{ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല}$$

$$x = \frac{1+15}{2} = 8 \text{ മിനിട്ട്}$$

വലിയ കുഴൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയാനെടുക്കുന്ന സമയം = 7 മിനിട്ട്.

35. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പകർത്തി എഴുതിയപ്പോൾ x ഇല്ലാത്ത സംഖ്യ 30 ന് പകരം -30 എന്നെഴുതിപ്പോയി പരിഹാരമായി കിട്ടിയത് 15, -2 . ശരിയായ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം എന്തൊക്കെയാണ്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$ax^2 + bx - 30 = 0$$

$$x = 15, \quad 225a + 15b - 30 = 0 \quad 15a + b = 2 \quad (1) \quad (1)$$

$$x = -2 \quad 4a - 2b - 30 = 0 \quad 2a - b = 15 \quad (2) \quad (1)$$

$$(1) + (2) \rightarrow 17a = 17, \quad a = 1$$

$$2 \times 1 - b = 15 \quad b = -13 \quad (1)$$

$$\text{സമവാക്യം} = x^2 - 13x - 30 = 0$$

$$\text{ശരിയായ സമവാക്യം} = x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 120}}{2} \quad (1)$$

$$x = \frac{13 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{13+7}{2} = 10 \quad \text{അല്ലെങ്കിൽ} \quad \frac{13-7}{2} = 3 \quad (1)$$

ശരിയായ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം 10 അല്ലെങ്കിൽ 3

SCERT Kerala

ത്രികോണമിതി

1. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

- ?** ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 4 സെന്റിമീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്. അതിന്റെ ചുറ്റളവും, പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

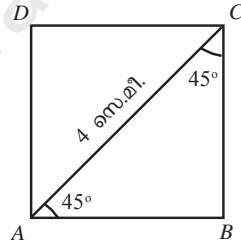
ΔABC യുടെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ആണ്.

45°	:	45°	:	90°
1		1		$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
$2\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$		4

ഒരുവശം = $2\sqrt{2}$ സെ.മി

ചുറ്റളവ് = $4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ സെ.മി.

പരപ്പളവ് = $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$ ച.സെ.മി.



(1)

(1)

(1)

2. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

- ?** AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ തുല്യനീളമുള്ള രണ്ടു ഞാണുകളാണ് AC, BC. ഞാണുകളുടെ നീളം 10 സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

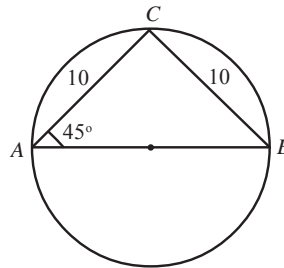
■ ഉത്തരസൂചിക

45°	:	45°	:	90°
1		1		$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
10		10		$10\sqrt{2}$

വ്യാസം AB = $10\sqrt{2}$ സെ.മി

ആരം = $5\sqrt{2}$ സെ.മി

പരപ്പളവ് = $\pi r^2 = \pi \times 5\sqrt{2}^2 = 50\pi$ ച.സെ.മി



(1)

(1)

(1)

3. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 10$ സെന്റിമീറ്റർ. $AC = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 45^\circ$

- (a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

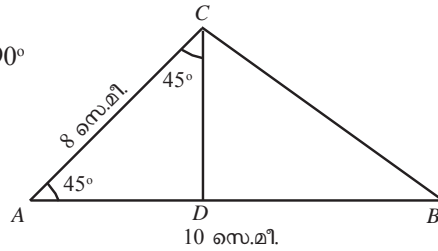
■ ഉത്തരസൂചിക

(a) AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

$\triangle ADC$ യിൽ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

45°	:	45°	:	90°
↓		↓		↓
$4\sqrt{2}$		$4\sqrt{2}$		8

$CD = AD = 4\sqrt{2}$ സെ.മി



(1)

(b) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{2}$
 = $20\sqrt{2}$ ച.സെ.മി

(1)

4. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം 12 സെന്റിമീറ്റർ ഒരു കോൺ 135° .

- (a) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്ര?
- (b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) ABCD സമഭുജസാമാന്തരികമാണ്.

$AB = AD = 12$ സെ.മി., $\angle B = 135^\circ$

$\angle A = 180 - 135 = 45^\circ$

$\triangle ADE$ യുടെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

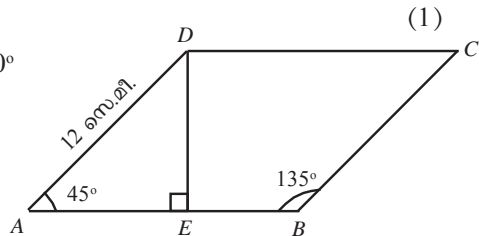
45°	:	45°	:	90°
↓		↓		↓
$6\sqrt{2}$		$6\sqrt{2}$		12

$DE = 6\sqrt{2}$ സെ.മി.

(1)

(b) സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $12 \times 6\sqrt{2}$
 = $72\sqrt{2}$ ച.സെ.മി.

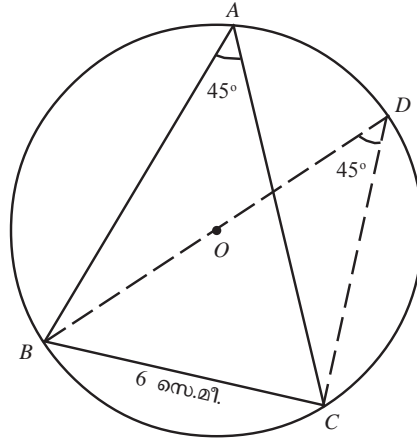
(1)



5. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ΔABC യിൽ $\angle A = 45^\circ$, $BC = 6$ സെന്റിമീറ്റർ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക (1)

BCD യുടെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

45°	:	45°	:	90°
1		1		$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
6		6		$6\sqrt{2}$

(1)

$BD = 6\sqrt{2}$ സെ.മി (1)

6. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 12 സെന്റിമീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്. വികർണം ഒരു വശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 30° ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

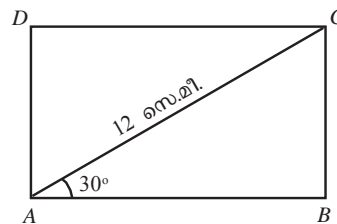
■ ഉത്തരസൂചിക

ABCD ഒരു ചതുരമാണ്.

$AC = 12$ സെ.മി., $\angle BAC = 30^\circ$

ΔABC യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°	:	60°	:	90°
1		$\sqrt{3}$		2
↓		↓		↓
6		$6\sqrt{3}$		12



$$AB = 6\sqrt{3} \text{ സെ.മീ.}$$

$$BC = 6 \text{ സെ.മീ.}$$

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 2(6 + 6\sqrt{3}) = (12 + 12\sqrt{3}) \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \text{ ച.സെ.മീ.} \quad (1)$$

7. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

② ΔABC യിൽ $AB = 20$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 12$ സെന്റിമീറ്റർ

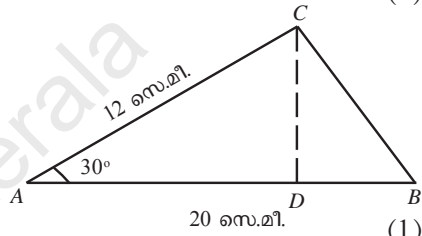
- (a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- (a) AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക
 ΔADC യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°	:	60°	:	90°
1		$\sqrt{3}$		2
↓		↓		↓
6		$6\sqrt{3}$		12
$CD = 6$ സെ.മീ				



- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60$ ച.സെ.മീ. (1)

8. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

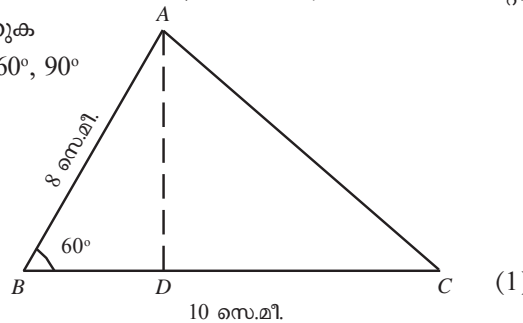
② ΔABC യിൽ $AB = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $BC = 10$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle B = 60^\circ$

- (a) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- (b) AC യുടെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

- (a) BC ക്ക് ലംബമായി AD വരയ്ക്കുക
 ΔADB യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°	:	60°	:	90°
1		$\sqrt{3}$		2
↓		↓		↓
4		$4\sqrt{3}$		8



$BD = 4$ സെ.മീ., $AD = 4\sqrt{3}$ സെ.മീ

ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)

(b) $BC = 10$ സെന്റിമീറ്റർ
 $CD = 10 - 4 = 6$ സെന്റിമീറ്റർ (1)
 ΔADC യിൽ $AC^2 = AD^2 + CD^2$
 $= (4\sqrt{3})^2 + 6^2$
 $= 48 + 36 = 84$
 $AC = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} =$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

9. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 150° യും അതിന്റെ എതിർവശം 3 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര?

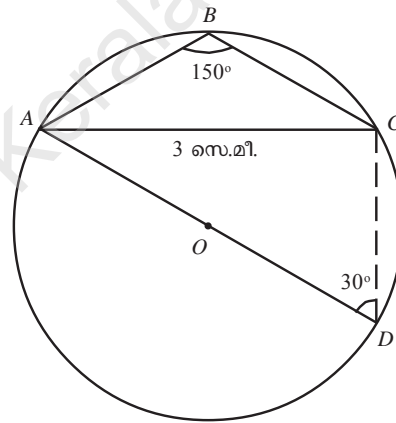
(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ΔABC യിൽ
 $\angle B = 150^\circ$, $AC = 3$ സെന്റിമീറ്റർ
 വ്യാസം AD വരച്ച്, CD യോജിപ്പിക്കുക
 $\angle ADC = 180 - 150 = 30^\circ$
 $\angle ACD = 90^\circ$
 ΔADC യുടെ കോണുകൾ 30° , 60° , 90°

30°	:	60°	:	90°
1		$\sqrt{3}$		2
↓		↓		↓
3		$3\sqrt{3}$		6

വ്യാസം, $AD = 6$ സെ.മി (1)



(1)

(1)

10. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ΔABC യിൽ $AB = 12$ സെന്റിമീറ്റർ. $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$

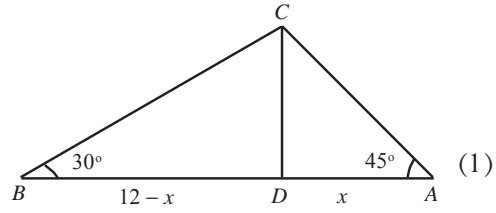
- (a) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക?
- (b) 30° , 45° , 105° കോണുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

△ BDC യുടെ കോണുകൾ 30°, 60°, 90°

$$\begin{array}{ccc}
 30^\circ & 60^\circ & 90^\circ \\
 1 & : \sqrt{3} & : 2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 x & x\sqrt{3} & 2x \\
 x\sqrt{3} & = 12 - x &
 \end{array}$$



$$x(\sqrt{3} + 1) = 12$$

$$x = \frac{12}{\sqrt{3} + 1} = \frac{12(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} = 6(\sqrt{3} - 1) \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 \text{പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \times 12 \times 6(\sqrt{3} - 1) \\
 &= 36(\sqrt{3} - 1) \text{ ച.സെ.മി.} \quad (1)
 \end{aligned}$$

(b) AD = x, BD = $\sqrt{3}x$, AB = $(\sqrt{3} + 1)x$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

BC = 2x, AC = $\sqrt{2}x$

$$\begin{aligned}
 \text{AC} : \text{BC} : \text{AB} &= x : 2x : (\sqrt{3} + 1)x \\
 &= \sqrt{2} : 2 : \sqrt{3} + 1 \quad (1)
 \end{aligned}$$

11. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

- ❓ ഒരു സമഭുജസമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം 10 സെ.മി.യും ഒരു കോൺ 120° യുമാണ്
- (a) സമഭുജസമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?
 - (b) വികർണങ്ങളുടെ നീളം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

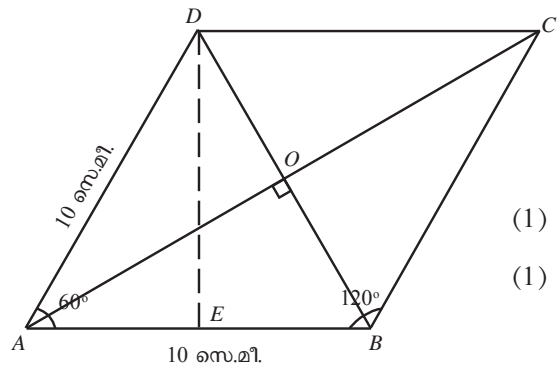
■ ഉത്തരസൂചിക

△ AED യിൽ ∠A = 60°, ∠AED = 90°, ∠ADE = 30°

AD = 10 സെ.മി.

$$\begin{array}{ccc}
 30^\circ & 60^\circ & 90^\circ \\
 1 & : \sqrt{3} & : 2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 5 & 5\sqrt{3} & 10
 \end{array}$$

AE = 5സെ.മി., DE = $5\sqrt{3}$ സെ.മി.



(a) പരപ്പളവ് = $10 \times 5\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)

ΔAOB യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°	60°	90°	
1	$:\sqrt{3}$	$:\ 2$	
↓	↓	↓	
5	$5\sqrt{3}$	10	(1)

$OA = 5\sqrt{3}$ സെ.മീ.; $OB = 5$ സെ.മീ

$AC = 10\sqrt{3}$ സെ.മീ.; $BD = 10$ സെ.മീ (1)

12. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണ്.

? ΔABC യിൽ $\angle A = 40^\circ$, $BC = 8$ സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക.

[$\sin 40 = 0.64$]

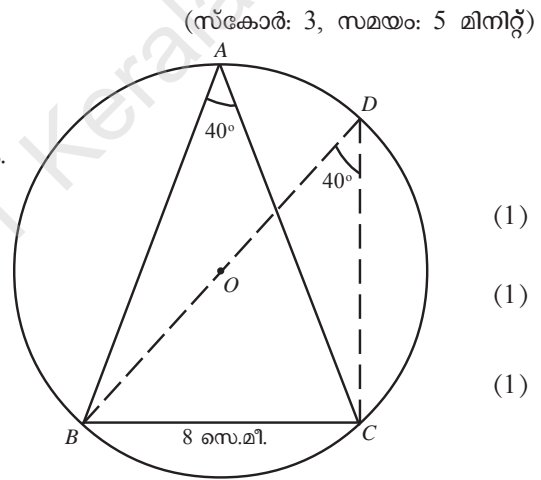
■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസം BD വരച്ച്, CD യോജിപ്പിക്കുക.

ΔBCD യിൽ $\angle D = 40^\circ$ (1)

$\sin 40 = \frac{BC}{BD} = \frac{8}{BD}$ (1)

$BD = \frac{8}{\sin 40} = \frac{8}{0.64} = 12.5$ സെ.മീ. (1)



13. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണ്.

? ΔABC യിൽ $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $AB = 6$ സെ.മീ.

(a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

(b) AC, BC എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

[$\sin 60^\circ = 0.87$; $\sin 50^\circ = 0.77$; $\sin 70^\circ = 0.94$;]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

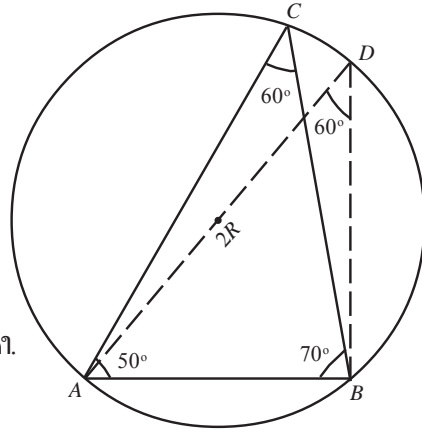
(a) വ്യാസം AD വരച്ച്, BD യോജിപ്പിക്കുക. (1)

$$\sin 60 = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{AD}$$

$$2R = AD = \frac{6}{\sin 60} = \frac{6}{0.87} = 6.9$$

$$BC = 2R \cdot \sin 50 = 6.9 \times 0.77 = 5.31 \text{ സെ.മീ.}$$

$$AC = 2R \cdot \sin 70 = 6.9 \times 0.94 = 6.49 \text{ സെ.മീ.}$$



(1)

(1)

(1)

(1)

14. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്നും മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ ΔABC യിൽ $AB = 10$ സെ.മീ., $AC = 6$ സെ.മീ., $\angle A = 70^\circ$

- (a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.
- (b) BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

[$\cos 70^\circ = 0.34$; $\sin 70^\circ = 0.94$]

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\sin 70^\circ = \frac{CD}{6}$$

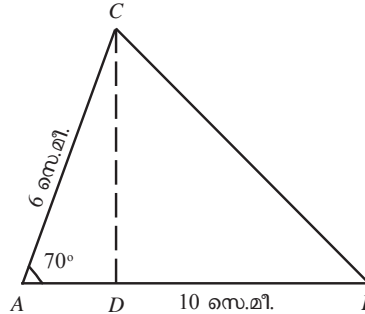
$$CD = 6 \times \sin 70 = 6 \times 0.94 = 5.64 \text{ സെ.മീ.}$$

$$\cos 70^\circ = \frac{AD}{6}$$

$$AD = 6 \times \cos 70^\circ = 6 \times 0.34 = 2.04 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$BD = 10 - 2.04 = 7.96 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{(5.64)^2 + (7.96)^2} = \sqrt{31.81 + 63.36} = \sqrt{95.17} \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$



15. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്നും മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ ΔABC യിൽ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 10$ സെ.മീ.

- a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

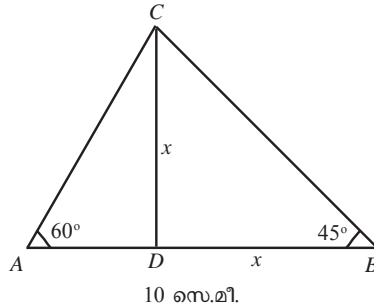
(a) AB ക്ക് ലംബം CD വരയ്ക്കുക

$$CD = x \text{ ആയാൽ } BD = x; AD = \frac{\sqrt{3}x}{3} \tag{1}$$

$$\frac{\sqrt{3}x}{3} + x = 10$$

$$\sqrt{3}x + 3x = 30 \tag{1}$$

$$x = \frac{30}{3+\sqrt{3}} = \frac{30(3-\sqrt{3})}{6} = 5(3-\sqrt{3}) \text{ സെ.മീ.} \tag{1}$$



(b) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 10 \times 5(3-\sqrt{3}) = 25(3-\sqrt{3})$ ച.സെ.മീ. (1)

16. പഠനനേട്ടം

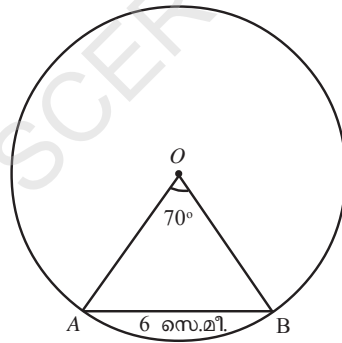
വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളവും കേന്ദ്രകോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സൈൻ ഉപയോഗിച്ച് പറയാമെന്ന് സമർത്ഥിക്കുന്നു.

❓ 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഞാണാണ് AB.

$\angle AOB = 70^\circ$, $AB = 16$ സെ.മീ. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എത്ര?

[$\sin 35^\circ = 0.57$]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)



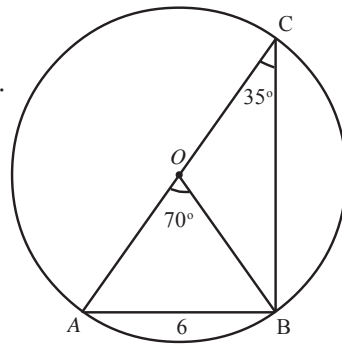
■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസം AC വരച്ച്, BC യോജിപ്പിക്കുക.

$$\sin 35^\circ = \frac{AB}{AC} \tag{1}$$

$$AC = \frac{AB}{\sin 35} = \frac{6}{0.57} \tag{1}$$

$$= 10.52 \text{ സെ.മീ.} \tag{1}$$



17. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ $\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = \angle B = 30^\circ$, $AB = 12$ സെ.മീ.

- (a) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- (c) $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം എന്ത്?

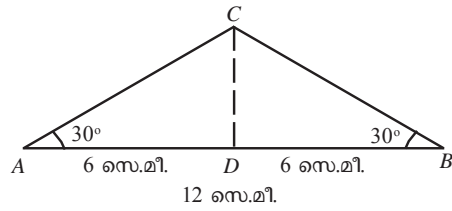
(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$\triangle ACD$ യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°	:	60°	:	90°
1		$\sqrt{3}$		2
↓		↓		↓
$2\sqrt{3}$		6		$4\sqrt{3}$

$CD = 2\sqrt{3}$ സെ.മീ.



$AC = 4\sqrt{3}$ സെ.മീ.
 $BC = 4\sqrt{3}$ സെ.മീ.

- (a) $\triangle ABC$ യുടെ ചുറ്റളവ് = $4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 12 = (12 + 8\sqrt{3})$ സെ.മീ. (1)
- (b) $\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 12 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)
- (c) $AC = BC = 4\sqrt{3}$, $AB = 12$ സെ.മീ.
 അംശബന്ധം = $4\sqrt{3} : 4\sqrt{3} : 12 = 1 : 1 : \sqrt{3}$ (1)

18. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ., $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

- (a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- (c) $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം എഴുതുക?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

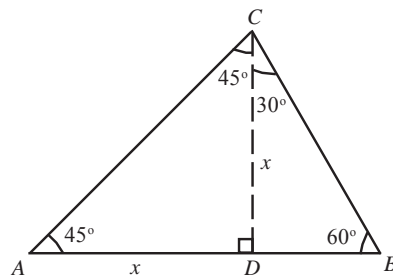
■ ഉത്തരസൂചിക

AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

$\triangle ADC$ യിൽ,

45°	:	45°	:	90°
1		1		$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
x		x		$\sqrt{2}x$

$\triangle BDC$ യിൽ,



$$\begin{array}{ccc}
 30^\circ & 60^\circ & 90^\circ \\
 1 & : & \sqrt{3} & : & 2 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \frac{x}{3}\sqrt{3} & & x & & \frac{2x}{3}\sqrt{3}
 \end{array} \tag{1}$$

$$AB = x + \frac{x}{3}\sqrt{3} = 8$$

$$x(3 + \sqrt{3}) = 24$$

$$x = \frac{24}{3 + \sqrt{3}} = 4(3 - \sqrt{3}) \tag{1}$$

$$\Delta ABC \text{ യുടെ പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4(3 - \sqrt{3}) = 16(3 - \sqrt{3}) \text{ ച. സെ.മി.} \tag{1}$$

$$AC = \sqrt{2}x, BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}x: AB = x + \frac{x\sqrt{3}}{3}$$

$$BC:AC:AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}x : \sqrt{2}x : x + \frac{x\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} : \sqrt{2} : 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2\sqrt{3} : 3\sqrt{2} : 3 + \sqrt{3}$$

$$= 2 : \sqrt{6} : \sqrt{3} + 1 \tag{1}$$

19. പഠനനേട്ടം

വരകളുപയോഗിച്ച് കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ള രീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

? ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 സെ.മി ആയാൽ, അതിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും? [$\sin 18^\circ = 0.31$]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

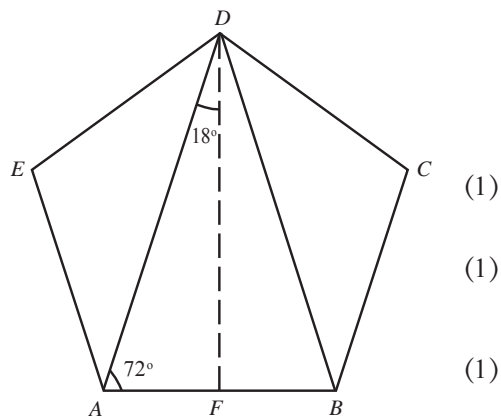
ABCDE ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്.

ΔADF ന്റെ കോണുകൾ

$18^\circ, 72^\circ, 90^\circ$ ആണ്

$$\sin 18^\circ = \frac{3}{AD}$$

$$AD = \frac{3}{\sin 18} = \frac{3}{0.31} = 9.68 \text{ സെ.മി.}$$



20. പഠനനേട്ടം

വരകളുപയോഗിച്ച് കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ള രീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

- ❓ ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾ 9 സെ.മീ., 10 സെ.മീ എന്നിവയും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 105° യുമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. $[\sin 75^\circ = 0.97]$

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

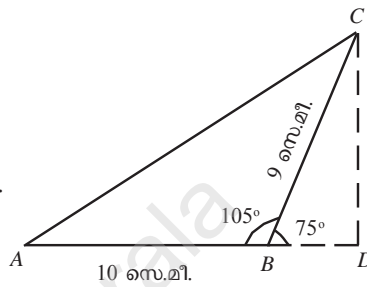
$\triangle BDC$ യിൽ, $\angle CBD = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$$\sin 75^\circ = \frac{CD}{9} \tag{1}$$

$$0.97 = \frac{CD}{9}$$

$$CD = 0.97 \times 9 = 8.73 \text{ സെ.മീ.} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.77 \\ &= 43.65 \text{ ച.സെ.മീ.} \end{aligned} \tag{1}$$



21. പഠനനേട്ടം

കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ള രീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

- ❓ ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 12 സെ.മീ. നീളമുണ്ട്. വികർണം ഒരു വശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 35° ആണ്. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക. $[\sin 35^\circ = 0.57, \cos 35^\circ = 0.82]$

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചതുരത്തിന്റെ വീതി x ഉം നീളം y ഉം ആയാൽ

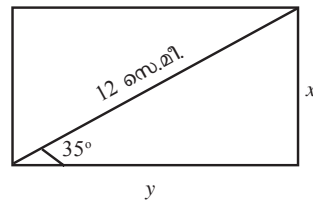
$$\sin 35^\circ = \frac{x}{12}$$

$$x = 12 \times \sin 35 = 12 \times 0.57 = 6.84 \text{ സെ.മീ.}$$

$$\cos 35^\circ = \frac{y}{12}$$

$$y = 12 \times \cos 35 = 12 \times 0.82 = 9.84 \text{ സെ.മീ.} \tag{1}$$

$$\text{ചുറ്റളവ്} = 2(6.84 + 9.84) = 2 \times 16.68 = 33.36 \text{ സെ.മീ.} \tag{1}$$



22. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

❓ ΔABC യിൽ $\angle A = 125^\circ$, $BC = 8$ സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക. [$\sin 55^\circ = .82$]

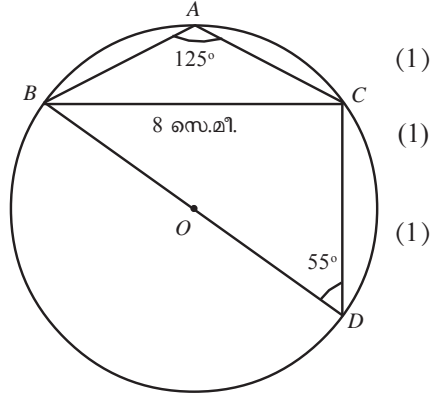
(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക

$$\Delta ABC \text{ യിൽ } \sin 55^\circ = \frac{BC}{BD}$$

$$BD = \frac{BC}{\sin 55^\circ} = \frac{8}{0.82} = 9.76 \text{ സെ.മീ.}$$



23. പഠനനേട്ട

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

❓ 10 സെ.മീ. വ്യാസമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കട്ടികടലാസിൽ നിന്നും ഒരു കോൺ 40° യും അതിന്റെ എതിർവശം 7 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമാണോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക. [$\sin 40^\circ = 0.64$]

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

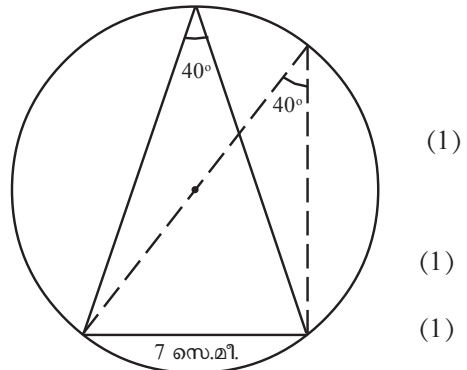
■ ഉത്തരസൂചിക

ഒരു കോൺ 40° യും എതിർവശം 7 സെ.മീ. ആയ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത

$$\text{വ്യാസം} = \frac{7}{\sin 40}$$

$$= \frac{7}{0.64} = 10.93 \text{ സെ.മീ.}$$

കട്ടികടലാസിന്റെ വ്യാസം 10 സെ.മീ. ആണ്. ഇത് 10.93 സെന്റിമീറ്ററിനേക്കാൾ കുറവാണ്. ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമല്ല. (1)



24. പഠനനേട്ട

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ വശങ്ങൾ a, b എന്നിവയും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ C യുമായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

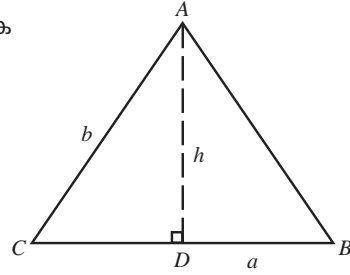
$\triangle ABC$ യിൽ, BC ക്ക് ലംബം AD വരയ്ക്കുക

$$\sin C = \frac{h}{b}$$

$$h = b \sin C$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} ah$$

$$= \frac{1}{2} ab \sin C$$



(1)

(1)

25. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണ്.

❓ പരിവൃത്തവ്യാസം d ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ A, B, C എന്നിവയാൽ, ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക.

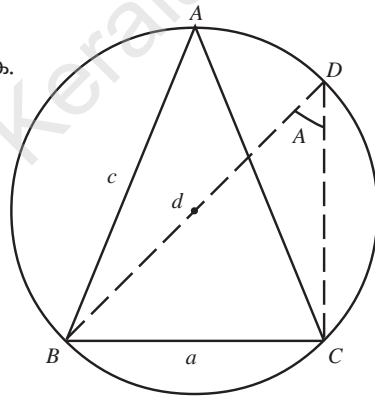
$$\angle BDC = A; BC = a$$

$$\sin A = \frac{a}{BD} = \frac{a}{d}$$

$$a = d \sin A$$

$$\text{അതുപോലെ } b = d \sin B^\circ$$

$$c = d \sin C^\circ \text{ എന്നുകിട്ടും}$$



(1)

(1)

26. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ ഒരു സമപാർശ്വലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ 10 സെ.മീ., 6 സെ.മീ. എന്നിവയും ഒരു പാർശ്വവശം 8 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. ഒരു കോൺ 110° ആയാൽ

- (a) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- (b) സമപാർശ്വ ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

$$[\sin 70 = 0.94]$$

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സമപാർശ്വലംബകം ABCD യിൽ

$$AB = 10 \text{ സെ.മീ.}$$

$$CD = 6 \text{ സെ.മീ.}$$

$AD = 8$ സെ.മീ.

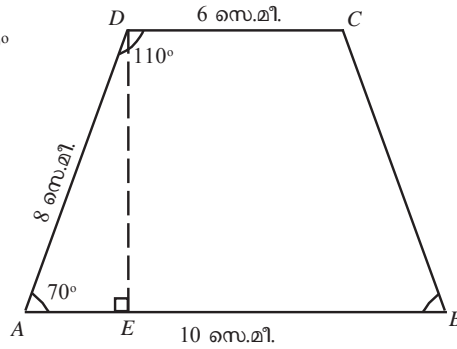
$$\angle ADC = 110^\circ, \angle A = 180 - 110 = 70^\circ$$

AB ക്ക് ലംബമായി DE വരയ്ക്കുക

$$\sin 70^\circ = \frac{DE}{8}$$

$$0.94 = \frac{DE}{8}$$

$$DE = 0.94 \times 8 = 7.52 \text{ സെ.മീ.}$$



$$\text{ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times DE \times (AB + CD)$$

$$= \frac{1}{2} \times 7.52 (10 + 6)$$

$$= 60.16 \text{ ച.സെ.മീ.}$$

27. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ., $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$

- (a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
[$\tan 50^\circ = 1.2$, $\tan 70^\circ = 2.75$]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

$$\tan 50^\circ = \frac{h}{x}$$

$$h = x \tan 50^\circ$$

$$\tan 70^\circ = \frac{h}{8-x}$$

$$h = (8-x) \tan 70^\circ$$

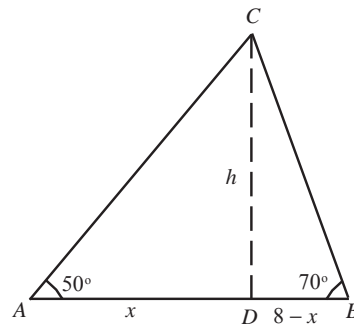
$$x \tan 50^\circ = (8-x) \tan 70^\circ$$

$$x \tan 50^\circ = 8 \times \tan 70^\circ - x \tan 70^\circ$$

$$x \tan 50 + x \tan 70 = 8 \times \tan 70^\circ$$

$$x = \frac{8 \tan 70^\circ}{\tan 50^\circ + \tan 70^\circ}$$

$$h = x \tan 50^\circ$$



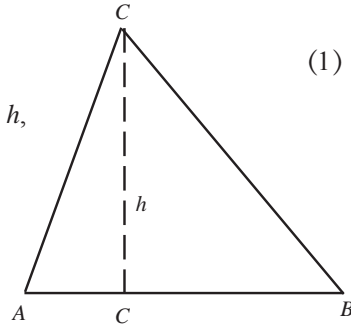
$$\begin{aligned}
 &= \frac{8 \tan 70^\circ \tan 50^\circ}{\tan 50^\circ \tan 70^\circ} \\
 &= \frac{8 \cdot 2.75 \cdot 1.2}{2.75 \cdot 1.2} \\
 &= 6.68 \text{ സെ.മീ.} \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.68 \\
 &= 26.72 \text{ ച.സെ.മീ.} \tag{1}
 \end{aligned}$$

$\triangle ABC$ യിൽ C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ഉയരം h ,

$$h = \frac{c \cdot \tan A \cdot \tan B}{\tan A + \tan B}$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} ch = \frac{1}{2} c^2 \frac{\tan A \cdot \tan B}{\tan A + \tan B}$$



28. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 10$ സെ.മീ., $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. [$\tan 40^\circ = 0.84$, $\tan 70^\circ = 2.75$]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$\triangle BDC$ യിൽ, $\angle CBD = 70^\circ$

$$\tan 70^\circ = \frac{h}{x} \tag{1}$$

$$h = x \tan 70^\circ$$

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{10+x}$$

$$h = (10+x) \tan 40^\circ$$

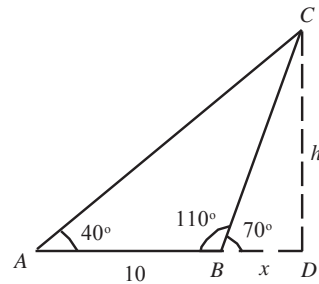
$$x \tan 70^\circ = (10+x) \tan 40^\circ$$

$$x (\tan 70^\circ - \tan 40^\circ) = 10 \tan 40^\circ \tag{1}$$

$$x = \frac{10 \tan 40^\circ}{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 h &= x \tan 70^\circ \\
 &= \frac{10 \tan 40^\circ \tan 70^\circ}{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ} \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \times 10 \times h \\
 &= \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{10 \tan 40^\circ \tan 70^\circ}{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ} \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{100 \cdot 0.84 \cdot 2.75}{2.75 - 0.84} = 60.47 \text{ ച.സെ.മീ.} \tag{1}
 \end{aligned}$$



29. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

❓ സൂര്യനെ 40° മേൽ കോണിൽ കാണുന്ന സമയത്ത് ഒരു കൊടിമരത്തിന്റെ നിഴലിന് 15 മീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്.

- (a) കൊടിമരത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?
- (b) സൂര്യനെ 45° മേൽ കോണിൽ കാണുമ്പോൾ കൊടിമരത്തിന്റെ നിഴലിന് എത്ര നീളം കാണും?

$[\tan 40^\circ = 0.84; \sin 40^\circ = 0.64]$

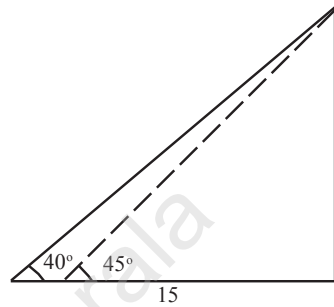
(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

കൊടി മരത്തിന്റെ ഉയരം H ആയാൽ

$\tan 40^\circ = \frac{H}{15}$ (1)

$H = 15 \times \tan 40^\circ$
 $= 15 \times 0.84 = 12.60$ മീറ്റർ (1)



മേൽകോൺ 45° ആകുമ്പോൾ നിഴലിന്റെ നീളം $= H = 12.6$ മീറ്റർ (1)

30. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

❓ നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ടു കെട്ടിടങ്ങൾക്കിടയിൽ 20 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 50° കീഴ്കോണിലും, വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളളം 25° മേൽകോണിലും കാണുന്നു.

- (a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
- (b) ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?
- (c) വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

$[\tan 50^\circ = 1.2, \tan 25^\circ = 0.4]$

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

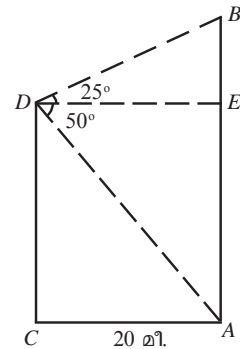
■ ഉത്തരസൂചിക

$\triangle ADE$ യിൽ

$\tan 50^\circ = \frac{AE}{DE}$ (1)

$AE = 20 \times \tan 50^\circ$
 $= 20 \times 1.2 = 24$ മീറ്റർ (1)

ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം $= 24$ മീറ്റർ



$\triangle BED$ യിൽ

$$\begin{aligned} \tan 25^\circ &= \frac{BE}{20} \\ BE &= 20 \times \tan 25^\circ \\ &= 20 \times 0.47 = 9.4 \text{ മീറ്റർ} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം} &= 24 + 9.4 \\ &= 33.4 \text{ മീറ്റർ} \end{aligned} \quad (1)$$

31. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? പുഴയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറുതീരത്ത് നിന്ന് ഒരാൾ 70° മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ 20 മീറ്റർ കൂടി പുറകിലോട്ട് നീങ്ങി നോക്കിയപ്പോൾ മരത്തിന്റെ അഗ്രം 55° മേൽകോണിലാണ് കാണുന്നത്. ആളുടെ ഉയരം 1.4 മീറ്റർ ആണ്.

- (a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
- (b) മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക
- (c) പുഴയുടെ വീതി കണക്കാക്കുക

[$\tan 70^\circ = 2.75$; $\tan 55^\circ = 1.43$]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

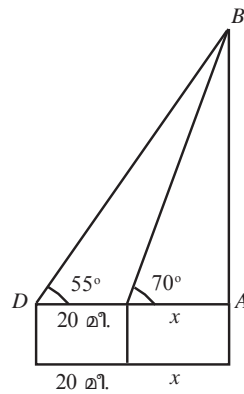
■ ഉത്തരസൂചിക

$\triangle ABC$ യിൽ

$$\begin{aligned} \tan 70^\circ &= \frac{AB}{x} \\ AB &= x \tan 70^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

$\triangle ABD$ യിൽ

$$\begin{aligned} \tan 55^\circ &= \frac{AB}{x + 20} \\ AB &= (x + 20) \tan 55^\circ \\ x \tan 70^\circ &= (x + 20) \tan 55^\circ \\ x \tan 70^\circ &= x \tan 55^\circ + 20 \tan 55^\circ \\ x (\tan 70^\circ - \tan 55^\circ) &= 20 \tan 55^\circ \end{aligned} \quad (1)$$



$$\begin{aligned} x &= \frac{20 \tan 55^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 55^\circ} \\ &= \frac{20 \cdot 1.43}{2.75 - 1.43} = \frac{28.6}{1.32} = 21.67 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} AB &= x \tan 70 = 21.67 \times 2.75 = 59.59 \text{ മീറ്റർ} \\ \text{മരത്തിന്റെ ഉയരം} &= 59.59 + 1.4 = 60.99 \text{ മീറ്റർ} \\ \text{പുഴയുടെ വീതി} &= 21.67 \text{ മീറ്റർ} \end{aligned} \quad (1)$$

32. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? 80 മീറ്റർ വീതിയുള്ള ഒരു പുഴയിൽ ഒരു ടവർ കുത്തനെ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്നു. പുഴയുടെ ഇരു തീരങ്ങളിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ അഗ്രം 55° , 65° മേൽകോണുകളിലാണ് കാണുന്നത്.

- (a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
- (b) ജലനിരപ്പിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ മുകളറ്റത്തേക്ക് എത്ര ഉയരം കാണും?
- (c) ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും ഓരോ തീരത്തേക്കും എത്ര ദൂരം കാണും?

$[\tan 55^\circ = 1.43; \tan 65^\circ = 2.14]$

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

$CD = x \tan 65^\circ$

$CD = (80 - x) \tan 55^\circ$

$x \tan 65^\circ = (80 - x) \tan 55^\circ$

$x \tan 65^\circ + x \tan 55^\circ = 80 \tan 55^\circ$

$x = \frac{80 \tan 55^\circ}{\tan 65^\circ + \tan 55^\circ}$

$= \frac{80 \cdot 1.43}{2.14 + 1.43} = \frac{114.4}{3.57} = 32$ മീറ്റർ

$CD = x \tan 65^\circ$

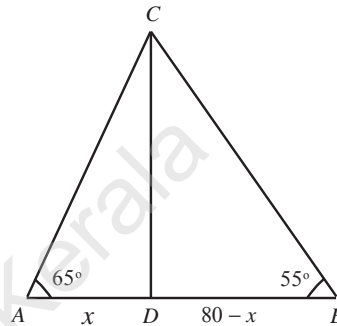
$= 32 \times 2.14$

$= 68.48$ മീറ്റർ

ടവറിന്റെ ഉയരം = 68.48 മീറ്റർ

ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ ഒരു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം, $x = 32$ മീറ്റർ

മറു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം = $80 - 32 = 48$ മീറ്റർ



33. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ദൂരെയുള്ള 40 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 55° കീഴ്കോണിലും മുകളറ്റം 35° കീഴ് കോണിലും കാണുന്നു.

- (a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
- (b) ഗോപുരത്തിൽ നിന്നും കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം കണക്കാക്കുക.
- (c) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

$[\tan 55^\circ = 1.43; \tan 35^\circ = 0.7]$

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഗോപുരം $\Rightarrow CD = 40 + x$

കെട്ടിടം $\Rightarrow AB$

ΔBED യിൽ

$$\tan 35^\circ = \frac{x}{BE}$$

$$BE = \frac{x}{\tan 35^\circ}$$

ΔACD യിൽ

$$\tan 55^\circ = \frac{40 + x}{AC}$$

$$AC = \frac{40 + x}{\tan 55^\circ}$$

$$BE = AC \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{40 + x}{\tan 55^\circ} \quad (1)$$

$$x \tan 55^\circ = (40 + x) \tan 35^\circ$$

$$x (\tan 55^\circ - \tan 35^\circ) = 40 \tan 35^\circ$$

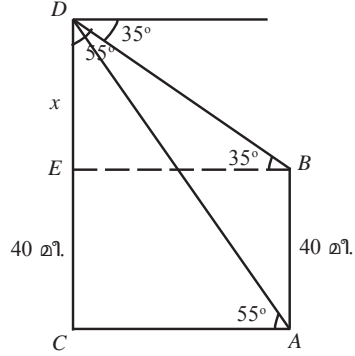
$$x = \frac{40 \tan 35^\circ}{\tan 55^\circ - \tan 35^\circ}$$

$$= \frac{40 \times 0.7}{1.43 - 0.7}$$

$$= \frac{28}{0.73} = 38.35 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം} &= CD = 40 + x \\ &= 40 + 38.35 = 78.35 \text{ മീറ്റർ} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം} &= BE = \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{38.35}{0.7} \\ &= 54.8 \text{ മീറ്റർ} \end{aligned} \quad (1)$$

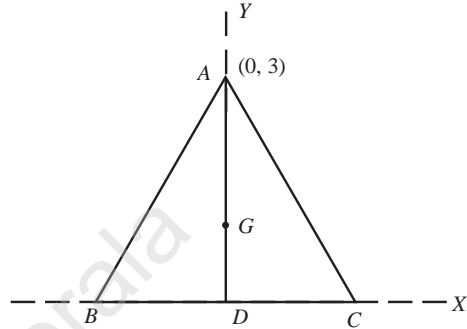


സൂചകസംഖ്യകൾ

1. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ത്രികോണം ABC സമഭുജത്രികോണമാണ്. $A(0, 3)$, AD ഉയരമാണ്. G മധ്യമ കേന്ദ്രവും D ആധാര ബിന്ദുവാണ്. B, C, D, G ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- D അധാരബിന്ദു \therefore സൂചകസംഖ്യ $(0, 0)$ (1)
- G, AD യെ $2 : 1$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു.
 $\therefore G$ യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(0, 1)$ (1)
- ത്രികോണം ADB $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ മട്ടത്രികോണം
 $\therefore BD = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$
- $\therefore B$ യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(-\sqrt{3}, 0)$ (1)
- $\therefore C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(\sqrt{3}, 0)$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച്, രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

? $(4, -5)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. y അക്ഷത്തിലെയും ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $(4, -5)$ ൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു $(4, 0)$ (1)
- $(4, -5)$ ൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ $= (0, -2), (0, -8)$ (1 + 1)

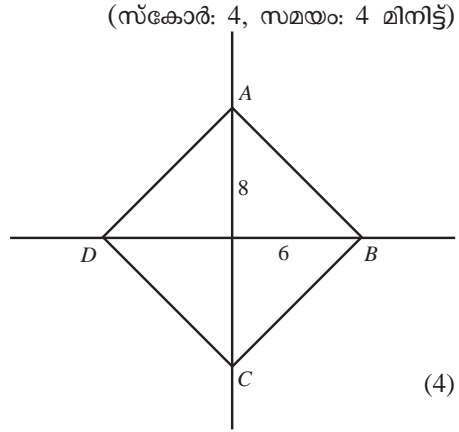
3. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ABCD സമഭുജസമാന്തരികമാണ്. വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവാണ്. വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 8 യൂണിറ്റും 6 യൂണിറ്റും ആണ്. മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

ഉത്തര സൂചിക

- ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നു.
(3, 0), (-3, 0), (0, 4), (0, -4)



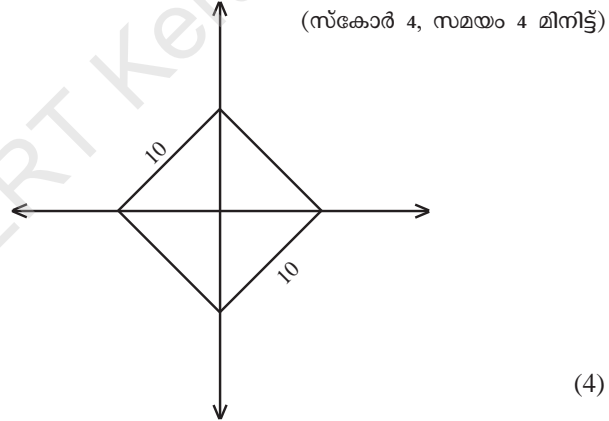
4. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? വശം 10 യൂണിറ്റ് ആയതും വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവുമായ സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

ഉത്തര സൂചിക

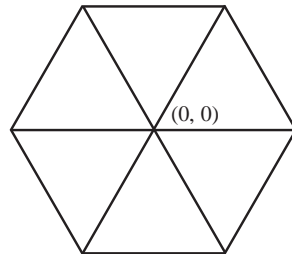
- $(0, 5\sqrt{2})$ $(0, -5\sqrt{2})$,
 $(5\sqrt{2}, 0)$, $(-5\sqrt{2}, 0)$



5. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ഒരു വശം 6 യൂണിറ്റായ സമഷഡ്ഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ആധാരബിന്ദു, വികർണങ്ങളുടെ സംഗമ ബിന്ദു ആണ്. അതിന്റെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

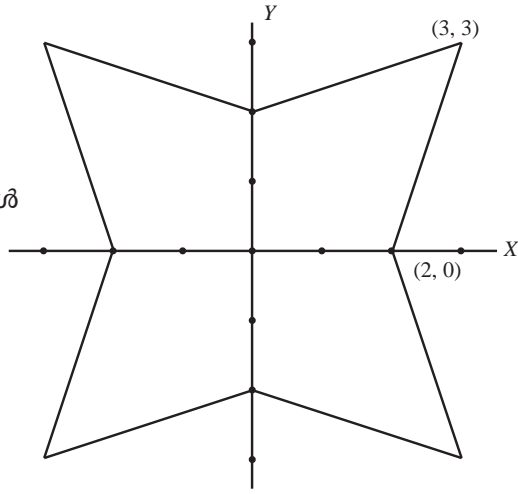
ഉത്തര സൂചിക

- $(6, 0)$ $(0, 6)$ (1)
- $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് (4)
- സൂചകസംഖ്യകൾ $(3, 3\sqrt{3})$, $(-3, 3\sqrt{3})$, $(3, -3\sqrt{3})$, $(-3, -3\sqrt{3})$ എന്നിവ കാണുന്നതിന്

6. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? മറ്റ് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

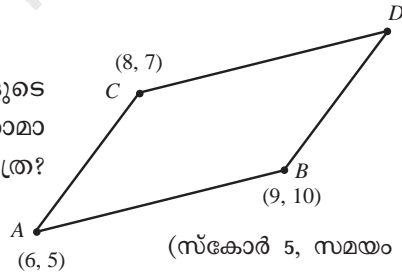
ഉത്തര സൂചിക

- $(-2, 0), (0, 2), (0, -2)$ എന്നിവ കാണുന്നതിന് (2)
- $(3, -3), (-3, -3), (-3, 3)$ എന്നിവ കാണുന്നതിന് (2)

7. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

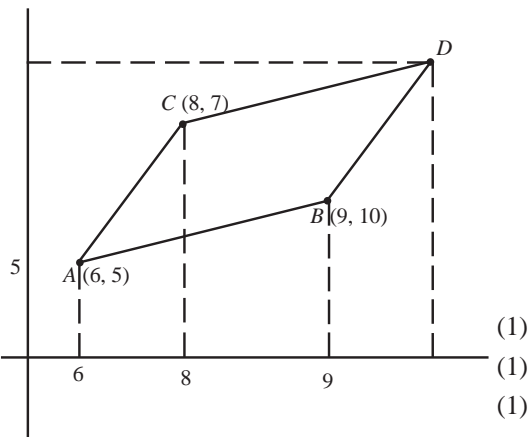
? സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്ര? വികർണങ്ങളുടെ നീളം എഴുതുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2
 B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2
 D യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 11
 A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം $7 - 5 = 2$
 B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2
 D യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = $10 + 2 = 12$
 D യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(11, 12)$



$AB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{24} = CD$ (1)
 $AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = BD$ (1)
 $AD = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}, BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ (1)

8. പഠനനേട്ടം

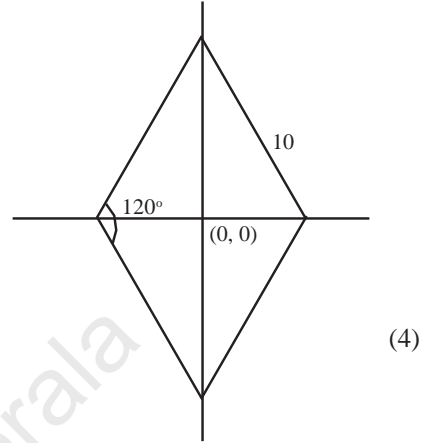
- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? 10 യൂണിറ്റ് വശമുള്ള ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങളാണ്. ഒരു കോൺ 120° ആയാൽ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമഭുജ സാമാന്തരികം രണ്ട് സമഭുജ ത്രികോണങ്ങൾ ചേർന്നതാണെന്ന് കണ്ട് $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ആരം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വികർണം 10, രണ്ടാം വികർണം $10\sqrt{3}$ എന്നു കാണുന്നു. സൂചകസംഖ്യകൾ $(5, 0), (-5, 0), (0, 5\sqrt{3}), (0, -5\sqrt{3})$



9. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? $(-5, 8), (6, -4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലുള്ള x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആയിരിക്കും. അതിനാൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു $(x, 0)$

$$(x, 0) (-5, 8) \text{ തമ്മിലുള്ള അകലം} = \sqrt{(x+5)^2 + 8^2} \quad (1)$$

$$(x, 0) (6, -4) \text{ തമ്മിലുള്ള അകലം} = \sqrt{(x-6)^2 + (-4)^2} \quad (1)$$

$$(x+5)^2 + 8^2 = (x-6)^2 + (-4)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + 64 = x^2 - 6x + 36 + 16 \quad (1)$$

$$16x = 36 + 16 - 25 - 64 = 52 - 89 = -37$$

$$x = \frac{-37}{16}$$

$$\text{സൂചകസംഖ്യ} \left(\frac{-37}{16}, 0 \right) \quad (1)$$

10. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? $A(4, 5), B(4, 2), C(8, 2)$ ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. അതിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- (4, 5) (4, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = $5 - 2 = 3$
- (4, 2) (8, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = $8 - 4 = 4$
- (4, 5) (8, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(4 - 8)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (1)
- 3, 4, 5 ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളാണ്. കാരണം $3^2 + 4^2 = 5^2$ (1)
- പരിവൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (6, 3.5) (1)
- പരിവൃത്ത ആരം = 2.5 യൂണിറ്റ് (1)

11. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

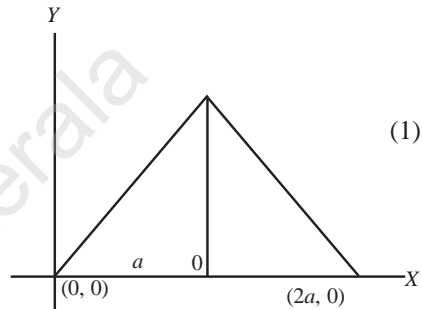


സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എല്ലാം ഒരേ സമയം ഭിന്നസംഖ്യകൾ ആകില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം x സൂചകാക്ഷമായി കരുതുക.



സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം $2a$ സെ.മീ. ആയാൽ സൂചകസംഖ്യകൾ $(0, 0)$, $(2a, 0)$, $(0, \sqrt{3}a)$ എന്ന് ലഭിക്കും. ഉയരം ഒരു വശത്തിന്റെ പകുതിയുടെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങായതിനാൽ എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യയിൽ അഭിന്നം ഉണ്ടാകും.

(1)
(2)

12. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

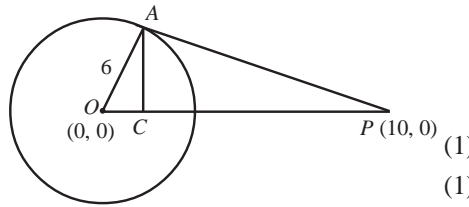


ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ 6 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PA . P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(10, 0)$. ആയാൽ തൊടുവരകളുടെ നീളം എത്ര? A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $(0, 0)$, $(10, 0)$ തമ്മിലുള്ള അകലം = 10
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 6
- \therefore മൂന്നാമത്തെ വശം = $\sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = \sqrt{64} = 8$
- $OC \times OP = r^2$
- $OC = \frac{r^2}{OP} = \frac{36}{10} = 3.6$
- $AC = \sqrt{6^2 + (3.6)^2} = \sqrt{36 + 12.96} = \sqrt{48.96} = 4.8$
- A സൂചകസംഖ്യ $(3.6, 4.8)$



(1)
(1)
(1)
(1)

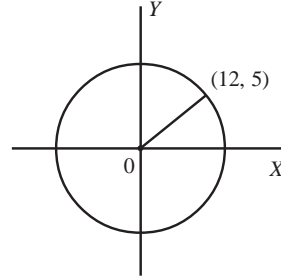
13. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (12, 5). ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റ് നാല് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര? (സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (12, 5)
 വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$
 വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ
 (13, 0), (0, 13), (-13, 0), (0, -13)
 (12, 5), (12, -5), (-12, -5), (-12, 5)
 (5, 12), (5, -12), (-5, 12), (-5, -12)
 ഏതെങ്കിലും നാലെണ്ണം എഴുതിയാൽ
 ആരം കണ്ടുപിടിച്ചാൽ



(4)
(1)

14. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? (2, 3) കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (8, 11).

- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
- വൃത്തത്തിലെ 4 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ആരം = (2, 3), (8, 11) തമ്മിലുള്ള അകലം
 $= \sqrt{(8-2)^2 + (11-3)^2}$ (1)
 $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
 (2, 3) ൽ നിന്നും 10 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ
 (12, 3), (-8, 3), (2, 13), (2, -7) കൂടാതെ (2, 3) ൽ നിന്നും x സൂചകസംഖ്യ 6
 y സൂചകസംഖ്യ 8 മാറിയാൽ കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ
 (2 + 6, 3 + 8); (2 + 6, 3 - 8); (2 - 6, 3 + 8); (2 - 6, 3 - 8)
 $\Rightarrow (8, 11); (8, -5); (-4, 11); (-4, -5)$
 കൂടാതെ
 (2 + 8, 3 + 6); (2 + 8, 3 - 6); (2 - 8, 3 + 6); (2 - 8, 3 - 6)
 $\Rightarrow (10, 9); (10, -3); (-6, 9); (-6, -3)$
 ഏതെങ്കിലും 4 ബിന്ദുക്കൾ എഴുതിയാൽ (4)

15. പഠനനേട്ടം

- സംഖ്യാജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി പലതരം രൂപങ്ങൾ

നിർമ്മിക്കുന്നു.

- ? $A(2, 3), B(-2, 3), C(-2, -3), D(2, -3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവ ക്രമമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് ഉചിതമായ പേര് നൽകുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ബിന്ദുക്കൾ കൃത്യമായി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് (2)
- യോജിപ്പിച്ച് പേര് കണ്ടെത്തി എഴുതുന്നതിന് (1)

16. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

- ? $(4, 2), (7, 5), (9, 7)$, എന്നീ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളും ഒരു വരയിലാണ് എന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $(4, 2), (7, 5)$ അകലം കാണുന്നതിന് (1)
- $(7, 5), (9, 7)$ അകലം കാണുന്നതിന് (1)
- $(4, 2), (9, 7)$ അകലം കാണുന്നതിന് (1)
- ചെറിയ രണ്ട് അകലങ്ങളുടെ തുക വലിയ അകലമെന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (1)

17. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

- ? $(2, 5), (6, 5)$ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ലംബസമഭാജിയിലാണ് P . P യുടെ x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തുല്യമെങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 5 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ഒരു വരയുടെ ലംബസമഭാജിയിലെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തേക്കും ഒരേ അകലമായിരിക്കും എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നതിന് (1)

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (a, a) എന്നെടുത്താൽ $(a, a), (2, 3)$

തമ്മിലുള്ള അകലം. = $\sqrt{(a-2)^2 + (a-3)^2}$ (1)

(a, a) $(6, 5)$ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(a-6)^2 + (a-5)^2}$ (1)

അകലം തുല്യമാണ്.

$\sqrt{(a-2)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{(a-6)^2 + (a-5)^2}$
 $(a-2)^2 + (a-3)^2 = (a-6)^2 + (a-5)^2$ (1)

$a^2 - 4a + 4a^2 - 6a + 9 = a^2 - 12a + 36 + a^2 - 10a + 25 - 4a - 6a + 12a + 10a$

$= 36 + 25 - 9 - 4$

$12a = 48$

$a = \frac{48}{12} = 4$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യ (4, 4)

(1)

18. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷകങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



(9, 3), (7, -1) (1, -1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വഴി കടന്ന് പോകുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 5 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (x, y) എന്നെടുത്താൽ

(9, 3) (x, y) തമ്മിലുള്ള അകലം

$$\sqrt{(x - 9)^2 + (y - 3)^2}$$

(7, -1) (x, y) തമ്മിലുള്ള അകലം

$$\sqrt{(x - 7)^2 + (y + 1)^2}$$

എല്ലാ അകലങ്ങളും തുല്യമാണ്.

$$\therefore \sqrt{(x - 9)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(x - 7)^2 + (y + 1)^2} \quad (1)$$

$$(x - 9)^2 = (x - 7)^2$$

$$x^2 - 18x + 81 = x^2 - 14x + 49$$

$$12x = 48$$

$$\therefore x = \frac{48}{12} = 4 \quad (1)$$

$$\sqrt{(x - 9)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(x - 7)^2 + (y + 1)^2}$$

$$(x - 9)^2 + (y - 3)^2 = (x - 7)^2 + (y + 1)^2$$

$$x = 4 ആയാൽ$$

$$(4 - 9)^2 + y^2 - 6y + 9 = (4 - 7)^2 + y^2 + 2y + 1 \quad (1)$$

$$25 + y^2 - 6y + 9 = 9 + y^2 + 2y + 1$$

$$8y^2 = 24$$

$$y = \frac{24}{8} = 3$$

കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (4, 3)

\therefore ആരം (4, 3) (1, -1) തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \sqrt{(4 - 1)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad (1)$$

19. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.



(x, y) എന്ന ബിന്ദു (7, 5), (4, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലാണ്.

$6x + 4y = 49$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$(x, y), (7, 5)$ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുന്നതിന്

$$\sqrt{(x-7)^2 + (y-5)^2} \tag{1}$$

$(x, y), (4, 3)$ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിന്

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2} \tag{1}$$

അകലം തുല്യമാണ്.

$$(x-7)^2 + (y-5)^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2$$

എന്നതിൽ നിന്നും

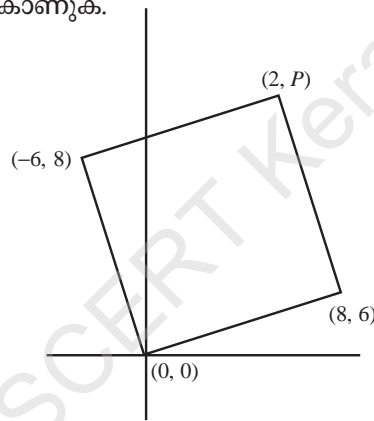
$$6x + 4y = 49 \text{ ലേക്ക് എത്തിച്ചേരുന്നതിന്} \tag{2}$$

20. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.



ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ $(2, P)$ ആയാൽ P യുടെ വില കാണുക. സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.



(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$(-6, 8), (2, P)$ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \sqrt{(-6-2)^2 + (8-P)^2}$$

$(8, 6), (2, P)$ തമ്മിലുള്ള അകലം (1)

$$= \sqrt{(8-2)^2 + (6-P)^2}$$

അകലം തുല്യമാണ്.

$$8^2 + (8-P)^2 = 6^2 + (6-P)^2 \tag{1}$$

$$64 + 64 - 16P + P^2 = 36 + 36 - 12P + P^2$$

$$4P = 56$$

$$P = \frac{56}{4} = 14 \tag{1}$$

$(0, 0), (8, 6)$ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \sqrt{8^2 - 6^2} = 10$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = 10^2 = 100 \tag{1}$$

21. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ചിത്രത്തിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(36, 48)$ ആയാൽ A, B, M ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ത്രികോണം OMP മട്ടത്രികോണം

$$\therefore OP = \sqrt{48^2 + 36^2} = 60$$

ത്രികോണം PAO, OMP സദൃശമാണ്.

$$= \frac{OA}{OP} = \frac{OP}{PM} \therefore OA = \frac{OP^2}{PM} = \frac{60^2}{48} = 75 \tag{1}$$

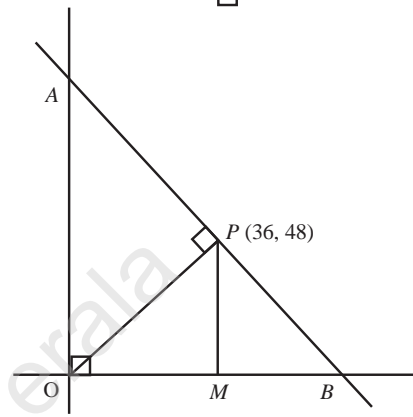
ത്രികോണം OMP, OPB സദൃശമാണ്. 1

$$= \frac{OB}{OP} = \frac{OP}{OM} \therefore OB = \frac{OP^2}{OM} = \frac{60^2}{36} = 100 \tag{1}$$

$$M \text{ ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ } (36, 0) \tag{1}$$

$$A \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } (0, 75) \tag{1}$$

$$B \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } (100, 0) \tag{1}$$



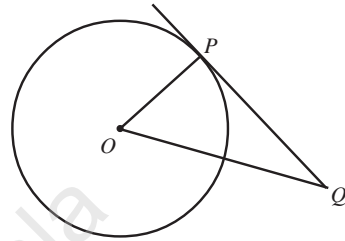
തൊടുവരകൾ

1 പഠനനേട്ടം

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.

? O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയാണ് PQ

- (a) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ത്?
 (b) $\angle O = 42^\circ$ ആയാൽ $\angle Q$ വിന്റെ അളവെന്ത്?



(സ്കോർ: 2, സമയം : 3)

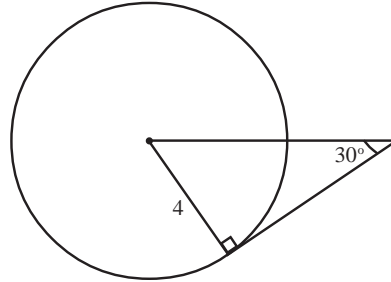
■ ഉത്തരസൂചിക

- $\angle P = 90^\circ$ (1)
- $\angle Q = 90 - 42 = 48^\circ$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിലുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.

? തന്നിട്ടുള്ള അളവിൽ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം : 4)

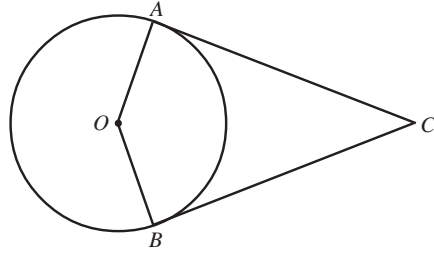
■ ഉത്തരസൂചിക

- 4 സെന്റിമീറ്റർ ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ഒരു ആരം വരച്ച് ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- കേന്ദ്രത്തിൽ 60° കോൺ വരച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

3. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രിയമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ് AC, BC.



- (i) $\angle A$ യുടെ അളവെന്ത്?
- (ii) $\angle C$ യുടെ ഇരട്ടിയാണ് $\angle O$ എങ്കിൽ $\angle C$ യുടെ അളവെന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം : 4)

ഉത്തര സൂചിക

- $\angle A = 90^\circ$ (1)
- $\angle C + \angle O = 180^\circ$ എന്ന് എഴുതുന്നതിന് (1)
- $\angle C = 60^\circ$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (1)

4. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണം ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണം അനുപൂരകമാണ്.

? ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെന്റിമീറ്റർ ആണ്. സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം : 4)

ഉത്തര സൂചിക

- 3 സെ.മീ ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- കേന്ദ്രത്തിൽ 120° കോണുകൾ വരയ്ക്കുന്നതിന്. (1)
- സമഭുജത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

5. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണം ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണം അനുപൂരകമാണ്.

? ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകൾ $55^\circ, 63^\circ$ വീതമായാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം : 8)

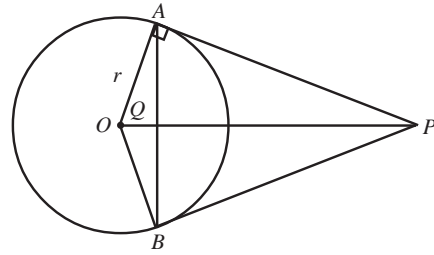
ഉത്തര സൂചിക

- 3 സെ.മീ. ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- $180 - 55, 180 - 63$ എന്നീ അളവുകൾ കേന്ദ്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് (1)
- തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1 + 1)
- ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

6. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണം ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണം അനുപൂരകമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ A യിലും B യിലും ഉള്ള തൊടുവരകളാണ് PA, PB. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ $OP \times OQ = r^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം : 5)

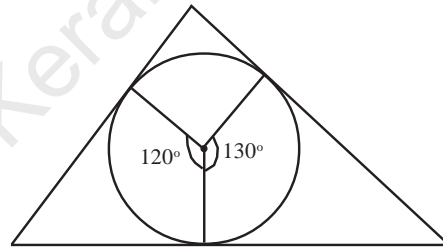
ഉത്തര സൂചിക

- $\Delta OQA, \Delta OPA$ ഇവ കോണുകൾ തുല്യമായ ത്രികോണം എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (1)
- തുല്യകോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലായി എഴുതുന്നതിന് (1)
- $OP \times OQ = r^2$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (1)

7. പഠനനേട്ട

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണം ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണം അനുപൂരകമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലെ കോണുകളാണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം : 5)

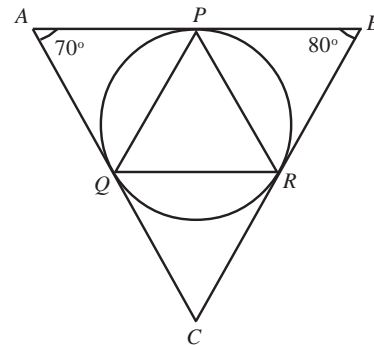
ഉത്തര സൂചിക

- കോണളവുകൾ $180 - 120 = 60^\circ$ (1)
- $180 - 130 = 50^\circ$ (1)
- മൂന്നാമത്തെ കോൺ $180 - (60 + 50) = 70^\circ$ (1)

8. പഠനനേട്ട

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണം ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണം അനുപൂരകമാണ്.

? ത്രികോണം ABC യുടെ അന്തർവൃത്തം വശങ്ങളെ തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R. ത്രികോണം PQR ന്റെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം : 6)

ഉത്തര സൂചിക

- വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലെ കോണുകൾ $180 - 70, 180 - 80$ എന്നിങ്ങനെ കണ്ടെത്തി $110^\circ, 100^\circ, 150^\circ$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (2)

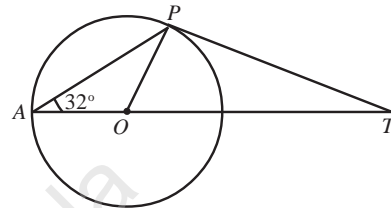
- ത്രികോണം PQR ന്റെ കോണുകൾ $\frac{110}{2} = 55^\circ,$

$\frac{100}{2} = 50^\circ, \frac{150}{2} = 75^\circ$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന്. (2)

9. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

? ത്രികോണം AOP, OPT ഇവയുടെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം : 7)

ഉത്തര സൂചിക

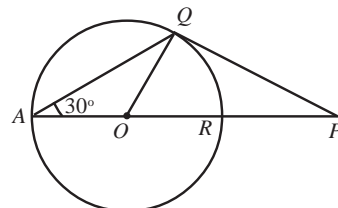
ΔAOP യുടെ കോണളവുകൾ $32^\circ, 32^\circ, 116^\circ$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (2)

ΔOPT യുടെ കോണളവുകൾ $64^\circ, 26^\circ, 90^\circ$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന് (2)

10. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

? O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയാണ് QP. വ്യാസമാണ് AR ത്രികോണം PQR ന്റെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം : 6)

$\angle PQR = \angle QAR = 30^\circ$ (1)

$\angle PRQ = 180 - 60 = 120^\circ$ (1)

$\angle P = 180 - (120 + 30) = 30^\circ$

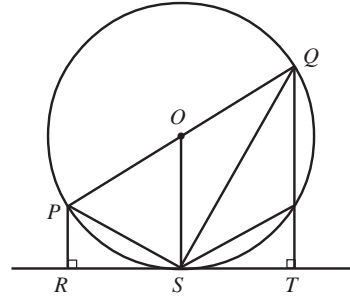
11. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ PQ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും O വൃത്ത കേന്ദ്രവുമാണ്

$$\angle R = \angle T = 90^\circ$$

- (1) $\angle PSR = \angle OSQ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (2) $\Delta PSR, \Delta SQT$ ഇവ സദൃശം എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ: 5, സമയം : 8)

ഉത്തര സൂചിക

$$\angle PSR = \angle PQS \tag{1}$$

PQ വ്യാസമായത് കൊണ്ട്

$$\angle PSQ = 90^\circ \tag{1}$$

$$\therefore \angle PSR + \angle QST = 90^\circ \tag{1}$$

$$\angle PSR = 90 - \angle QST = \angle OSQ$$

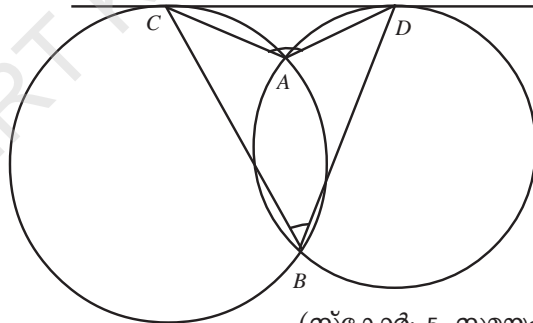
$$\angle PSR = \angle SQT \tag{1}$$

$$\therefore \text{ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശം} \tag{1}$$

12. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ A, B യിലൂടെ പരസ്പരം കടന്ന് പോകുന്നു. CD രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടെയും പൊതുവായ തൊടുവരയാണ്. $\angle CAD + \angle CBD = 180^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ: 5, സമയം : 8)

ഉത്തര സൂചിക

$$\angle CDA = \angle ABD \tag{1}$$

$$\angle DCA = \angle ABC \tag{1}$$

$$\angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180 \tag{1}$$

$$\angle CAD + \angle ABD + \angle ABC = 180 \tag{1}$$

$$\angle CAD + \angle CBD = 180 \tag{1}$$

13. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.

? 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ 4 സെ.മീ. നീളമുള്ള ഞാൺ AB വരയ്ക്കുക. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5)

■ ഉത്തര സൂചിക

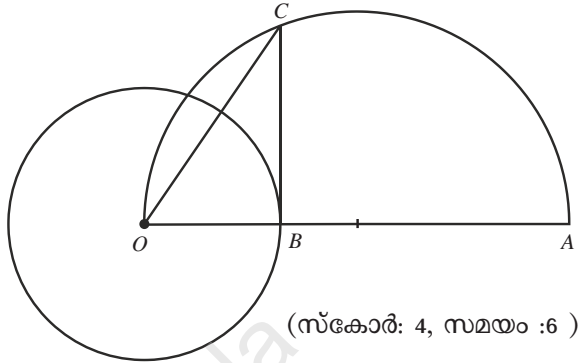
- വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ഞാൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

14. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിന്റെ ഏത് തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാണ്.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം. OA വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാൺ C . B യിലെ തൊടുവരയാൺ BC , $OB = 1$ സെ.മീ., $AB = 3$ സെ.മീ. ആയാൽ BC എത്ര? ത്രികോണം OBC യുടെ കോണളവുകൾ എഴുതുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം : 6)

■ ഉത്തര സൂചിക

$$OB \times AB = BC^2 \quad 1$$

$$1 \times 3 = BC^2 = 3 \quad 1$$

$$BC = \sqrt{3}$$

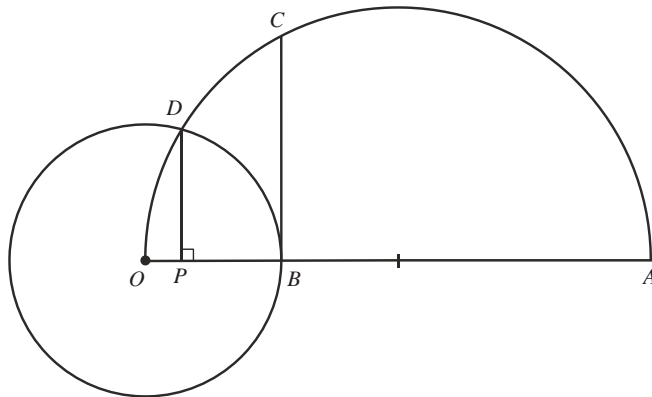
$\triangle OBC$ യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ എന്നെഴുതുന്നതിന്. (2)

15. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിന്റെ ഏത് തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാണ്.



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 9 സെ.മീ. $OA = 15$ സെ.മീ. OA വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തം O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തെ D യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. B യിലെ തൊടുവരയാൺ BC



- (1) BC യുടെ നീളമെന്ത്?
- (2) PD എന്ന വര OA യ്ക്കു ലംബമെങ്കിൽ PD യുടെ നീളമെന്ത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം : 7)

■ ഉത്തര സൂചിക

- (1) $BC^2 = OB \times BA$
 $= 9 \times 6 = 54$
 $BC = \sqrt{54}$ സെ.മീ. (1)
- (2) $OP \times OA = r^2$
 $OP = \frac{9^2}{15} = \frac{81}{15}$ (1)
 $PD^2 = OP \times PA$
 $PD^2 = \frac{81}{15} \times \frac{144}{15}$ (1)
 $PD = \frac{9 \times 12}{15} = \frac{36}{5} = 7.2$ സെ.മീ. (1)

16. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തകേന്ദ്രം ഉപയോഗിക്കാതെ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര വര വരയ്ക്കുന്നതിനായി.

❓ 4 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച്, വൃത്തത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. വൃത്തകേന്ദ്രം ഉപയോഗിക്കാതെ P യിലൂടെ ഒരു തൊടുവര വരയ്ക്കുക. (സ്കോർ: 3, സമയം : 3)

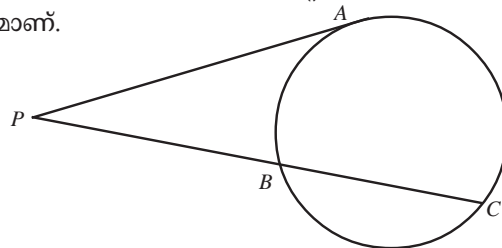
■ ഉത്തര സൂചിക

- വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- PC കേന്ദ്രമായി ഒരു ചാപം വൃത്തത്തിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന രീതിയിൽ ചാപം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് (1)
- തൊടുവര വരയ്ക്കുന്നതിന്. (1)

17. പഠനനേട്ടം

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമാണ്.

❓ ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ്, PA . $PC = 12$ സെ.മീ, $PB = 3$ സെ.മീ ആയാൽ PA യുടെ നീളം എന്ത്?



(സ്കോർ: 3, സമയം : 5)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $PB \times PC = PA^2$ (1)
- $3 \times 12 = 36$ (1)
- $PA = \sqrt{36} = 6$ സെ.മീ. (1)

18. പഠനനേട്ടം

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമാണ്.

? 5 സെ.മീ വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിനു തുല്യമായതും ഒരു വശം 7 സെന്റീമീറ്ററായ ചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- സമചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- അതിന്റെ ഒരു വശം നീട്ടി അതിൽ തൊടുവരയായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- 7 സെ.മീ. നീളത്തിൽ ഒരു ഞാൺ പുറത്തേക്ക് വരയ്ക്കുന്നതിന്. (1)
- ചതുരം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)

19. പഠനനേട്ടം

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമാണ്.

? ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 8 സെ.മീ. വീതി, 3 സെ.മീ. അതിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായ സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

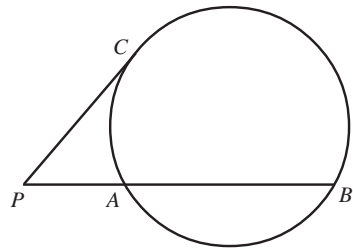
■ ഉത്തരസൂചിക

- ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- തൊടുവര വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- സമചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

20. പഠനനേട്ടം

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമാണ്.

? ചിത്രത്തിൽ $PC = 4$ സെ.മീ. $AB = 6$ സെ.മീ PA യുടെ നീളം കാണുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$PA \times PB = PC^2 \quad (1)$$

$$PA (PA + 6) = 4^2$$

$$PA^2 + 6 PA = 16$$

$$PA^2 + 6 PA + 9 = 25 \quad (1)$$

$$(PA + 3)^2 = 25$$

$$PA + 3 = 5 \quad (1)$$

$$PA = 2 \text{ സെ.മീ} \quad (1)$$

21. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. 8 സെ.മീ. അവ ചേരുന്ന 70° കോൺ ത്രികോണം വരച്ച് അന്തർ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്ന് എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായ അളവിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- രണ്ട് കോണുകളുടെ സമഭാജി വരച്ച് കേന്ദ്രം കാണുന്നതിന് (1)
- ഒരു വശത്തേക്ക് ലംബം വരച്ച് ആരം കാണുന്നതിന് (1)
- കൃത്യമായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ആരം അളന്നെഴുതുന്നതിന് (1)

22. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 സെ.മീ. അതിലെ രണ്ട് കോണുകൾ 80° , 70° വീതമായാൽ ത്രികോണം വരച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായ അളവിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- രണ്ട് കോണുകളുടെ സമഭാജി വരച്ച് കേന്ദ്രം കാണുന്നതിന് (1)
- ഒരു വശത്തേക്ക് ലംബം വരച്ച് ആരം കാണുന്നതിന് (1)
- കൃത്യമായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ആരം അളന്ന് എഴുതുന്നതിന് (1)

23. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.



8 സെ.മീ. നീളമുള്ള ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക. അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് 110° ഉം മറുവശത്ത് 100° യിലും വരകൾ വരയ്ക്കുക. മൂന്ന് വരകളെയും തൊടുന്ന ഒരു വൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

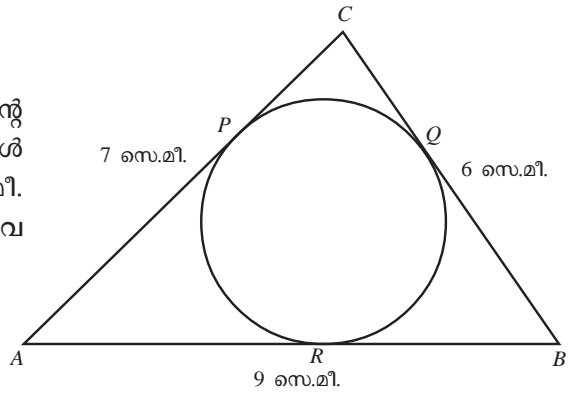
■ ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായി വര വരച്ച് കോണുകൾ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- കോൺ സമഭാജി വരച്ച് കേന്ദ്രം കാണുന്നതിന് (1)
- ഒരു വശത്തേക്ക് ലംബം വരച്ച് ആരം കാണുന്നതിന് (1)
- കൃത്യമായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ആരം അളന്ന് എഴുതുന്നതിന് (1)

24. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

? ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 6 സെ.മീ., 7 സെ.മീ., 9 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിൽ AP, BR, CQ ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം : 5)

■ ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $9 + 7 + 6 = 22$

$S = \frac{22}{2} = 11$ (1)

$AP = s - a = 11 - 6 = 5$ (1)

$BR = s - b = 11 - 7 = 4$ (1)

$CQ = s - c = 11 - 9 = 2$ (1)

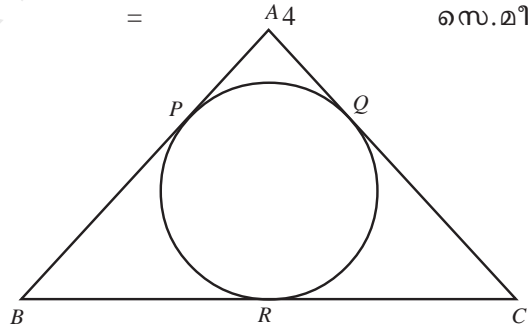
25. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

? ചിത്രത്തിൽ $AP = 4$ സെ.മീ.,

$CQ = 2.5$ സെ.മീ. $BR = 7$ സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 4 മിനിട്ട്)



■ ഉത്തരസൂചിക

• $AQ = AP = 4$ സെ.മീ. (1)

• $CQ = CR = 2.5$ സെ.മീ.

• $BP = BR = 7$ സെ.മീ (1)

• $AB = BP + AP = 7 + 4 = 11$ സെ.മീ

• $AC = AQ + QC = 4 + 2.5 = 6.5$ സെ.മീ (1)

• $BC = BR + RC = 7 + 2.5 = 9.5$ സെ.മീ (1)

26. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

? പരപ്പളവ് 60 ച.സെ.മീ. ഉം, ചുറ്റളവ് 40 സെ.മീ. ഉം ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്ത ആരം എന്ത്?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

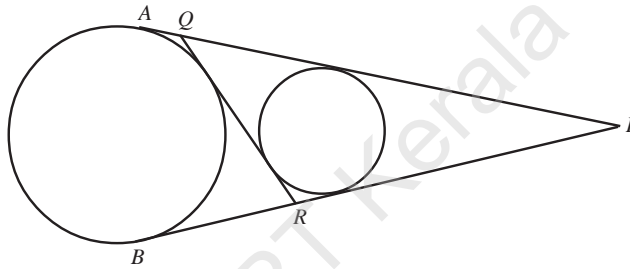
■ ഉത്തരസൂചിക

• $r = \frac{A}{S}$ (1)

$r = \frac{60}{20} = 3$ സെ. മീ (1)

27. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.



? ത്രികോണം PQR ൽ PQ = 8 സെ.മീ, QR = 9 സെ.മീ, PR = 7 സെ.മീ.

- PA യുടെ നീളമെന്ത്?
- BR ന്റെ നീളമെന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(1) $PA = PB =$ ത്രികോണം PRQ വിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി (1)

$S = \frac{8+9+7}{2} = \frac{24}{2} = 12$ (1)

(2) $BR = S - RP = 12 - 7 = 5$ സെ.മീ. (1)

28. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

? ത്രികോണം ABC യുടെ മൂന്ന് വശങ്ങൾ 21, 20, 13 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്.

- ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

• പരപ്പളവ് = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (1)

$\sqrt{27(27-21)(27-20)(27-13)}$
 $\sqrt{27 \times 6 \times 7 \times 14}$ (1)

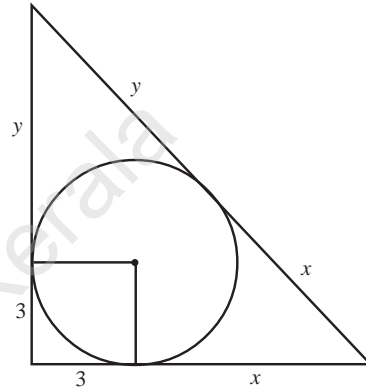
$\sqrt{9 \times 3 \times 3 \times 2 \times 7 \times 7 \times 2}$
 $= 3 \times 3 \times 2 \times 7 = 126$ ച. സെ.മീ. (1)

$r = \frac{A}{s} = \frac{126}{27} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ സെ.മീ. (1)

29. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

❓ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം 18 സെ. മീ. അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ. ഈ ആയാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്ത്? പരപ്പളവ് എന്ത്?



(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

• ചുറ്റളവ് = $3 + x + x + y + y + 3$
 • ചുറ്റളവ് = $3 + 3 + 18 + 18 = 42$ സെ.മീ. (1)
 പരപ്പളവ് = $\frac{42}{2} \times 3 = 21 \times 3 = 63$ ച.സെ.മീ. (1)

30. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നു.

❓ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 60 ച.സെ.മീ. അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ. ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം : 5)

■ ഉത്തരസൂചിക

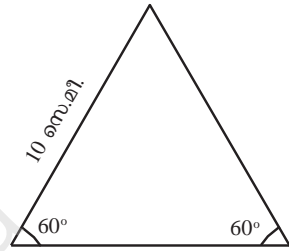
പരപ്പളവ് = 60
 അന്തർവൃത്ത ആരം = 3
 \therefore ചുറ്റളവ് $2 \times \frac{60}{3} = 40$ സെ.മീ. (2)
 കർണം = $\frac{40-6}{2} = 17$ സെ.മീ. (2)

ഘനരൂപങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക്ട്, ഉയരം, പാർശ്വോന്നതി ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തി വ്യാപ്തം കാണുക.

- ?** ഒരു സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ അളവുകളാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. സ്തുപികയുടെ പാദവക്ടും ചരിവുയരവും എത്രയായിരിക്കും?



(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- പാദവക്ട് = 10 സെ.മീ. (1)
- ചരിവുയരം = $5\sqrt{3}$ സെ.മീ. (1)

2. പഠനനേട്ടം

- അനുയോജ്യമായ അളവുകളിൽ സമചതുരവും സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും മുറിച്ചെടുത്ത് സമചതുര സ്തുപിക നിർമ്മിക്കുന്നു.

- ?** പാദവക്ടിന്റെ നീളം 24 സെന്റിമീറ്ററും പാർശ്വവക്ടിന്റെ നീളം 13 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്ന വിധത്തിൽ ഒരു സമചതുരസ്തുപിക നിർമ്മിക്കാമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക?

(സ്കോർ : 2 , സമയം : 3 മിനിറ്റ്)

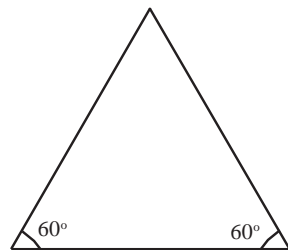
■ ഉത്തരസൂചിക

- ചരിവുയരം 5 സെ.മീ ആയതിനാൽ സ്തുപിക നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയില്ല. (1)
- ചരിവുയരം, പാദവക്ടിന്റെ പകുതിയേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കണം (1)

3. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക്ട്, ഉയരം, പാർശ്വോന്നതി ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തി വ്യാപ്തം കാണുക.

- ?** തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രം ഒരു സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖമാണ്. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ എല്ലാ കോണുകളും തുല്യമാണ്. ഈ സമചതുരസ്തുപികയുടെ എല്ലാ വക്ടുകളുടെയും നീളങ്ങളുടെ തുകയെന്ത്? ഇതിന്റെ ചരിവുയരം എന്ത്? ചരിവുയരവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{എല്ലാ വക്കുകളുടേയും നീളങ്ങളുടെ തുക} &= 8 \times 8 \\ &= 64 \text{ സെ.മീ.} && (1) \\ \text{ചരിവുയരം} &= 4\sqrt{3} \text{ സെ.മീ.} && (1) \\ \text{ഉയരം} &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{48 - 16} \\ &= \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ സെ.മീ.} && (1) \end{aligned}$$

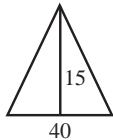
4. പഠനനേട്ടം

- അനുയോജ്യമായ അളവുകളിൽ സമചതുരവും സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും മുറിച്ച് ചുട്ടുത്ത് സമചതുരസ്തുപിക നിർമ്മിക്കുന്നു.

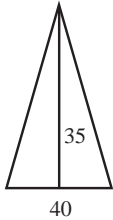
❓ ദേവിക 40 സെ.മീ. പാദവും 15 സെ.മീ. ഉയരവുമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കി. അതിന്റെ ഒരു പാർശ്വമുഖം അടർന്നു വീണു. എങ്കിൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളിൽ ഏതാണ് അതെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക



- സമചതുരസ്തുപിക നിർമ്മിക്കാൻ ആകില്ല, കാരണം ചരിവുയരത്തേക്കാൾ കൂടുതലാണ് പാദവക്കിന്റെ പകുതി. (1)



- ഈ അളവുകളിൽ സ്തുപിക നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ ഉയരം 15 സെ.മീ. ആയിരിക്കില്ല (1)



- ഇവിടെ സ്തുപികയുടെ ഉയരം 15 സെ.മീ. ആയതിനാൽ ഈ സമപാർശ്വത്രികോണമാണ് അടർന്നു വീണത്. (1)

5. പഠനനേട്ടം

- പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുന്നു.

❓ സമചതുരസ്തുപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കുടാരത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 80 മീറ്ററും പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം 26 മീറ്ററുമാണ്.

- കുടാരത്തിന്റെ ചരിവുയരം എത്ര?
- കുടാരത്തിന്റെ പാർശ്വഭാഗം പൊതിയുന്നതിന് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്റർ ടാർപോളിൻ വേണ്ടി വരും?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- പാദചുറ്റളവ് = 80 മീറ്റർ
- പാദവക്ക് = 20 മീറ്റർ
- പാർശ്വവക്ക് = 26 മീറ്റർ

a. ചരിവുയരം = $\sqrt{26^2 - 10^2}$
 = $\sqrt{576} = 24$ മീറ്റർ (1)

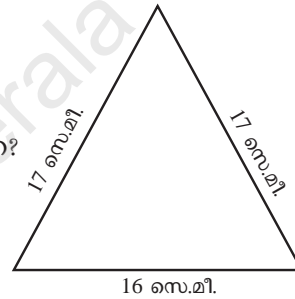
b. പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $4 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 24$
 = 960 ച.മീറ്റർ (2)

6. പഠനനേട്ടം

- പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തുപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുന്നു.

❓ സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

- a. സ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?
- b. സ്തുപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് എത്ര?



(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചരിവുയരം = $\sqrt{17^2 - 8^2}$
 = $\sqrt{275} = 15$ സെ.മീ. (1)

പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $4 \times \frac{1}{2} \times 15 \times 16$ (1)
 = 480 ച.സെ.മീ. (1)

7. പഠനനേട്ടം

- പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തുപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുന്നു.

❓ 30 സെ.മീ. വശമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു ക്യൂബിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തുപിക ചെത്തിയെടുക്കുന്നു. സ്തുപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര? (സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക്ക് = 30 സെ.മീ.
- ഉയരം = 30 സെ.മീ.

$$\begin{aligned}
 \text{ചരിവുയരം} &= \sqrt{30^2 + 15^2} \\
 &= \sqrt{900 + 225} \\
 &= \sqrt{1125} = 15\sqrt{5} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{പാർശ്വതലപരപ്പളവ്} &= 4 \times \frac{1}{2} \times 15\sqrt{2} \times 30 \\
 &= 60 \times 15\sqrt{5} \\
 &= 900\sqrt{5} \text{ ച.സെ.മീ.} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ആകെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്} &= 900 + 900\sqrt{5} \\
 &= 900(1 + \sqrt{5}) \text{ ച.സെ.മീ} \quad (1)
 \end{aligned}$$

8. പഠനനേട്ടം

- പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തുപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുന്നു.

? ഒരു സമചതുര സ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമഭുജത്രികോണങ്ങളാണ്. പാർശ്വ വക്കിന്റെ നീളം 20 സെ.മീ.

- സ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം എത്രയാണ്?
- ഉപരിതലപരപ്പളവ് കാണുക?
- വ്യാപ്തം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a. ചരിവുയരം = $10\sqrt{3}$ സെ.മീ (1)

b. ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $20^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 10\sqrt{3}$ (1)
 $= 400 + 400\sqrt{3}$
 $= 400(1 + \sqrt{3})$ ച.സെ.മീ (1)

c. ഉയരം = $(10\sqrt{3})^2 - 10^2 = 10\sqrt{2}$ സെ.മീ. (1)

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} 400 \times 10\sqrt{2} = 4000 \frac{\sqrt{2}}{3}$ ഘ.സെ.മീ. (1)

9. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക്ക്, ഉയരം, പാർശ്വോന്നതി ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.

? വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യനീളമുള്ള ഒരു സമചതുര സ്തുപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം, ചരിവുയരം, ഉയരം എന്നിവയുടെ അംശബന്ധം $2 : \sqrt{3} : \sqrt{2}$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

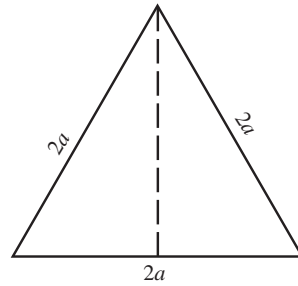
ചരിവുയരം = $\sqrt{3} a$ (1)

ഉയരം = $\sqrt{\sqrt{3}a^2 - a^2}$ (1)

= $\sqrt{2} a$ (1)

പാദവക് : ചരിവുയരം : ഉയരം = $20 : \sqrt{3}a : \sqrt{2} a$

= $2 : \sqrt{3} : \sqrt{2}$ (1)



10. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം



രണ്ട് സമചതുരസ്തുപികളുടെ പാദവക്യങ്ങൾ 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. അവയുടെ ഉയരങ്ങളും അതേ അംശബന്ധത്തിലാണ്. ഒന്നാമത്തെ സ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം 100 ഘ.സെ.മീ. ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ സ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം എന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1 : 8 ആയിരുന്നു. (1)

$v_1 = \frac{1}{3} a^2 h$

$v_2 = \frac{1}{3} (2a)^2 \times 2h, v_1 : v_2 = 1 : 8$ (1)

രണ്ടാമത്തെ സ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം = 800 ഘ.സെ.മീ. (1)

11. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം



മീര നിർമ്മിച്ച സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക് 10 സെ.മീ. ഉം ഉയരം 6 സെ.മീ. ഉം ആണ്. മനു നിർമ്മിച്ച സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക് 5 സെ.മീ. ഉം ഉയരം 24 സെ.മീ. ഉം ആണ്. രണ്ട് സ്തുപികളുടെയും വ്യാപ്തം കണ്ടുപിടിച്ച് താരതമ്യം ചെയ്യുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

മീര നിർമ്മിച്ച സമചതുരസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times$ പാദവക് \times ഉയരം
 = $\frac{1}{3} \times 10^2 \times 6$
 = 200 ഘ.സെ.മീ. (1)

മനു നിർമ്മിച്ച സമചതുരസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times 5^2 \times 24$
 = 200 ഘ.സെ.മീ. (1)

വ്യാപ്തങ്ങൾ രണ്ടും തുല്യമാണ് (1)

12. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപിക : നിശ്ചിത അളവുകളുള്ള വൃത്തസ്തുപിക നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ വൃത്താംശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുന്നു.

? 288° കോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മടക്കി ഒരു വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര? (സ്കോർ : 4 , സമയം : 5 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

288° എന്നത് 360 ന്റെ $\frac{4}{5}$ ഭാഗമാണ്. (1)

അതിനാൽ വൃത്ത സ്തുപികയുടെ ആരം വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ $\frac{4}{5}$ ഭാഗമാണ്. അതായത് വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ

സ്തുപികയുടെ ആരം $\frac{4}{5} r$ ആയിരിക്കും. (1)

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം വൃത്ത സ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം ആണല്ലോ, അതിനാൽ $l = r$ (1)

∴ സ്തുപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4}{5} r : r \\
 &= \frac{4}{5} : 1 \\
 &= 4 : 5 \quad (1)
 \end{aligned}$$

13. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപിക: നിശ്ചിത അളവുകളുള്ള വൃത്തസ്തുപിക നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ വൃത്താംശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുന്നു.

? ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 3 ആണ്. ഈ വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര? (സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരവും, ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംബന്ധം 2 : 3 ആയതിനാൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം, അത് വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗമായിരിക്കും. (1)

അതിനാൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവ് 360 ന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗമാണ്. (1)

കേന്ദ്രകോൺ = $360 \times \frac{2}{3} = 240^\circ$ (1)

14. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്.

10 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ കേന്ദ്രകോൺ 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മുറിച്ച് രണ്ട് വൃത്താംശം ആക്കി ഇവ വളച്ച് രണ്ട് വൃത്തസ്തുപികകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a. പാദചുറ്റളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?
- b. വക്രതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a. കേന്ദ്രകോൺ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായതിനാൽ ഇവ വളച്ചുണ്ടാകുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ പാദചുറ്റളവുകൾ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗം $\frac{3}{5}$ ഭാഗവും ആയിരിക്കും. (1)

അതായത് ഓരോ വൃത്താംശത്തിന്റേയും ചുറ്റളവ് $2\pi r \times \frac{2}{5}$ ഉം $2\pi r \times \frac{3}{5}$ ഉം ആണ്.

അതിനാൽ പാദചുറ്റളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $2\pi r \times \frac{2}{5} : 2\pi r \times \frac{3}{5} = 2 : 3$ (1)

b. വക്രതലപരപ്പളവ് എന്നത് വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് തന്നെയാണ്. വൃത്താംശങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്, അത് വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗവും $\frac{3}{5}$ ഭാഗവും തന്നെയാണ്.

അതിനാൽ വക്രതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$$= \pi r^2 \times \frac{2}{5} : \pi r^2 \times \frac{3}{5} = 2 : 3 \quad (1)$$

15. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്.

120° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്? അതിന്റെ വക്രതലപരപ്പളവ് 108π ച. സെ.മീ. ആയാൽ ആരമെത്ര? ചരിവുയരം എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

120° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം അത് വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമായിരിക്കും. അതിനാൽ വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരവും, ചരിവുയരവും 1 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും. (1)

$$\text{വക്രതലപരപ്പളവ്} = 108\pi$$

$$\text{അതായത്, വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = 108\pi \quad (1)$$

അത് വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണ്

$$\text{അതുകൊണ്ട് വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = 108\pi \times 3$$

$$\pi r^2 = 324\pi \quad (1)$$

$$\text{വൃത്തത്തിന്റെ ആരം } r = 18$$

$$\text{അതായത്, ചരിവുയരം} = 18 \quad (1)$$

$$\text{വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം} = 6 \quad (1)$$

16. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

? മരത്തടിയിൽ നിർമ്മിച്ച ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ പാദ ആരം 30 സെ.മീ., ഉയരം 40 സെ.മീ. അതിന്റെ ചരിവുയരമെത്രെ? ഇത്തരം 10 വൃത്തസ്തുപികകളുടെ മുഖങ്ങൾ ചായം തേക്കുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 50 രൂപ നിരക്കിൽ ആകെ എത്ര രൂപയാകും? (സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{പാദ ആരം} &= 30 \text{ സെ.മീ.} \\ \text{ഉയരം} &= 40 \text{ സെ.മീ.} \\ \text{ചരിവുയരം} &= \sqrt{40^2 - 30^2} \\ &= 50 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്} &= \pi r^2 + \pi r^2 \times \frac{1}{r} \\ &= \pi \times 30^2 + \pi \times 30^2 \times \frac{50}{30} \\ &= 900\pi + 1500\pi \\ &= 2400\pi \end{aligned} \tag{1}$$

10 വൃത്തസ്തുപികകളുടെ മുഖങ്ങൾചായം തേക്കുന്നതിനുള്ള ചിലവ്

$$\begin{aligned} &= \frac{2400\pi \times 10\pi \times 50}{10000} \\ &= \frac{2400 \times 10 \times 3.14 \times 50}{10000} = 377 \text{ രൂപ} \end{aligned} \tag{1}$$

17. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരേ വൃത്തത്തിൽ നിന്ന് മുറിച്ചെടുത്ത രണ്ട് വൃത്താംശങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോണുകൾ 60° യും 120° യും ആണ്. ഇവ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് വൃത്തസ്തുപികകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു.

- ചെറിയ സ്തുപികയുടെ ആരം 5 സെ.മീ. ആയാൽ വലിയ സ്തുപികയുടെ ആരവും പാദപരപ്പളവും കാണുക.
- വലിയ വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചെറിയ വൃത്തസ്തുപികയുടെ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 60° ആയതിനാൽ ഇത് ആകെ വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗമായിരിക്കും.

ചെറിയ വൃത്തസ്തുപികയുടെ പാദ ആരം 5 സെ.മീ. ആയതിനാൽ ഈ വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= 5 \times 6 = 30$ (1)

വലിയ വൃത്തസ്തുപികയുടെ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 120° ആയതിനാൽ ഇത് വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമായിരിക്കും.

$$\text{അതിനാൽ വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം} = 30 \times \frac{1}{3} = 10 \quad (1)$$

$$\text{പാദപരപ്പളവ്} = \pi \times 10^2 = 100\pi \quad (1)$$

$$\text{വലിയ സ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ്} = \pi \times 10 \times 30 = 300\pi \quad (1)$$

$$\text{ഉപരിതല പരപ്പളവ്} = 100\pi + 300\pi = 400\pi \text{ ച.സെ.മീ.} \quad (1)$$

18. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണക്കാക്കുക.

? 216° കേന്ദ്രകോണും 25 സെ.മീ. ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയാക്കിയാൽ അതിന്റെ ആരവും ഉയരവും എന്തായിരിക്കും? വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വൃത്താംശം അത് വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗമാണ്. അതിനാൽ ഈ വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും, വലിയ വൃത്തത്തിലെ ആരത്തിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗമായിരിക്കും.

$$\therefore \text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം} = 25 \times \frac{3}{5} = 15 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം, വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമായതിനാൽ, ചരിവുയരം} = 25 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{ഉയരം} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} \times \pi \times 15^2 \times 20 \\ &= 1500\pi \text{ ഘ.സെ.മീ.} \end{aligned} \quad (1)$$

19. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണക്കാക്കുക.

? മെഴുകുകൊണ്ട് നിർമ്മിച്ച കട്ടിയായ വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ. ഉം ഉയരം 12 സെ.മീ. ആണ്. ഇത് ചെത്തി അതേ ആരവും ഉയരവും ഉള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കുന്നു.

- ഈ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്?
- ബാക്കി വരുന്ന മെഴുകു് ഉപയോഗിച്ച് 1 സെ.മീ. ആരവും 12 സെ.മീ. ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള എത്ര മെഴുകുതിരികൾ നിർമ്മിക്കാം?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 12 \\ &= 144\pi \text{ ഘ.സെ.മീ.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} &= \pi r^2 h = 144\pi \times 3 \\ &= 432\pi \text{ ഘ.സെ.മീ.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{ശേഷിക്കുന്ന മെഴുകിന്റെ വ്യാപ്തം} = 288\pi \text{ ഘന.സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{ചെറിയ വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} &= \pi \times 1^2 \times 12 \\ &= 12\pi \text{ ഘന.സെ.മീ.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{മെഴുക് തിരികളുടെ എണ്ണം} = \frac{288}{12} = 24 \quad (1)$$

20. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം



15 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു ടിൻഷീറ്റിൽ നിന്നും 288° കേന്ദ്ര കോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

a. പാത്രത്തിന്റെ ആരം എത്രയായിരിക്കും?

b. $1\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണ വാങ്ങാൻ ഈ പാത്രം മതിയാവുമോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 288° ആയതിനാൽ, ഈ വൃത്താംശം ആകെ വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{4}{5}$ ഭാഗമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 15 സെ.മീ ആയതിനാൽ

$$\text{സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ ആരം} = 15 \times \frac{4}{5} = 12 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം} = 15 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{സ്തൂപികയുടെ ഉയരം} &= \sqrt{15^2 - 12^2} \\ &= \sqrt{225 - 144} = 9 \text{ സെ.മീ.} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 12^2 \times 9 = 1356.5 \text{ ഘന.സെ.മീ.} \quad (1)$$

ഈ പാത്രത്തിന് $1\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെളിച്ചെണ്ണ ഉൾക്കൊള്ളില്ല. (1)

21. പഠനനേട്ടം

- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്



144π ച. സെ.മീ. ഉപരിതല പരപ്പളവുള്ള ഗോളത്തിന്റെ ആരം എത്ര? അതിന്റെ പകുതി ആരമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്} &= 144\pi \\ 4\pi r^2 &= 144\pi \end{aligned} \quad (1)$$

$$r^2 = 36$$

$$r = 6 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{പകുതി ആരമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്} = \frac{144\pi}{4} = 36\pi \text{ ച.സെ.മീ.} \quad (1)$$

22. പഠനനേട്ടം

- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

? ഒരു സമചതുരക്കട്ടയുടെ വക്കിന്റെ നീളം 12 സെ.മീ. ആകുന്നു. അതിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക?
(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം = 12 സെ.മീ. (1)

ആരം = 6 സെ.മീ.

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 6^3$ (1)

= 288π ഘന.സെ.മീ. (1)

23. പഠനനേട്ടം

- അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തങ്ങളുടെ താരതമ്യം

? രണ്ട് അർദ്ധഗോളങ്ങളുടെ വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 5 ആണ്.
a. ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുക.
b. രണ്ടാമത്തെ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് 50 ച.സെ.മീ. ആയാൽ ആദ്യത്തെ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.
(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a. ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2 : 5 (1)

b. ഈ രണ്ട് അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 4 : 25 (1)

രണ്ടാമത്തെ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 50 ച.സെ.മീ.

ആയിതിനാൽ ഒന്നാമത്തെ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 8 ച.സെ.മീ. (1)

24. പഠനനേട്ടം

- ഗോളം, വൃത്തസ്തൂപിക ഇവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങളുടെ താരതമ്യം

? ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒരു അർദ്ധഗോളം ഉറുക്കി അതേ പാദവ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.
a. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരവും പാദവ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?
b. ഇവയിൽ ഏത് ഘനരൂപത്തിനാണ് ഉപരിതലപരപ്പളവ് കൂടുതൽ എന്ന് കണക്കാക്കുക.
(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

• അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3} \pi r^3$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\text{ഇവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ} = \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad (1)$$

$$\therefore h = 2r$$

ആരത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് ഉയരം

$$\therefore \text{ഉയരം} = \text{വ്യാസം} \quad (1)$$

ഉയരവും പാദ വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 1 : 1

$$\text{അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്} = 3\pi r^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം} &= \sqrt{(2r)^2 + r^2} \\ &= \sqrt{5r^2} = \sqrt{5} r \end{aligned}$$

$$\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്} = \pi \times r \times \sqrt{5} r + \pi r^2 \quad (1)$$

$$= (1 + \sqrt{5}) \pi r^2 \quad (1)$$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് ആണ് കൂടുതൽ.

25. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തൂപിക, വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം



ഒരേ വലിപ്പമുള്ള മൂന്ന് കട്ടിയായ ക്യൂബുകളിൽ ഒന്നിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയും രണ്ടാമത്തേതിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും മൂന്നാമത്തേതിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ ഗോളവും മുറിച്ചെടുത്തു. ഇവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങൾ കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\text{സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} a^3 \quad (1)$$

$$\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \pi \frac{a^2}{2} a \quad (1)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \frac{a^3}{4} = \frac{1}{12} \pi a^3 \quad (1)$$

$$\text{ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} = \frac{4}{3} \pi \times \frac{a^3}{2} \quad (1)$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times \frac{a^3}{8}$$

$$= \frac{1}{6} \pi a^3 \quad (1)$$

26. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം



ലോഹം കൊണ്ടുള്ള കട്ടിയായ ഒരു ഗോളം ഉരുക്കി കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഗോളത്തിന്റെ ആരം തന്നെയാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരവും

- ഗോളത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതി?
- ഏത് ഘനരൂപത്തിനാണ് ഉപരിതലപരപ്പളവ് കൂടുതൽ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ഗോളത്തിന്റെ ആരം r എന്നെടുത്താൽ

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$ (1)

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം h എന്നെടുത്താൽ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$

$h = 4r$ (1)

സ്തൂപികയുടെ ഉയരം ഗോളത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ 4 മടങ്ങാണ്

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = $\sqrt{(4r)^2 + r^2} = \sqrt{17r^2}$
 $= \sqrt{17} r$ (1)

സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi r \sqrt{17} r$
 $= \pi r^2 (1 + \sqrt{17})$ (1)

അതിനാൽ വൃത്തസ്തൂപികയ്ക്കാണ് ഉപരിതല പരപ്പളവ് കൂടുതൽ (1)

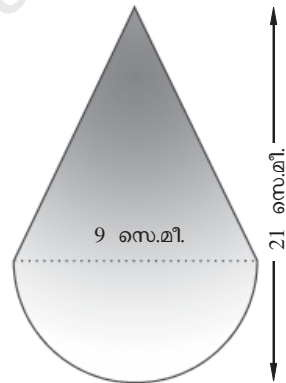
27. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം



ഒരേ ആരമുള്ള ഒരു അർദ്ധഗോളവും ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ചേർത്തുവെച്ച് ഒരു ഘനരൂപമുണ്ടാക്കുന്നു. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം 9 സെ.മീ. ആകെ ഉയരം 21 സെ.മീ. ആയാൽ

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്ര?
- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.
- ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 12 സെ.മീ. (1)

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi \times 9^3 = 486\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

b. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi \times 9^2 \times 12 = 324\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

c. ആകെ വ്യാപ്തം = $486\pi + 324\pi = 810\pi$ ഘ.സെ.മീ. (1)

28. പഠനനേട്ടം

- ഗോളം, വൃത്തസ്തൂപിക, അർദ്ധഗോളം



ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ നിരപ്പായ മുഖത്ത് അതേ വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ചു ആകൃതിയിൽ കട്ടിയായതും ലോഹനിർമ്മിതവുമായ ഒരു ഘനരൂപമുണ്ട്. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്. ഇതിനെ ഉരുക്കി അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ മൂന്നിലൊരു ഭാഗം വ്യാസമുള്ള കട്ടിയായ ഗോളങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം 'r' ആയാൽ ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര?
- b. ലോഹഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം} &= r \\ \text{വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം} &= 2r \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} \pi r^2 \times 2r + \frac{2}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{3}\right)^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{27} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\text{ഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{\frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{27}} = 27 \text{ എണ്ണം} \tag{1}$$

29. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവക്ട്, ഉയരം, പാർശ്വോന്നതി ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തി വ്യാപ്തം കാണുക.

? വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യനീളമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തുപികയുടെ ആകെ വക്കുകളുടെ നീളം 96 സെ.മീ. ഈ സ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ഒരു പാദവക്ടിന്റെ നീളം = $\frac{96}{8} = 12$ സെ.മീ. (1)

$$d = a\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$h = \sqrt{e^2 - \frac{d^2}{2}} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} \times 12^2 \times \sqrt{72} \\ &= 288\sqrt{2} \text{ ഘന.സെ.മീ.} \end{aligned} \tag{1}$$

30. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദചുറ്റളവ്, ചരിവുയരം, പാർശ്വതല പരപ്പളവ് ഇവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.

? ചരിവുയരം 12 സെ.മീ ഉം പാദചുറ്റളവ് 40 സെ.മീ. ഉം പാർശ്വതല പരപ്പളവ് 250 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററും ഉള്ള ഒരു സമചതുര സ്തുപിക നിർമ്മിക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $$\begin{aligned} \text{പാർശ്വതല പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \text{ പാദചുറ്റളവ്} \times \text{ചരിവുയരം} & (1) \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 40 = 240 \text{ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ} & (1) \end{aligned}$$

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് 250 ആയില്ല \therefore സ്തുപിക നിർമ്മിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. (1)

31. പഠനനേട്ടം

- സമചതുരസ്തുപികയുടെ ഉയരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.



ഒരു സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ എല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ ഉയരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- പാർശ്വവക് e എന്നെടുത്താൽ

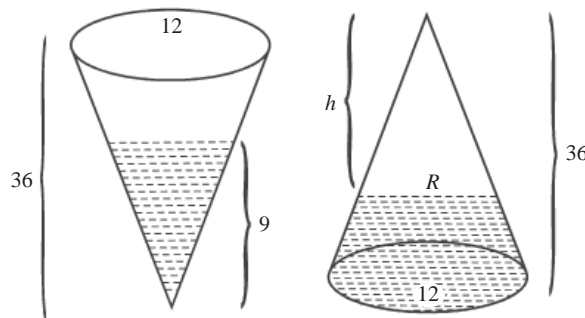
$$\begin{aligned} \text{ചരിവുയരം } l &= \sqrt{e^2 - \frac{e^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} e & (1) \\ \text{ഉയരം } h &= \sqrt{\frac{3}{4}e^2 - \frac{e^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}e}{2} & (1) \\ h : l &= \frac{\sqrt{2}}{2} e : \frac{\sqrt{3}}{2} e = \sqrt{2} : \sqrt{3} & (1) \end{aligned}$$

32. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കൽ



12 സെ.മീ. ആരവും 36 സെ.മീ. ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തുപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ 9 സെ.മീ. ഉയരത്തിൽ വെള്ളം ഉണ്ട്. പാത്രത്തിന്റെ അടപ്പ് ഇട്ടതിന് ശേഷം പാത്രം ചിത്രത്തിലേതുപോലെ തിരിച്ചു പിടിക്കുന്നു. ഇപ്പോൾ പാത്രത്തിൽ ഒഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?



(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ആദ്യചിത്രത്തിൽ വെള്ളം ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം r ആയാൽ

$$\begin{aligned} &= \frac{12}{r} = \frac{36}{9} \\ &= r = 3 \text{ സെ.മീ.} & (1) \end{aligned}$$

ആദ്യചിത്രത്തിന്റെ ഒഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$$= \frac{1}{3}\pi \times 12^2 \times 36 - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 9$$

$$= 1701\pi \text{ ഘന സെ.മീ.} \quad (1)$$

രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിലെ ഒഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ ഉയരം h , ആരം R ആയാൽ

$$\frac{h}{36} = \frac{R}{12}; \frac{h}{R} = \frac{36}{12}; h = 3R \quad (1)$$

രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിന്റെ ഒഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = (1)

ഒന്നാമത്തെ പാത്രത്തിലെ ഒഴിഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$$\frac{1}{3} R^2 h = 1701\pi$$

$$\frac{1}{3} R^2 \cdot 3R = 1701\pi$$

$$R = \sqrt[3]{1701}$$

$$h = 3\sqrt[3]{1701} \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

33. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം, ചരിവുയരം, ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണുന്നു.



ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ് ചരിവുയരം എങ്കിൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്രയായിരിക്കും.

(സ്കോർ: 2, സമയം: 2 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $\frac{\text{കേന്ദ്രകോൺ}}{360} = \frac{r}{l}$
- $\frac{\text{കേന്ദ്രകോൺ}}{360} = \frac{r}{2r} \quad (1)$
- $\text{കേന്ദ്രകോൺ} = \frac{360}{2} = 180^\circ \quad (1)$

34. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുന്നു.



ഒരു വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം ഉയരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്. ഈ വൃത്തസ്തുപിക ഉറുക്കി ഇതേ ഉയരമുള്ളതും ആരം ഉയരത്തിന്റെ പകുതിയുമായ എത്ര വൃത്തസ്തുപികകൾ നിർമ്മിക്കാം.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $r = 2h \quad (1)$
- $\text{വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \cdot 2h^2 \cdot h \quad (1)$
- $= \frac{1}{3}\pi \times 4h^2 \times h$

നിർമ്മിക്കുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം $\frac{1}{3} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot h \quad (1)$

$$= \frac{1}{3} \pi \frac{h^2}{4} \times h$$

$$\text{സ്തൂപികകളുടെ എണ്ണം} = \frac{\frac{1}{3} 4h^2 h}{\frac{1}{3} \frac{h^2}{4} h}$$

$$= 16 \text{ എണ്ണം} \quad (1)$$

35. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം, ചരിവുയരം, ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണുന്നു.

? ഒരു വൃത്തത്തെ ഒരേവലുപ്പമുള്ള 12 വൃത്താംശങ്ങളായി ഭാഗിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു വൃത്താംശം എടുത്ത് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ സ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 2 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ഒരു വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $\frac{360}{12} = 30$

$$\frac{30}{360} = \frac{r}{l} \quad (1)$$

$$r : l = 1 : 12 \quad (1)$$

36. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുന്നു

? 8 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരവും ചരിവുയരവും നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ 60° ആണ്. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ആരം, ചരിവുയരം, ഉന്നതി ഇവ നിർണ്ണയിക്കുന്നത് $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ കോൺ അതുകൊണ്ട് വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ

$$\text{ഉയരം} = 8\sqrt{3} \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

$$\text{വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 8\sqrt{3}$$

$$= \frac{512\sqrt{3}\pi}{3} \text{ ഘന.സെ.മീ.} = \frac{512}{\sqrt{3}} \text{ ഘന.സെ.മീ.} \quad (1)$$

37. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണുന്നു.

? അർദ്ധവൃത്തം വളച്ചുണ്ടാക്കിയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 12 സെ.മീ. ആണ്. പാദത്തിന് ലംബമായി ശീർഷത്തിലൂടെ സ്തൂപികയെ മുറിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന പുതിയ മുഖങ്ങൾ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- പുതുതായി ലഭിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിൽ രണ്ടെണ്ണം പാർശ്വേനതികളും, മൂന്നാമത്തെ വശം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാസവും ആണ്. (1)
- അർദ്ധവൃത്തം വളച്ച് ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയിൽ ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് പാർശ്വോന്നതി $\frac{180}{360} \frac{r}{l}$ പാർശ്വോന്നതി $2 \times 12 = 24$ (1)
- വ്യാസം = 24 \therefore സമഭുജത്രികോണം (1)

38. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം ഇവയുടെ വ്യാപ്തം കാണുന്നു.



മരം കൊണ്ട് നിർമ്മിച്ച ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്. ആരം 6 സെ.മീ. എങ്കിൽ ഇതിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ചരിവുയരം 12 = വ്യാസം പാദത്തിന് ലംബമായി ശീർഷത്തിലൂടെ വൃത്തസ്തൂപികയെ മുറിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം ആണ് ഗോളത്തിന്റെ ആരം. (1)
- $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ (1)
- 60° ക്ക് എതിർവശം 6 $\therefore 30^\circ$ ക്ക് എതിർ വശം $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (1)
- ഗോളത്തിന്റെ ആരം = $\frac{6}{\sqrt{3}}$
- \therefore കർണ്ണം $\frac{2 \cdot 6}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}}$ = ഗോളത്തിന്റെ ആരം (1)
- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^3$
- = $\frac{96\pi}{\sqrt{3}}$ ഘന.സെ.മീ. (1)

39. പഠനനേട്ടം

- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുന്നത്



ഒരു ക്യൂബിൽ നിന്നും പരമാവധി വലുപ്പമുള്ള ഒരു ഗോളം ചെത്തി എടുത്തു. ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം 288π ഘനസെന്റിമീറ്റർ. എങ്കിൽ ക്യൂബിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $\frac{4}{3} r^3 = 288\pi$
- $r = 6$ (1)
- ∴ ക്യൂബിന്റെ ഒരു വശം = 12 സെന്റിമീറ്റർ (1)
- ക്യൂബിന്റെ വ്യാപ്തം = $12^3 = 1728$ ഘന.സെ.മീ. (1)

40. പഠനനേട്ടം

- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുന്നത്



രണ്ട് അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ചേർത്ത് ഒട്ടിച്ച ഒരു ഗോളം ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഓരോ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് 60 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- രണ്ട് അർദ്ധഗോളങ്ങളുടെ വക്രതല പരപ്പളവുകളുടെ തുകയാണ് ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്.

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് = അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവിന്റെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം. (1)

∴ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വക്രതലപരപ്പ് = $\frac{60 \times 2}{3} = 40$ ച.സെ.മീ. (1)

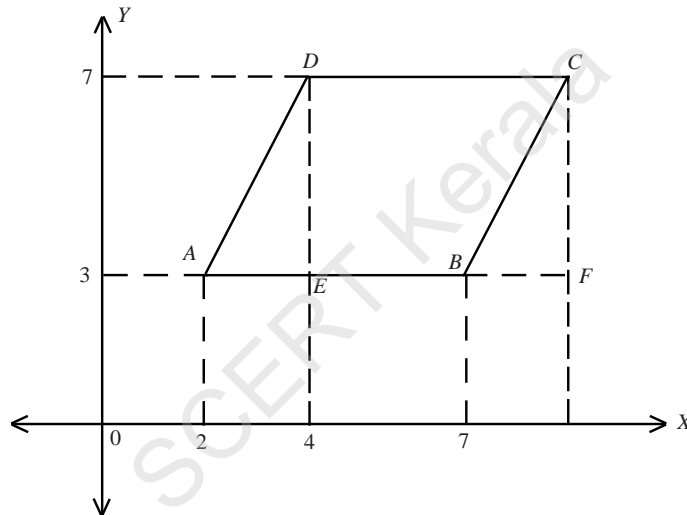
∴ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പ് = 40×2
= 80 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ. (1)

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

1. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(2, 3)$; $B(7, 3)$; $D(4, 7)$ എന്നിവയാണ്. C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചിത്രത്തിൽ $\triangle AED$, $\triangle BFC$ എന്നിവയിൽ

$$AD = BC, DE = CF \quad (1)$$

$$\therefore AE = BF = 2 \text{ യൂണിറ്റ്} \quad (1)$$

$$ED = FC = 4 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\therefore C \text{ യുടെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 7 + BF = 7 + AE = 7 + 2 = 9 \quad (1)$$

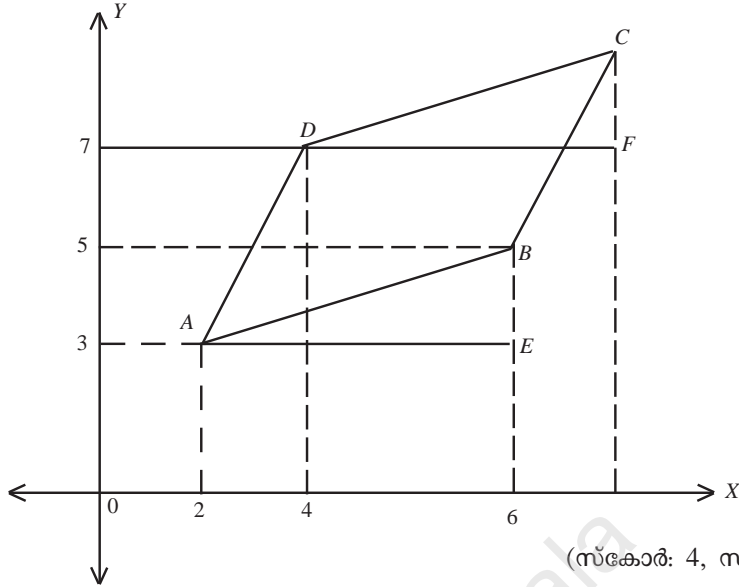
$$y - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 3 + FC = 3 + ED = 3 + 4 = 7 \quad (1)$$

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(9, 7)$

2. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(2, 3)$; $B(6, 5)$; $D(4, 7)$ എന്നിവയാണ്. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക



(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

x - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി AE, DF എന്നീ വരകളും

y - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി BE, CF എന്നീ വരകളും വരയ്ക്കുക. (1)

$\Delta ABE, \Delta DCF$ എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ (1)

$$AB = DC \quad (1)$$

$$\angle BAE = \angle CDF$$

$$\angle ABE = \angle DCF$$

$$\therefore AE = DF = 6 - 2 = 4$$

$$BE = CF = 5 - 3 = 2$$

$$C \text{ യുടെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 4 + DF = 4 + 4 = 8$$

$$y - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 7 + CF = 7 + 2 = 9$$

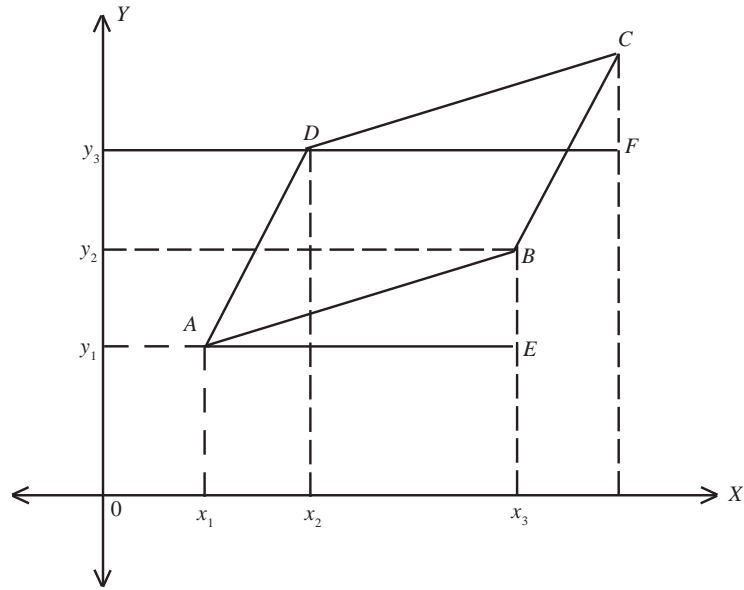
C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(8, 9)$ (1)

3. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $D(x_3, y_3)$ ആയാൽ. C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)



■ ഉത്തരസൂചിക

x - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി AE, DF എന്നീ വരകളും

y - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി BE, CF എന്നീ വരകളും വരയ്ക്കുക.

$\Delta AEB, \Delta DFE$ എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ

$$AB = DC \tag{1}$$

$$\angle BAE = \angle CDF$$

$$\angle ABE = \angle DCF$$

$$\therefore AE = DF = x_2 - x_1 \tag{1}$$

$$BE = CF = y_3 - y_1 \tag{1}$$

C യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ = $x_3 + DF = x_3 + x_2 - x_1$

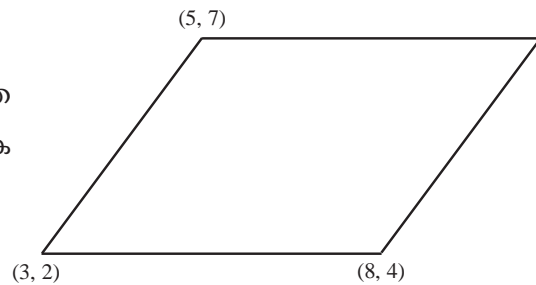
y - സൂചകസംഖ്യ = $y_3 + CF = y_3 + y_2 - y_1$

$$\therefore C \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യവൾ } (x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1) \tag{1}$$

4. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? ചിത്രത്തിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.



(സ്കോർ: 2, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$; $D(x_3, y_3)$ ആയ സാമാന്തരികം ABCD യിലെ C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ $(x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1)$ ആണ്. (1)

\therefore നാലാം മുലയുടെ x - സൂചകസംഖ്യ $= 8 + 5 - 3 = 10$

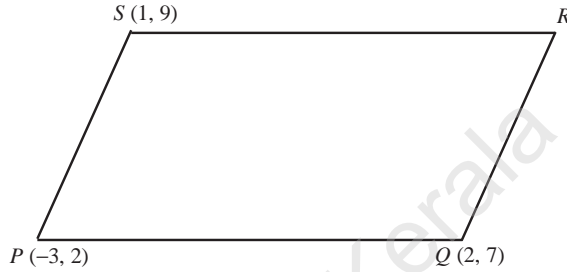
y - സൂചക സംഖ്യ $= 7 + 4 - 2 = 9$

നാലാം മുലയുടെ സൂചകസംഖ്യ (10, 9) (1)

5. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മുലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

❓ സാമാന്തരികം PQRS ൽ $P(-3, 2)$ $Q(2, 7)$; $S(1, 9)$ എന്നിവയാണ് മൂന്നു ശീർഷങ്ങൾ PR എന്ന വികർണത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

R ന്റെ x - സൂചകസംഖ്യ $= 2 + 1 - (-3) = 6$ (1)

y - സൂചകസംഖ്യ $= 9 + 7 - 2 = 14$ (1)

R സൂചകസംഖ്യ (6, 14)

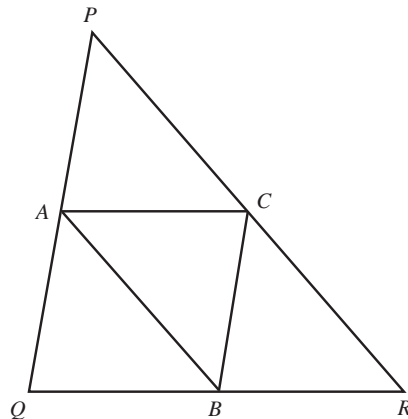
$PR = \sqrt{((6 - (-3))^2 + (14 - 2)^2)}$ (1)

$= \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ യൂണിറ്റ് (1)

6. പഠനനേട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മുലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

❓ ചിത്രത്തിൽ ΔPQR ന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യ ബിന്ദുക്കളാണ് A, B, C. $Q(1, 2)$, $B(6, 4)$, $A(3, 7)$ എന്നിവയാൽ P, C, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.



(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

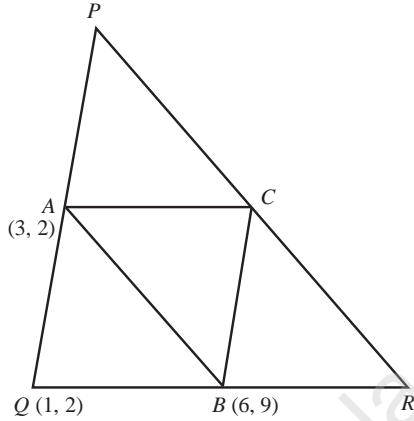
■ ഉത്തരസൂചിക

PQ, RQ എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് A, B അതിനാൽ PC ക്ക് സമാന്തരമാണ് AB .

PA ക്ക് സമാന്തരമാണ് BC

$\therefore PABC$ സമാന്തരികമാണ്. (1)

അതുപോലെ $ABRC, AQBC$ എന്നിവ സമാന്തരികങ്ങളാണ് (1)



$AQBC$ എന്ന സമാന്തരികത്തിൽ $C(6 + 3 - 1, 4 + 7 - 2)$ ആണ്.

അതായത് C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(8, 9)$ (1)

$ABRC$ എന്ന സമാന്തരികത്തിൽ,

R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(8 + 6 - 3, 9 + 4 - 7)$

അതായത് $R(11, 6)$ (1)

$PABC$ എന്ന സമാന്തരികത്തിൽ

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(3 + 8 - 6, 7 + 9 - 4)$

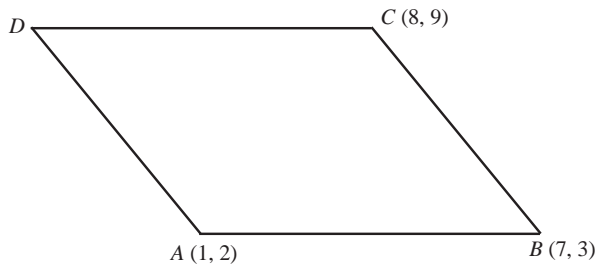
അതായത് $P(5, 12)$ (1)

7. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

❓ സമാന്തരികം ABCD യിൽ $A(1, 2), B(7, 3), C(8, 9)$ എന്നിവയാണ്.

- D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക
- വികർണങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക വശങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 D \text{ യുടെ } x \text{ സൂചകസംഖ്യ} &= 1 + 8 - 7 = 2 \\
 y \text{ സൂചകസംഖ്യ} &= 2 + 9 - 3 = 8 \\
 D \text{ യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ } (2, 8) & \qquad \qquad \qquad (1) \\
 AC^2 &= (8 - 1)^2 + (9 - 2)^2 = 98 \\
 BD^2 &= (7 - 2)^2 + (3 - 8)^2 = 50 \qquad \qquad \qquad (1) \\
 AB^2 &= (7 - 1)^2 + (3 - 2)^2 = 37 \\
 BC^2 &= (8 - 7)^2 + (9 - 3)^2 = 37 \\
 CD^2 &= (8 - 2)^2 + (9 - 8)^2 = 37 \qquad \qquad \qquad (1) \\
 AD^2 &= (2 - 1)^2 + (8 - 2)^2 = 37 \\
 AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 &= 4 \times 37 = 148 \\
 AC^2 + BD^2 &= 98 + 50 = 148 \qquad \qquad \qquad (1) \\
 AC^2 + BD^2 &= AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 \qquad \qquad \qquad (1)
 \end{aligned}$$

8. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.



ചതുർഭുജം ABCD യിൽ AB, BC, CD, AD എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R, S. P (1, 2), Q (3, -4), R (7, 3) എന്നിവയാൽ 'S' ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. (സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ചതുർഭുജത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം, സാമാന്തരികമാണ്. (1)
 S ന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = 1 + 7 - 3 = 5 (1)
 y സൂചകസംഖ്യ = 2 + 3 - 4 = 9
 S ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (5, 9) (1)

9. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.



A (3, 2); B (7, 4); C (9, 8); D (5, 6) എന്നിവ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. AB, BC, CD, AD എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R, S. (a) P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. (b) ചതുർഭുജം PQRS ന്റെ ചുറ്റളവ് AC + BD ആയിരിക്കുമെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 P \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } \left(\frac{3+7}{2}, \frac{2+4}{2} \right) &= P (5, 3) \qquad \qquad \qquad (1) \\
 Q \text{ ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ } Q (8, 6) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R \text{ ന്റെ സുചകസംഖ്യകൾ } R & (7, 7) \\
 S \text{ ന്റെ സുചകസംഖ്യകൾ } S & (4, 4) \\
 PQ & = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \\
 QR & = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\
 RS & = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \\
 PS & = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\
 PQ + QR + RS + PS & = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \\
 AC & = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \\
 BD & = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \\
 AC + BD & = 8\sqrt{2} \\
 PQ + QR + RS + PS & = AC + BD
 \end{aligned}$$

10. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സുചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $A(3, 2); B(-5, -4), C(7, 8)$ എന്നിവ ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. P, Q, R എന്നിവ AB, BC, AC എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

- (a) P, Q, R എന്നിവയുടെ സുചകസംഖ്യകൾ കാണുക.
- (b) ΔPQR ന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned}
 P \text{ യുടെ സുചകസംഖ്യകൾ } P & (-1, -1) \\
 \text{അതുപോലെ } Q & (1, 2) \\
 R & (5, 5) \\
 PQ & = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \\
 QR & = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \\
 PR & = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \\
 \Delta PQR \text{ ന്റെ ചുറ്റളവ് } & = \sqrt{13} + 5 + 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

11. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സുചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $A(1, 2); B(7, 3), C(8, 9)$ എന്നിവ സാമാന്തരികം $ABCD$ യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- (a) D യുടെ സുചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
- (b) വികർണങ്ങൾ P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു എങ്കിൽ P യുടെ സുചകസംഖ്യകൾ കാണുക
- (c) ΔAPB ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക
- (d) $ABCD$ ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1 + 8 - 7, 2 + 9 - 3) = (2, 8)$ (1)

(b) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(\frac{1+8}{2}, \frac{2+9}{2}\right) = (4.5, 5.5)$ (1)

(c) $AP^2 = (3.5)^2 + (3.5)^2 = 24.5$
 $BP^2 = (2.5)^2 + (2.5)^2 = 12.5$ (1)

$AB^2 = 6^2 + 1^2 = 37$

$AD^2 + BD^2 = 24.5 + 12.5 = 37 = AB^2$

ΔAPB മട്ടത്രികോണമാണ്. (1)

(d) വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബസമഭാജികളായതിനാൽ സമാന്തരികം സമഭുജ സാമാന്തരികമാണ്. (1)

12. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

❓ $A(1, 2); B(7, 4), C(5, 10)$ എന്നിവ ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. AB, BC, AC എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R .

(a) P, Q, R എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(b) ΔPQR മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = P(4, 3)$ (1)

Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $Q(6, 7)$

R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $R(3, 6)$ (1)

b) $PQ^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$QR^2 = 3^2 + 1^2 = 10$

$PR^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ (1)

$PR^2 + QR^2 = PQ^2$ (1)

$\therefore \Delta PQR$ മട്ടത്രികോണമാണ്.

13. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുക.

❓ $A(-2, 3); B(6, 9)$ എന്നിവ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക; വ്യാസം കാണുക.

(b) $C(-3, 5); D(5, -1)$ ആയാൽ CD ഈ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(c) $P(5, 10); Q(-1, 2)$ ആയാൽ PQ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ, $O(2, 6)$

$$\text{വ്യാസം} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \quad (1)$$
- b) $CD = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$
 CD യുടെ മധ്യബിന്ദു $(1, 2)$. ഇത് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമല്ല.
 $\therefore CD$ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമല്ല (1)
- b) $PQ = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \quad (1)$
 PQ ന്റെ മധ്യബിന്ദു $(2, 6)$. ഇത് വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. PQ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. (1)

14. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുക.



ΔABC യിൽ $A(-3, 4)$; $B(-5, 6)$; $C(3, 12)$ എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- (a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?
 (b) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

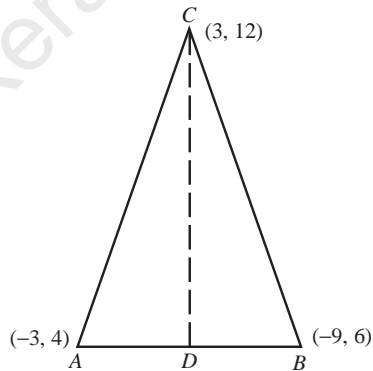
■ ഉത്തരസൂചിക

- $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
 $BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \quad (1)$
 ΔACB സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്.
 AB യുടെ മധ്യബിന്ദു D ആയാൽ
 D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $D(-4, 5) \quad (1)$
 (a) $CD = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \quad (1)$
 ΔABC യുടെ പരപ്പളവ്,

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} \quad (1)$$

$$= 14 \text{ ച.സെ.മീ} \quad (1)$$



15. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



$A(1, 2)$; $B(7, 5)$ എന്നിവ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്. ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q . കൂടാതെ $AP = PQ = QB$. P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- $$AP = PQ = QB \text{ ആയതു കൊണ്ട് } AP : PB = 1 : 2 \quad (1)$$

$$P \text{ യുടെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 1 + \frac{1}{3} \times (7 - 1) = 1 + 2 = 3 \quad (1)$$

$$y \text{ സൂചകസംഖ്യ} = 2 + \frac{1}{3} (5 - 2) = 2 + 1 = 3$$

$$p \text{ യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ } (3, 3) \quad (1)$$

$$AQ : QB = 2 : 1$$

$$Q \text{ ന്റെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 1 + \frac{2}{3} \times (7 - 1) = 5$$

$$y - \text{സൂചക സംഖ്യ} = 2 + \frac{2}{3} \times (5 - 2) = 5$$

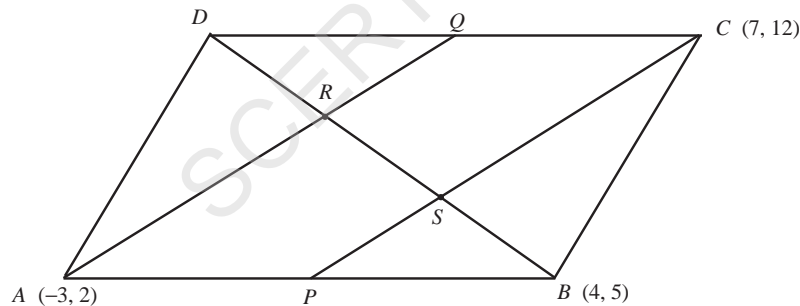
$$Q \text{ ന്റെ സൂചക സംഖ്യ } (5, 4) \quad (1)$$

16. പഠനനട്ടം

- സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ഒരു വരയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



സാമാന്തരികം $ABCD$ യിൽ $A(-3, 2)$; $B(4, 5)$; $C(7, 12)$ എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാണ്. AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് P ; CD യുടെ മധ്യ ബിന്ദുവാണ് Q . AQ, CP എന്നീ വരകൾ BD എന്ന വികർണത്തെ R ലും S ലും മുറിക്കുന്നു.



- D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക
- P, Q എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക
- വികർണങ്ങൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക
- R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$a) D \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } (7 + -3 - 4, 12 + 2 - 5) = (0, 9) \quad (1)$$

$$b) P \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$Q \text{ ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ } \left(\frac{7}{2}, \frac{21}{2}\right) \quad (1)$$

c) വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു O ആയാൽ

O, AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് (2, 7) (1)

d) ΔACD യുടെ നടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവാണ് R.

$$RD : RO = 2 : 1$$

$$R \text{ ന്റെ } x \text{ സൂചകസംഖ്യ} = 0 + \frac{2}{3} (2 - 0) = \frac{4}{3}$$

$$y - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 9 + \frac{2}{3} (7 - 9) = \frac{23}{3}$$

$$R - \text{ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ} \left(\frac{4}{3}, \frac{23}{3} \right)$$

അതുപോലെ ΔABC യുടെ നടുവരകൾ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് S. (1)

$$OS : SB = 1 : 2$$

$$S \text{ ന്റെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 2 + \frac{1}{3} (4 - 2) = \frac{8}{3}$$

$$y - \text{സൂചകസംഖ്യ} = 7 + \frac{1}{3} (5 - 7) = \frac{19}{3}$$

$$S \text{ ന്റെ സൂചകസംഖ്യ} = \left(\frac{8}{3}, \frac{19}{3} \right) \quad (1)$$

17. പഠനാനുഭവം

- ഒരു വരയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ΔABC യിൽ $A(6, 8)$; $B(3, 4)$; $C(-2, 2)$ എന്നിവ ശീർഷങ്ങളാണ്. $\angle A$ യുടെ സമഭാജി BC യെ D യിൽ കൂടി മുറിച്ചു കടക്കുന്നു.

- $BD : CD$ എത്ര?
- D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$AB : AC = 5 : 10 = 1 : 2$$

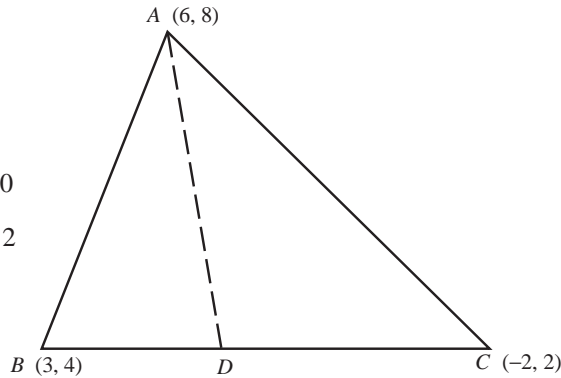
$$BD : CD = 1 : 2 \quad (1)$$

D യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ

$$= 3 + \frac{1}{3} \times (-2 - 3) = \frac{4}{3} \quad (1)$$

$$y \text{ സൂചകസംഖ്യ} = 4 + \frac{1}{3} (2 - 4) = \frac{10}{3} \quad (1)$$

$$D \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ} \left(\frac{4}{3}, \frac{10}{3} \right) \quad (1)$$



18. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ഒരു വരയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? $A(-3, 1); B(9, 10)$ എന്നിവ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്. AB വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു.

a) വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

b) ഇതേ ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വ്യാസം $\frac{1}{3}$ ഭാഗമായും മറ്റൊരു വൃത്തം വരച്ചാൽ ഈ വൃത്തം AB യെ ഏതെല്ലാം ബിന്ദുക്കളിൽ മുറിച്ചു കടക്കും.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) കേന്ദ്രം 'O' യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$\left(\frac{-3+9}{2}, \frac{1+10}{2}\right) = \left(3, \frac{11}{2}\right) \quad (1)$$

b) $OP : PB = 1 : 2$ (1)

P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ

$$= 3 + \frac{1}{3}(9 - 3) = 5$$

y സൂചകസംഖ്യ

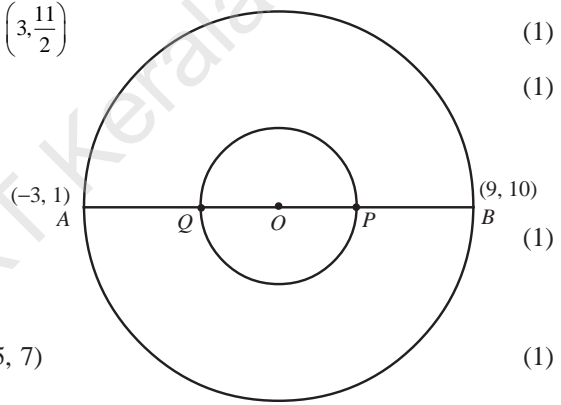
$$= \frac{11}{2} + \frac{1}{3}\left(10 - \frac{11}{2}\right) = 7$$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(5, 7)$ (1)

$O\left(3, \frac{11}{2}\right); PQ$ ന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.

p യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(5, 7)$ ആയതിനാൽ

Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(1, 4)$ ആയിരിക്കും. (1)



19. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചകസംഖ്യകളിലെ മാറ്റം, x സൂചകസംഖ്യകളിലെ മാറ്റത്തിനനുപാതികമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുന്നു.

? $A(-3, 7), B(0, 2), C(2, 8)$ എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) AB യുടെ ചരിവ് $= \frac{2-7}{0-(-3)} = \frac{9}{3} = 3$ (1)

b) BC യുടെ ചരിവ് $= \frac{8-2}{2-0} = \frac{6}{2} = 3$

AB ക്കും BC ക്കും ഒരേ ചരിവ് ആയതിനാൽ A, B, C ഒരു വരയിലെ ബിന്ദു ആയിരിക്കും.

20. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ ഏതു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചകസംഖ്യകളിലെ മാറ്റം, x സൂചകസംഖ്യകളിലെ മാറ്റത്തിനനുപാതികമാണെന്ന് സമർഥിക്കുന്നു. (1)
- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു. (1)

? $A(3, 5), B(9, 7), C(5, 9), D(7, 11)$ എന്നിവ ചതുർഭുജം $ABCD$ യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം ഒരു സാമാന്തരികമാകും എന്നു സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) $PQRS$ ന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$P(6, 6)$

$Q(7, 8)$

$R(6, 10)$

$S(5, 8)$

PQ ന്റെ ചരിവ് $= \frac{8-6}{7-6} = 2$

RS ന്റെ ചരിവ് $= \frac{10-8}{6-5} = 2$

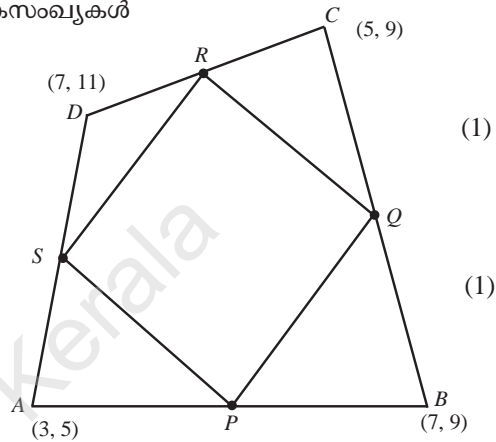
PQ ന് സമാന്തരമാണ് RS

QR ന്റെ ചരിവ് $= \frac{10-8}{6-7} = -2$

PS ന്റെ ചരിവ് $= \frac{8-6}{5-6} = -2$

QR ന് സമാന്തരമാണ് PS

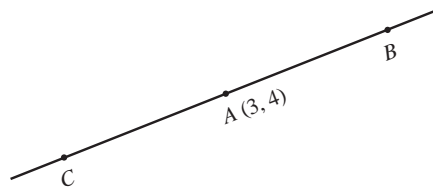
എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമായതിനാൽ $PQRS$ ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. (1)



21. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ചരിവ് $\frac{2}{3}$ ആയ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് $A(3, 4)$. ഈ ബിന്ദുവിന് ഈ വശത്തായി സൂചകസംഖ്യകൾ എണ്ണൽസംഖ്യകളായി വരുന്ന ഏറ്റവും അടുത്ത ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

A യുടെ വലതു ഭാഗത്തു വരുന്ന ബിന്ദു B .

B യുടെ x - സൂചകസംഖ്യ $= 3 + 3 = 6$ (1)

y -സൂചകസംഖ്യ $= 4 + 2 = 6$

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= (6, 6)$ (1)

A യുടെ ഇടതുഭാഗത്തു വരുന്ന ബിന്ദു C

C യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= 3 - 3 = 0$

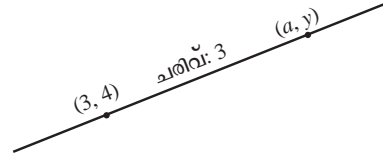
y സൂചകസംഖ്യ $= 4 - 2 = 2$ (1)

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= (0, 2)$

22. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ചരിവ് 3 ഉം ഒരു ബിന്ദു (3, 4) ഉം ആയ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ a ആയാൽ y സൂചക സംഖ്യ $3a - 5$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
 x - സൂചകസംഖ്യ 2 ആയ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ എത്രയായിരിക്കും?



(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (a, y) ആയാൽ

$$\text{ചരിവ്, } \frac{y-4}{a-3} = 3 \tag{1}$$

$$y - 4 = 3(a - 3) = 3a - 9$$

$$y = 3a - 9 + 4$$

$$y = 3a - 5 \tag{1}$$

$$a = 2 \text{ ആയാൽ } y = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1 \tag{1}$$

23. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

? ഒരു ചതുരത്തിന്റെ 2 വശങ്ങൾ x, y അക്ഷങ്ങളിലാണ്. വികർണം x - അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60° ആണ്. വികർണത്തിന്റെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക. വികർണത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x - സൂചകസംഖ്യയോ y - സൂചകസംഖ്യയോ അഭിനകമായിരിക്കും എന്നു തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$OABC$ ഒരു ചതുരമാണ്

$$\angle AOB = 60^\circ$$

വികർണത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P .

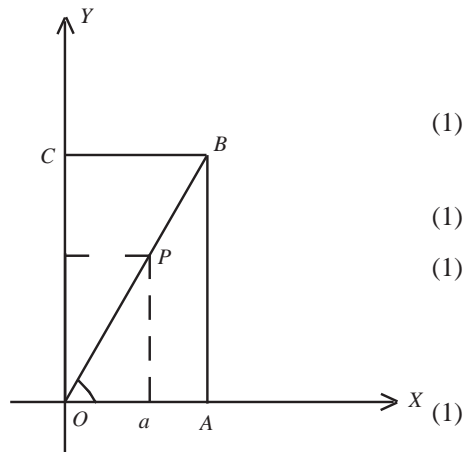
$$P \text{ യുടെ } x - \text{സൂചകസംഖ്യ} = a$$

$$y - \text{സൂചകസംഖ്യ} = \sqrt{3} a$$

$$P \text{ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ } (a, \sqrt{3} a) \tag{1}$$

a ഒരു ഭിന്നകമായാൽ $\sqrt{3} a$ അഭിന്നകമായിരിക്കും.

അതായത് $a, \sqrt{3} a$ ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നു എപ്പോഴും അഭിന്നകമായിരിക്കും.



24. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.

? $(-1, -1), (2, 8)$ എന്നിവ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്.

- a) വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- b) വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ x, y ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എഴുതുക.
- c) ഈ വര y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

a) ചരിവ് $= \frac{8-(-1)}{2-(-1)} = \frac{9}{3} = 3$ (1)

b) ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$\frac{y-(-1)}{x-(-1)} = 3 \quad (1)$$

$$\frac{y+1}{x+1} = 3$$

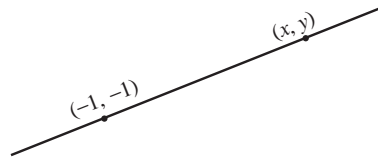
$$y+1 = 3x+3$$

$$y = 3x+2$$

c) y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ $x = 0$

$$y = 3 \times 0 + 2 = 2 \quad (1)$$

y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ $= (0, 2)$ (1)



25. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.
- വരയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുന്നു.

? $A(-3, 5), B(2, 0), C(5, -7), D(-4, 4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചതുർഭുജം $ABCD$ യുടെ ശീർഷകങ്ങളാണ്. ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

വികർണം AC യുടെ ചരിവ്

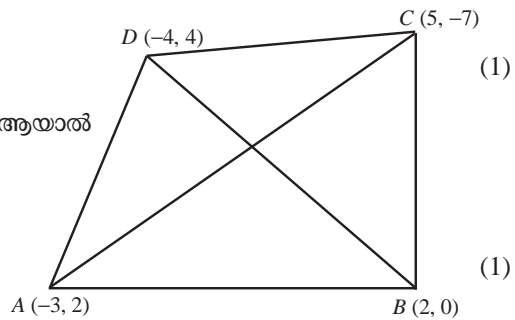
$$= \frac{5-(-7)}{-3-5} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2} \quad (1)$$

ഈ വികർണത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$\frac{y-5}{x+3} = -\frac{3}{2}$$

$$2(y-5) = -3(x+3)$$

$$2y+3x = 1 \quad (1)$$



വികർണം BD യുടെ ചരിവ്

$$\text{വികർണം } BD \text{ യുടെ ചരിവ്} = \frac{4-0}{-4-2} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3} \quad (1)$$

ഈ വികർണത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$\frac{y-0}{x-2} = \frac{-2}{3} \tag{1}$$

$$3y = -2x + 4$$

$$2x + 3y = 4 \tag{2}$$

(1) ഉം (2) വരി ഹരിക്കുമ്പോൾ $x = -1, y = 2$

വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു $(-1, 2)$ (1)

26. പഠനനേട്ടം

- വരയുടെ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുന്നു.



(a) $2y - 3x = 6$ എന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്ര?

(b) ഈ വരക്ക് സമാന്തരമായതും $(3, 3)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളായാൽ

$$2y_1 - 3x_1 = 6$$

$$2y_2 - 3x_2 = 6 \tag{1}$$

$$2(y_1 - y_2) - 3(x_1 - x_2) = 0$$

$$2(y_1 - y_2) = 3(x_1 - x_2)$$

$$= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{3}{2}$$

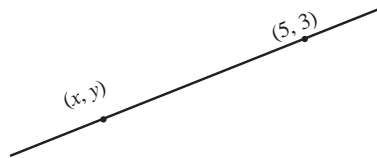
$$\text{ചരിവ്} = \frac{3}{2} \tag{1}$$

(b) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ

$$\frac{y-3}{x-3} = \frac{3}{2} \tag{1}$$

$$2y - 6 = 3x - 9$$

$$2y - 3x + 3 = 0 \tag{1}$$



27. പഠനനേട്ടം

- ഒരു നിശ്ചിത ബിന്ദു കേന്ദ്രവും ഒരു നിശ്ചിത ആരവുമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.



(1, 2) കേന്ദ്രമായി വരച്ച വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് $(5, 5)$

(a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(b) വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ യൂണിറ്റ് (1)

(b) വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 5^2 & (1) \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 25 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 &= 0 & (1) \end{aligned}$$

28. പഠനനേട്ടം

- ഒരു നിശ്ചിത ബിന്ദു കേന്ദ്രവും ഒരു നിശ്ചിത ആരവുമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.

? $A(0, 1), B(-4, 5)$ എന്നിവ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്.

- (a) AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.
- (b) ഈ വൃത്തം x - അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} \text{(a) വൃത്തകേന്ദ്രം} &= \left(\frac{0 + (-4)}{2}, \frac{1 + 5}{2} \right) = (-2, 3) & (1) \\ \text{ആരം} &= \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} & (1) \end{aligned}$$

(x, y) വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ

$$\begin{aligned} (x - (-2))^2 + (y - 3)^2 &= \sqrt{8}^2 \\ x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 &= 8 \\ x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 &= 0 & (1) \end{aligned}$$

(b) വൃത്തം x - അക്ഷത്തെ മുറിക്കുമ്പോൾ, $y = 0$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 5 &= 0 \\ (x + 1)(x + 4) &= 0 & (1) \\ x &= -1, -4 \\ \text{അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദു} &(-1, 0), (-4, 0) & (1) \end{aligned}$$

29. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും കേന്ദ്രവും ആരവും കണ്ടെത്തുന്നു.

? $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 &= 0 \\ x^2 - 6x + y^2 - 8y + 9 &= 0 \\ x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 + 9 &= 9 + 16 & (1) \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 + 9 &= 25 & (1) \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 &= 16 = 4^2 \\ \text{വൃത്തകേന്ദ്രം} &(3, 4) & (1) \\ \text{ആരം} &= 4 \text{ യൂണിറ്റ്} & (1) \end{aligned}$$

30. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് y അക്ഷം എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 = 0$ എന്ന വൃത്തം y അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ, $x = 0$ ആകും. (1)

അതായത് y അക്ഷത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ സവാക്യം $y^2 - 6y + 9 = 0$ (1)

$(y - 3)^2 = 0$
 $y = 3$ (1)

വൃത്തം y അക്ഷത്തെ $(0, 3)$ ൽ മാത്രം തൊടുന്നു. y അക്ഷം തൊടുവരയാണ്. (1)

31. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.

? $A(3, 2), B(9, 4), C(7, 10)$ എന്നിവ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളാണ്.

(a) AC വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളും ആരവും കണക്കാക്കുക.

(b) AC വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

(c) ഈ വൃത്തം B യിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നു എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(5, 6)$ (1)

ആരം $= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$ (1)

(b) വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 20$ (1)

$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 12y + 36 = 20$

$x^2 + y^2 - 10x - 12y + 41 = 0$ (1)

(c) $9^2 + 4^2 - 10 \times 9 - 12 \times 4 + 41 = 81 + 16 - 90 - 48 + 41$

$= 138 - 138 = 0$

$(9, 4)$ ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്. (1)

ബഹുപദങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(x) = x^2 + x - 6$ എന്ന രണ്ടാംക്രമി ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളും കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\begin{aligned} p(x) &= x^2 + x - 6 = (x - a)(x - b) \\ &= x^2 - (a + b)x + ab \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} a + b &= -1, \quad ab = -6 \\ (a - b)^2 &= (-1)^2 - 4 \times -6 = 25 \\ a - b &= 5, \end{aligned} \quad (1)$$

$$a = \frac{1+5}{2}, \quad b = \frac{1-5}{2} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 6 &= (x - 2)(x + 3) \\ x^2 + x - 6 = 0, \quad (x - 2)(x + 3) = 0 \\ x - 2 = 0, \quad x + 3 = 0 \\ x = 2, \quad x = -3 \end{aligned} \quad (1)$$

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

2. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $2x^2 - 7x - 15$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ഏതൊക്കെ സംഖ്യയായി എടുത്താലാണ് പൂജ്യം കിട്ടുന്നത്? ഈ ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംക്രമി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x - 15 &= 0 \\ x &= \frac{7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{7-13}{4} \quad x=5 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } x=\frac{3}{2} \tag{1}$$

$$p(5) = 0, x = 5 \text{ ഘടകം}$$

$$p\left(\frac{3}{2}\right) = 0, 2x+3 \text{ ഘടകം} \tag{1}$$

$$2x^2 - 7x - 15 = (x-5)(2x+3) \tag{1}$$

3. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്യൂതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംക്യൂതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(x) = x^2 + 4x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംക്യൂതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളും കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $x^2 + 4x + 1 = (x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$ (1)

$$a+b = -4, ab = 1, a-b = 2\sqrt{3}$$

$$a = -2 + \sqrt{3}, b = -2 - \sqrt{3} \tag{1}$$

$$x^2 + 4x + 1 = (x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3}) \tag{1}$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow (x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3}) = 0 \tag{1}$$

$$x = -2 - \sqrt{3}, \text{ അല്ലെങ്കിൽ } x = -2 + \sqrt{3}$$

4. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംക്യൂതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംക്യൂതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(x) = x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(3 + \sqrt{2}) = 0, p(3 - \sqrt{2}) = 0$ എങ്കിൽ a, b കണ്ടെത്തി $p(x)$ എന്ന ബഹുപദം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = x^2 + ax + b$

$$p(3 + \sqrt{2}) = 0, (x-3-\sqrt{2}) \text{ ഘടകം} \tag{1}$$

$$p(3 - \sqrt{2}) = 0, (x-3+\sqrt{2}) \text{ ഘടകം} \tag{1}$$

$$p(x) = x^2 + ax + b = (x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2})$$

$$= (x-3)^2 - (\sqrt{2})^2 \tag{1}$$

$$x^2 + ax + b = x^2 - 6x + 7 \tag{1}$$

5. പഠനനേട്ടം

- $(x+a), (x-a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(x) = x^2 + x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $(x-2)$ ഘടകമായ ബഹുപദം ലഭിക്കും.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = x^2 + x - 1$, ശിഷ്ടം $p(2)$ (1)
- $p(2) = (2)^2 + 2 - 1 = 5$ (1)
- $x - 2$ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $p(2) = 0$ ആകണം.
 $p(2) = 0$ ആകണമെങ്കിൽ $p(x)$ നിന്ന് 5 കുറയ്ക്കണം. (1)
അതായത്, $p(x)$ നോട് -5 കൂട്ടിയാൽ $x - 2$, ഘടകമാവും. (1)

6. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.



$2x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാമെങ്കിൽ k ആകാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യ ഏത്? ഈ സംഖ്യ k ക്ക് പകരം നൽകി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $$p(x) = 2x^2 + kx + 6, 2x^2 + \frac{k}{2}x + 3$$

$$x^2 + \frac{k}{2}x + 3 = x^2 - (a + b)x + ab$$

$$a + b = \frac{k}{2}, ab = 3$$
 (1)

$$(a - b)^2 = \frac{k^2}{4} - 12 = \frac{k^2 - 48}{4}$$

$$k^2 - 48 \geq 0, k^2 \geq 48$$

$$k \text{ ആകാവുന്ന ചെറിയ എണ്ണൽസംഖ്യ} = 7$$
 (1)

$$p(x) = 2x^2 + 7x + 6$$

$$x = \frac{7 \pm 1}{4}$$

$$x = -2 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \frac{3}{2}$$
 (1)

$$p(x) = (x + 2)(2x + 3)$$
 (1)

7. പഠനനേട്ടം

- ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.



$P(x) = x^3 - 5x^2 + kx + 19$ നെ $(x - 3)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം -5 കിട്ടും.
a) k ആകുന്ന സംഖ്യ ഏത്?
b) $p(x)$ നെ $(x - 4)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്ത്?
c) $p(x)$ ന്റെ കൂടെ ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടി $(x - 3), (x - 4)$ എന്നിവ ഘടകങ്ങളായ ഒരു ബഹുപദം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $$p(x) = x^3 - 5x^2 + kx + 19$$
 (1)

ശിഷ്ടം $p(3) = -5$

$$p(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + k(3) + 19 = -5$$

$$= 27 - 45 + 3k + 19 = -5$$

$$k = \frac{6}{3} = -2 \tag{1}$$

- $p(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 19$

ശിഷ്ടം = $p(4)$

$$p(4) = (4)^3 - 5(4)^2 - 2(4) + 19 \tag{1}$$

$$= 64 - 80 - 8 + 19 \tag{1}$$

$$= -5$$

- $p(x) + 5 = x^3 - 5x^2 - 2x + 24 \tag{1}$

8. പഠനനേട്ടം

- ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.



$x^3 - 5x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 5x + 6$.

a, b എന്നിവയാകുന്ന സംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = x^3 - 5x^2 + ax + b \tag{1}$

$$\text{ഘടകം} = x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) \tag{1}$$

$$x - 2 \text{ ഘടകം} \Rightarrow p(2) = 0$$

$$p(2) = (2)^3 - 5(2)^2 + 2a + b = 0$$

$$2a + b = 12 \tag{1}$$

$$x - 3 \text{ ഘടകം} \Rightarrow p(3) = 0$$

$$p(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3a + b = 0 \tag{1}$$

$$3a + b = 18$$

$$\frac{2a + b = 12}{3a + b = 18} \tag{1}$$

$$a = 6, b = 0$$

9. പഠനനേട്ടം

- $(x + a), (x - a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.



(a) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x^2 - 1)$, $a + c = 0$ എന്നും $b + d = 0$ എന്നും സമർത്ഥിക്കുക.

(b) $3x^3 - 7x^2 + 2x + 3$ ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

(a) $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \tag{1}$

$$x^2 - 1 \text{ ഘടകം} \Rightarrow x + 1, x - 1 \text{ എന്നിവ ഘടകം} \tag{1}$$

$$x - 1 \text{ ഘടകം } p(1) = 0, \Rightarrow p(1) = a + b + c + d = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$x + 1 \text{ ഘടകം } p(-1) = 0, \Rightarrow p(-1) = -a + b - c + d = 0 \dots\dots\dots (2) \tag{1}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2b + 2d = 0, b + d = 0$$

$$b + d = 0 \Rightarrow a + c = 0 \tag{1}$$

(b) കൂട്ടേണ്ട ബഹുപദം $ax + b$ ആയാൽ,

$$3x^3 - 7x^2 + 2x + 3 + ax + b$$

$$3x^3 - 7x^2 + (2 + a)x + 3 + b$$

$$x^2 - 1 \text{ ഘടകം } \Rightarrow (3 + 2 + a) = 0, a = -5; (-7 + 3 + b) = 0, b = 4$$

$$3x^3 - 7x^2 + 2x + 3 \text{ ന്റെ കൂടെ കൂട്ടുന്ന ബഹുപദം}$$

$$ax + b = -5x + 4 \text{ കൂട്ടിയാൽ മതി.}$$

10. പഠനനേട്ടം

- $(x - a), (x + a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം. $x^2 + 7x + 10$ ന്റെ ഘടകമാണോ $(x + 2), (x - 5)$ എന്നു പരിശോധിക്കുക. (സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = x^2 + 7x + 10$
 $p(-2) = 4 - 14 + 10 = 0$ (1)
 $\therefore x + 2$ ഘടകം (1)
 ശിഷ്ടം $p(5) = (5)^2 + 7(5) + 10$ (1)
 $= 25 + 35 + 10 \neq 0$ (1)
 $\therefore x - 5$ ഘടകമല്ല

11. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദംകൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം ഹരിച്ചു നോക്കാതെ കാണുന്നു.
- $9x^3 + 18x^2 - 4x - 10$ നെ $(3x + 2), (3x - 2)$ എന്നിവകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ശിഷ്ടം കാണുക? $(3x + 2), (3x - 2)$ എന്നിവ ഘടകങ്ങളായ ഒരു മൂന്നാം കൃതി ബഹുപദം എഴുതുക. (സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = 9x^3 + 18x^2 - 4x - 10$
 $3x + 2$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ, ശിഷ്ടം $p \frac{2}{3}$ (1)
 $p \frac{2}{3} = 9 \times \frac{2}{3}^3 + 18 \times \frac{2}{3}^2 - 4 \times \frac{2}{3} - 10$ (1)
 $= 9 \times \frac{8}{27} + 18 \times \frac{4}{9} + \frac{8}{3} - 10 = -2$ (1)
 $p \frac{2}{3} = 9 \times \frac{2}{3}^2 + 18 \times \frac{2}{3}^2 - 4 \times \frac{2}{3} - 10 = -2$ (1)
 $p(x) + 2$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയിരിക്കും $(3x + 2)$ ഉം $(3x - 2)$ ഉം (1)
 $\therefore (3x + 2), (3x - 2)$ എന്നിവ ഘടകങ്ങളായ ബഹുപദം (1)
 $= 9x^3 + 18x^2 - 4x - 8$ (1)

12. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം ഹരിച്ചു നോക്കാതെ കാണുന്നു.
- $x^2 + ax + b$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x - 2)$ കൊണ്ടും $(x - 3)$ കൊണ്ടും ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം പൂജ്യം ലഭിക്കും. a, b എന്നിവയാകുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം? (സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $p(x) = x^2 + ax + b = (x - 3)(x - 2)$ (1)
- $x^2 + ax + b = x^2 - 5x + 6$ (1)
- $a = -5, b = 6$ (1)

13. പഠനനേട്ടം

- ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയാത്ത രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.



$x^2 + 4x + 5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $x^2 + 4x + 5 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
- $a + b = -4, ab = 5$ (1)
- $(a - b)^2 = (-4)^2 - 4 \times 5 = -4$ (1)

ഒരു സംഖ്യയുടെയും വർഗം ന്യൂനസംഖ്യ ആയില്ലല്ലോ

അതായത്, ഈ ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല (1)

14. പഠനനേട്ടം

- ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയാത്ത രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.



$p(x) = x^2 + 6x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

- a) $k = -10$ ആയാൽ $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയും എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.
- b) $k = 10$ ആയാൽ $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.
- c) $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയണമെങ്കിൽ k ക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന പരമാവധി സംഖ്യ എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- a) $x^2 + 6x - 10 = x^2 - (a+b)x + ab$
- $a + b = -6, ab = -10$ (1)
- $(a - b)^2 = 36 + 40 = 76$ (1)

അധിസംഖ്യ ആയതിനാൽ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയും (1)

- b) $x^2 + 6x + 10 = x^2 - (a + b)x + ab.$
- $a + b = -6, ab = 10.$
- $(a - b)^2 = 36 - 40 = -4$

വർഗം ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല \therefore ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല. (1)

c) $x^2 + 6x + k = x^2 - (a + b)x + ab$

$a + b = -6, ab = k$

$(a - b)^2 = 36 - 4k$

ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയണമെങ്കിൽ $36 - 4k \geq 0$ (1)

$k \leq 9$

15. പഠനനേട്ടം

- $(x + a), (x - a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(x) = x^2 - 4x + 4$

- a) $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $(x - 2)$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക
- b) x ഏത് സംഖ്യയായി എടുത്താലും $p(x)$ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ലെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക
- c) $p(a) = p(b)$ ആവുന്ന സംഖ്യകൾ a, b കാണുക

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) $p(x) = x^2 - 4x + 4$
 $p(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 4 = 0$
 അതായത്, $(x - 2)$ ഘടകമാണ്. (1)

b) $p(x) = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
 വർഗം ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല. $p(x)$ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല (1)

c) $p(a) = p(b) = (a - 2)^2 = (b - 2)^2 \Rightarrow a - 2 = \pm (b - 2)$
 $a - 2 = b - 2$ അല്ലെങ്കിൽ $a - 2 = 2 - b$ (1)
 $a = b$ അല്ലെങ്കിൽ $a + b = 4$
 $a + b = 4$, തുക 4 വരുന്ന സംഖ്യകൾ

ഉദാ:

a	0	1	2	3	4	5	6	...
b	4	3	2	1	0	-1	-2	...

(1)

16. പഠനനേട്ടം

- $(x + a), (x - a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $x^3 + ax^2 + 2x + a + 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x + a)$ എങ്കിൽ a എന്ന സംഖ്യ എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 2x + a + 4 \tag{1}$$

$$x + a \text{ ഘടകം } \therefore p(-a) = 0 \tag{1}$$

$$p(-a) = (-a)^3 + a(-a)^2 + 2(-a) + a + 4 = 0$$

$$-2a + a + 4 = 0 \tag{1}$$

$$a = 4$$

17. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം ഹരിച്ചുനോക്കാതെ കണക്കാക്കുന്നു.

? $x^3 + ax^2 + 7x + 6$ നെയും $x^3 + 5x^2 + bx + 8$ നെയും $(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം ഒരേ സംഖ്യ കിട്ടുന്നുവെങ്കിൽ $2a - b = 4$ എന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$p(x) = x^3 + ax^2 + 7x + 6, q(x) = x^3 + 5x^2 + bx + 8 \tag{1}$$

$$x - 2 \text{ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ ശിഷ്ടം } = p(2) = q(2) \tag{1}$$

$$p(2) = (2)^3 + a(2)^2 + 7(2) + 6 \Rightarrow 4a + 28 \tag{1}$$

$$q(2) = (2)^3 + 5(2)^2 + b(2) + 8 \Rightarrow 2b + 36 \tag{1}$$

$$4a + 28 = 2b + 36 \Rightarrow 4a - 2b = 8$$

$$2a - b = 4 \tag{1}$$

18. പഠനനേട്ടം

- $(x + a), (x - a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

? $p(2 + \sqrt{3}) = 0, p(2 - \sqrt{3}) = 0, p(1) = 0$ ആകുന്ന ഒരു മൂന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$p(2 + \sqrt{3}) = 0, p(2 - \sqrt{3}) = 0, p(x) \text{ ന്റെ ഒരു ഘടകം} \tag{1}$$

$$p(2 + \sqrt{3}) = 0, \therefore (x - 2 - \sqrt{3}), p(x) \text{ ന്റെ ഒരു ഘടകം} \tag{1}$$

$$p(1) = 0, \therefore (x - 1) p(x) \text{ ന്റെ ഒരു ഘടകം}$$

$$p(x) = (x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 + \sqrt{3})(x - 1) = (x - 2)^2 - 3(x - 1) = (x^2 - 4x + 1)(x - 1) \tag{1}$$

$$x^3 - 5x^2 + 5x - 1 \tag{1}$$

19. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം ഹരിച്ചുനോക്കാതെ കണക്കാക്കുന്നു.

? $p(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 5$ നെ $x - 3$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലും $x + 2$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലും ഒരേ സംഖ്യയാണ് ശിഷ്ടം കിട്ടുന്നതെങ്കിൽ. a ആകുന്ന സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$p(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 5$$

$$\text{ശിഷ്ടം } p(2) = p(3) \quad (1)$$

$$p(3) = (3)^3 + 4(3)^2 + a(3) + 5 = 3a + 68 \quad (1)$$

$$p(2) = (2)^3 + 4(2)^2 + a(2) + 5 = 2a + 13 \quad (1)$$

$$3a + 68 = 2a + 13 \quad a = 11 \quad (1)$$

20. പഠനനേട്ടം

- $(x - a), (x + a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം.

? b) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 4$ എങ്കിൽ $4(a - b) = d - c$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

b) $2x^3 - 4x^2$ ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $x^2 - 4$ ഘടകമാവുന്ന ബഹുപദമാവും.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$p(-2) = 8a - 4b + 2c + d = 0 \quad (1)$$

$$p(2) = 8a + 4b + 2c + d = 0 \quad (2)$$

$$(1) - (2) \quad 4b - d = 0, \quad (1) - (2) \quad 4a - c = 0$$

$$4b = d \quad 4a = c$$

$$4(a - b) = d - c$$

(b) $q(x) = 2x^3 + 4x^2 + ax + b$

$$x^2 - 4 \text{ ഘടകം } \quad 4 \quad 2 \quad a \quad 0, \quad a \quad 8$$

അതുപോലെ $4 \quad 4 \quad b \quad 0 \quad b \quad 16$

$$\text{ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം} = 8x + 16 \quad (1)$$

21. പഠനനേട്ടം

- $(x - a), (x + a)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനുള്ള മാർഗം

? $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 9$ എങ്കിൽ $9(a - b) = d - c$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. $x^2 - 9$ ഘടകമാകുന്ന ഒരു മൂന്നാം കൃതി ബഹുപദം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$x^2 - 9$ ഒരു ഘടകം $x = 3, x = -3$ എന്നിവ ഘടകങ്ങൾ (1)

$$p(3) = a(3)^3 + b(3)^2 + c(3) + d = 0$$

$$27a + 9b + 3c + d = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$p(-3) = 27a - 9b - 3c + d = 0 \quad \text{--- (2)} \quad \text{t\#(1)}$$

$$(1) - (2) \quad 9b + d = 0 \quad (1) - (2) \quad 9a + c = 0$$

$$9a + 9b + d = c$$

$$9(a + b) + d = c \quad (1)$$

SCERT Kerala

സ്ഥിതി വിവരകണക്ക്

1. പഠനനേട്ടം

- ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നതിന് മാധ്യം ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയാത്ത സന്ദർഭങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുന്നു.

? അടുത്തടുത്ത് താമസിക്കുന്ന 10 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

16500, 21700, 18600, 21050, 19500
17000, 21000, 18000, 22000, 75000

- (a) 10 കുടുംബങ്ങളുടെ മാധ്യവരുമാനം എത്രയാണ്?
(b) മാധ്യവരുമാനത്തേക്കാൾ കുറവ് വരുമാനം എത്ര കുടുംബങ്ങൾക്കുണ്ട്?
ഇത്തരം സന്ദർഭത്തിൽ ഇത് ഉചിതമായ ശരാശരിയാണോ എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- (a) $\text{മാധ്യം} = \frac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}} = \frac{248000}{10} = 24800$ (1)
(b) 9 കുടുംബങ്ങളുടെ വരുമാനം മാധ്യത്തെക്കാൾ കുറവാണ്. (1)
അതിനാൽ ഇത് ഉചിതമായ ശരാശരി അല്ല. (1)

2. പഠനനേട്ടം

- ഒരു കൂട്ടം അളവുകളുടെ മധ്യം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ?** ഒരു ഗണിതക്ലബിന്റെ സർവ്വേയിൽ 10 കുടുംബങ്ങളിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ് ചുവടെ കൊടുക്കുന്നത്. മാധ്യവും മധ്യമവും കണക്കാക്കി ഉചിതമായ ശരാശരി ഏതെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

4, 2, 3, 5, 4, 3, 2, 20, 4, 3

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- മാധ്യം = 5 (1)
മധ്യം = 3.5 (1)
ഉചിതമായത് മധ്യം = 3.5 (1)

3. പഠനനേട്ടം

- ഒരു കൂട്ടം അളവുകളുടെ മധ്യം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ?** ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ 9 പേർക്ക് ഒരു ആഴ്ചയിൽ കിട്ടുന്ന വേതനമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മധ്യം കണക്കാക്കുക.

2100, 3500, 2100, 2500, 2800
4900, 2300, 2200, 3300

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ആരോഹണക്രമം

2100, 2100, 2200, 2300, 2500, 2800, 3300, 3300, 3500 (1)

മധ്യമം = 2500 (1)

4. പഠനനേട്ടം

- വിഭാഗപട്ടികയിൽനിന്നും മധ്യമം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു. ഒരു തൊഴിൽശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസവേതനവുമാണ് ചുവടെ പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ദിവസവേതനം (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
225	4
250	7
270	9
300	5
350	3
400	2

മധ്യമായ ദിവസവേതനം എത്രയാണ്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ദിവസവേതനം (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
225 വരെ	4
250 വരെ	11
270 വരെ	20
300 വരെ	25
350 വരെ	28
400 വരെ	30

(1)

12 മുതൽ 20 വരെയുള്ളവരുടെ ദിവസവേതനം 270 എന്നു കാണാം.

$$\text{അതായത്, മധ്യമം} = \frac{15 \text{ റ്റൈംസ് കൂലി} + 16 \text{ റ്റൈംസ് കൂലി}}{2} \quad (1)$$

$$= \frac{270 + 270}{2} = 270 \quad (1)$$

5. പഠനനേട്ടം

- വിഭാഗപട്ടികയിൽനിന്നും മധ്യമം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു. ഒരു ക്ലാസിലെ 60 കുട്ടികളെ ഉയരം അനുസരിച്ച് തരംതിരിച്ചു പട്ടികയാണു് ചുവടെ.



ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
140 - 145	5
145 - 150	8
150 - 155	12
155 - 160	16
160 - 165	11
165 - 170	5
170 - 175	3

മധ്യമമായ ഉയരം എത്രയാണ്?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ഉയരം (സെ.മീ.)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
145 ൽ കുറവ്	5
150 ൽ കുറവ്	13
155 ൽ കുറവ്	25
160 ൽ കുറവ്	41
165 ൽ കുറവ്	52
170 ൽ കുറവ്	57
175 ൽ കുറവ്	60

$$\text{അതായത്, മധ്യമം} = \frac{30\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം} + 31\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം}}{2} \quad (1)$$

$$30\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം} = 155 + \frac{5}{32} + 4 \frac{5}{16}$$

$$= 155 \frac{5}{32} + \frac{40}{32}$$

$$= 155 \frac{5}{32} + \frac{40}{32}$$

$$= 156 \frac{13}{32}$$

$$31\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം} = 156 \frac{13}{32} + \frac{5}{16}$$

$$= 156 \frac{23}{32}$$

$$\text{മധ്യമം} = \frac{30\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം} + 31\text{-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം}}{2}$$

$$= \frac{156 \frac{13}{32} + 156 \frac{23}{32}}{2}$$

$$= 156 \frac{18}{32} \quad (1)$$

6. പഠനനേട്ടം

- വിഭാഗപട്ടികയിൽനിന്നും മധ്യമം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.



ഒരു കമ്പനിയിലെ 43 തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനം പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ദിവസവേതനം (രൂപ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
0 - 50	3
50 - 100	5
100 - 150	14
150 - 200	12
200 - 250	6
250 - 300	3

മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ദിവസവേതനം (രൂപ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
50 ൽ താഴെ	3
100 ൽ താഴെ	8
150 ൽ താഴെ	22
200 ൽ താഴെ	34
250 ൽ താഴെ	40
300 ൽ താഴെ	43

$$\frac{43 - 1}{2} \text{-ാം തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം} = \text{മധ്യമ വേതനം.} \tag{1}$$

മധ്യമ വേതനം = 22-ാം തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം.

9 മുതൽ 22 വരെയുള്ള തൊഴിലാളികളുടെ വേതനം

ആദ്യ പദം $100 \frac{50}{28}$ ഉം പൊതുവ്യത്യാസം $\frac{50}{14}$ ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.

$$\begin{aligned} 100 \frac{50}{28} + 13 \times \frac{50}{14} &= 100 \frac{50}{28} + \frac{650}{14} \\ &= 100 \frac{50}{28} + \frac{1300}{28} \\ &= 100 + 48 \frac{6}{28} \\ &= 148 \frac{6}{28} \end{aligned} \tag{1}$$

എസ്.എസ്.എൽ.സി. മാതൃകാചോദ്യപേപ്പർ ഗണിതം

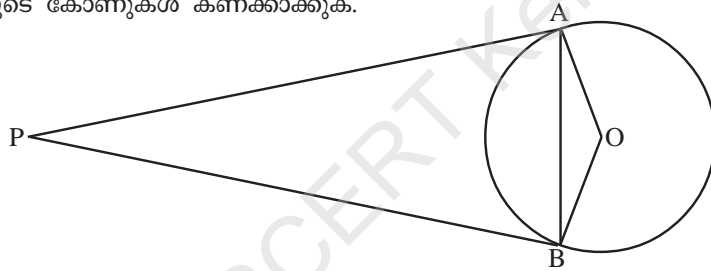
സ്റ്റാൻഡേർഡ്: X

സമയം: 2½ മണിക്കൂർ
സ്കോർ: 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

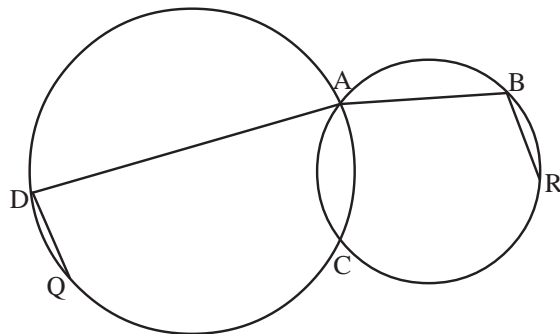
1. ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കിയതിനുശേഷം ഉത്തരം എഴുതുക.
2. ഉത്തരങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകുക.
3. രണ്ട് ചോദ്യങ്ങൾക്കിടയിൽ 'അല്ലെങ്കിൽ' എന്നെഴുതിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.
4. ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയം (Cool off time) ആണ്. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കുക.
5. ചോദ്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ $\sqrt{2}$, π മുതലായ അഭിന്നകങ്ങളെ ഏകദേശവില ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക? ഈ ശ്രേണിയിലെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം 2016 ആകുമോ? (2)
2. ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് $(-3, 4)$. $(-4, 2)$ വൃത്തത്തിനകത്തെ ഒരു ബിന്ദു ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (2)
3. O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. $\angle AOB = 130^\circ$ ആയാൽ ത്രികോണം PAB യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക. (2)



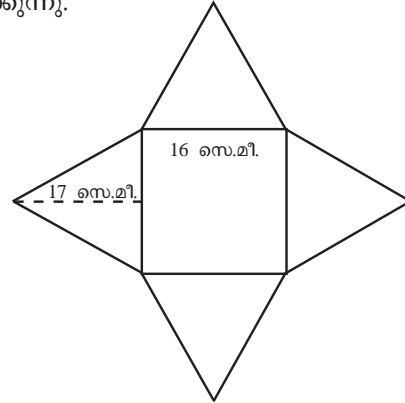
4. $p(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. (2)
 x ഒരു അധിസംഖ്യയായാൽ $p(x) = 0$ ആകുമോ?
 ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാകുന്നത് ഏത്?
 $[(x - 1), (x - 2), (x + 2), (x - 4)]$
5. ഒരു ക്ലാസിലെ 8 കുട്ടികളുടെ ഭാരം (കിലോഗ്രാമിൽ) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (2)
 $37.5, 47.5, 30, 35, 50, 32.5, 42.5, 45$ ഭാരങ്ങളുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കണക്കാക്കുക.
6. ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്നു. (3)
 $\angle ADQ + \angle ABR = 180^\circ$.

Q, C, R എന്നിവ ഒരേ വരയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

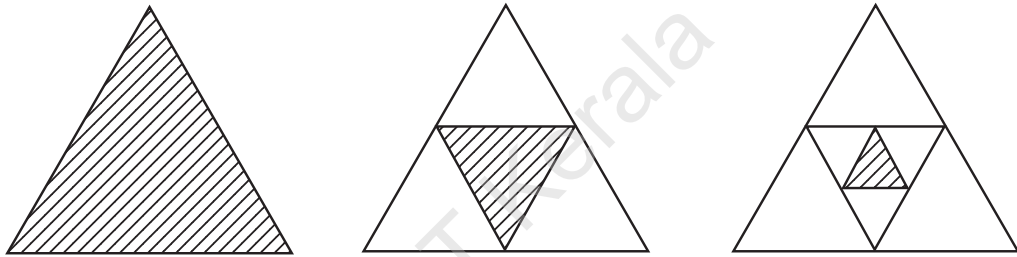


7. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിൽത്തന്നെയും തുക 4 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്? (3)
8. 8 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ 35° ആണ്. ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര? $[\sin 35^\circ = 0.57, \cos 35^\circ = 0.82, \tan 35^\circ = 0.7]$ (3)
9. ചിത്രത്തിൽ 16 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തിലും 17 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുള്ള തുല്യമായ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. (3)

ഈ രൂപം വെട്ടിയെടുത്ത് മടക്കി ഉണ്ടാക്കുന്ന സമചതുരസ്തുപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.



10. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (3)



ഓരോ ചിത്രത്തിലേയും കറുപ്പിച്ച സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കൊണ്ടാണ് അടുത്ത ചിത്രം വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ആദ്യസമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായാൽ?

- (a) ചിത്രങ്ങളിലെ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
- (b) 8-ാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്തായിരിക്കും?
- (c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദത്തിന്റെ 8 മടങ്ങ് 12-ാം പദത്തിന്റെ 12 മടങ്ങിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ 20-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും?

11. ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ അകത്ത് കണ്ണടച്ച് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ (4)
 - (a) കുത്ത് ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ അകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 - (b) അന്തർവൃത്തത്തിന് പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

12. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (4)

(2, 5), (8, 9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു വര വരച്ചിരിക്കുന്നു.

- (a) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ് ഈ വരയുടെ മധ്യബിന്ദു ആകുന്നത്.
 $[(10, 14); (6, 4); (5, 7); (4, 4)]$
- (b) ഈ വര വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

- (c) വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.
- (d) (7, 10) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാകുമോ?

അല്ലെങ്കിൽ

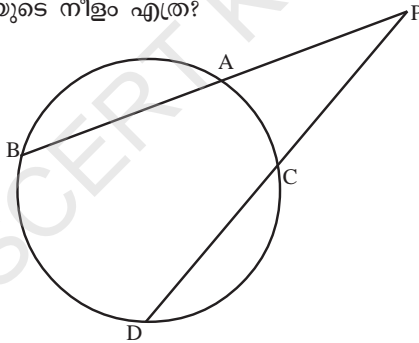
A (3, 2), B (7, 6), C (8, 4) എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാണ്.

- (a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
 - (b) ത്രികോണമധ്യത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
13. (a) ഒന്നു മുതൽ നാല്പതുവരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയെത്ര? (4)
 [(1640; 820; 410; 205)]
- (b) 6, 12, 18... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 40 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര?
- (c) പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 40 പദങ്ങളുടെ തുക 5120 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക?
14. 3.5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് ഈ വൃത്തം പരിവൃത്തം ആയതും രണ്ട് കോണുകൾ $57\frac{1}{2}^\circ$, 65° യുമായതുമായ ത്രികോണം വരക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (4)
15. ചിത്രത്തിൽ BA, DC എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. (4)

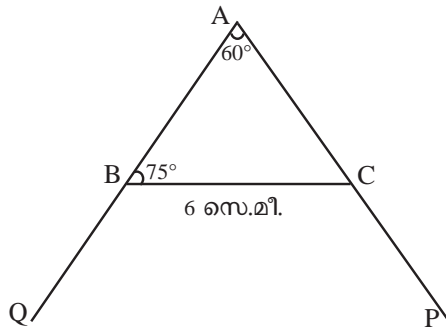
AB = 8.5 സെ.മീ.

PA = 5.5 സെ.മീ.

CD = 4 സെ.മീ. ആയാൽ PC യുടെ നീളം എത്ര?



16. A(2, 3), B(7, 4), D(3, 8) എന്നിവ സാമാന്തരികം ABCD യുടെ മൂലകളാണ്. (4)
- (a) C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
 - (b) വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
17. ΔABC യിൽ $BC = 6$ സെന്റിമീറ്റർ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 75^\circ$. AB, AC എന്നിവ നീട്ടി വരച്ച് BQ, CP എന്നിവ യുണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നു. BQ, BC, PC എന്നീ വരകളെ തൊട്ടു കൊണ്ട് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. (4)



18. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (4)

$(2x^3 + 3x^2)$ ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $x^2 - 4$ ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടും.

അല്ലെങ്കിൽ

$x^2 + x + 2 = (x - 2)(x + a) + b$ ആയാൽ

a) a, b ഇവ കണക്കാക്കുക

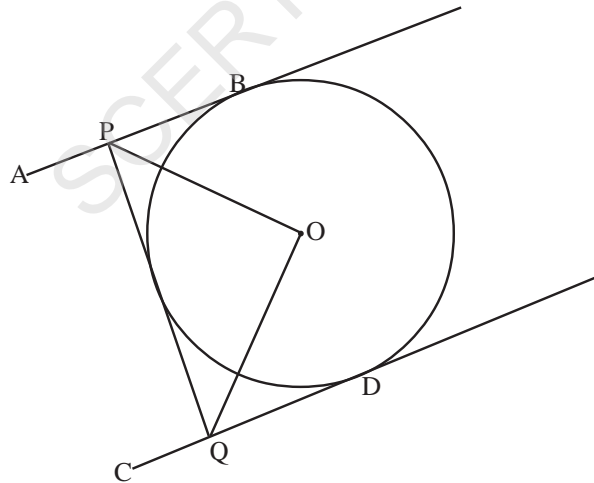
b) $x^2 + x + 2$ ന്റെ കൂടെ ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $x + 3$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും?

19. ഒരു പ്രദേശത്തെ ഏതാനും കുടുംബങ്ങളുടെ ദിവസവരുമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (4)

ദിവസവരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
200 - 300	3
300 - 400	7
400 - 500	10
500 - 600	8
600 - 700	4
700 - 800	3

മധ്യമവരുമാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

20. O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ സമാന്തരമായ രണ്ട് തൊടുവരകളാണ് AB, CD ഇതേ വൃത്തത്തിന്റെ



മറ്റൊരുതൊടുവരയാണ് PQ . ΔPOQ ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

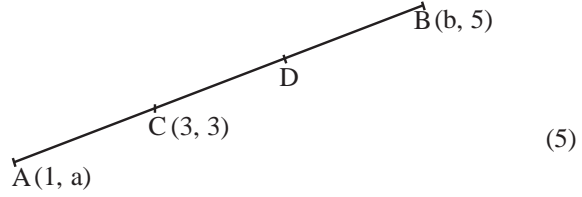
21. ഒരേ ഉയരമുള്ള രണ്ട് കുട്ടികൾ ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ ഇരുഭാഗത്തായി നിന്ന് ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളറ്റം $40^\circ, 55^\circ$ മേൽക്കോണുകളിൽ കാണുന്നു. കുട്ടികൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 25 മീറ്ററും കുട്ടികളുടെ ഉയരം 1.5 മീറ്ററും ആണ്. (5)

- a) ഒരു ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
- b) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

$[\sin 40^\circ = 0.64, \sin 55^\circ = 0.82, \cos 40^\circ = 0.77, \cos 55^\circ = 0.57, \tan 40^\circ = 0.84, \tan 55^\circ = 1.43]$

22. ചിത്രത്തിൽ $A(1, a)$, $B(b, 5)$ എന്നിവയാണ്. C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB യെ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. $C(3, 3)$ ആയാൽ

- a) a, b ഇവ കാണുക.
- b) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.
- c) വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.



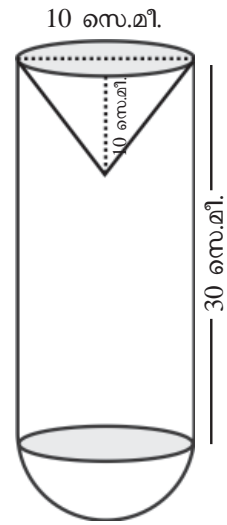
23. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (5)

15 സെന്റിമീറ്റർ ആരവും 20 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിൽ നിന്നു ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ

- a) ആരമെത്ര?
- b) വ്യാപ്തമെത്ര?

അല്ലെങ്കിൽ

30 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരവും 10 സെന്റിമീറ്റർ വ്യാസവുമുള്ള വൃത്തസ്തംഭം ഭാഗ്യതിയിലുള്ള തടിക്കഷ്ണത്തിന്റെ ഒരു ഭാഗത്ത് അതേ ആരമുള്ള ഒരു അർദ്ധഗോളം ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മറുഭാഗത്ത് നിന്നു 10 സെന്റിമീറ്റർ വ്യാസവും ഉയരവുമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തംഭികാകൃതിയിലുള്ള ഭാഗം തുരന്നു മാറ്റിയിരിക്കുന്നു.



ഈ രൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

ഗണിതം

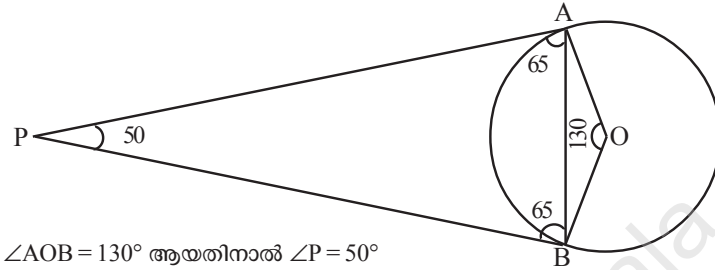
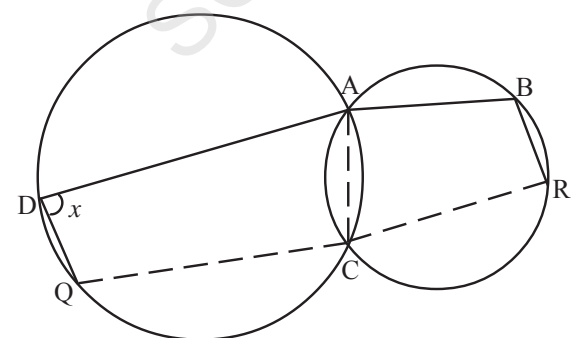
എസ്.എസ്.എൽ.സി. മാതൃകാചോദ്യം - 2016 -17

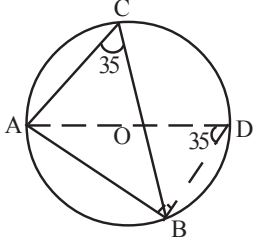
വിലയിരുത്തൽ സൂചകങ്ങൾ

പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ

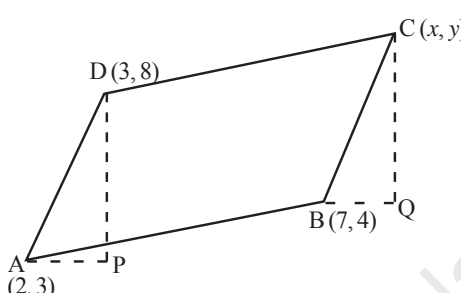
- ഉത്തരത്തിലെത്തുന്നതിന്, വിലയിരുത്തൽ സൂചകങ്ങളിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കൂട്ടി കടന്നുപോകേണ്ടതാണ്. എന്നാൽ ഏതെങ്കിലും ചില ഘട്ടങ്ങൾ ഒഴിവാക്കിയിട്ടും കൂട്ടി ശരിയായ ഉത്തരത്തിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ട് എന്നു പരിശോധകന് ബോധ്യപ്പെട്ടാൽ മുഴുവൻ സ്കോറും നൽകാവുന്നതാണ്.
- വിലയിരുത്തൽ സൂചകങ്ങളിൽ ഉൾപ്പെടുത്താത്തതും എന്നാൽ പൂർണ്ണമായും ശരിയായതുമായ മറ്റു മാർഗങ്ങളിലൂടെ കൂട്ടി ശരിയായ ഉത്തരത്തിൽ എത്തിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ, മുഴുവൻ സ്കോറും നൽകാവുന്നതാണ്. ഭാഗികമായി ശരിയായത്, ശരിയായ ഘട്ടങ്ങൾക്ക് ആനുപാതികമായ സ്കോർ നൽകാവുന്നതാണ്.
- ഉത്തരങ്ങളിലെ, പ്രസ്താവനകളുടെ സൂക്ഷ്മതയിൽ കൂടുതൽ ശ്രദ്ധ പതിപ്പിക്കേണ്ടതില്ല. അതു പോലെ ഉത്തരങ്ങളിലെ അവസാനം നൽകുന്ന ഏകകങ്ങളിലെ തെറ്റുകൾക്ക് കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം നൽകേണ്ടതില്ല.

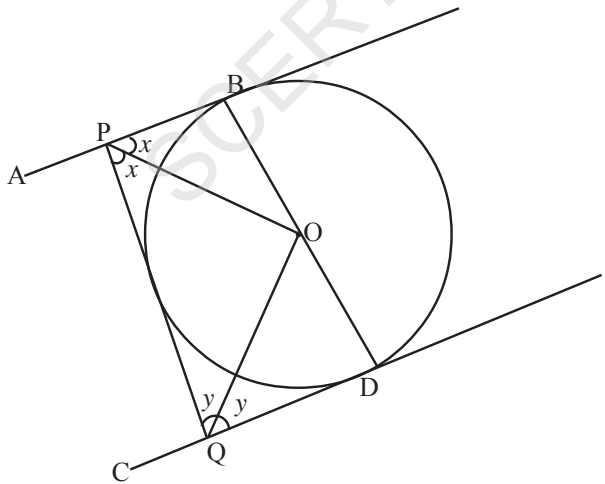
മൂല്യനിർണയ സൂചകങ്ങൾ

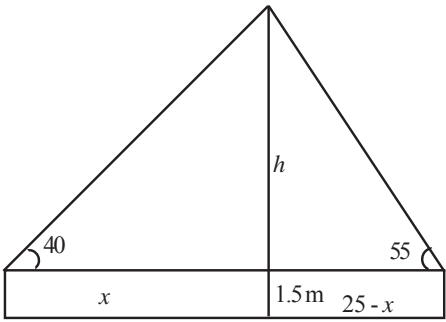
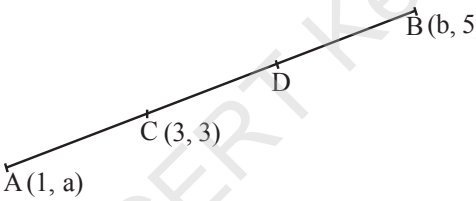
ചോദ്യ നമ്പർ	വിലയിരുത്തൽ സൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
1	പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഏതെങ്കിലും ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുന്നതിന് 2 പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം 2016, 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.	1 1	2
2	വൃത്തത്തിനകത്തെ ബിന്ദു (-4, 2) ആണെന്ന് കാണുന്നതിന് ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുന്നതിന്	1 1	2
3	 <p>$\angle AOB = 130^\circ$ ആയിരിക്കാൻ $\angle P = 50^\circ$ $PA = PB$ ആയതുകൊണ്ട് $\angle PAB = \angle PBA = 65^\circ$</p>	1 1	2
4	x ഒരു അധിസംഖ്യയായാൽ $P(x) = 0$ ആകില്ല $P(-2) = 0, x + 2$ ഘടകമാകും	1 1	2
5	$\text{മാധ്യം} = \frac{(37.5 + 47.5 + 30 + 35 + 50 + 32.5 + 42.5 + 45)}{8} = \frac{320}{8} = 40$ <p>ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ 30, 32.5, 35, 37.5, 42.5, 45, 47.5, 50 ഭാരങ്ങളുടെ, മധ്യമം 40</p>	1 1	2
6	 <p>AC എന്ന വര വരച്ചാൽ ACQD, ACBR ഇവ ചക്രിയ ചതുർഭുജങ്ങളാകും $\angle ADQ = \angle ACR$ $\angle ABR = \angle ACQ$ $\angle ADQ + \angle ABR = \angle ACR + \angle ACQ = 180$ അതിനാൽ Q, C, R ഒരേ വരയിലാണ്</p>	1 1 1	3
7	സംഖ്യ x ആയി എടുത്താൽ $x + \frac{1}{x} = 4$ $x^2 - 4x + 1 = 0$	1	

	$x^2 - 4x + 4 = 3$ $(x-2)^2 = 3$ $x-2 = \sqrt{3}$ $x = 2 + \sqrt{3}$ <p>സംഖ്യ $2 + \sqrt{3}$ or $\frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$</p>	1		
		1	3	
8	<p>AD വ്യാസവും BD യും വരച്ചാൽ $\triangle ADB$ മട്ടത്രികോണമാകും</p> $\angle D = 35^\circ$ $\frac{AB}{AD} = \sin 35$ $AB = AD \sin 35 = 16 \sin 35$ $= 16 \times 0.57$ $= 9.12 \text{ സെന്റിമീറ്റർ}$		1	1
		1	3	
9	<ul style="list-style-type: none"> സമചതുര സ്തുപികയുടെ പാദം 16 സെ.മീ. ചരിവുയരം 17 സെ.മീ. ആയിരിക്കും. <p>പൈഥഗോറസ് തത്വമനുസരിച്ച്</p> <p>ഉയരം $= \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$</p> <p>വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}$ പാദപരപ്പളവ് \times ഉയരം</p> $= \frac{1}{3} \times 16^2 \times 15$ $= 1280 \text{ ച.സെ.മീ.}$	1	1	
		1	3	
10	<p>വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ആദ്യത്തേതിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗമായിരിക്കും.</p> <p>a. $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{4^3}, \dots$</p> <p>b. 8-ാം പദം $= \frac{1}{4^7}$</p> <p>c. ബീജഗണിതരൂപം $= \frac{1}{4^{n-1}}; n > 1$</p> $= 1; n = 0$ <p style="text-align: center;">OR</p> $8(f+7d) = 12(f+11d)$ $8f+56d = 12f+132d$ $4f+76d = 0$ $f+19d = 0$ <p>20-ാം പദം $= 0$</p>	1	1	
		1	3	
11	<ul style="list-style-type: none"> പരിവൃത്ത ആരം r ആയി എടുത്താൽ, പരിവൃത്ത ആരം, അന്തർവൃത്ത ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ പകുതി ഇവ ചേർന്ന് $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ മട്ടത്രികോണം ഉണ്ടാകുന്നു. <p>അന്തർവൃത്ത ആരം $\frac{r}{2}$</p> <p>കണ്ണടച്ച് കുത്തിട്ടാൽ അന്തർവൃത്തത്തിനുള്ളിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{\pi(\frac{r}{2})^2}{\pi r^2}$</p>	1	1	
		1	4	

	$= \frac{1}{4}$ <ul style="list-style-type: none"> കുത്ത് അന്തർവൃത്തത്തിന് പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{\pi r^2 - \pi r^2/4}{\pi r^2} \text{ or } 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $= \frac{3}{4}$	1	
12	<ul style="list-style-type: none"> മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $\left(\frac{2+8}{2}, \frac{5+9}{2}\right)$ = (5, 7) വൃത്തകേന്ദ്രം (5, 7) ആരം = $\sqrt{(7-5)^2 + (5-2)^2}$ = $\sqrt{13}$ (x, y) എന്നത് വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായി എടുത്താൽ കേന്ദ്രം (5, 7) ആയതിനാൽ $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 13$ $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 61 = 0$ (7, 10) എന്നത് വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാകണമെങ്കിൽ സമവാക്യം $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 13$ ശരിയാകണം. $(7-5)^2 + (10-7)^2 = 13$ അതിനാൽ (7, 10) ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്. <p style="text-align: center;">OR</p> <ul style="list-style-type: none"> AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $\left(\frac{3+7}{2}, \frac{2+6}{2}\right)$ = (5, 4) ത്രികോണമധ്യം CD എന്ന നടുവരയെ 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മുറിക്കുന്നു. $x = 5 + \frac{1}{3}(8-5) = 5 + 1 = 6$ y = 4 ത്രികോണമധ്യം (6, 4) 	1 1 1 1 1 1 1	4
13	<p>a) $1+2+\dots+40 = \frac{40 \times 41}{2} = 820$</p> <p>b) 6, 12, 18, എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം = 6n ആദ്യത്തെ 40 പദങ്ങളുടെ തുക = $6(1+2+\dots+40)$ = 6×820 = 4920</p> <p>c) 6 പൊതുവ്യത്യാസമായ രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെയും ആദ്യത്തെ 40 പദങ്ങളുടെ തുകകളുടെ വ്യത്യാസം = $5120 - 4920$ = 200 $40 \times 5 = 200$ ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം = $6n + 5$</p>	1 1 1 1	4
14	<p>'O' കേന്ദ്രമായി 3.5 സെ.മീ. ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. $\angle AOB = 115^\circ$, $\angle BOC = 130^\circ$ കേന്ദ്രകോണുകൾ ആകത്തക്ക രീതിയിൽ വൃത്തത്തിൽ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.</p>	1 1	

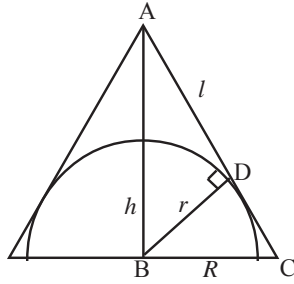
	<p>ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുന്നു. വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുന്നു</p>	1	1	4		
15	<p>AB = 85 സെ.മീ., AP = 5.5 സെ.മീ., PB = 14 സെ.മീ., CD = 4 സെ.മീ. PC = x എന്നെടുത്താൽ PD = x + 4 PA × PB = PC × PD ആയതിനാൽ</p> $x(x+4) = 77$ $x^2 + 4x + 4 = 81$ $(x+2)^2 = 81$ $x+2 = 9 \quad x=7$ $PC = 7 \text{ സെ.മീ.}$	1	1	1	4	
16	 <p>△APD യും △BQC യും തുല്യമാണ്. BP = 1, PD = 5 അതിനാൽ BQ = 1, QC = 5 C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (8, 9)</p> $BD = \sqrt{(7-3)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ $AC = \sqrt{(8-2)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$	1	1	1	4	
17	<p>BC = 6 സെ.മീ., ∠A = 60°, ∠B = 75° ആയ ത്രികോണം വരച്ച് BQ, CP നീട്ടി വരക്കുന്നതിന് ∠CBQ, ∠PCB എന്നീ പുറകോണുകളുടെ സമഭാജികൾ വരച്ച് കേന്ദ്രം നിശ്ചയിക്കുന്നു. ആരം കണക്കാക്കുന്നതിന് വൃത്തം വരക്കുന്നതിന്</p>	1	1	1	4	
18	<p>$x^2 - 4$ ഘടകമായ ബഹുപദം $p(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$ എന്നെടുത്താൽ $x - 2$ ഉം $x + 2$ ഉം ഘടകമായതിനാൽ</p> $p(2) = 16 + 12 + 2a + b = 0$ $2a + b = -28$ $p(-2) = -16 + 12 - 2a + b = 0$ $2a - b = -4$ <p>ഇതിൽ നിന്നും $a = -8, b = -12$ എന്ന് കിട്ടും കൂട്ടിച്ചേർക്കേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $-8x - 12$</p> <p style="text-align: center;">OR</p> <p>$p(x) = x^2 + x + 2 = (x - 2)(x + a) + b$ നൽകിയാൽ $x = 2$ നൽകിയാൽ $b = 4 + 2 + 2 = 8$ $x = 0$ നൽകിയാൽ $-2a + b = 2$ $-2a + 8 = 2$ $a = 3$</p>	1	1	1	1	4

	<p>$x + 3$ ഘടകമാകാൻ $x^2 + x + 2$ ന്റെ കൂടെ -8 കൂട്ടണം</p> <p>മറ്റൊരു രീതി</p> <p>$b = 8$ കിട്ടിയാൽ</p> <p>$x^2 + x + 2 - 8 = x^2 + x - 6$</p> <p>$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + a)$ എന്നെഴുതാം</p> <p>$-2a = -6, a = 3$</p> <p>-8 കൂട്ടിയാൽ $x + 3$ ഘടകമാകും</p>	1			
19	<p>കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം = 35</p> <p>18-ാം കുടുംബവരുമാനമാണ് മധ്യമം</p> <p>18-ാം കുടുംബം 400 - 500 വിഭാഗത്തിൽപെടുന്നു</p> <p>ഈ വിഭാഗത്തിലെ 10 കുടുംബങ്ങളുടെ വരുമാനങ്ങൾ 405, 415, 425</p> <p>എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയായി എടുക്കാം.</p> <p>ഈ ശ്രേണിയിലെ 8-ാം പദമാണ് $(18 - (7 + 3))$ മധ്യമം</p> <p>8-ാം പദം = $405 + 7 \times 10 = 475$</p> <p>18-ാം കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനമാണ് മധ്യമവരുമാനം</p> <p>മധ്യമവരുമാനം 400 - 500 വിഭാഗത്തിൽ പെടുന്നു എന്ന് എഴുതുന്നതിന്</p> <p>ഈ വിഭാഗത്തിലെ കുടുംബങ്ങളുടെ വരുമാനം 405, 415, 425.....</p> <p>എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയായി എടുക്കുന്നതിന്</p> <p>മധ്യമം ഈ ശ്രേണിയുടെ</p> <p>8-ാം പദമായ $405 + 7 \times 10 = 475$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന്</p>	1	1	1	4
20	 <p>AB, CD, PQ ഇവ തൊടുവരകളായതിനാൽ PO, OQ ഇവ $\angle BPQ, \angle DQP$ എന്നിവയുടെ സമഭാജികളാണ് $\angle BPQ = 2x, \angle DQP = 2y$ എന്നും എടുത്താൽ AB, CD ഇവ സമാന്തരമായതിനാൽ</p> <p>$2x + 2y = 180$</p> <p>$x + y = 90$</p> <p>അതിനാൽ $\angle O = 90$</p> <p>$\triangle OPQ$ മട്ടത്രികോണമായിരിക്കും.</p>	1	1	1	4

<p>21</p>	 <p>ഏകദേശം ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നതിന്</p> $h = x \tan 40^\circ = 0.84x$ $h = (25 - x) \tan 55^\circ$ $= (25 - x) 1.43$ $1.43x + 0.84x = 25 \times 1.43$ $x = \frac{25 \times 1.43}{2.27}$ $= 15.75 \text{ മീറ്റർ}$ $h = 15.75 \times 0.84$ $= 13.23$ <p>ശോപുര ഉയരം = 13.23 + 1.5 = 14.73 മീറ്റർ</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>5</p>
<p>22</p>	 <p>C എന്ന ബിന്ദു AB യെ 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു.</p> <p>അതിനാൽ $3 = a + \frac{1}{3} \cdot 5 - a$</p> $9 = 2a + 5$ $a = 2$ <p>ഇതുപോലെ $3 = 1 + \frac{1}{3} \cdot b - 1$</p> $b = 7$ <p>D എന്നത് C (3, 3), B (7, 5) യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു</p> <p>അയതിനാൽ D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ $\frac{3+7}{2}, \frac{5+3}{2} = (5, 4)$</p> <p>വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2}$</p> <p>വരയുടെ സമവാക്യം</p> $\frac{y-3}{x-3} = \frac{1}{2}$ $2y-6 = x-3$ $x-2y+3 = 0$	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>5</p>

23

വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം R എന്നും ഏറ്റവും വലിയ അർദ്ധഗോള ആരം r എന്നും എടുക്കാം



ചിത്രത്തിൽ $\triangle ABD$ യും $\triangle ABC$ യും സദൃശ്യങ്ങളായിരിക്കും

$$\frac{h}{l} = \frac{r}{R}$$

$$r = \frac{hR}{l}$$

$h = 20, R = 15 \therefore l = 25$

ഇവിടെ അർദ്ധവൃത്ത ആരം

$$r = \frac{20 \times 15}{25} = 12$$

$$\begin{aligned} \text{വ്യാപ്തം} &= \frac{2}{3} r^3 = \frac{2}{3} \times 12^3 \\ &= 1152 \pi \text{ ഘന.സെ.മീ.} \end{aligned}$$

ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നതിന്

$\triangle ABD$ യും $\triangle ABC$ യും സദൃശ്യമാണെന്ന് കാണുന്നതിന്

വൃത്ത സ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം

ആനുപാതിക ബന്ധമുപയോഗിച്ച് അർദ്ധഗോള ആരം കാണുന്നതിന്

വ്യാപ്തം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്

OR

വൃത്തസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള തടിക്കഷ്ണത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$$= \pi \times 5^2 \times 30 = 750 \pi \text{ ഘന. സെ.മീ.}$$

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

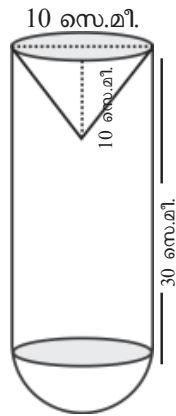
$$= \frac{2}{3} \pi \times 5^3 = \frac{250}{3} \pi \text{ ഘന.സെ.മീ.}$$

തൂരന്നു മാറ്റിയ ഭാഗത്തിന്റെ (വൃത്തസ്തുപിക) വ്യാപ്തം

$$= \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 10 = \frac{250}{3} \pi \text{ ഘന.സെ.മീ.}$$

രൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= 750 \pi + 250 \pi - 250 \pi$

$$= 750 \pi \text{ ഘന.സെ.മീ.}$$



1

1

1

5

1

1

1

5

1

1

1

യൂണിറ്റുകളുടെ ആപേക്ഷിക പ്രാധാന്യം (Weightage to Units)

ക്രമ നമ്പർ	യൂണിറ്റ്	സ്കോർ	സ്കോർ %
1	സമാന്തരശ്രേണികൾ	9	11.25
2	വൃത്തങ്ങൾ	7	8.75
3	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം	4	5
4	രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങൾ	7	8.75
5	ത്രികോണമിതി	8	10
6	സൂചകസംഖ്യകൾ	6	7.5
7	തൊടുവരകൾ	10	12.5
8	ഘനരൂപങ്ങൾ	8	10
9	ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതവും	9	11.25
10	ബഹുപദങ്ങൾ	6	7.5
11	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്	6	7.5
		80	100

ബുദ്ധിമുട്ട്

ക്രമ നമ്പർ	യൂണിറ്റ്	യൂണിറ്റ്				ആകെ	
		വസ്തുനിഷ്ഠം		വിവരണാത്മകം		എണ്ണം	സ്കോർ
		ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം	സ്കോർ	ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം	സ്കോർ		
1	സമാന്തരശ്രേണികൾ	2 × 1	2	3 × 1(1) 4 × 1	3(3) 4	3(1)	9(3)
2	വൃത്തങ്ങൾ			3 × 1 4 × 1	3 4	2	7
3	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം			4 × 1	4	1	4
4	രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ			3 × 1 4 × 1	3 4	2	7
5	ത്രികോണമിതി			3 × 1 5 × 1	3 5	2	8
6	സൂചകസംഖ്യകൾ	2 × 1	2	4 × 1	4	2	6
7	തൊടുവരകൾ	2 × 1	2	4 × 2	8	3	10
8	ഘനരൂപങ്ങൾ			3 × 1 5 × 1(1)	3 5(5)	2(1)	8(5)
9	ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതവും			4 × 1(1) 5 × 1	4(4) 5	2(1)	9(4)
10	ബഹുപദങ്ങൾ	2 × 1	2	4 × 1(1)	4(4)	2(1)	6(4)
11	സമിതിവിവരക്കണക്ക്	2 × 1	2	4 × 1	4	2	6
		5	10	18(4)	70(16)	23(4)	80(16)

ചോദ്യവിശകലനം

ചോദ്യ നമ്പർ	യൂണിറ്റ്	പഠന നേട്ടങ്ങൾ	ചിന്താപ്രക്രിയകൾ	ചോദ്യ മാതൃക	സ്മാരക	സമയം (മിനിട്ട്)
1	സമാന്തരശ്രേണി	പദങ്ങളും പദസമാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള	നേടിയ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് തരംതിരിക്കാനുള്ള കഴിവ്	വസ്തുനിഷ്ടം	2	3
2	സൂചകസംഖ്യകൾ	6	നേടിയ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് തരംതിരിക്കാനുള്ള കഴിവ്	വസ്തുനിഷ്ടം	2	4
3	തൊടുവരകൾ	3	നേടിയ അറിവുകൾ പ്രയോഗിക്കുന്നു	വസ്തുനിഷ്ടം	2	3
4	ബഹുപദങ്ങൾ	2	മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുന്നു	വസ്തുനിഷ്ടം	2	3
5	സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്	2	ബന്ധം കെ ത്തി ആശയം രൂപീകരിക്കണം	വസ്തുനിഷ്ടം	3	3
6	വൃത്തങ്ങൾ	2	കാര്യകാരണ ബന്ധം കെ ത്തു	വിവരണാത്മകം	3	6
7	ര ാംകൃതിസമവാക്യം	2	മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	3	6
8	ത്രികോണമിതി	2	നേടിയ അറിവുകൾ പ്രയോഗിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	3	5
9	ഘനരൂപങ്ങൾ	3	യുക്തിപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നു	വിവരണാത്മകം	3	6
10	സമാന്തരശ്രേണി	1	ബന്ധം കെ ത്തി ആശയം രൂപീകരിക്കണം	വിവരണാത്മകം	4	6
11	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം	2	നേടിയ ആശയങ്ങൾ പ്രയോഗിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	6
12	ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതം	1, 3	യുക്തിപരമായി വിശകലനം ചെയ്ത് നിഗമനം രൂപീകരിക്കണം	വിവരണാത്മകം	4	8
13	സമാന്തരശ്രേണികൾ	4	ബന്ധം കെ ത്തി ആശയം രൂപീകരിക്കണം	വിവരണാത്മകം	4	7
14	വൃത്തങ്ങൾ	1	ഭാവനയിൽ ക ള് ചിത്രീകരിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	7
15	ര ാംകൃതി സമവാക്യം	3	മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	8
16	സൂചകസംഖ്യകൾ	3	ഭാവനയിൽ ക ള് ചിത്രീകരിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	7
17	തൊടുവര	4	ഭാവനയിൽ ക ള് ചിത്രീകരിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	7
18	ബഹുപദങ്ങൾ	2	കാര്യകാരണ ബന്ധം കെ ത്തു	വിവരണാത്മകം	4	8
19	സ്ഥിതിവിവരങ്ങൾ	3	മൂല്യം കെ ത്തു	വിവരണാത്മകം	4	7
20	തൊടുവരകൾ	3	കാര്യകാരണ ബന്ധം കെ ത്തി സമർത്ഥിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	4	6
21	ത്രികോണമിതി	5	നേടിയ ആശയങ്ങൾ അനുയോജ്യമായി പ്രയോഗിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	5	8
22	ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതവും	2	ഭാവനയിൽ ക ള് ചിത്രീകരിക്കുന്നു	വിവരണാത്മകം	5	7
23	ഘനരൂപങ്ങൾ	6, 7	യുക്തിപരമായി വിശകലനം ചെയ്തു നിഗമനം രൂപീകരിക്കണം	വിവരണാത്മകം	5	9
ആകെ					80	140

എസ്.എസ്.എൽ.സി. മാതൃകാചോദ്യപേപ്പർ - 2016 -17

ഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ്: X

സമയം: 2½ മണിക്കൂർ
സ്കോർ: 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

1. ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കിയതിനുശേഷം ഉത്തരം എഴുതുക.
2. ഉത്തരങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകുക.
3. രണ്ട് ചോദ്യങ്ങൾക്കിടയിൽ 'അല്ലെങ്കിൽ' എന്നെഴുതിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.
4. ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയം (Cool off time) ആണ്. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കുക.
5. ചോദ്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ $\sqrt{2}$, π മുതലായ അഭിന്നകങ്ങളെ ഏകദേശവില ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. ക്ലാസിലെ ഏതാനും കുട്ടികൾക്ക് ഒരു പരീക്ഷയ്ക്ക് കിട്ടിയ സ്കോർ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (2)

34, 44, 32, 41, 38, 46, 45

സ്കോറുകളുടെ മാധ്യവും, മധ്യമവും കണക്കാക്കുക

2. പൊതുവ്യത്യാസം എണ്ണൽസംഖ്യകളായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം 105 ആണ്. ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 9 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (2)

3. ചുറ്റളവ് 48 സെന്റിമീറ്ററും പരപ്പളവ് 150 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററുമായ ചതുരം വരയ്ക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്? (3)

4. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 12 സെന്റിമീറ്റർ 8 സെന്റിമീറ്റർ എന്നിവയാണ്. അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 63° (3)

a) വലിയ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?

b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?

[$\sin 63^\circ = 0.9$, $\cos 63^\circ = 0.45$, $\tan 63^\circ = 1.96$]

5. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി (3)

1, 4, 7, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലങ്ങളുടെ ശ്രേണിയാണ് 4, 28, ...

a) ഈ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക.

അല്ലെങ്കിൽ

7, 9, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

a) തുകയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക.

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ പദങ്ങളുടെ തുകയോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് എപ്പോഴും പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകുന്നത്?

6. ഒരു വശം x - അക്ഷത്തിലും ഒരു മൂല ആധാരബിന്ദുവുമായ സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 10 യൂണിറ്റാണ്. മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സുചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക (3)

7. 8, 15, 22, . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ തുക 23 ആണല്ലോ. ഇത് ശ്രേണിയിലെ പദമല്ലല്ലോ. (4)
- a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എന്ത്? $[(6n + 2 ; 7n + 1; 8n - 1; 8n)]$.
- b) ഈ ശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ തുക ഈ ശ്രേണിയിലെ തന്നെ ഒരു പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ തുക ഇതേ ശ്രേണിയിലെ തന്നെ പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
8. 6 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം വരച്ച് അതിന്റെ അതേ പരപ്പളവുള്ളതും ഒരു വശം 7 സെന്റിമീറ്ററുമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക. (4)
9. 10 A ക്ലാസിൽ 20 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. 10 B യിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും 25 പെൺകുട്ടികളുമാണുള്ളത്. ഗണിത കിസ് മത്സരത്തിൽ പങ്കെടുക്കാനായി ഓരോ ക്ലാസിൽ നിന്നും ഓരോ കുട്ടിയെ വീതം തിരഞ്ഞെടുത്താൽ (4)
- a) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
- b) ഒരു പെൺകുട്ടി മാത്രം ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
- c) ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
10. 20 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു തകിടിൽ നിന്നും 216° കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് വൃത്തസ്തുപികാകൃതിയിലുള്ള പരമാവധി വലിയ ഒരു പാത്രം നിർമ്മിച്ചു. (4)
- a) പാത്രത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) പാത്രത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?
- c) $2\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ ഈ പാത്രം മതിയാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
11. ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ പ്രതിമാസവരുമാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (4)

വരുമാനം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
15000 - 15500	4
15500 - 16000	12
16000 - 16500	25
16500 - 17000	20
17000 - 17500	9
17500 - 18000	5

പ്രതിമാസ വരുമാനത്തിന്റെ മധ്യം കണക്കാക്കുക.

12. $A(3,2)$, $B(9,10)$, $C(4,2)$ എന്നിവ മൂലകളായ ത്രികോണമാണ് ABC. (4)
- a. AB യുടെ മധ്യബിന്ദു ഏതാണ് $[(6, 8) ; (12, 12) ; (6, 6) ; (3, 3)]$
- b. AB വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.
- c. $\angle ACB$, 90° യെക്കാൾ കൂടുതലാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

13. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (4)

സൂര്യൻ 55° മേൽക്കോണിൽ കാണപ്പെടുമ്പോൾ ഒരു മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 8 മീറ്റർ നീളമുണ്ട്? സൂര്യൻ 35° മേൽക്കോണിൽ കാണപ്പെടുമ്പോൾ ഈ മരത്തിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും?

[$\sin 55^\circ = 0.82$, $\cos 55^\circ = 0.57$, $\tan 55^\circ = 1.43$, $\sin 35^\circ = .57$, $\cos 35^\circ = 0.82$ $\tan 35^\circ = 0.7$]

അല്ലെങ്കിൽ

12 സെന്റിമീറ്റർ വ്യാസമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കട്ടിക്കടലാസിൽ നിന്നും ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററും അതിന്റെ എതിർകോൺ 37° യുമായ ഒരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? [$\sin 37^\circ = 0.6$; $\cos 37^\circ = 0.8$, $\tan 37^\circ = 0.75$]

14. 3.5 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും രണ്ട് കോണുകൾ 50° , 70° യുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. (4)

15. $A(15, 5)$, കേന്ദ്രമായി വരച്ച വൃത്തം x - അക്ഷത്തെ $B(3,0)$ ൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. (4)

- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഈ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവാണ് C . C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.
- c) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

16. 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 5 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയാണ് P . P യിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം 25 സെന്റിമീറ്ററാണ്. $PA = 9$ സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ (4)

- a) PB എത്ര?
- b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം എന്തായിരിക്കും? ഏറ്റവും കൂടിയ ദൂരം എത്ര?
- c) r എത്ര?

17. $5, 7, 9, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും (4)

$3, 6, 9, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 357 ആണ്.

- a) രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെയും ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
- b) പദസ്ഥാനം n എന്നെടുത്ത് രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.
- c) ഗുണനഫലം 357 ആയ പദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

18. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി. (5)

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ നെ $x - 2$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ (5)

- a) ശിഷ്ടം എത്ര? [2, 8, 6, 0]
- b) ഹരണഫലമാകുന്ന ബഹുപദം എഴുതുക
- c) $P(x)$ നെ 3 ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണിതമായി എഴുതുക.

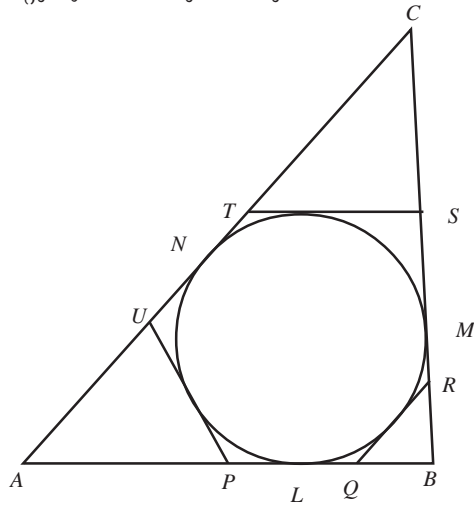
അല്ലെങ്കിൽ

$P(x) = 2x^3 - 11x^2 + Kx - 6$

$P(x)$ നെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടുന്നു.

- a) K എത്ര?
- b) $2x - 1$ എന്നത് $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ?
- c) $x^2 - 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദം $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ?

19. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി ചിത്രത്തിൽ ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തം വശങ്ങളെ L, M, N എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. QR, ST, UP എന്നിവ വൃത്തത്തിന്റെ മറ്റു മൂന്ന് തൊടുവരകളുമാണ്. (5)



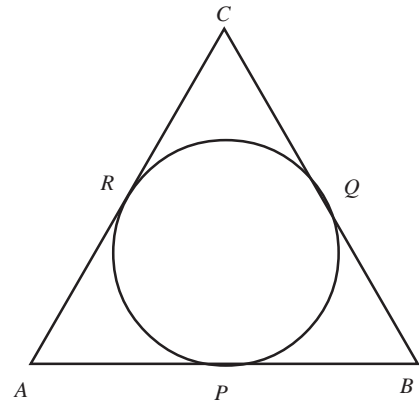
- (a) ΔAPU ന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയാണ് AL എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (b) $\Delta APU, \Delta BQR, \Delta CST$ എന്നിവയുടെ ചുറ്റളവുകൾ യഥാക്രമം 16 സെ.മീ., 12 സെ.മീ. 14 സെ.മീ., എന്നിങ്ങനെയാണ്. ΔABC യുടെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.
- (c) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തം വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

$AP = 7$ സെ.മീ. $BQ = 6$ സെ.മീ. $CR = 8$ സെ.മീ.

- (a) ΔABC യുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.
- (b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.
- (c) ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക

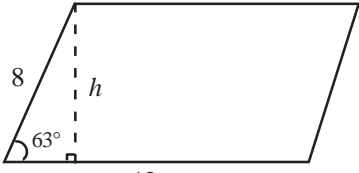


20. കട്ടിയായ ഒരു ഗോളത്തെ രണ്ട് അർദ്ധഗോളങ്ങളാക്കി മുറിച്ച് ചുറ്റും ഒന്നിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ വൃത്ത സ്തുപികയും മറ്റേതിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ സമചതുരസ്തുപികയും ചെയ്തിയെടുക്കുന്നു. വൃത്തസ്തുപികയുടെയും സമചതുരസ്തുപികയുടെയും വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക. (5)

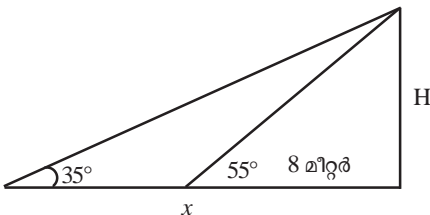
21. $A (2,3) , B (11, 9)$ ഇവ ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്.

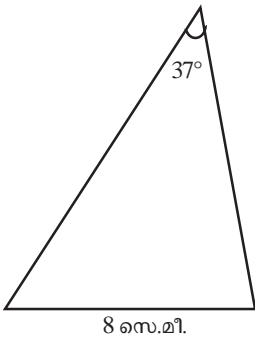
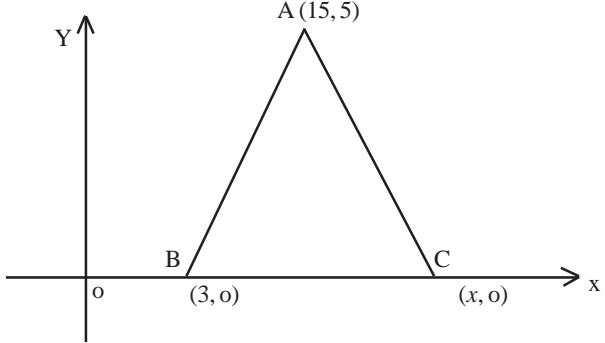
- (a) വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- (b) വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.
- (c) $BC = 2AC$ ആകത്തക്കരീതിയിൽ വരയിൽ C യുടെ രണ്ട് സ്ഥാനങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (5)

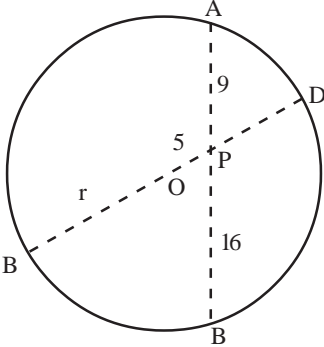
മൂല്യനിർണ്ണയ സൂചകങ്ങൾ

ചോദ്യ നമ്പർ	വിലയിരുത്തൽ സൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
1	<p>മാധ്യം = $\frac{34 + 44 + 32 + 41 + 38 + 46 + 45}{7}$</p> <p>= $\frac{280}{7} = 40$</p> <p>മാധ്യമം : 32, 34, 38, 41, 44, 45, 46 മാധ്യമം = 41</p>	1 1	2
2	<p>പൊതുവ്യത്യാസം 9 ആകില്ല കാരണം 9 ന്റെ ഗുണിതമല്ല 105</p>	1 1	2
3	<p>ഒരു വശം x ആയാൽ വശങ്ങൾ $x, 24 - x$</p> <p>$x(24 - x) = 150$ $x^2 - 24x = -150$ $(x-12)^2 = -150 + 144 = -6$</p> <p>ഒരു സംഖ്യയുടെയും വർഗം ന്യൂനസംഖ്യയാകില്ല. ചതുരം വരയ്ക്കാൻ സാധ്യമല്ല.</p> <p>OR</p> <p>ഒരേ ചുറ്റളവുള്ള ചതുരങ്ങളിൽ പരമാവധി പരപ്പളവ് സമചതുരത്തിനായിരിക്കും.</p> <p>ചുറ്റളവ് 48 സെ.മീ ആയതിനാൽ പരമാവധി പരപ്പളവ് = $\left(\frac{48}{4}\right)^2 = 144$ പരപ്പളവ് 150 ച.സെ.മീ സാധ്യമല്ല.</p>	1 1 1 1 2	3
4	 <p>a) $\sin 63 = \frac{h}{8}$ $h = 8 \times 0.9 = 7.2$ സെ.മീ</p> <p>b) പരപ്പളവ് = 12×7.2 = 86.4 ച.സെ.മീ</p>	1 1 1	3
5	<p>a) 4, 28, 70, ശ്രേണി സമാന്തര ശ്രേണിയല്ല.</p> <p>b) 1, 4, 7, 10, ന്റെ n-ാം പദം = $3n-2$ $n+1$-ാം പദം = $3n-2 + 3 = 3n+1$ 4, 28, 70, ന്റെ ബീജഗണിതം $(3n-2)(3n+1)$</p>	1 1 1	3

	<p>അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>7, 9, 11, തുകയുടെ ബീജഗണിതം</p> $\frac{2n(n+1)}{2} + 5n = n^2 + 6n$ <p>$n^2 + 6n$ ന്റെ കൂടെ $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ കൂട്ടുമ്പോൾ തുക ഒരു പൂർണ്ണവർഗമാകും.</p>	1+1	3
6	<p>ആധാരബിന്ദുവിലുള്ള മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ (0, 0)</p> <p>x അക്ഷത്തിലുള്ള മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ (10, 0)</p> <p>മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ $(5, 5\sqrt{3})$</p>	1 1 1	3
7	<p>a) 8, 15, 22, ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം $7n+1$ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 1 കൂട്ടിയതാണ്.</p> <p>അടുത്തടുത്ത രണ്ടുപദങ്ങളുടെ തുക</p> $= (7n+1) + (7n+8) = 14n+9$ $= 14n+7+2$ <p>ഇത് 7 ന്റെ ഗുണിതത്തിനോട് 2 കൂട്ടിയതാണ്. അതിനാൽ തുക പദമാകില്ല.</p> <p>b) ഏതെങ്കിലും രണ്ടുപദങ്ങൾ $7n+1, 7m+1$ എന്നിങ്ങനെ ആയാൽ തുക $= 7n+1 + 7m+1 = 7(m+n) + 2$</p> <p>ഇത് 7 ന്റെ ഗുണിതത്തിനോട് 2 കൂട്ടിയതാണ്. പദമാകില്ല.</p>	1 1 1 1	4
8	<p>AB = 6 സെ.മീ ആയി സമചതുരം ABCD വരയ്ക്കുന്നതിന്. DA നീട്ടിവെച്ച് AE = 7 സെ.മീ ആകുന്ന രീതിയിൽ E അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.</p> <p>BA നീട്ടിവെച്ച് AF = 6 സെ.മീ ആകുന്ന രീതിയിൽ F അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.</p> <p>$\triangle BEF$ ന്റെ പരിവൃത്തം വെച്ച് AD യെ G യിൽ മുറിക്കുന്നു.</p> <p>AE നീളവും AG വീതിയുമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു.</p>	1 1 1 1	4
9	<p>ആകെ ഫലങ്ങൾ = $40 \times 40 = 1600$</p> <p>a) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $20 \times 15 = 300$</p> <p>സാധ്യത = $\frac{300}{1600} = \frac{3}{16}$</p> <p>b) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $20 \times 15 + 25 \times 20$</p> <p>= 800</p> <p>സാധ്യത = $\frac{800}{1600} = \frac{1}{2}$</p> <p>c) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $20 \times 25 + 20 \times 15 + 20 \times 25$</p> <p>= $500 + 300 + 500 = 1300$</p> <p>സാധ്യത = $\frac{1300}{1600} = \frac{13}{16}$</p>	1 1 1 1	4

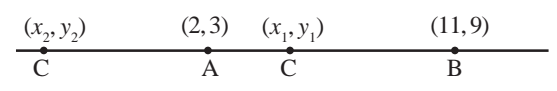
10	<p>a) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം $= \frac{216}{360} \times 20$ $= 12$ സെ.മീ.</p> <p>b) ചരിവുയരം $= 20$ സെ.മീ. ഉയരം $= \sqrt{20^2 - 12^2}$ $= 16$ സെ.മീ.</p> <p>c) പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 12^2 \times 16$ $= 2411.52$ ഘന. സെ.മീ. $= 2.412$ ലിറ്റർ</p> <p>$2\frac{1}{2}$ ലിറ്റർ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ കഴിയില്ല.</p>	1 1 1 1	4
11	<p>തൊഴിലാളികളുടെ ആകെ എണ്ണം $= 75$ 38-ാമത്തെ ആളുടെ വരുമാനമാണ് മധ്യമ വരുമാനം. 38-ാമത്തെ ആൾ 16000 - 16500 എന്ന വിഭാഗത്തിലാണ്. ഈ വിഭാഗത്തിലെ 25 പേരുടെ വരുമാനങ്ങൾ 16010, 16030, 16050, എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലാണ്. ഈ ശ്രേണിയിലെ 22-ാം പദം (38-4-12) ആണ് മധ്യമ വരുമാനം. $x_2 = 16010 + 21 \times 20 =$ $= 16430$ 38-ാമത്തെ വരുമാനമാണ് മധ്യമം എന്നു കാണുന്നതിന് മധ്യമവരുമാനം 16000 - 16500 എന്ന വിഭാഗത്തിലാണെന്ന് കാണുന്നതിന്. 16010, 16030, 16050, എന്ന സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുന്നതിന്. 22-ാം പദം 16430 ആണെന്ന് കാണുന്നതിന്.</p>	1 1 1 1	4
12	<p>a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{9+3}{2}, \frac{10+2}{2}\right) = (6, 6)$ വൃത്തകേന്ദ്രം $= 0(6, 6)$ ആരം $= \sqrt{(6-3)^2 + (6-2)^2} = 5$ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 5^2$ $x^2 + y^2 - 12x - 12y + 47 = 0$</p> <p>b) OC $= \sqrt{2^2 + 4^2}$ $= \sqrt{20} < 5$ C വൃത്തത്തിനകത്തെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്. $\therefore \angle ACB > 90^\circ$</p>	1 1 1 1	4
13	 <p>$\tan 55^\circ = \frac{H}{8}$ $1.43 = \frac{H}{8}$</p>	1 1	

	$H = 11.44 \text{ മീറ്റർ}$ $\tan 35^\circ = \frac{H}{x}$ $x = \frac{11.44}{0.7}$ $= 16.34 \text{ മീറ്റർ}$ <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p>  <p style="text-align: center;">8 സെ.മീ.</p> <p>ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം</p> $= \frac{8}{\sin 37^\circ}$ $= \frac{8}{0.6} = 13.3 \text{ സെ.മീ.}$ <p>ഇങ്ങനെയൊരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 13.3 സെ.മീ.യോ അതിൽ കൂടുതലോ ആകണം. 12 സെ.മീ. വൃത്തത്തിൽ നിന്നും ഈ ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമല്ല.</p>	1		
		1		
		1		
		1	4	
		1		
14	<p>O കേന്ദ്രമായി 3.5 സെ.മീ. ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. $\angle AOB = 130^\circ$; $\angle BOC = 110^\circ$ കേന്ദ്രകോണുകൾ ആകത്തക്കരീതിയിൽ വൃത്തത്തിൽ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. ΔABC വരയ്ക്കുന്നു.</p>	1		
		1		
		1	4	
		1		
15	 <p>a) ആരം $= \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ യൂണിറ്റ്</p> <p>b) $\sqrt{(x-15)^2 + 5^2} = 13$</p> <p>$(x-15)^2 = 144$</p> <p>$x-15 = 12$</p> <p>$x = 27$</p>	1		
		1		

	<p>C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (27, 0) അല്ലെങ്കിൽ $AD \perp r BC$ വരയ്ക്കുക. D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (15, 0) $BD = 15 - 3 = 12$; $DC = 12$ C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (15 + 12, 0) (27, 0)</p> <p>c) $AB = 13$; $AC = 13$; $BC = 27 - 3 = 24$ ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് = $13 + 13 + 24$ = 50 യൂണിറ്റ്</p>	1	4
16	 <p>a) $PB = 25 - 9 = 16$ സെ.മീ. b) $PD = r - 5$ $PC = r + 5$ c) $PC \times PD = PA \times PB$ $(r + 5)(r - 5) = 9 \times 16$ $r^2 - 25 = 144$ $r = 13$ സെ.മീ.</p>	1 1 1 1	4
17	<p>a) 5, 7, 9, ; $x_n = 2n + 3$ 3, 6, 9, ; $x_n = 3n$ b) $3n(2n + 3) = 357$ $2n^2 + 3n = 119$ $n = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \times 2 \times 119}}{4} = \frac{-3 \pm 31}{4}$ $= 7$ c) $X_n = 2n + 3$; $X_7 = 17$ $X_n = 3n$; $X_7 = 21$</p>	1 2 1	4
18	<p>ഛരണഫലം = $ax^2 + bx + c$</p> <p>a) $x^3 + 2x^2 + 5x - 6 = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ $ax^3 = x^3 \Rightarrow a = 1$ $bx^2 - 2ax^2 = 2x \Rightarrow b - 2a = 2$ $\Rightarrow b = 2 + 2a = 4$ $-2c = -6 \Rightarrow c = 3$ $ax^2 + bx + c = x^2 + 4x + 3$</p> <p>b) $x^2 + 4x + 3 = 0$ $x = -1, -3$</p>	1 1 1 1	5

	$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$ $p(x) = (x + 1)(x + 3)(x - 2)$ OR a) $p(1) = 2$ $2 - 11 + K - 6 = 2$ $k = 17$ b) $p \frac{1}{2} = 2 \frac{1}{2}^3 - 11 \frac{1}{2}^2 + 17 \frac{1}{2} - 6$ $= \frac{1}{4} - \frac{11}{4} + \frac{17}{2} - 6 = 0$ $2x - 1, p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് c) $2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = (2x - 1)(ax^2 + bx + c)$ $2ax^3 = 2x^3 \Rightarrow a = 1$ $(2b - a)x^2 = -11x^2 \Rightarrow 2b - a = -11$ $\Rightarrow b = -5$ $-c = -6 \Rightarrow c = 6$ $ax^2 + bx + c = x^2 - 5x + 6$ $x^2 - 5x + 6, p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് OR $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$ $P(2) = 2 \times 2^3 - 11 \times 2^2 + 17 \times 2 - 6$ $= 16 - 44 + 34 - 6 = 0, x - 2$ ഘടകമാണ് $p(3) = 2 \times 3^3 - 11 \times 3^2 + 17 \times 3 - 6$ $= 54 - 99 + 51 - 6 = 0, x - 3$ $x^2 - 5x + 6; p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്	1		
		1		
		1		5
		1		
		1		
		1		
19	a) PU, വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദു D ആയാൽ $AP + PU + AU = AP + PD + UD + AU$ $= AP + PL + UN + AU$ $= AL + AN$ $= 2AL$ $\frac{1}{2}(AP + PU + AU) = AL$ b) $AB = AL + BL$ $= \frac{1}{2} APU$ ന്റെ ചുറ്റളവ് $+ \frac{1}{2} BQR$ ന്റെ ചുറ്റളവ് $= \frac{1}{2} \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 12 = 14$ സെ.മീ. $BC = \frac{1}{2} \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 14 = 13$ സെ.മീ. $AC = \frac{1}{2} \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 18 = 15$ സെ.മീ. c) $s = \frac{14 + 13 + 15}{2} = 21$ $s - a = 21 - 13 = 8$ $s - b = 21 - 15 = 6$ $s - c = 21 - 14 = 7$	1		
		1		
		1		5
		1		

	<p> $\begin{aligned} \text{പരപ്പളവ്} &= \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7} \\ &= \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7} \\ &= 7 \times 3 \times 2 \times 2 \\ &= 84 \text{ ച.സെ.മീ.} \end{aligned}$ <p>അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>a) AP = 7 സെ.മീ.; AR = 7 സെ.മീ. BQ = 6 സെ.മീ.; BP = 6 സെ.മീ. CR = 8 സെ.മീ.; CQ = 8 സെ.മീ. AB = 7 + 6 = 13 സെ.മീ. BC = 6 + 8 = 14 സെ.മീ. AC = 7 + 8 = 15 സെ.മീ.</p> <p>b) $s = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$ $s - a = 21 - 13 = 8$ $s - b = 21 - 14 = 7$ $s - c = 21 - 15 = 6$</p> <p> $\begin{aligned} \text{പരപ്പളവ്} &= \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \\ &= 84 \text{ ച.സെ.മീ.} \end{aligned}$ </p> <p>c) അന്തർ വൃത്ത ആരം = $\frac{\text{പരപ്പളവ്}}{\text{ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$ $= \frac{84}{21} = 4 \text{ സെ.മീ.}$</p> </p>	1	
20	<p> ഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ, സമചതുരസ്തുപികയുടെ പാദവികർണം = $2r$ </p> <p> $\begin{aligned} \text{പാദവക്} &= \frac{2r}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}r \\ \text{ഉയരം} &= r \\ \text{വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} \sqrt{2}r^2 \cdot r \\ &= \frac{2}{3}r^3 \end{aligned}$ </p> <p> വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം = r ആരം = r </p> <p> $\begin{aligned} \text{വ്യാപ്തം} &= \frac{1}{3} r^2 r \\ &= \frac{1}{3} r^3 \end{aligned}$ </p> <p> വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = $\frac{2}{3}r^3 : \frac{1}{3}r^3$ $= 2 : 1$ </p>	1	5

<p>21</p>	<p>a) ചരിവ് $= \frac{9-3}{11-2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$</p> <p>b) $\frac{y-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ $3y-9 = 2x-4$ $3y = 2x+5$</p> <p>c) $(x_2, y_2) \quad (2, 3) \quad (x_1, y_1) \quad (11, 9)$  C ക്ക് രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങൾ ഉണ്ട്. A യ്ക്കും B യ്ക്കും ഇടയിലായാൽ $x_1 = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 11 = \frac{1}{3} + \frac{22}{3} = \frac{23}{3}$ $y_1 = \frac{1}{3} \cdot 9 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 3 + 2 = 5$ c യുടെ സ്ഥാനം (5, 5) c, A യുടെ ഇടതുഭാഗത്തായാൽ, A എന്ന ബിന്ദു BC യുടെ മധ്യബിന്ദു ആയിരിക്കും C(x₂, y₂) ആയാൽ $x_2 = 2 \times 2 - 11 = -7$ $y_2 = 2 \times 3 - 9 = -3$ C യുടെ സ്ഥാനം (-7, -3)</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>5</p>
-----------	--	-------------------------------------	----------

യൂണിറ്റുകളുടെ ആപേക്ഷിക പ്രാധാന്യം (Weightage to Units)

ക്രമ നമ്പർ	യൂണിറ്റ്	സ്കോർ	സ്കോർ %
1	സമാന്തരശ്രേണികൾ	9	11.25
2	വൃത്തങ്ങൾ	8	10
3	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം	4	5
4	രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങൾ	7	8.75
5	ത്രികോണമിതി	7	8.75
6	സൂചകസംഖ്യകൾ	7	8.75
7	തൊടുവരകൾ	9	11.25
8	ഘനരൂപങ്ങൾ	9	11.25
9	ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും	9	11.25
10	ബഹുപദങ്ങൾ	5	6.25
11	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്	6	7.5
		80	100

ബുപ്രിന്റ്

ക്രമ നമ്പർ	യൂണിറ്റ്	യൂണിറ്റ്				ആകെ	
		വസ്തുനിഷ്ഠം		വിവരണാത്മകം		എണ്ണം	സ്കോർ
		ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം	സ്കോർ	ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം	സ്കോർ		
1	സമാന്തരശ്രേണികൾ	2 × 1	2	3 × 1(1) 4 × 1	3(3) 4	3(1)	9(3)
2	വൃത്തങ്ങൾ			4 × 2	8	2	8
3	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം			4 × 1	4	1	4
4	രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ			3 × 1 4 × 1	3 4	2	7
5	ത്രികോണമിതി			3 × 1 4 × 1(1)	3 4(4)	2(1)	7(4)
6	സൂചകസംഖ്യകൾ			3 × 1 4 × 1	3 4	2	7
7	തൊടുവരകൾ			4 × 1 5 × 1(1)	4 5(5)	2(1)	9(5)
8	ഘനരൂപങ്ങൾ			4 × 1 5 × 1	4 5	2	9
9	ജ്യോമിതിയും ബീജഗണിതവും			4 × 1 5 × 1	4 5	2	9
10	ബഹുപദങ്ങൾ			5 × 1(1)	5(5)	1(1)	5(5)
11	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്	2 × 1	2	4 × 1	4	2	6
		2	4	19(4)		21(4)	80(17)

കുറിപ്പ് : ബ്രാക്കറ്റിനുള്ളിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യ ചോയ്സ് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

പാദവാർഷിക മൂല്യനിർണ്ണയം - 2016 ഗണിതം

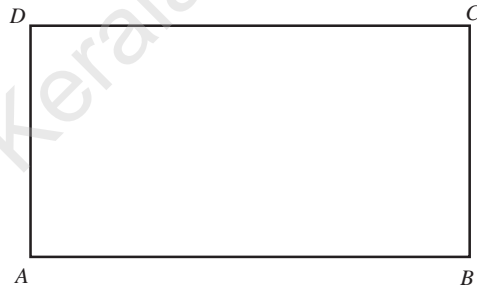
സ്റ്റാൻഡേർഡ്: X

സമയം: 2½ മണിക്കൂർ
സ്കോർ: 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

1. ആദ്യത്തെ 15 മിനുട്ട് സമാശ്വാസസമയമാണ്. ചോദ്യങ്ങൾ വായിക്കുന്നതിനും ഉത്തരം ക്രമപ്പെടുത്തുന്നതിനും ഈ സമയം വിനിയോഗിക്കേണ്ടതാണ്.
2. എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതണം.
3. ഏതെങ്കിലും ചോദ്യങ്ങളിൽ **അല്ലെങ്കിൽ** എന്നുണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി.
4. പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശവില നൽകി ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $7n + 3$ ആണ്. ശ്രോണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്? 16-ാം പദം എന്ത്? (2)



2. $ABCD$ എന്ന ചതുരത്തിൽ AB വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം C യിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക?

(2)

3. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഓരോന്നുവീതം എഴുതിയ കടലാസുകഷണങ്ങൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. പെട്ടിയിലേക്കു നോക്കാതെ ഒരു കടലാസു കഷണമെടുത്താൽ അതിലെ സംഖ്യ

- i) ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
- ii) 3 ന്റെ അല്ലെങ്കിൽ 7 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
- iii) ഒരു അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? (3)

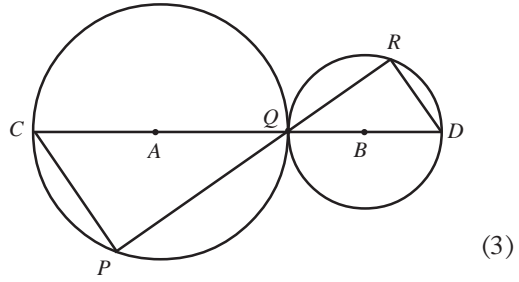
4. ഒറ്റസംഖ്യകളിൽ ഒന്നിടവിട്ട രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 621 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏവ? (3)

5. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 8 ഉം 7-ാം പദം 45 ഉം ആണ്. 12-ാം പദം എത്ര? എത്രാം പദമാണ് 285? (3)

6. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ മൂന്നാംമൂല വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ? വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ? ലംബവശങ്ങൾ വ്യാസമായി വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചാൽ മൂന്നാം മൂലയുടെ സ്ഥാനം എവിടെയായിരിക്കും? (3)

7. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n^2 + 5n$. ശ്രോണി എഴുതുക. (3)

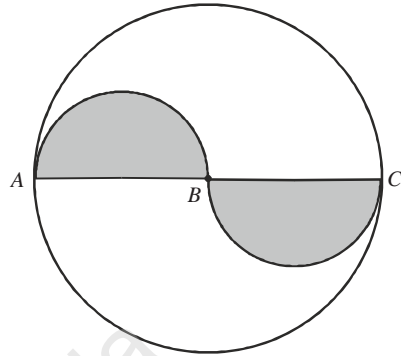
8. ചിത്രത്തിൽ A, B കേന്ദ്രങ്ങളായ വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസങ്ങളാണ് CQ, QD . PC യ്ക്കു സമാന്തരമാണ് DR എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.



(3)

9. ചിത്രത്തിൽ B വലിയ വൃത്തത്തിന്റേ കേന്ദ്രമാണ്. കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് രണ്ട് അർദ്ധവൃത്തങ്ങളാണ്. കണ്ണടച്ച് ചിത്രത്തിൽ ഒരു കൃത്തിട്ടാൽ അതു

- i) കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
- ii) കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്താകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

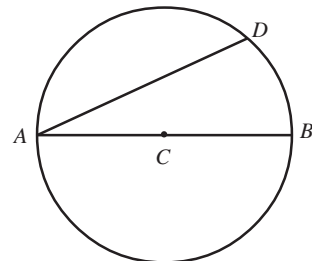


(3)

അല്ലെങ്കിൽ

- 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ എഴുതിയ രണ്ടു പകിടകൾ ഒന്നിച്ച് ഉരുട്ടുന്നു. മുകളിൽ വരുന്ന സംഖ്യകൾ
- i) രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
 - ii) രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും തുക 8 വരാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
10. $-193, -186, -179, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ
- i) '0' ഒരു പദമാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക.
 - ii) ന്യൂനസംഖ്യകളായ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്? (3)
11. 10 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക. (4)
12. $6, 8, 10, \dots$ ഉം $9, 12, 15, \dots$ ഉം രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളാണ്. ഈ ശ്രേണികളുടെ ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 726 ആണ്.
- i) ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
 - ii) ഏതൊക്കെ പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണ് 726? (4)

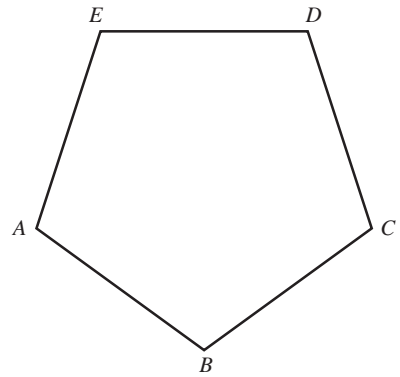
13. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് C . D വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്. AC വ്യാസമായ വൃത്തം AD യുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്നു എന്നു സമർത്ഥിക്കുക.



(4)

അല്ലെങ്കിൽ

ചിത്രത്തിൽ $ABCDE$ ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്.



- i) AC വ്യാസമായ വൃത്തം വരച്ചാൽ B യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ, വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക.
- ii) A, C, D, E എന്നീ മൂലകളിൽകൂടി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

- 14. പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 29.
 - i) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
 - ii) 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയെത്ര?
 - iii) തന്നിരിക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (4)
- 15. പരിവൃത്തആരം 3 സെന്റിമീറ്ററും കോണുകൾ 50° യും 65° യും ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക. (4)
- 16. 8, 14, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഏതെങ്കിലും പദം പൂർണ്ണവർഗമാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക. (4)
- 17. 10A ക്ലാസിൽ 25 പെൺകുട്ടികളും 20 ആൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. 10B ക്ലാസിൽ 20 പെൺകുട്ടികളും 15 ആൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. ഒരു മത്സരത്തിനുവേണ്ടി ഓരോ ക്ലാസിൽനിന്നും ഓരോ കുട്ടിയെ തെരഞ്ഞെടുക്കുമ്പോൾ
 - i) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 - ii) ഒരാളെങ്കിലും പെൺകുട്ടിയാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്? (4)
- 18. $x + 3, 3x - 1, 4x, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ
 - i) x എത്ര?
 - ii) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2016 ആകുമോ. സമർത്ഥിക്കുക. (4)

അല്ലെങ്കിൽ

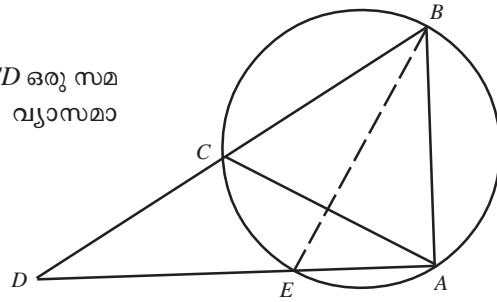
3, 10, 17, ..., 54, 58, 62, ... എന്നീ സമാന്തരശ്രേണികളിൽ പൊതുവായ ധാരാളം പദങ്ങളുണ്ട്. ഒരേ പദസ്ഥാനത്ത് ഒരേ സംഖ്യ പദമായി വരുന്നുവെങ്കിൽ ആ പദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

- 19. 5 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 4 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പുള്ളതും ഒരു വശം 6 സെന്റിമീറ്റർ ആയതുമായ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. (5)
- 20. ഒരേ നീളമുള്ള കമ്പുകളുപയോഗിച്ചു സമചതുരപാറ്റേൺ ഉണ്ടാക്കിയതു നോക്കൂ.



- i) ഓരോ ചിത്രത്തിലും ഉപയോഗിച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.
- ii) ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും സമചതുരം ഉൾപ്പെടെയുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.
- iii) മുകളിലെഴുതിയ രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക. (5)

21. ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണവും ACD ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണവുമാണ്. BE വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണെന്ന് സമർഥിക്കുക.

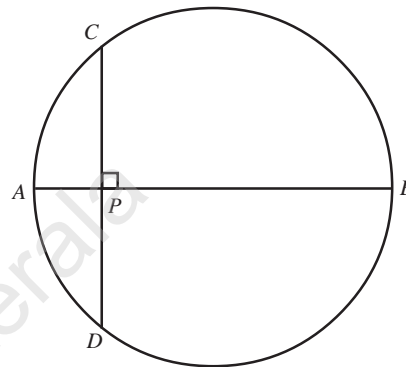


(5)

അല്ലെങ്കിൽ

AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. CD വ്യാസത്തിനു ലംബമായ ഞാണും. CD യുടെ നീളം 18 സെന്റിമീറ്ററും AP യുടെ നീളം 3 സെന്റിമീറ്ററും ആയാൽ

- i) വ്യാസം എത്ര?
- ii) P യിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന മറ്റേതെങ്കിലും ഞാണിന്റെ നീളം ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയാകുമോ? സമർഥിക്കുക.



22. കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാകുന്ന രീതിയിൽ 9 വശങ്ങളുള്ള കുറേ ബഹുഭുജങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു.

- i) എല്ലാ ബഹുഭുജങ്ങളുടെയും ഒരു കോൺ തുല്യമായിരിക്കും. തുല്യമായ കോൺ എത്ര?
- ii) ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആകത്തക്കരീതിയിൽ ഇങ്ങനെയൊരു ബഹുഭുജം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (5)

ഉത്തരസൂചിക: ഗണിതം (Class X)
സെറ്റ് A

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
1.	പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആണെന്നു കാണുന്നതിന് 16-ാംപദം 105 ആണെന്നു കാണുന്നതിന്	1 1	2
2.	$\angle ACB < 90^\circ$ ആയതിനാൽ വൃത്തം C യിൽക്കൂടി പോകുന്നില്ലെന്നു സമർത്ഥിക്കുന്നതിന്.	1 + 1	2
3.	ആകെ ഫലങ്ങൾ = 30 i) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 15 സാധ്യത = $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ ii) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 13 സാധ്യത = $\frac{13}{30}$ iii) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$	1 1 1	3
4.	x ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ ഒന്നിടവിട്ട അടുത്ത ഒറ്റസംഖ്യ = $x + 4$ $x(x + 4) = 621$ $x^2 + 4x + 4 = 625$ $(x + 2)^2 = 625$ $x = 23, x + 4 = 27$	1 1 1	3
5.	12-ാംപദം = 7-ാംപദം + 5 പൊതുവ്യത്യാസം = $45 + 5 \times 8 = 85$ 12-ാംപദം + n പൊതുവ്യത്യാസം = 285 $85 + 8n = 285$ $n = 25$ 285 ന്റെ സ്ഥാനസംഖ്യ = $12 + 25 = 37$	1 1 1	3
6.	അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണാണെന്നു മനസ്സിലാക്കി, കർണം വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയിൽക്കൂടി കടന്നുപോകും എന്നു സമർത്ഥിക്കുന്നു. ലംബവശങ്ങളുടെ എതിർമൂലകളിലെ കോണുകൾ 90° യേക്കാൾ കുറവായതിനാൽ അവ വൃത്തത്തിനു പുറത്തായിരിക്കും.	1 + 1 1	3
7.	പൊതുവ്യത്യാസം = $4 \times 2 = 8$ ആദ്യപദം = $4 + 5 = 9$ ശ്രേണി: 9, 17, 25, ...	1 1 1	3
8.	അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ $\angle CPQ = \angle DRQ = 90^\circ$ ഒരു വരയുമായി ഒരേ കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന രീതിയിൽ വരച്ച വരകൾ സമാന്തരമാണ് CP, DR എന്നിവ സമാന്തരമാണ്.	1 1	3

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
9.	<p>അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $2r$</p> <p>ആകെ ഫലങ്ങൾ = $\pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$</p> <p>i) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $2 \times \frac{r^2}{2} = \pi r^2$</p> <p>സാധ്യത = $\frac{r^2}{4r^2} = \frac{1}{4}$</p> <p>ii) കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്താകാതിരി</p> <p>ക്കാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{3r^2}{4r^2} = \frac{3}{4}$ [or $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$]</p> <p>അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>ആകെ ഫലങ്ങൾ = $6 \times 6 = 36$</p> <p>i) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 6</p> <p>സാധ്യത = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$</p> <p>ii) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 5</p> <p>സാധ്യത = $\frac{5}{36}$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>3</p> <p>3</p>
10.	<p>0 ന്റെ സ്ഥാനസംഖ്യ = $\frac{0}{7} \cdot \frac{193}{7} + 1 = \frac{193}{7} + 1$</p> <p>= $28\frac{4}{7}$</p> <p>0 ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല.</p> <p>പൂജ്യം വരെ ശ്രേണിയിൽ 28 പദങ്ങളുണ്ട്.</p> <p>ശ്രേണിയിൽ 28 ന്യൂനസംഖ്യാപദങ്ങളുണ്ട്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>3</p>
11.	<ul style="list-style-type: none"> $AB = 7$ സെ.മീ. ($AB = 11$ സെ.മീ.) വരയ്ക്കുന്നതിന് $PA = 5$ സെ.മീ., $PB = 2$ സെ.മീ. ($PA = 10, PB = 1$) ആകുന്ന രീതിയിൽ AB യിൽ P രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. AB വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. AB ക്കു ലംബമായി P യിലൂടെ ഒരു വര വരച്ച് അർദ്ധ വൃത്തത്തെ C യിൽ മുറിക്കുന്നു. PC വശമായി ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുന്നു. 	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>4</p>
12.	<p>(i) 6, 8, 10, ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 2n + 4$</p> <p>9, 12, 15, ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 3n + 6$</p> <p>ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ n-ാം പദമായാൽ,</p> <p>(ii) n-ാം പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 726</p> <p>$(2n + 4)(3n + 6) = 726$</p> <p>$2(n + 2)3(n + 2) = 726$</p> <p>$6(n + 2)^2 = 726$</p> <p>$(n + 2)^2 = 121$</p> <p>$n = 9$</p> <p>പദങ്ങൾ 22, 23</p> <p>$(2n + 4)(3n + 6) = 6n^2 + 24n + 24 = 726$</p> <p>അതായത്, $n^2 + 4n + 4 = 121$</p> <p>എന്നെടുത്തും n കണക്കാക്കാം.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>4</p>

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
13.	<ul style="list-style-type: none"> • AC വ്യാസമായ വൃത്തം AD യെ P യിൽ മുറിക്കുന്നു. • PC യോജിപ്പിക്കുന്നു. • അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണായതിനാൽ $\angle APC = 90^\circ$ • CP, AD ക്കു ലംബമായതിനാൽ P, AD യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. (വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നും ഞാണിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന ലംബം ഞാണിനെ സമഭാഗം ചെയ്യും) <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <ul style="list-style-type: none"> • $ABCDE$ സമപഞ്ചഭുജമായതിനാൽ, $\angle B = 108^\circ$ • $\angle B > 90^\circ$ ആയതിനാൽ AC വ്യാസമായ വൃത്തത്തിനു അകത്താണ് B • $\triangle ABC$ സമപാർശ്വത്രികോണമായതിനാൽ, $\angle BAC = 36^\circ$ • $\angle CAE = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ • $\angle CAE + \angle CDE = 72^\circ + 108^\circ = 180^\circ$ • $ACDE$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ് 	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
14.	<p>(i) $x_n = 6 - \text{ാംപദം} + (n - 6) \text{ പൊതുവ്യത്യാസം}$ $= 29 + (n - 6) 4 = 4n + 5$</p> <p>(ii) $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$</p> <p>(iii) 20 പദങ്ങളുടെ തുക = $4 \times 210 + 5 \times 20$ $= 940$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
15.	<ul style="list-style-type: none"> • 3 സെ.മീ. ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രം O • $\angle AOB = 100^\circ$; $\angle BOC = 130^\circ$ ആകത്തക്ക രീതിയിൽ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. • $\triangle ABC$ വരയ്ക്കുക. • വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുന്നതിന്. 	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
16.	<p>8, 14, 20, ... ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 6n + 2$</p> <p>ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടും.</p> <p>ഏതൊരു പൂർണ്ണസംഖ്യയും $6n, 6n \pm 1, 6n \pm 2, 6n \pm 3$ എന്ന രൂപത്തിലായിരിക്കും.</p> <p>$(6n)^2 = 36n^2$ നെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം, 0</p> <p>$(6n \pm 1)^2 = 36n^2 \pm 12n + 1$ നെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം, 1</p> <p>$(6n \pm 2)^2 = 36n^2 \pm 24n + 4$ നെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം, 4</p> <p>$(6n \pm 3)^2 = 36n^2 \pm 36n + 9$ നെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം, 3</p> <p>പൂർണ്ണവർഗങ്ങളെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0, 1, 3, 4 എന്നിവയായിരിക്കും.</p> <p>8, 14, 20, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 6 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 ആയതിനാൽ ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗങ്ങളില്ല.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
17.	<p>ആകെ ഫലങ്ങൾ = $(25 + 20)(20 + 15)$ $= 1575$</p> <p>(i) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $25 \times 20 = 500$ സാധ്യത = $\frac{500}{1575} = \frac{20}{63}$</p> <p>(ii) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $25 \times 20 + 25 \times 15 + 20 \times 20$ സാധ്യത = $\frac{1275}{1575} = \frac{53}{63}$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
18.	<p>(i) ഒന്നാമത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യപദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയായിരിക്കും. $2(3x - 1) = x + 3 + 4x$ $6x - 2 = 5x + 3$ $x = 5$ ശ്രേണി: 8, 14, 20, ...</p> <p>(ii) രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാകും. $2016 = 6 \times 336$ 2016, പൊതുവ്യത്യാസമായ 6 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2016 ആകും. അല്ലെങ്കിൽ 3, 10, 17, ... ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 7n - 4$ 54, 58, 62, ... ന്റെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 4n + 50$ രണ്ടു ശ്രേണിയിലെയും n-ാം പദങ്ങൾ ഒന്നുതന്നെയായാൽ, $7n - 4 = 4n + 50$ $3n = 54$ $n = 18$ $n = 18; 7n - 4 = 7 \times 18 - 4$ $= 122$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
19.	<ul style="list-style-type: none"> $AB = 5$ സെ.മീ., $AD = 4$ സെ.മീ. ആകുന്ന രീതിയിൽ $ABCD$ എന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. $BE = 1$ സെ.മീ. ആകുന്ന രീതിയിൽ AB നീട്ടി വരയ്ക്കുക. $AF = AE = 6$ സെ.മീ. ആകത്തക്കരീതിയിൽ DA നീട്ടി വരയ്ക്കുക. $AG = 4$ സെ.മീ. ആകത്തക്ക രീതിയിൽ BA നീട്ടി വരയ്ക്കുക. $\triangle BFG$ യുടെ പരിവൃത്തം വരച്ച് AD യെ P യിൽ മുറിക്കുക. AE നീളവും AP വീതിയുമായി ചതുരം വരയ്ക്കുക. 	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	5
20.	<p>i) 4, 7, 10, ...</p> <p>ii) 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 3 + 4, ... 1, 3, 6, 10</p> <p>iii) 4, 4 + 3, 4 + 2 × 3, 4 + 3 × 3, ... $x_n = 4 + (n - 1)3 = 3n + 1$ 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 3 + 4, ... $x_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$ $= \frac{n(n + 1)}{2}$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	5

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
21.	<p>$\triangle ACB$ സമഭുജത്രികോണമായതിനാൽ $\angle ACB = 60^\circ$ $\angle ACD = 120^\circ$</p> <p>$\triangle ACD$ സമപാർശ്വത്രികോണമായതിനാൽ $\angle CAD = 30^\circ$ $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$ $= 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$</p> <p>അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടുകോൺ ആയതിനാൽ BE വ്യാസമാണ്.</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>(i) $PA \times PB = PC^2$ $PB = \frac{81}{3} = 27$ സെ.മീ. $AB = 3 + 27 = 30$ സെ.മീ.</p> <p>(ii) $PA \times PB = 3 \times 27 = 81$</p> <p>$P$ യിലൂടെ മറ്റൊരു ഞാൺ EF ആയാൽ $PE \times PF = 81$ ആകണം. EF ന്റെ നീളം എണ്ണൽസംഖ്യയാകണമെങ്കിൽ ($PE = 3$ സെ.മീ., $PF = 27$ സെ.മീ.), ($PE = 1$ സെ.മീ., $PF = 81$ സെ.മീ.) എന്നിവ യായിരിക്കണം. $PE = 1$ സെ.മീ., $PF = 81$ സെ.മീ. ആയാൽ $EF = 82$ ആകും. ഇതു സാധ്യമല്ല. $PE = 3$ സെ.മീ., $PF = 27$ സെ.മീ., $EF = 30$ ആകും. അപ്പോൾ അതു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാകും. P യിൽക്കൂടി AB യല്ലാതെ മറ്റൊരു വ്യാസമില്ല.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>5</p> <p>5</p>
22.	<p>കോണുകളുടെ തുക $= 7 \times 180^\circ$</p> <p>(i) 9 പദങ്ങളുടെ തുകയിൽനിന്നും 5-ാംപദം (മധ്യപദം) കണക്കാക്കുന്ന രീതിയിൽ $5\text{-ാംപദം (5-ാം കോൺ)} = \frac{7 \cdot 180}{9}$ $= 140^\circ$</p> <p>എല്ലാ സമാന്തരശ്രേണികളുടെയും 5-ാംപദം (5-ാംകോൺ) 140° ആയിരിക്കും.</p> <p>(ii) ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആയാൽ, ആദ്യ പദം 100 ആദ്യ പദം + 4 പൊതുവ്യത്യാസം = 5-ാംപദം $100 + 4d = 140$ $d = 10$ $9\text{-ാംപദം} = 5\text{-ാംപദം} + 4d$ $= 140 + 4 \times 10 = 180$</p> <p>ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോൺ 180° ആകില്ല.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>5</p>

പാദവാർഷിക മൂല്യനിർണ്ണയം - 2016

ഗണിതം

സ്റ്റാൻ്റേർഡ്: X

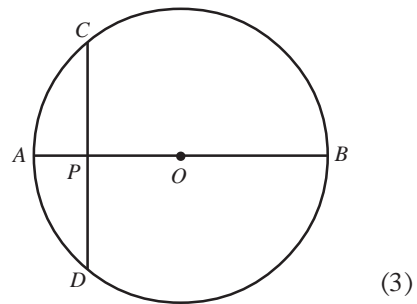
സമയം: 2½ മണിക്കൂർ
സ്കോർ: 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

1. ആദ്യത്തെ 15 മിനുട്ട് സമാശ്വാസസമയമാണ്. ചോദ്യങ്ങൾ വായിക്കുന്നതിനും ഉത്തരം ക്രമപ്പെടുത്തുന്നതിനും ഈ സമയം വിനിയോഗിക്കേണ്ടതാണ്.
2. എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതണം.
3. ഏതെങ്കിലും ചോദ്യങ്ങളിൽ **അല്ലെങ്കിൽ** എന്നുണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി.
4. പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശവില നൽകി ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദമാണ് 98. ഈ ശ്രേണിയിൽ 2016 ഒരു പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (2)
2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 130° യാണ്. ഈ കോണിനെതിരായ വശം വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ ഈ കോണിന്റെ മൂല വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)
3.
 - i) 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയെത്ര?
 - ii) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n + 5$ ആണ്. ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര? (3)
4. ഒരു പെട്ടിയിൽ നീല പന്തുകളും കറുത്ത പന്തുകളുമായി 12 പന്തുകളുണ്ട്. ഇതിൽ 5 എണ്ണം നീലയാണ്. പെട്ടിയിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത്
 - i) നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
 - ii) ഈ പെട്ടിയിലേക്ക് ഒരു നീല പന്തും ഒരു കറുത്ത പന്തും കൂടി ഇട്ടതിനുശേഷം ഒരു പന്തെടുത്താൽ അതു നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത കൂടുമോ കുറയുമോ? സമർത്ഥിക്കുക. (3)

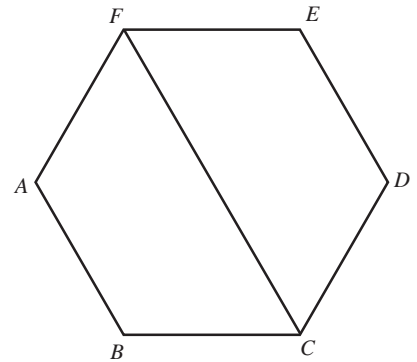
5. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് AB . CD എന്ന ഞാൺ AB യ്ക്കു ലംബമാണ്. $CD = 4\sqrt{5}$ സെന്റിമീറ്റർ, $PA = 2$ സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വ്യാസമെത്ര?



6. 171, 167, 163, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ
 - i) '0' ഒരു പദമാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക.
 - ii) എത്ര അധിസംഖ്യകളായ പദങ്ങളുണ്ട്? (3)

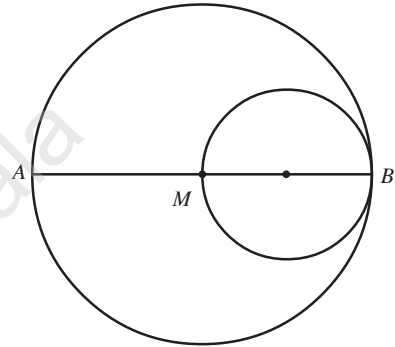
7. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം 10 സെന്റിമീറ്ററും പരപ്പളവ് 72 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്ററും ആണെങ്കിൽ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക. (3)

8. $ABCDEF$ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമാണ്. FC വരച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രണ്ടു ചതുർഭുജങ്ങളും ചക്രിയമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?



9. പൊതുവ്യത്യാസം 8 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദം 82 ആണ്. എത്രാം പദമാണ് 250? (3)

10. ചിത്രത്തിൽ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് M . വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം വ്യാസമായി ഒരു ചെറിയ വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. കണ്ണടച്ച് ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അതു ചെറിയ വൃത്തത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്? ചെറിയ വൃത്തത്തിനു പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?

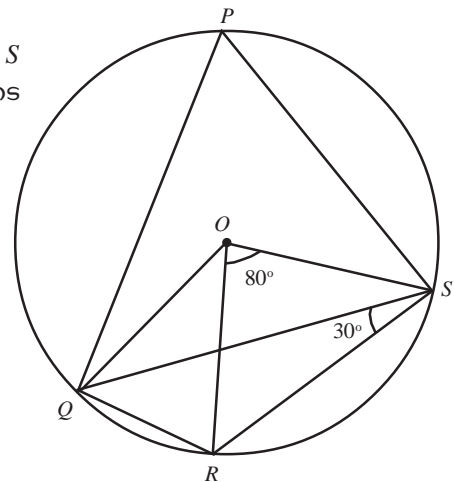


അല്ലെങ്കിൽ

- i) 4, 6, 9 എന്നീ അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എത്ര മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ എഴുതാം.
 ii) ഇങ്ങനെ എഴുതാവുന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ ഒറ്റസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 iii) ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
11. 10, 17, 24, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ
 i) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
 ii) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദവും പൂർണ്ണവർഗമാകില്ലെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (4)

12. 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R, S എന്നിവ. $\angle ROS = 80^\circ$, $\angle QSR = 30^\circ$ ആയാൽ ചുവടെ കൊടുത്ത കോണുകൾ കാണുക.

- i) $\angle OSQ = \dots\dots\dots$
 ii) $\angle SQR = \dots\dots\dots$
 iii) $\angle P = \dots\dots\dots$
 iv) $\angle QOR = \dots\dots\dots$



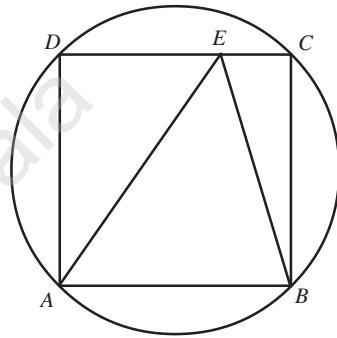
13. പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ പദങ്ങളെല്ലാം അധിസംഖ്യകളാണ്. ഈ ശ്രോണിയിലെ തുടർച്ചയായ രണ്ടു പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം അവയുടെ തുകയ്ക്കു തുല്യമാണ്.
 - i) ഒരു പദം x എന്നെടുത്താൽ തൊട്ടടുത്ത പദം ഏതായിരിക്കും?
 - ii) പദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക. (4)
14. പരിവൃത്തആരം 3.5 സെന്റിമീറ്ററും രണ്ടു കോണുകൾ 45° യും 60° യും ആകത്തക്കവിധം ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (4)
15. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ m -ാം പദത്തിന്റെ n മടങ്ങ് n -ാം പദത്തിന്റെ m മടങ്ങിനു തുല്യമാണ്. ശ്രോണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം ആദ്യ പദത്തിനു തുല്യമാണെന്നു സമർത്ഥിക്കുക. (4)

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $7n + 3$ ആകുന്നു.

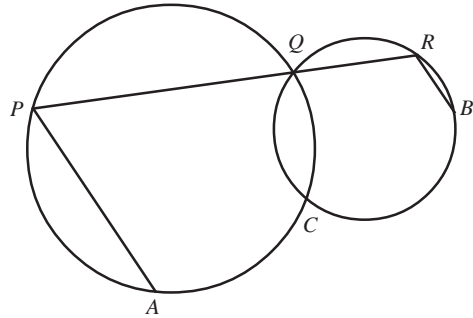
- i) ഈ ശ്രോണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്രയായിരിക്കും?
- ii) 100 നും 300 നും ഇടയിൽ വരുന്ന എത്ര എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഈ ശ്രോണിയിലെ പദങ്ങളാകും?

16. ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു സമചതുരമാണ്. കണ്ണടച്ച് ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ
 - i) അതു സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 - ii) ത്രികോണം ABE ക്ക് അകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?



(4)

17. ചിത്രത്തിൽ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ Q, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. PA യ്ക്കു സമാന്തരമാണ് RB . A, C, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെന്നു സമർത്ഥിക്കുക.



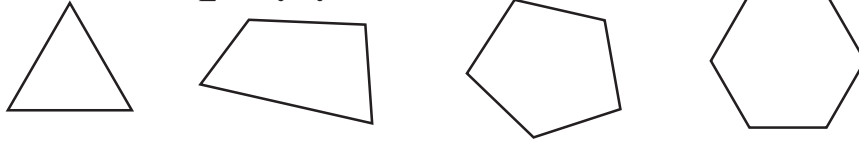
(4)

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഒന്നിടവിട്ട രണ്ടു മൂലകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

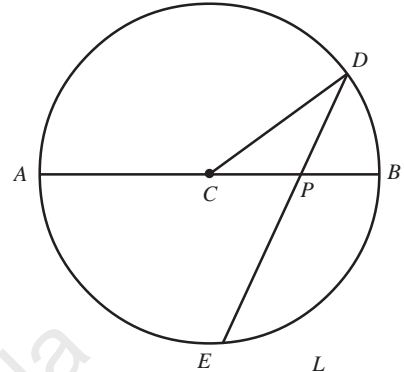
18. 12 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ പരപ്പുള്ളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക. (4)

19. ത്രികോണം, ചതുർഭുജം, പഞ്ചഭുജം, ഷഡ്ഭുജം, എന്നിങ്ങനെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം 1 വീതം കൂടി വരുന്ന ചിത്രങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു.



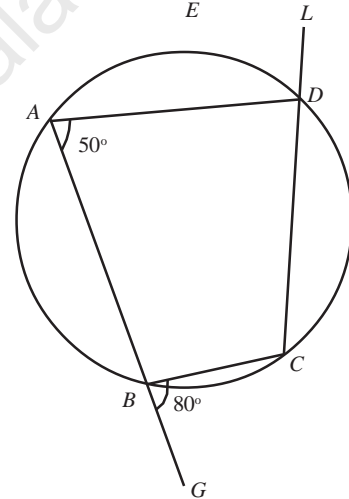
- i) ഓരോ ചിത്രത്തിലേയും കോണുകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.
 ii) ഓരോ ചിത്രത്തിലും വരയ്ക്കാവുന്ന വികർണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.
 iii) മുകളിലെഴുതിയ രണ്ടു ശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക. (5)

20. AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് C . ΔPDC ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്. $AB^2 = 4PD \times DE$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



അല്ലെങ്കിൽ

- ചതുർഭുജം $ABCD$ ചക്രീയമാണ്. $\angle GBC = 80^\circ$, $\angle A = 50^\circ$
- i) ചതുർഭുജത്തിന്റെ മറ്റു കോണുകൾ കാണുക. $\angle ADL$ എത്ര?
 ii) ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർമൂലകളിലെ പുറം കോണുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കുമെന്നു സമർത്ഥിക്കുക.



21. 3, 7, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുപയോഗിച്ചു തയാറാക്കിയ ഒരു പാറ്റേൺ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

3			
7	11		
15	19	23	
27	31	35	39

.....

- i) അടുത്ത രണ്ടു വരികൾകൂടി എഴുതുക.
 ii) 15-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ 3, 7, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ്?
 iii) 15-ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യയും അവസാന സംഖ്യയും കാണുക. (5)

22. 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയും ആയ ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവുള്ളതും ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററുമായ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. (5)

ഉത്തരസൂചിക: ഗണിതം (Class X)
സെറ്റ് B

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
1.	$98 = 7 \times 14$; 98, 7 ന്റെ ഗുണിതമാണ് $2016 = 7 \times 288$; 2016, 7 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 2016; ശ്രേണിയിലെ പദമാണ്	1 1	2
2.	വ്യാസം ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90° യേക്കാൾ കൂടുതലായാൽ ആ ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്തായിരിക്കും. 130° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്തായിരിക്കും.	1 1	2
3.	i) $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$ ii) 20 പദങ്ങളുടെ തുക = $6(1 + 2 + \dots + 20) + (5 + 5 + \dots + 5)$ $= 6 \times 210 + 5 \times 20$ $= 1360$	1 1 1	3
4.	i) ആകെ ഫലങ്ങൾ = 12 അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 5 സാധ്യത = $\frac{5}{12}$ ii) ആകെ ഫലങ്ങൾ = $12 + 2 = 14$ അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 6 സാധ്യത = $\frac{6}{14}$ $\frac{5}{12} < \frac{6}{14}$ സാധ്യത കൂടും.	1 1 1	3
5.	$PA \times PB = PC^2$ $2 \times PB = (2\sqrt{5})^2 = 20$ $PB = 10$ സെ.മീ. $AB = 12$ സെ.മീ.	1 1 1	3
6.	i) പൂജ്യത്തിന്റെ പദസ്ഥാനം = $\frac{0 \cdot 171}{4} + 1$ $= 43 \frac{3}{4}$ പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. ii) പൂജ്യം വരെ 43 സംഖ്യകളുണ്ട്. ഇവയെല്ലാം അധിസംഖ്യകളാണ്. തുടർന്നുവരുന്നവ ന്യൂനസംഖ്യകളാണ്. ശ്രേണിയിൽ 43 അധിസംഖ്യാപദങ്ങളുണ്ട്.	1 1 1	3
7.	ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം x ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ ലംബ വശം = $x - 10$ $\frac{1}{2}x(x - 10) = 72$ $x^2 - 10x = 144$ $(x - 5)^2 = 169$ $x = 18$ ലംബവശങ്ങൾ: 18 സെ.മീ., 8 സെ.മീ.	1 1 1	3

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
8.	<p>സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 120°. $\angle AFE$ യുടെയും $\angle BCD$ യുടെയും പൊതുസമഭാജിയാണ് CF $\angle AFC = \angle BCF = 60^\circ$ $\angle ABC = 120^\circ$ $\angle AFC + \angle ABC = 180^\circ$ $ABCF$ ചക്രീയമാണ്. ($ABCDEF$ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമായതിനാൽ അതിന്റെ മൂലകൾ ഒരു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും)</p>	<p>1 1 1</p>	3
9.	<p>10-ാം പദം $+ n$ പൊതുവ്യത്യാസം $= 250$ $82 + 8n = 250$ $n = \frac{168}{8} = 21$ 250 ന്റെ പദസ്ഥാനം $= 10 + 21 = 31$</p>	<p>1 1 1</p>	3
10.	<p>ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= r$ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= 2r$ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= 4\pi r^2$ ആകെ ഫലങ്ങൾ $= 4\pi r^2$ അനുകൂല ഫലങ്ങൾ $= \pi r^2$ സാധ്യത $= \frac{r^2}{4r^2} = \frac{1}{4}$ ചെറിയ വൃത്തത്തിനു പുറത്താകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{3}{4}$</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>i) മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം $= 2 \times 3 = 6$ ii) അനുകൂല ഫലങ്ങൾ $= 2$ സാധ്യത $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ iii) ഇരുട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{2}{3}$</p>	<p>1 1 1 1 1 1</p>	3
11.	<p>i) $x_n = dn + f - d$ $= 7n + 3$</p> <p>ii) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 കിട്ടും. ഏതൊരു സംഖ്യയും $7n, 7n \pm 1, 7n \pm 2, 7n \pm 3$ ആയിരിക്കും. $(7n)^2 = 49n^2, 7$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 $(7n \pm 1)^2 = 49n^2 \pm 14n \pm 1; 7$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 $(7n \pm 2)^2 = 49n^2 \pm 28n \pm 4; 7$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 $(7n \pm 3)^2 = 49n^2 \pm 42n \pm 9; 7$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 അതായത്, പൂർണ്ണവർഗങ്ങളെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0, 1, 2, 4 എന്നിവയായിരിക്കും. തന്നിരിക്കുന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 ആണു കിട്ടുന്നത്. അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകില്ല.</p>	<p>1 1 1 1 1</p>	4

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ																								
12.	i) $\angle OSQ = 50 - 30 = 20^\circ$ ii) $\angle SQR = 40^\circ$ iii) $\angle QRS = 180 - (40 + 30) = 110^\circ$ $\angle P = 70^\circ$ iv) $\angle QOR = 2 \times 30 = 60^\circ$	1 1 1 1	4																								
13.	(i) പദങ്ങൾ $x, x + 4$ എന്നിവയായാൽ (ii) $x(x + 4) = x + x + 4$ $x^2 + 4x = 2x + 4$ $x^2 + 2x = 4$ $(x + 1)^2 = 5$ $x = \sqrt{5} - 1$ പദങ്ങൾ: $\sqrt{5} - 1, \sqrt{5} + 3$	1 1 1 1	4																								
14.	3.5 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. $\angle AOB = 90^\circ; \angle BOC = 120^\circ$ ആകത്തക്കരീതിയിൽ വൃത്തത്തിൽ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. $\triangle ABC$ വരയ്ക്കുക. AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.	1 1 1 1	4																								
15.	ആദ്യ പദം = f , പൊതുവ്യത്യാസം = d (x_m) m -ാം പദം = $dm + f - d$ $nx_m = dnm + fn - dn$ $x_n = dn + f - d$ $mx_n = dnm + fm - dm$ $nx_m = mx_n$ ആയതിനാൽ $dnm + fn - dn = dnm + fm - dm$ $f(n - m) = d(n - m)$ $f = d$ <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> i) $x_n = 7n + 3$ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 3 ii) <table style="display: inline-table; vertical-align: middle; margin-right: 20px;"> <tr><td style="text-align: right;">14</td><td></td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black;">7</td><td style="border-top: 1px solid black;">100</td></tr> <tr><td></td><td style="border-bottom: 1px solid black;">98</td></tr> <tr><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>2 + 1 = 3</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td style="text-align: right;">42</td><td></td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black;">7</td><td style="border-top: 1px solid black;">300</td></tr> <tr><td></td><td style="border-bottom: 1px solid black;">98</td></tr> <tr><td></td><td>20</td></tr> <tr><td></td><td>16</td></tr> <tr><td></td><td style="border-bottom: 1px solid black;">6</td></tr> <tr><td></td><td>6 - 3 = 3</td></tr> </table>	14		7	100		98		2		2 + 1 = 3	42		7	300		98		20		16		6		6 - 3 = 3	1 1 1 1 1 1 1 1	4
14																											
7	100																										
	98																										
	2																										
	2 + 1 = 3																										
42																											
7	300																										
	98																										
	20																										
	16																										
	6																										
	6 - 3 = 3																										
	101, 108, 115, ..., 297 പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = 29 എന്നു കാണുന്നതിന്.	1 1	4																								

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
16.	$AB = a$ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= a^2$ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \frac{a}{\sqrt{2}}$ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{a^2}{2}$ i) സമചതുരത്തിനകത്ത് വരാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{2}{2}$ ii) ΔABE യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{a^2}{2}$ സാധ്യത $= \frac{1}{2}$	 1 1 1 1	4
17.	ചിത്രത്തിൽ AC, QC, BC യോജിപ്പിക്കുക. $\angle P = x^\circ, \angle R = 180 - x$ $\angle ACQ = 180 - x^\circ$ $\angle BCQ = x$ $\angle ACQ + \angle BCQ = 180 - x + x = 180$ A, C, B എന്നിവ ഒരേ വരയിലാണ്. <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> $ABCDE$ ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്. AC യോജിപ്പിക്കുക $\angle ABC = 108^\circ, \angle BAC = \angle BCA = 36^\circ$ ചതുർഭുജം $ACDE$ പരിഗണിച്ചാൽ $\angle EAC = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ $\angle CDE = 108^\circ$ $\angle EAC + \angle CDE = 72 + 108 = 180^\circ$ (സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ മൂലകങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിലാണ്)	 1 1 1 1	4
18.	$AB = 7$ സെ.മീ. ($AB = 8$ സെ.മീ. അല്ലെങ്കിൽ $AB = 13$ സെ.മീ.) വരയ്ക്കുക. $PA = 4$ സെ.മീ., $PB = 3$ സെ.മീ. ($PA = 6$ സെ.മീ., $PB = 2$ സെ.മീ.: $PA = 12$ സെ.മീ., $PB = 1$ സെ.മീ.) ആകുന്ന രീതിയിൽ AB യിൽ P അടയാളപ്പെടുത്തുക. AB വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുക. AB യ്ക്കു ലംബമായി PC വരച്ചു വൃത്തത്തെ C യിൽ മുറിക്കുക. PC വശമായി സമചതുരം വരയ്ക്കുക.	 1 1 1 1	4
19.	i) 180, 360, 540, 720, ... ii) 0, 2, 5, 9, ... iii) 180, 360, 540, 720, ..., $x_n = 180n$ $0, 2, 5, 9, \dots, x_n = \frac{(n-2)(n-1)}{2}$	 1 1 1 2	4

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
20.	$PA \times PB = PD \times PE$ $(CA + PC)(CB - PC) = PD(ED - PD)$ $CA^2 - PC^2 = PD \cdot DE - PD^2$ $CA^2 = PC^2 + PD \cdot DE - PD^2$ $CA^2 = PD \times DE [\because PC = PD]$ $\frac{AB}{2}^2 = PD \times DE$ $(AB)^2 = 4 PD \times DE$ <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> i) $\angle ABC = 100^\circ$ $\angle ADC = 80^\circ$ $\angle ADL = 100^\circ$ ii) $\angle CBG = x^\circ; \angle ABC = 180 - x^\circ$ $\angle ADC = x^\circ$ $\angle ADL = 180 - x^\circ$ $\angle CBG + \angle ADL = 180^\circ$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	5 5
21.	i) 43 47 51 55 59 63 67 71 75 79 83 ii) 2-ാം വരിയിലെ അവസാനത്തെ സംഖ്യ $1 + 2 = 3$ -ാം പദമാണ്. 3-ാം വരിയിലെ അവസാനത്തെ സംഖ്യ $1 + 2 + 3 = 6$ -ാം പദമാണ്. 15-ാം വരിയിലെ അവസാനത്തെ സംഖ്യ $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 120$ -ാം പദമാണ്. 3, 7, 11, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ 120-ാം പദം $3 + 119 \times 4 = 3 + 476 = 479$ 15-ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ = $479 - 14 \times 4$ $= 479 - 56 = 423$	1 1 1 1 1	5
22.	$AB = 7$ സെ.മീ., $BC = 3$ സെ.മീ. ചതുരം വരയ്ക്കുക. $ABCD$ വരയ്ക്കുക. $BE = 1$ സെ.മീ. ($AE = 8$ സെ.മീ.) ആകത്തക്കരീതിയിൽ AE വരയ്ക്കുക. $AF = AE = 8$ സെ.മീ. ആകത്തക്കരീതിയിൽ DA നീട്ടിയതിൽ F അടയാളപ്പെടുത്തുക. $AG = 3$ സെ.മീ. ആകത്തക്കരീതിയിൽ BA നീട്ടി വരയ്ക്കുക. $\triangle BFG$ യുടെ പരിവൃത്തം വരച്ച് AD യെ P യിൽ മുറിക്കുക. AE നീളത്തിലും AP വീതിയിലും ചതുരം വരയ്ക്കുക.	1 1 1 1 1	5

പാദവാർഷിക മൂല്യനിർണ്ണയം - 2016 ഗണിതം

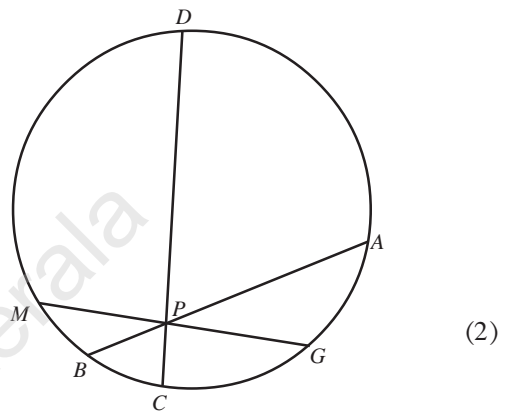
സ്റ്റാൻഡേർഡ്: X

സമയം: 2½ മണിക്കൂർ
സ്കോർ: 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ

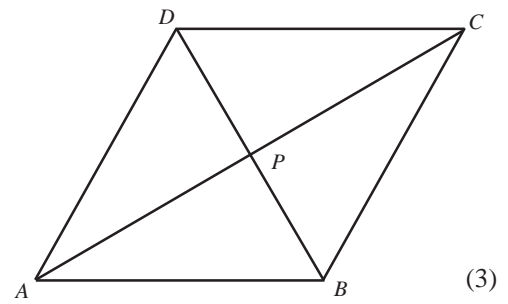
1. ആദ്യത്തെ 15 മിനുട്ട് സമാശ്വാസസമയമാണ്. ചോദ്യങ്ങൾ വായിക്കുന്നതിനും ഉത്തരം ക്രമപ്പെടുത്തുന്നതിനും ഈ സമയം വിനിയോഗിക്കേണ്ടതാണ്.
2. എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതണം.
3. ഏതെങ്കിലും ചോദ്യങ്ങളിൽ **അല്ലെങ്കിൽ** എന്നുണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതിയാൽ മതി.
4. പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടില്ലെങ്കിൽ π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശവില നൽകി ലഘൂകരിക്കേണ്ടതില്ല.

1. ചിത്രത്തിൽ AB, CD, MG എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽക്കൂടി മുറിച്ചു കടക്കുന്നു.
 $PA = 12$ സെന്റിമീറ്റർ, $BP = 6$ സെന്റിമീറ്റർ.
 $PD = 18$ സെന്റിമീറ്റർ, $PM = 7.2$ സെന്റിമീറ്റർ
 PG, PC എന്നീ നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



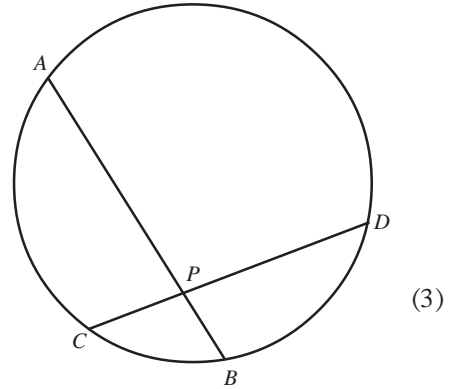
2. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n + 3$ ആണ്. ഈ ശ്രോണിയിലെ ഏതാനും പദങ്ങളുടെ തുക 2017 ആകുമോ? സമർഥിക്കുക. (2)

3. ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു സമഭുജസമാന്തരികമാണ്. AB വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം $\triangle CPD$ യുടെ ഏതെങ്കിലും മൂലയിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുമോ? സമർഥിക്കുക.



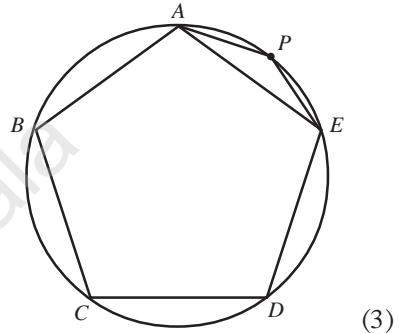
4. ഒരു പെട്ടിയിൽ 10 കറുത്തമുത്തുകളും 15 വെളുത്തമുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 11 കറുത്തമുത്തുകളും 17 വെളുത്തമുത്തുകളുമുണ്ട്. പെട്ടികളിലേക്ക് നോക്കാതെ ഓരോ മുത്തടക്കുമ്പോൾ
 - i) ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽനിന്നും കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
 - ii) രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽനിന്നും കറുത്ത മുത്തു കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?
 - iii) വെളുത്ത മുത്തു കിട്ടാൻ ഏതു പെട്ടിയിൽനിന്നെടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്? എന്തുകൊണ്ട്? (3)
5. 9, 15, 21, ... എന്ന സമാന്തരശ്രോണിയുടെ
 - i) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
 - ii) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക. (3)

6. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. $CP = 3$ സെന്റിമീറ്റർ, $CD = 11$ സെന്റിമീറ്റർ, $AB = 14$ സെന്റിമീറ്റർ. AP യുടെ നീളമെത്ര?



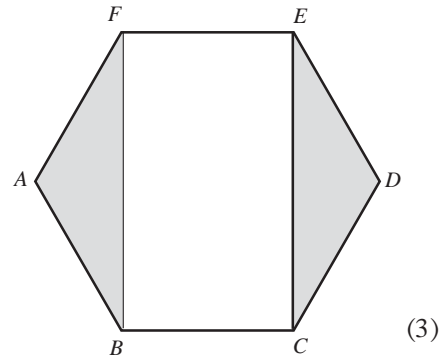
7. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $\frac{3}{8}n + 2$ ആണ്. ഈ ശ്രോണിയിലെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളായ പദങ്ങളുടെ ശ്രോണി എഴുതുക. ഈ ശ്രോണിയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

8. മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലായ സമപഞ്ചഭുജമാണ് $ABCDE$. കൂടാതെ P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്. $\angle APE$ എത്ര?



9. പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ 8-ാം പദം 50 ആണ്. ശ്രോണിയുടെ 18-ാം പദം എത്ര? 1947 ഈ ശ്രോണിയിലെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

10. ചിത്രത്തിൽ $ABCDEF$ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമാണ്. കണ്ണടച്ച് ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത്
- നിറം കൊടുത്ത ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 - ചതൂരം $FBCE$ യ്ക്ക് അകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?



അല്ലെങ്കിൽ

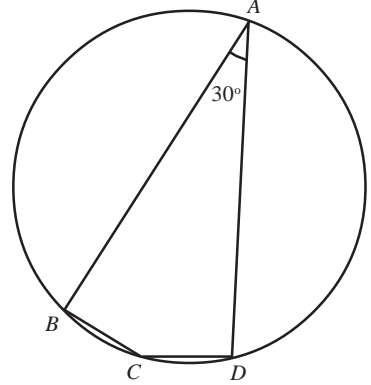
- 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള സംഖ്യകളെഴുതിയ രണ്ടു പകിടകൾ ഒന്നിച്ചുരുട്ടുന്നു. മുകളിൽ വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ
- ഗുണനഫലം 36 ആകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
 - ഗുണനഫലം ഒരു അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?
11. പരിവൃത്തആരം 3 സെന്റിമീറ്ററും രണ്ടു കോണുകൾ 40° യും 65° യും ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (4)
12. ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n + 3$ ആണ്. ഒരേണ്ണൽസംഖ്യയുടെയും വർഗം ഈ ശ്രോണിയിലെ പദമാകില്ലെന്നു സമർഥിക്കുക. (4)

13. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. ലംബവശങ്ങളിൽ വലുതിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററായാൽ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക. (4)
14. 11 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ പരപ്പുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക. (4)

അല്ലെങ്കിൽ

ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 30^\circ$.

- i) $\angle C$ എത്ര?
- ii) ഈ ചിത്രത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ $75^\circ, 37\frac{1}{2}^\circ$ കോണുകൾ നിർമ്മിക്കുക.

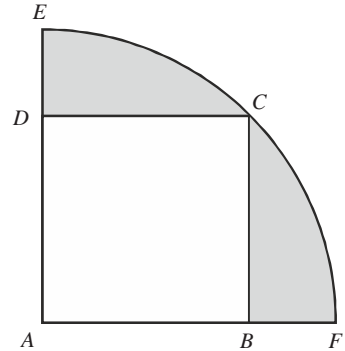


15. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയെ കാണിക്കുന്ന ബീജഗണിതവാചകം ഏത്? (4)

- i) $2n^2 + \frac{1}{3n}$
- ii) $2n^2 + 3n$
- iii) $2n^2 + 3n + 1$

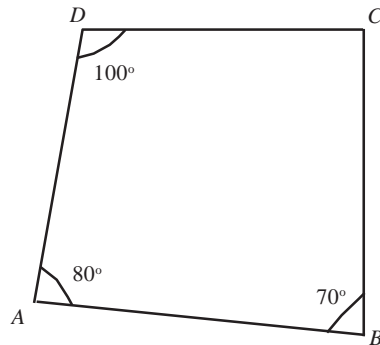
ഈ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

16. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമചതുരവും A കേന്ദ്രമായി AE ആരമായി ഒരു വൃത്തഭാഗവും വരച്ചിരിക്കുന്നു. കണ്ണടച്ചു ചിത്രത്തിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അതു സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്? നിറംകൊടുത്ത ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യതയെന്ത്?



(4)

17. ചതുർഭുജം ABCD യിൽ ത്രികോണം ABD യ്ക്കു വരയ്ക്കുന്ന പരിവൃത്തം C യിൽക്കൂടിക്കടന്നുപോകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക.



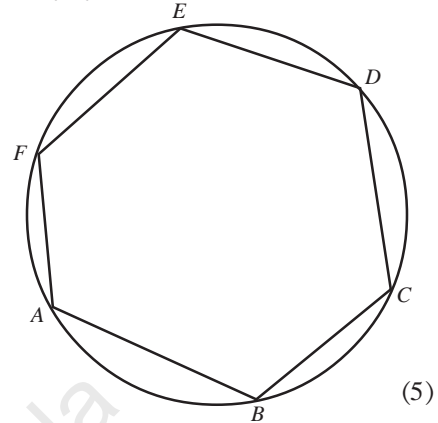
(4)

18. $\frac{15}{4}, \frac{27}{4}, \frac{39}{4}, \dots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണസംഖ്യകളായ പദങ്ങളുണ്ടാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക. (4)

അല്ലെങ്കിൽ

300 നും 700 നും ഇടയിൽ 6 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്. അവയുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

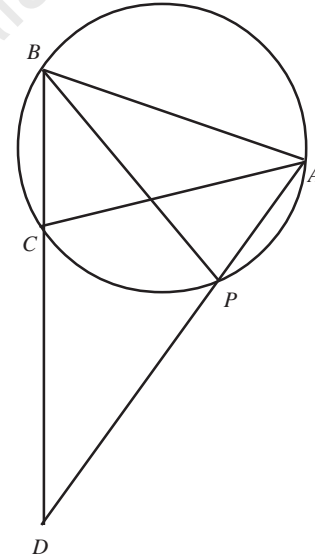
19. 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 4 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവുള്ളതും ഒരു വശം 6 സെന്റിമീറ്ററുമായ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക. (5)
20. ഒരു വസ്തു A എന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്ന് 5 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് വേഗത്തിൽ തുടങ്ങി ഒരേ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിന്റെ വേഗം ഓരോ സെക്കന്റിലും 4 മീറ്റർ/സെക്കന്റ് നിരക്കിൽ വർധിക്കുന്നു.
- i) ഓരോ സെക്കന്റ് കഴിയുമ്പോഴും വസ്തുവിനുണ്ടാകുന്ന വേഗത്തിന്റെ ശ്രേണിയെഴുതുക.
 - ii) ഓരോ സെക്കന്റ് കഴിയുമ്പോഴും വസ്തു സഞ്ചരിച്ച ആകെ ദൂരങ്ങളുടെ ശ്രേണിയെഴുതുക.
 - iii) മുകളിലെഴുതിയ ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക. (5)



21. $ABCDEF$ എന്ന ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണ്. $\angle A + \angle C + \angle E = \angle B + \angle D + \angle F$ എന്നു സമർഥിക്കുക.

അല്ലെങ്കിൽ

ചിത്രത്തിൽ $AB = AC$; $\angle B$ യുടെ സമഭാജി വൃത്തത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ചെലിക്കുന്നു. BC എന്ന വരയും AP എന്ന വരയും നീട്ടിയത് D യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. $CA = CD$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



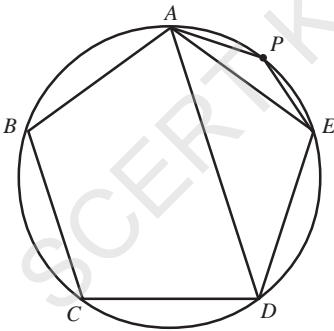
22. 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു തയാറാക്കിയ ഒരു സംഖ്യാക്രമം ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

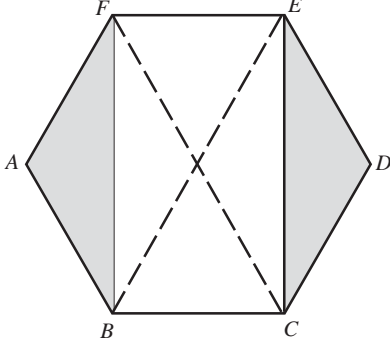
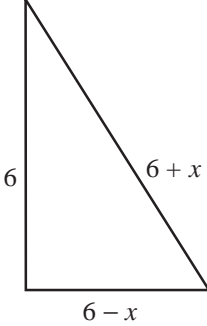
		5		
		8	11	
	14	17	20	
23	26	29	32	

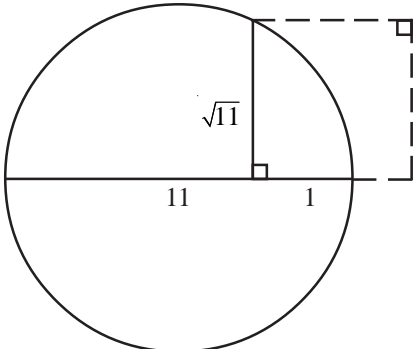
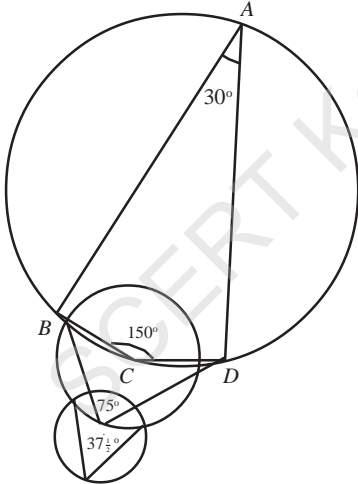
- i) അടുത്ത രണ്ടു വരികൾകൂടി എഴുതുക.
- ii) 10-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ്?
- iii) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യ സംഖ്യയും അവസാന സംഖ്യയും കാണുക. (5)

ഉത്തരസൂചിക: ഗണിതം (Class X)
സെറ്റ് C

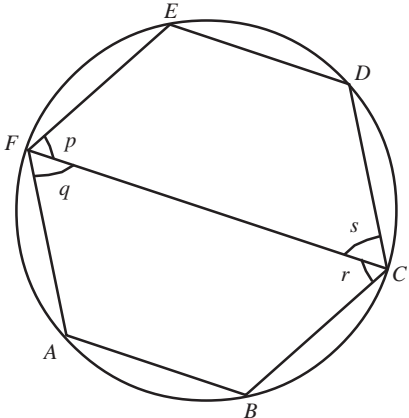
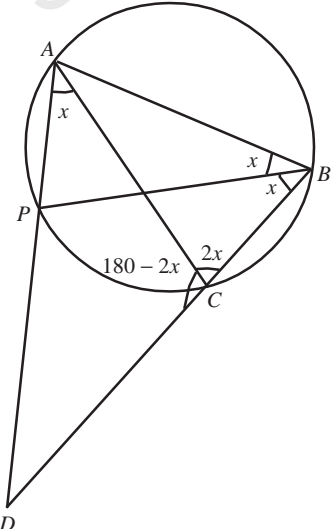
ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
1.	<p>വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ AB യും CD യും P യിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്നുവെങ്കിൽ</p> <p>$PA \times PB = PC \times PD$ എന്നുപയോഗിച്ച്</p> $PC \times PD = PA \times PB = 12 \times 6$ $= PG \times PM = 12 \times 6 \text{ എന്നെഴുതുന്നു}$ <p>ഇതിൽനിന്നും</p> $PC = 4 \text{ എന്നും}$ $PG = 10 \text{ എന്നും}$ <p>കണ്ടുത്തുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p>	2
2.	<p>$6n + 3$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ എല്ലാ പദങ്ങളും 3 ന്റെ ഗുണിതമാണെന്നു തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.</p> <p>3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക 3 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും. പക്ഷേ 2017, 3 ന്റെ ഗുണിതമല്ല എന്നറിയുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p>	2
3.	<p>$ABCD$ സമഭുജസമാന്തരികമായതിനാൽ വികർണങ്ങൾ AC യും BD യും P യിൽ ലംബമായിസമഭാഗം ചെയ്യുന്നു എന്നറിയുന്നതിന്.</p> <p>$\angle APB = 90^\circ$ ആയതിനാൽ AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണു് P.</p> <p>CPD എന്ന ശ്രീകോണത്തിന്റെ P എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി വൃത്തം കടന്നുപോകുന്നു.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	3
4.	<p>i) ഒന്നാമത്തെപ്പെട്ടിയിൽ കറുത്തമുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{10}{25} \frac{2}{5}$</p> <p>ii) രണ്ടാമത്തെപ്പെട്ടിയിൽ നിന്നും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{11}{28}$</p> <p>iii) ഒന്നാമത്തെയും രണ്ടാമത്തെയും പെട്ടിയിൽനിന്നും വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{15}{25}$ ഉം $\frac{17}{28}$ ഉം ആണെന്നുകണ്ടെത്തി, ഇതിൽ വലുത് $\frac{17}{28}$ കാണുന്നതിന് രണ്ടാം പെട്ടിയിൽ നിന്നെടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്.</p>	<p>$\frac{1}{2}$</p> <p>$\frac{1}{2}$</p> <p>1</p> <p>1</p>	3
5.	<p>i) ബീജഗണിതരൂപം $6n + 3$</p> <p>ii) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം</p> $= 6 \times \frac{n(n-1)}{2} + 3n$ $= 3n^2 + 3n + 3n$ $= 3n^2 + 6n$	<p>1</p> <p>2</p>	3

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
6.	<p>$CP = 3, PD = 8$ എന്നും $AP = x$ ആയാൽ $BP = 14 - x$ എന്നും കിട്ടുന്നതിന് $CP \times PD = AP \times BP$ $3 \times 8 = x(14 - x)$ $x^2 - 14x + 24 = 0$ $x^2 - 14x + 49 = 25$ $(x - 7)^2 = 25$ $x - 7 = 5$ $x = 12$</p> <p>അതായത്, $AP = 12$</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>(തുക 14 ഉം ഗുണനഫലം 24 ഉം കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താം. അവ 2 ഉം 12 ഉം ആണ്)</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>3</p>	3
7.	<p>$n, 8$ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ആയാൽ $\frac{3}{8}n + 2$ പൂർണ്ണസംഖ്യകളാകും. $n = 8, 16, 24, 32, \dots$ എന്നായാൽ ശ്രേണി $5, 8, 11, 14, \dots$ ഇത് 3 പൊതുവ്യത്യാസമായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	3
8.	 <p>ചിത്രത്തിൽ AD യോജിപ്പിച്ചാൽ $\angle EDA = 36^\circ$ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്. $APED$ ചക്രീയമാണെന്നറിയുന്നതിന്. $\angle APE = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>ചാപം APE യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 72° $\angle APE = \frac{360 - 72}{2} = 144^\circ$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	
9.	<p>8-ാം പദത്തിനോടു 10 പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 18-ാം പദം കിട്ടുമെന്നറിയുന്നതിന്. $18\text{-ാം പദം} = 50 + 10 \times 7 = 120$ പദവ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും എന്നുപയോഗിച്ച് $1947 - 50 = 1897, 7$ ന്റെ ഗുണിതമായതിനാൽ പദമാണെന്നു കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	3

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
10.	 <p>നിറം കൊടുത്ത ഭാഗത്തിന്റേയും നിറം കൊടുക്കാത്ത ഭാഗത്തിന്റേയും പരപ്പളവുകൾ ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ $\frac{2}{6}$ ഭാഗവും $\frac{4}{6}$ ഭാഗവുമാണെന്നു കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p> <p>സാധ്യത കണ്ടെത്തുന്നതിന് i) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ii) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$</p> <p>അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>ഗുണനഫലം 36 ആകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{36}$ ആണെന്നറിയുന്നതിന്</p> <p>ഗുണനഫലം അഭാജ്യസംഖ്യ വരാവുന്ന ജോടികൾ 6 എണ്ണം ആണെന്നറിയുന്നതിന്.</p> <p>അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{6}$</p>	<p>2</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	<p>3</p> <p>3</p>
11.	<p>3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്. കേന്ദ്രകോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്. ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>2</p>	<p>4</p>
12.	<p>ഈ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 ആണെന്ന് അറിയുന്നതിന്. പൂർണവർഗങ്ങളെ 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 0, 1 എന്നിവയാണെന്നു സമർഥിക്കുന്നതിന്. (ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച്) പൂർണവർഗങ്ങളൊന്നും $4n + 3$ എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദമാകില്ല.</p>	<p>1</p> <p>1</p>	<p>2</p> <p>4</p>
13.	 <p>മട്ടുത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $6 - x$, 6, $6 + x$ എന്നെടുക്കുന്നതിന്</p> <p>$6^2 + (6 - x)^2 = (6 + x)^2$</p> <p>വശങ്ങൾ $4\frac{1}{2}$, 6, $7\frac{1}{2}$ എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>2</p>	<p>4</p>

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
14.	<p>12 സെ.മീ. വ്യാസമായ അർധവൃത്തം വരക്കുന്നതിന്. $\sqrt{11}$ സെ.മീ. നീളമുള്ള വര വരയ്ക്കുന്നതിന്. $\sqrt{11}$ സെ.മീ. വശമായ സമചതുരം വരക്കുന്നതിന്.</p>  <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p>  <p>$\angle C = 180^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ ചിത്രം വരച്ച് $\angle C$ യും $\angle A$ യും അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്. C കേന്ദ്രമായി വൃത്തം വരച്ച് 75° കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്. 75° കോണിന്റെ ശീർഷം കേന്ദ്രമാക്കി വൃത്തം വരച്ച് $37\frac{1}{2}^\circ$ കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്.</p>	<p>1 2 1</p> <p>1 1 1 1</p>	<p>4</p> <p>4</p>
15.	<p>സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $an^2 + bn$ എന്ന രൂപത്തിലായിരിക്കും. $an^2 + bn$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ളത് $2n^2 + 3n$ ആണ്. പൊതുവ്യത്യാസവും ആദ്യപദവും കണ്ടെത്തി ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n + 1$ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്.</p>	<p>1 1 2</p>	<p>4</p>

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
16.	<p>ചിത്രത്തിൽ $AF = AC = AE = r$ എന്നെടുത്താൽ</p> <p>സമചതുര പരപ്പളവ് $\frac{r^2}{2}$; വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവി $\frac{r^2}{4}$ ന്റെ $\frac{2}{2}$ ഭാഗമാണെന്നു കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p> <p>സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{2}{2}$</p> <p>നിറം കൊടുത്ത ഭാഗത്താകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{2}{2}$</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	4
17.	<p>$\angle C = 110^\circ$ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്</p> <p>$\angle A + \angle C = 190 > 180^\circ$</p> <p>$\triangle ABD$ യുടെ പരിവൃത്തം C യിൽ കുടി കടന്നുപോകില്ലെന്നു സമർഥിക്കുന്നത്.</p> <p>or $\angle B + \angle D = 170^\circ \therefore ABCD$ ചക്രിയമല്ല.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>2</p>	4
18.	<p>അംശങ്ങൾ എല്ലാം ഒറ്റസംഖ്യകളാണെന്നു സമർഥിക്കുന്നതിന്.</p> <p>ഒറ്റസംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ടു പൂർണ്ണമായി ഹരിക്കാൻ പറ്റില്ലെന്നു കാണുന്നതിന്.</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <p>ആദ്യ പദം 301 ഉം അവസാന പദം 697 എന്നും പൊതുവ്യത്യാസം 6 എന്നും കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്.</p> <p>പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 67 എന്നു കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p> <p>തുക 18463 എന്നു കണ്ടെത്തുന്നതിന്.</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>2</p>	4
19.	<p>7 സെ.മീ., 4 സെ.മീ. വശങ്ങളുള്ള ചതുരം $ABCD$ വരയ്ക്കുന്നതിന്.</p> <p>$AB = 7$ സെ.മീ., $BC = 4$ സെ.മീ.</p> <p>$AE = 11$ സെ.മീ. ആകുന്നവിധം AB നീട്ടുന്നു.</p> <p>$BF = 6$ സെ.മീ. ആകത്തക്കവിധം CB നീട്ടുന്നു.</p> <p>A, E, F എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരച്ച് $AB \times BE = BF \times BG$ ആകത്തക്കവിധം G എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കുന്നു.</p> <p>BF, BG വശങ്ങളായ ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>1</p>	5
20.	<p>വേഗങ്ങളുടെ ശ്രേണി 9, 13, 17 എന്ന് എഴുതുന്നതിന്.</p> <p>ദൂരങ്ങളുടെ ശ്രേണി കാണാൻ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ എന്ന സമാക്യത്തിൽ $u = 5, a = 4$ എന്ന് കാണുന്നതിന്.</p> <p>ദൂരങ്ങളുടെ ശ്രേണി 7, 18, 33, ... എന്നു കാണുന്നതിന്.</p> <p>വേഗങ്ങളുടെ ബീജഗണിതം 9, 13, 17, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതമായ $4n + 5$ എന്നെഴുതുന്നതിന്.</p> <p>n സെക്കന്റിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബീജഗണിതം $s_n = 5n + 2n^2$ എന്ന് എഴുതുന്നതിന്.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>	5

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
21.	<div style="text-align: center;">  </div> <p>FC വരച്ച് രണ്ടു ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നതിന്. ചക്രിയ ചതുർഭുജങ്ങളുടെ എതിർകോണുകളുടെ തുക 180° എന്ന അറിവ് ഉപയോഗിച്ച് $q + \angle B = 180^\circ$ $\angle A + r = 180^\circ$</p> <p>എന്നും $p + \angle D = 180^\circ$ $\angle E + s = 180^\circ$</p> <p>എന്നും കാണുന്നതിന്. ഇവ ക്രമീകരിച്ച് $p + q + \angle D + \angle B = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ എന്നും $\angle F + \angle D + \angle E = 360$ $s + r + \angle A + \angle E = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ $\angle A + \angle C + \angle E = 360$ എന്നും കിട്ടുന്നതിന് $\angle A + \angle C + \angle E = \angle B + \angle D + \angle F$</p> <p style="text-align: center;">അല്ലെങ്കിൽ</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>$AB = AC$ ആയതിനാൽ $\angle ABC = \angle ACB$ എന്നറിയുന്നതിന്. BP എന്ന വര $\angle B$ യുടെ സമഭാജിയായതിനാൽ $\angle ACB = 2x$ എന്നെടുത്താൽ $\angle CBP = \angle PBA = x$ എന്നു കാണുന്നതിന്.</p>	<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p>	<p style="text-align: center;">5</p>

ചോദ്യ നമ്പർ	ഉത്തരസൂചകങ്ങൾ	സ്കോർ വിശദാംശങ്ങൾ	ആകെ സ്കോർ
	$\angle PAC = \angle PBC = x$, (ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകളായതിനാൽ) രേഖീയജോടി അനുപുരകമാണ് എന്നതുപയോഗിച്ച് $\angle ACD = 180 - 2x$ എന്നു കിട്ടുന്നതിന്. $\angle D = 180 - (180 - 2x + x) = x$ എന്നു കണ്ടെത്തി $\triangle ACD$ സമപാർശ്വത്രികോണമാണെന്നു കാണുന്നതിന്. $AC = CD$ എന്നെഴുതുന്നതിന്.	1 1 1	5
22.	i) അടുത്തടുത്ത രണ്ടു വരികൾ എഴുതുന്നതിന്. ii) ഓരോ വരിയിലെയും അവസാന സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനം 1, 3, 6, 10, ... എന്നിങ്ങനെയാണെന്നു കാണുന്നതിന്. iii) ഇതു തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയാണെന്നു കണ്ടെത്തി, 10-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം $1 + 2 + \dots + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$ എന്നു കിട്ടുന്നതിന്. 10-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $5 + 54 \times 3 = 167$ 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യ സംഖ്യ $167 - 9 \times 3 = 140$	1 1 1 1 1	5