

സമാന്തരശ്രേണി

Note:-ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ പദങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു
പദങ്ങളെ $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \dots, x_n, \dots$
എന്നിങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കാം

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ

1-)0 പദം $x_1 = 3$

2-)0 പദം $x_2 = 5$

3-)0 പദം $x_3 = 7$

4-)0 പദം $x_4 = 9$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = x_2 - x_1 = 5 - 3 = 2$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = x_3 - x_2 = 7 - 5 = 2$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = x_4 - x_3 = 9 - 7 = 2$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = x_5 - x_4 = 11 - 9 = 2$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = x_6 - x_5 = 13 - 11 = 2$

ഒന്നാം പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസം d കൂട്ടിയാൽ രണ്ടാം പദം കിട്ടും

രണ്ടാം പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസം d കൂട്ടിയാൽ മൂന്നാം പദം കിട്ടും

മൂന്നാം പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസം d കൂട്ടിയാൽ നാലാം പദം കിട്ടും

നാലാം പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസം d കൂട്ടിയാൽ അഞ്ചാം പദം കിട്ടും

1-)0 പദം $x_1 = 3$

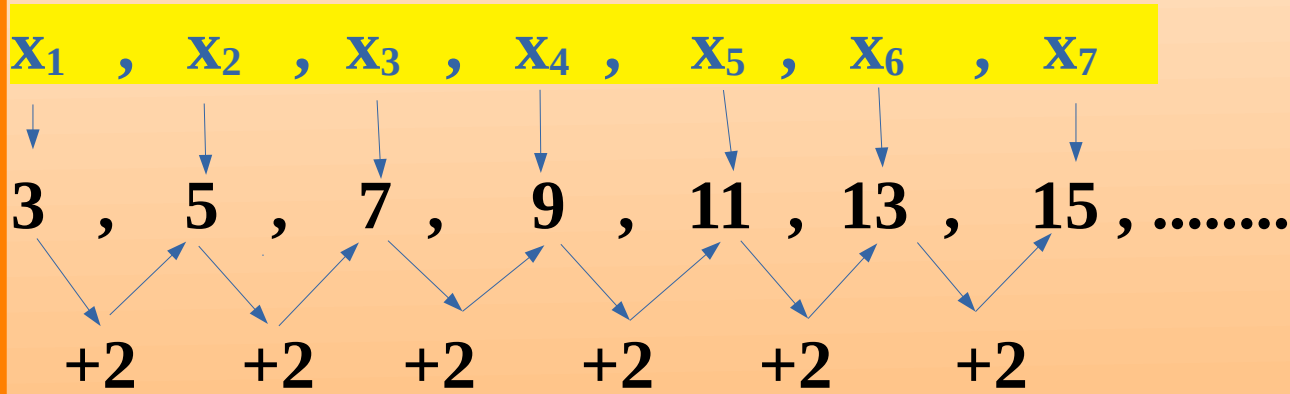
പൊതുവ്യത്യാസം $d = 2$

2-)0 പദം $x_2 = x_1 + d = 3 + 2 = 5$

3-)0 പദം $x_3 = x_2 + d = 5 + 2 = 7$

4-)0 പദം $x_4 = x_3 + d = 7 + 2 = 9$

5-)0 പദം $x_5 = x_4 + d = 9 + 2 = 11$



ഏഴാം പദം x_7 കിട്ടാൻ ഒന്നാം പദമായ x_1 നോട്

എത്ര പ്രാവശ്യം പൊതുവ്യത്യാസമായ d കൂട്ടി? 6 പ്രാവശ്യം

അതായത് $x_7 = x_1 + 6d$

$15 = 3 + 6(2)$ ആണല്ലോ

1-)0 പദത്തിനോട് 1 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 2-)0 പദം കിട്ടും .

അതായത് $x_2 = x_1 + 1d$

2-)0 പദത്തിൽ നിന്ന് 1 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ 1-)0 പദം കിട്ടും

അതായത് $x_1 = x_2 - 1d$

3-)o പദത്തിനോട് 2 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 5-)o പദം കിട്ടും

$$x_5 = x_3 + 2d$$

5-)o പദത്തിൽ നിന്ന് 2 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ 3-)o പദം കിട്ടും

$$x_3 = x_5 - 2d$$

5-)o പദത്തിനോട് 4 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 9-)o പദം കിട്ടും

$$x_9 = x_5 + 4d$$

9-)o പദത്തിൽ നിന്ന് 4 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ 5-)o പദം കിട്ടും

$$x_5 = x_9 - 4d$$

5-)o പദത്തിൽ നിന്ന് 2 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ 3-)o പദം കിട്ടും

$$x_3 = x_5 - 2d$$

5-)o പദത്തിനോട് 5 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 10-)o പദം കിട്ടും

$$x_{10} = x_5 + 5d$$

9-)o പദത്തിൽ നിന്ന് 8 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം കുറച്ചാൽ 1-)o പദം കിട്ടും

$$x_1 = x_9 - 8d$$

താഴെ എഴുതിയത് ശ്രദ്ധിച്ച് മനസ്സിലാക്കുമല്ലോ

$$x_2 = x_1 + 1d$$

$$x_3 = x_1 + 2d$$

$$x_4 = x_1 + 3d$$

$$x_6 = x_1 + 5d$$

$$x_7 = x_1 + 6d$$

$$x_{20} = x_1 + 19d$$

$$x_{31} = x_1 + 30d$$

$$x_2 = x_3 - 1d$$

$$x_3 = x_5 - 2d$$

$$x_4 = x_{14} - 10d$$

$$x_5 = x_{20} - 15d$$

$$x_6 = x_{26} - 20d$$

$$x_7 = x_{17} - 10d$$

$$x_8 = x_{10} - 2d$$

$$x_7 - x_5 = 2d$$

$$x_{17} - x_7 = 10d$$

$$x_{10} - x_5 = 5d$$

$$x_6 - x_2 = 4d$$

$$x_7 - x_2 = 5d$$

$$x_{15} - x_5 = 10d$$

സമാന്തരശ്രേണികൾ

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ n -ാം പദം ലഭിക്കുവാൻ, ആദ്യപദത്തോട്, $n - 1$ പ്രാവശ്യം പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മതി.

ഒന്നാം പദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d യും ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം (ബീജഗണിതരൂപം)

$$x_n = f + (n-1) d$$

$$x_n = f + dn - d$$

$$x_n = dn + f - d \quad \text{എന്ന് എഴുതാം}$$

Note:- ഒന്നാം പദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d യും ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

n -ാം പദം (ബീജഗണിതരൂപം) $x_n = dn + f - d$

Note:- ബീജഗണിതരൂപം എല്ലായ്പ്പോഴും $x_n = an + b$

എന്ന രൂപത്തിലായിരിക്കും (ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം)

ഇതിൽ,

പൊതുവ്യത്യാസം $d = n$ നെ ഗുണിച്ച സംഖ്യ (a)

ആദ്യപദം $f =$ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക ($a + b$)

ചോദ്യം:- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $x_n = 2n + 1$

എങ്കിൽ

i) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

ii) ആദ്യപദം എത്ര ?

iii) ശ്രേണി എഴുതുക

iv) 10-ാം പദം കാണുക

ഉത്തരം

$$x_n = 2n + 1$$

i) പൊതുവ്യത്യാസം $d = n$ നെ ഗുണിച്ച സംഖ്യ = 2

ii) ആദ്യപദം (x_1) OR $f =$ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക

$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

iii) ശ്രേണി $\rightarrow 3, 5, 7, 9, \dots$

iv) n -ാം പദം $x_n = 2n + 1$

$$10\text{-ാം പദം } x_{10} = 2(10) + 1$$

$$= 20 + 1 = 21$$

സമാന്തര ശ്രേണി

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം $2n + 1$ [അതായത് n -ാം പദം x_n]

$2n$ എന്നാൽ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 2, 4, 6, 8, 10,.....

$2n + 1$ എന്നാൽ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 1 കൂട്ടിയത് അതായത് 3, 5, 7, 9, 11,.....

ഇതിന്റെ ആദ്യ പദം $f = 3$

പൊതു വ്യത്യാസം $d = 2$

ബീജഗണിതം തന്നാൽ ശ്രേണി എഴുതാതെ പൊതുവ്യത്യാസവും ആദ്യ പദവും കാണാൻ ഒരു സൂത്രമുണ്ട്.

ഉദാ 1 :- ബീജഗണിതം $x_n = 2n + 1$
 പൊതുവ്യത്യാസം $d = n$ ന്റെ ഗുണിയ സംഖ്യ $= 2$
 ആദ്യപദം $f = 2 + 1 = 3$

(n മാധ്യം സംഖ്യകൾ മാത്രം എഴുതിയാൽ കിട്ടും)

അപ്പോൾ ശ്രേണി, ആദ്യപദമായ 3 നോട് പൊതുവ്യത്യാസമായ 2 കൂട്ടി എഴുതിയാൽ കിട്ടും അതായത് 3, 5, 7, 9, 11,.....

ഉദാ 2 :- ബീജഗണിതം $x_n = 3n - 1$
 പൊതുവ്യത്യാസം $d = n$ ന്റെ ഗുണിയ സംഖ്യ $= 3$
 ആദ്യപദം $f = 3 - 1 = 2$

(n മാധ്യം സംഖ്യകൾ മാത്രം എഴുതിയാൽ കിട്ടും)

അപ്പോൾ ശ്രേണി = 2, 5, 8, 11,.....

ബീജഗണിതത്തിൽ നിന്നും സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ഏത്

പദവും കാണാം

1) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം $x_n = 2n + 1$
ഇതിന്റെ 10-ാം പദം എത്ര?

ബീജഗണിതത്തിൽ n ന് പകരം 10 എന്ന് എഴുതിയാൽ മതി

$$\begin{aligned}x_n &= 2n + 1 \\x_{10} &= 2(10) + 1 \\&= 20 + 1 \\&= 21\end{aligned}$$

2) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം $x_n = 3n - 2$
ഇതിന്റെ 5-ാം പദം എത്ര?

ബീജഗണിതത്തിൽ n ന് പകരം 5 എന്ന് എഴുതിയാൽ മതി

$$\begin{aligned}x_n &= 3n - 2 \\x_5 &= 3(5) - 2 \\&= 15 - 2 \\&= 13\end{aligned}$$

ഒരേ അശയത്തിൽ നിന്നും 3 ചോദ്യങ്ങൾ

1) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം (n -ാം പദം x_n) ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സംഖ്യ എത്രാം പദമാണെന്ന് കാണാം

ചോദ്യം 1

1, 3, 5, 7, 9, 11, എന്ന ശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ് 99 ?

$$\begin{aligned} \text{പൊതുവ്യത്യാസം } d &= 3 - 1 = 2 \\ d=2 \text{ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ} &= 2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2n \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{1 കറച്ചാൽ} &= 1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n - 1 \end{aligned}$$

$$n\text{-ാം പദം } x_n = 99 \text{ എന്നിരിക്കട്ടെ}$$

$$\begin{aligned} 2n - 1 &= 99 \\ 2n &= 99 + 1 \\ 2n &= 100 \\ n &= 100/2 = 50 \end{aligned}$$

അതായത് 50-ാം പദമാണ് 99

2) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം (n -)^o പദം x_n) ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ടെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാം

ചോദ്യം 2

5, 8, 11, 14, 17,92 എന്ന ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട് ?

പൊതുവ്യത്യാസം $d = 8 - 5 = 3$

$d=3$ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ = 3, 6, 9, 12, 15, $3n$

2 കൂട്ടിയാൽ = 5, 8, 11, 14, 17, $3n+2$

n -)^o പദം $x_n = 92$ എന്നിരിക്കട്ടെ

$3n + 2 = 92$

$3n = 92 - 2$

$3n = 90$

$n = 90/3 = 30$

30-)^o പദമാണ് 92

അതായത് ശ്രേണിയിൽ 30 പദങ്ങളുണ്ട്

3) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം (n -ാം പദം x_n) ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സംഖ്യ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാം

ചോദ്യം

4, 7, 10, 13, എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ 61 ?

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം } d = 7 - 4 = 3$$

$$d=3 \text{ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ } = 3, 6, 9, 12, 15, \dots, 3n$$

$$1 \text{ കൂട്ടിയാൽ } = 4, 7, 10, 13, 16, \dots, 3n+1$$

$$n\text{-ാം പദം } x_n = 61 \text{ എന്നിരിക്കട്ടെ}$$

$$3n + 1 = 61$$

$$3n = 61 - 1$$

$$3n = 60$$

$$n = 60/3 = 20$$

n , എണ്ണൽ സംഖ്യയാണ്

അതിനാൽ 61 എന്നത് ശ്രേണിയിലെ പദമാണ്

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും 2 പദങ്ങൾ അറിയാമെങ്കിൽ പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കാം

ഏത് 2 പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസത്തെ അവയുടെ സ്ഥാനവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൊതുവ്യത്യാസം ലഭിക്കും

സമാന്തരശ്രേണി : 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13 , 15 , 17, പരിഗണിക്കാം

	1- ^o പദം	2- ^o പദം	3- ^o പദം	4- ^o പദം	5- ^o പദം	6- ^o പദം	7- ^o പദം
പദങ്ങൾ	3	5	7	9	11	13	15,	
	1- ^o സ്ഥാനം	2- ^o സ്ഥാനം	3- ^o സ്ഥാനം	4- ^o സ്ഥാനം	5- ^o സ്ഥാനം	6- ^o സ്ഥാനം	7- ^o സ്ഥാനം
സ്ഥാനങ്ങൾ								

സ്ഥാനങ്ങളും പദങ്ങളും ശ്രദ്ധിക്കൂ

7-^o സ്ഥാനത്തെ പദം = 15

2-^o സ്ഥാനത്തെ പദം = 5

പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം = 15 - 5 = 10

സ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം = 7 - 2 = 5

പൊതുവ്യത്യാസം $d = \frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}}$

$d = \frac{10}{5} = 2$

(3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13 ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം 2 ആണല്ലോ)

അതായത് സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏത് 2 പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസത്തെ അവയുടെ സ്ഥാനവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൊതുവ്യത്യാസം ലഭിക്കും

Note:- സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദവും

അവസാനപദവും(അന്ത്യപദം) അറിയാമെങ്കിൽ

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം **n** കാണുന്നതിന് മറ്റൊരു മാർഗ്ഗം.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണാൻ,

$$n = \frac{\text{അന്ത്യപദം} - \text{ആദ്യപദം}}{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}} + 1$$

ചോദ്യം:- 3,5,7,9,.....103 എന്ന ശ്രേണിയിൽ

എത്ര പദങ്ങളുണ്ട് ?

ഉത്തരം

$$\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം } n = \frac{(\text{അവസാനപദം} - \text{ആദ്യപദം})}{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}} + 1$$

$$\begin{aligned} \text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം } n &= \frac{(103 - 3)}{2} + 1 \\ &= \frac{100}{2} + 1 \\ &= 50 + 1 \\ &= 51 \end{aligned}$$

ശ്രേണിയിൽ 51 പദങ്ങളുണ്ട്

അതായത് 51-ാം പദമാണ് 103

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ നിശ്ചിത എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

1 മുതൽ n വരെയുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക =

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

eg:-

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

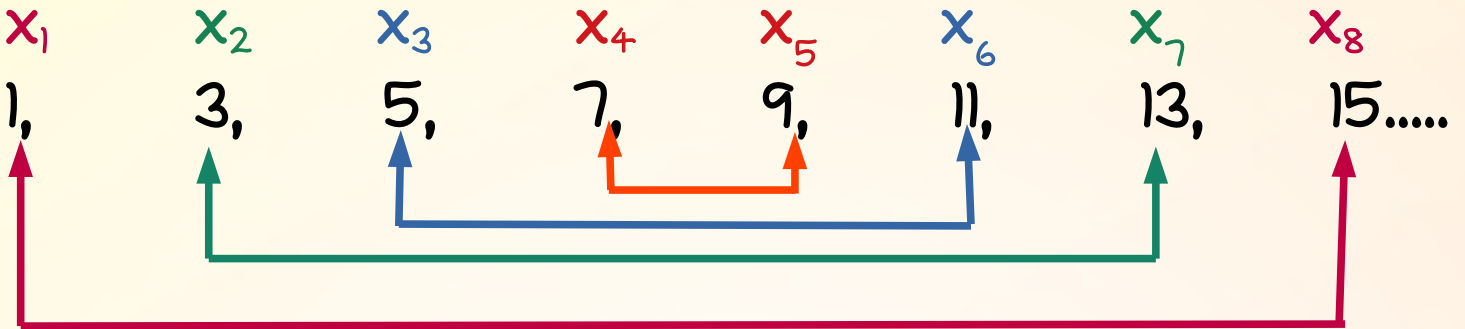
$$\begin{aligned} &= \frac{10 \times (10 + 1)}{2} \\ &= \frac{10 \times 11}{2} \\ &= \frac{110}{2} = 55 \end{aligned}$$

1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

$$\begin{aligned} &= \frac{100 \times (100 + 1)}{2} \\ &= \frac{100 \times 101}{2} \\ &= \frac{10100}{2} = 5050 \end{aligned}$$

ശ്രേണി: 1,3,5,7,9,11,13,15.....

സമാന്തരശ്രേണികളിലെ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ പദജോടികളുടെ തുകയും തുല്യമായിരിക്കും



പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 8 ,അതായത് 4 ജോടി. മുകളിൽ കാണിച്ചതുപോലെ ജോടികളാക്കുക

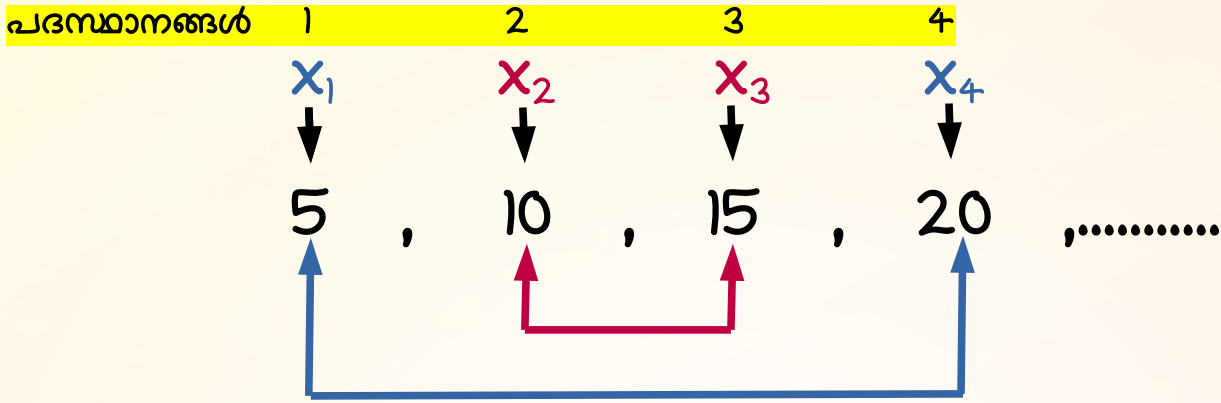
$$\begin{aligned}
 x_1 + x_8 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} &= 1 + 8 = 9 \\
 x_2 + x_7 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} &= 2 + 7 = 9 \\
 x_3 + x_6 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} &= 3 + 6 = 9 \\
 x_4 + x_5 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} &= 4 + 5 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_8 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} &= 1 + 15 = 16 \\
 x_2 + x_7 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} &= 3 + 13 = 16 \\
 x_3 + x_6 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} &= 5 + 11 = 16 \\
 x_4 + x_5 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} &= 7 + 9 = 16
 \end{aligned}$$

Note:- പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ പദജോടികളുടെ തുക തുല്യമായിരിക്കും

സമാന്തരശ്രേണികൾ

ചോദ്യം: 5,10,15,20,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക



പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 4 , അതായത് 2 ജോടി

ഒന്നാമത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_1 + x_4 = 5 + 20 = 25$

2-) മത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_2 + x_3 = 10 + 15 = 25$

ആകെ $2 \times 25 = 50$

പദജോടികളുടെ എണ്ണം = 2

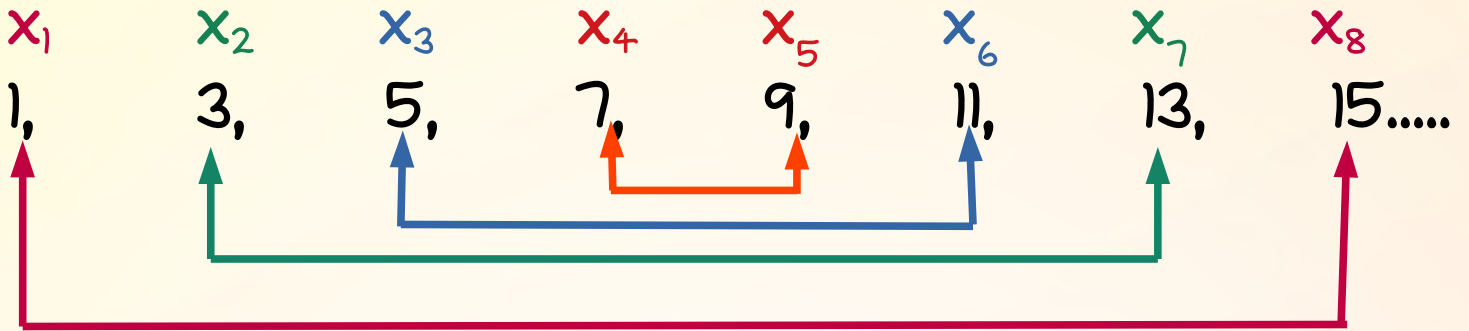
ഒരു പദജോടിയുടെ തുക = 25

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം
ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ പദങ്ങളുടെ

തുക = പദജോടികളുടെ എണ്ണം \times ഒരു പദജോടിയുടെ തുക

ചോദ്യം:

1,3,5,7,9,11,13,15..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 8 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക



പദങ്ങളുടെ എണ്ണം 8 , അതായത് 4 ജോടി

- 1-)മത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_1 + x_8 = 1 + 15 = 16$
- 2-)മത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_2 + x_7 = 3 + 13 = 16$
- 3-)മത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_3 + x_6 = 5 + 11 = 16$
- 4-)മത്തെ ജോടിയുടെ തുക = $x_4 + x_5 = 7 + 9 = 16$

ആകെ $4 \times 16 = 64$

പദജോടികളുടെ എണ്ണം = 4

ഒരു പദജോടിയുടെ തുക = 16

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം
ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ പദങ്ങളുടെ

തുക = പദജോടികളുടെ എണ്ണം \times ഒരു പദജോടിയുടെ തുക

മറ്റൊരു പ്രത്യേകത

പദജോടികളുടെ തുക	പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക
$x_1 + x_8 = 1 + 15 = 16$	$1 + 8 = 9$
$x_2 + x_7 = 3 + 13 = 16$	$2 + 7 = 9$
$x_3 + x_6 = 5 + 11 = 16$	$3 + 6 = 9$
$x_4 + x_5 = 7 + 9 = 16$	$4 + 5 = 9$

$$x_1 + x_8 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} = 1 + 8 = 9$$

$$x_2 + x_7 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} = 2 + 7 = 9$$

$$x_3 + x_6 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} = 3 + 6 = 9$$

$$x_4 + x_5 \text{ ൽ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക} = 4 + 5 = 9$$

$$x_1 + x_8 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} = 1 + 15 = 16$$

$$x_2 + x_7 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} = 3 + 13 = 16$$

$$x_3 + x_6 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} = 5 + 11 = 16$$

$$x_4 + x_5 \text{ (പദജോടിയുടെ തുക)} = 7 + 9 = 16$$

Note:- പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ
പദജോടികളുടെ തുക തുല്യമായിരിക്കും.

x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8, \dots

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40,

ഇതിൽ

1-ാ മത്തെയും 8-ാ മത്തെയും $(1+8 = 9)$

2-ാ മത്തെയും 7-ാ മത്തെയും $(2+7 = 9)$

3-ാ മത്തെയും 6-ാ മത്തെയും $(3+6 = 9)$

4-ാ മത്തെയും 5-ാ മത്തെയും $(4+5 = 9)$

പദങ്ങളെ ജോടികളാക്കി കൂട്ടി

നോക്കാം.

$$x_1 + x_8 = 5 + 40 = 45$$

$$x_2 + x_7 = 10 + 35 = 45$$

$$x_3 + x_6 = 15 + 30 = 45$$

$$x_4 + x_5 = 20 + 25 = 45$$

Note: -ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ പദ ജോടികളുടെ തുകയും തുല്യമായിരിക്കും

**ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ
പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ
പദ ജോടികളുടെ തുകയും
തുല്യമായിരിക്കും എന്നറിയാമല്ലോ
ഉദാഹരണമായി**

**2,4,6,8, 10, 12, എന്ന സമാന്തര
ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 6
പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?**

**1-ാമത്തെയും 6-ാമത്തെയും
പദങ്ങളുടെ തുക = $2 + 12 = 14$**

**2-ാമത്തെയും 5-ാമത്തെയും
പദങ്ങളുടെ തുക = $4 + 10 = 14$**

**3-ാമത്തെയും 4-ാമത്തെയും
പദങ്ങളുടെ തുക = $6 + 8 = 14$**

**ഇവിടെ 6 പദങ്ങളെ 3ജോടികളാക്കി
3 ജോടികളിലും തുക = 14**

അതിനാൽ തുക = $3 \times 14 = 42$

**ഈ ജോടികളിലെല്ലാം
പദസ്ഥാനങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ 7
ആണല്ലോ**

1-ാമത്തെയും 6-ാമത്തെയും, $1 + 6 = 7$

2-ാമത്തെയും 5-ാമത്തെയും, $2 + 5 = 7$

3-ാമത്തെയും 4-ാമത്തെയും, $3 + 4 = 7$

അതായത്

**ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ
പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ
പദ ജോടികളുടെ തുകയും
തുല്യമായിരിക്കും**

സമാന്തരശ്രേണി

ഒറ്റസംഖ്യകൾ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13.....



ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര പുലികൾ ഉണ്ട്? **7**
എത്രാമത്തെ പുലിയാണ് നടുവിൽ?

4-)മത്തെ പുലി (സൂചന:- 7 ഒറ്റസംഖ്യ, 1 കൂട്ടിയാൽ 8, പകുതി 4)



ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര കുതിരകൾ ഉണ്ട്? **5**
എത്രാമത്തെ കുതിരയാണ് നടുവിൽ?

3-)മത്തെ കുതിര (സൂചന:- 5 ഒറ്റസംഖ്യ, 1 കൂട്ടിയാൽ 6, പകുതി 3)



ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര അണ്ണാർക്കണ്ണൻ ഉണ്ട്? **9**
എത്രാമത്തെ അണ്ണാർക്കണ്ണനാണ് നടുവിൽ?

5-)മത്തെ അണ്ണാർക്കണ്ണൻ (സൂചന:- 9 ഒറ്റസംഖ്യ, 1 കൂട്ടിയാൽ 10, പകുതി 5)

Note:- ആകെ എണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യ ആണെങ്കിൽ എത്രാമത്തെയാണ് നടുവിൽ
(മധ്യത്തിൽ) ?

എണ്ണത്തിനോട് 1 കൂട്ടുക .അതിന്റെ പകുതി കാണുക

സമാന്തരശ്രേണി

ഇരട്ടസംഖ്യകൾ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.....



1

2

3

4

5

6

ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര മരങ്ങൾ ഉണ്ട്? 6
എത്രാമത്തെ മരമാണ് നടുവിൽ?

3-)മഞ്ഞയും 4-)മഞ്ഞയും (സൂചന:- 6 ഇരട്ടസംഖ്യ, പകുതി 3, 1 കൂട്ടിയാൽ 4)



1

2

3

4

5

6

7

8

ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര വൃത്തങ്ങൾ ഉണ്ട്? 8
എത്രാമത്തെ വൃത്തമാണ് നടുവിൽ?

4-)മഞ്ഞയും 5-)മഞ്ഞയും (സൂചന:- 8 ഇരട്ടസംഖ്യ, പകുതി 4, 1 കൂട്ടിയാൽ 5)



1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

ചിത്രത്തിൽ **ആകെ** എത്ര മിന്നി മൗസ് ഉണ്ട്? 10
എത്രാമത്തെ മിന്നി മൗസാണ് നടുവിൽ?

5-)മഞ്ഞയും 6-)മഞ്ഞയും (സൂചന:- 10 ഇരട്ടസംഖ്യ, പകുതി 5, 1 കൂട്ടിയാൽ 6)

Note:- ആകെ എണ്ണം ഇരട്ട സംഖ്യ ആണെങ്കിൽ എത്രാമത്തേയാണ് നടുവിൽ
(മധ്യത്തിൽ) ?

എണ്ണത്തിന്റെ പകുതി കാണുക .അതിനോട് 1 കൂട്ടുക (ഇവ രണ്ടും നടുവിൽ)

സമാന്തരശ്രേണി



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള കുട്ടികളിൽ എത്രമാത്രെ കുട്ടിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

1 ഉം 5 ഉം കൂട്ടിയാൽ 6 . പക്ഷതി 3 അതിനാൽ 3-)മത്തെ കുട്ടി

5 മുതൽ 9 വരെയുള്ള കുട്ടികളിൽ എത്രമാത്രെ കുട്ടിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

5 ഉം 9 ഉം കൂട്ടിയാൽ 14 . പക്ഷതി 7 അതിനാൽ 7-)മത്തെ കുട്ടി



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള കോഴികളിൽ എത്രമാത്രെ കോഴിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

1 ഉം 7 ഉം കൂട്ടിയാൽ 8 . പക്ഷതി 4 അതിനാൽ 4-)മത്തെ കോഴി

ആദ്യത്തെ 7 കോഴികളിൽ എത്രമാത്രെ കോഴിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

1 ഉം 7 ഉം കൂട്ടിയാൽ 8 . പക്ഷതി 4 അതിനാൽ 4-)മത്തെ കോഴി

5 മുതൽ 15 വരെയുള്ള കോഴികളിൽ എത്രമാത്രെ കോഴിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

5 ഉം 15 ഉം കൂട്ടിയാൽ 20 . പക്ഷതി 10 അതിനാൽ 10-)മത്തെ കോഴി

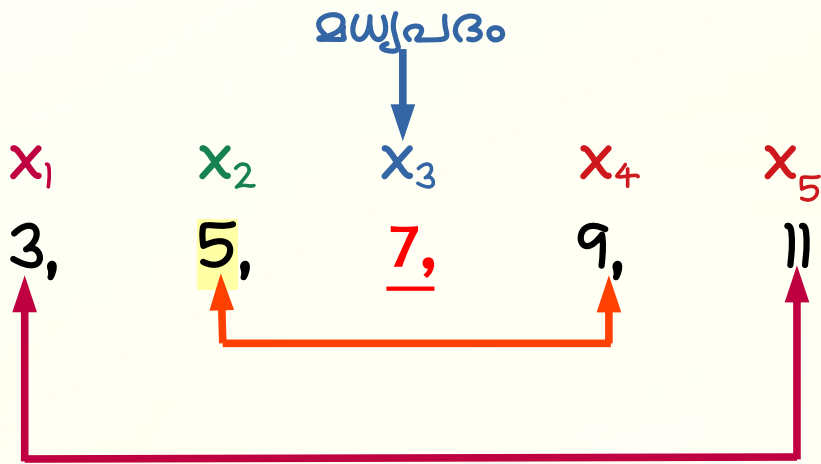
2 മുതൽ 4 വരെയുള്ള കോഴികളിൽ എത്രമാത്രെ കോഴിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

2 ഉം 4 ഉം കൂട്ടിയാൽ 6 . പക്ഷതി 3 അതിനാൽ 3-)മത്തെ കോഴി

ആദ്യത്തെ 3 കോഴികളിൽ എത്രമാത്രെ കോഴിയാണ് മധ്യത്തിൽ?

1 ഉം 3 ഉം കൂട്ടിയാൽ 4 . പക്ഷതി 2 അതിനാൽ 2-)മത്തെ കോഴി

ചോദ്യം: 3,5,7,9,11,13,15..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക



പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = 5 (**ഒറ്റസംഖ്യ**)

മധ്യപദം $x_3 = 7$

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം **ഒറ്റസംഖ്യ** ആയാൽ പദങ്ങളുടെ

$$\text{തുക} = \text{മധ്യപദം} \times \text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം}$$

$$= 7 \times 5$$

$$= \underline{\underline{35}}$$

Note:- സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദവും (x_1)

അവസാനപദവും (അന്ത്യപദം x_n) അറിയാമെങ്കിൽ പദങ്ങളുടെ തുക S_n കാണുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം

$$S_n = \frac{n}{2} (\text{ആദ്യപദം} + \text{അന്ത്യപദം})$$

$$S_n = \frac{n}{2} (x_1 + x_n)$$

ചോദ്യം:- 3,5,7,9,.....എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ

ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

ഉത്തരം പദങ്ങളുടെ എണ്ണം $n = 20$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = 2$

ആദ്യപദം $x_1 = 3$

അവസാനപദം $x_{20} = x_1 + 19d$

$$= 3 + 19(2)$$

$$= 3 + 38 = 41$$

പദങ്ങളുടെ തുക $S_n = \frac{n}{2} (\text{ആദ്യപദം} + \text{അന്ത്യപദം})$

$$= \frac{20}{2} (3 + 41)$$

$$= 10 (44) = 440$$

ചോദ്യം:- 3,5,7,9,.....21 എന്ന ശ്രേണിയിൽ

i) എത്ര പദങ്ങളുണ്ട് ?

ii) എല്ലാ പദങ്ങളുടെയും തുക കാണുക

ഉത്തരം

i) പദങ്ങളുടെ എണ്ണം $n = \frac{(\text{അവസാനപദം} - \text{ആദ്യപദം})}{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}} + 1$

$$\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം } n = \frac{(21 - 3)}{2} + 1$$

$$= \frac{18}{2} + 1$$

$$= 9 + 1$$

$$= 10$$

ശ്രേണിയിൽ 10 പദങ്ങളുണ്ട്, അതായത് 10-ാം പദമാണ് 21

ii) പദങ്ങളുടെ എണ്ണം $n = 10$

$$\text{ആദ്യപദം } x_1 = 3$$

$$\text{അവസാനപദം } x_{10} = 21$$

$$\text{പദങ്ങളുടെ തുക } S_n = \frac{n}{2} (\text{ആദ്യപദം} + \text{അന്ത്യപദം})$$

$$= \frac{10}{2} (3 + 21)$$

$$= 5 (24) = 120$$

Note:- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ

ബീജഗണിതരൂപം എപ്പോഴും $S_n = an^2 + bn$ എന്നായിരിക്കും.

Note:- ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $S_n = an^2 + bn$ എന്ന രൂപത്തിൽ ആയാൽ

പൊതുവ്യത്യാസം = n^2 ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ ഇരട്ടി = $2a$

ഒന്നാം പദം = ഗുണകങ്ങളുടെ തുക = $a+b$

ചോദ്യം:- . ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ

ബീജഗണിതരൂപം $3n^2 + 2n$ ആയാൽ

i)പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

ii)ഒന്നാം പദം എത്ര ?

ഉത്തരം

n^2 നെ ഗുണിച്ച സംഖ്യ = 3

പൊതുവ്യത്യാസം = n^2 ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ ഇരട്ടി = $2(3) = 6$

ഒന്നാം പദം = ഗുണകങ്ങളുടെ തുക = $3 + 2 = 5$

ചോദ്യം:- . ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ

ബീജഗണിതരൂപം $5n^2 - 3n$ ആയാൽ

i) ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

ii) ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

ഉത്തരം

i) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $S_n = 5n^2 - 3n$

ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക $S_{10} = 5(10)^2 - 3(10)$

$$= 5(100) - 30$$

$$= 500 - 30 = 470$$

ii) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $S_n = 5n^2 - 3n$

ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക $S_5 = 5(5)^2 - 3(5)$

$$= 5(25) - 15$$

$$= 125 - 15 = 110$$

സമാന്തരശ്രേണി

എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

ഇരട്ട സംഖ്യകൾ : 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

ഒറ്റ സംഖ്യകൾ : 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{n(n+1)}{2}$

ആദ്യത്തെ 3 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{3(3+1)}{2}$
 $= \frac{3(4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$

(ആദ്യത്തെ 3 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $1+2+3=6$)

ആദ്യത്തെ n ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക = $n(n+1)$

ആദ്യത്തെ 3 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക = $3(3+1) = 3(4) = 12$

(ആദ്യത്തെ 3 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക = $2+4+6=12=3 \times 4$)

ആദ്യത്തെ n ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക = n^2

ആദ്യത്തെ 3 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക = $3^2 = 9$

(ആദ്യത്തെ 3 ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക = $1+3+5=9=3^2$)

പദങ്ങൾ വലിയ സംഖ്യകളോ ഭിന്ന സംഖ്യകളോ
നൂനസംഖ്യകളോ ആയാൽ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ

ബീജഗണിത രൂപം(n-ാം പദം) $x_n = dn + f - d$

ഉപയോഗിച്ച് കാണുന്നതായിരിക്കും സൗകര്യം

ചോദ്യം:- 101 ,108 ,115 ,122 ,..... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ

ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക

ഉത്തരം:-

$$\text{ആദ്യപദം } f = 101$$

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം } d = 108 - 101 = 7$$

ബീജഗണിത രൂപം(n-ാം പദം) $x_n = dn + f - d$

$$x_n = 7n + 101 - 7$$

$$x_n = 7n + 94$$

Note:- ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 7n + 94$ ആയാൽ

ആദ്യ പദം $f =$ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക $= 7 + 94 = 101$

പൊതുവ്യത്യാസം $d = n$ ന്റെ ഗുണകം $= 7$

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $S_n = \frac{d}{2} n^2 + \left(f - \frac{d}{2} \right) n$

ഉപയോഗിച്ച് കാണാം

ചോദ്യം:- 5,8,11,14,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക

ഉത്തരം:-

$$\text{ആദ്യപദം } f = 5$$

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം } d = 8 - 5 = 3$$

തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $S_n = \frac{d}{2} n^2 + \left(f - \frac{d}{2} \right) n$

$$S_n = \frac{3}{2} n^2 + \left(5 - \frac{3}{2} \right) n$$

$$S_n = \frac{3}{2} n^2 + \left(\frac{10}{2} - \frac{3}{2} \right) n$$

$$S_n = \frac{3}{2} n^2 + \frac{(10 - 3)}{2} n$$

$$S_n = \frac{3}{2} n^2 + \frac{7}{2} n$$

1. സംഖ്യാശ്രേണികൾ

തുടർച്ചയായി എഴുതുമ്പോൾ അടുത്തത് ഏത് എന്ന് പറയാൻ പറ്റുന്ന സംഖ്യാ ക്രമങ്ങളെ ശ്രേണികൾ എന്ന് പറയുന്നു.

eg:-

- 1,2,3,4,..... (അടുത്തത് 5)
- 1,4,9,16,..... (അടുത്തത് 25)
- 10,100,1000,10000,... (അടുത്തത് 100000)
- 2,4,8,16,.... (അടുത്തത് 32)

2. ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതം

ഇത്തരം സംഖ്യാശ്രേണിയിൽ പൊതുവായി ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന ഗണിതക്രമത്തെ ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതാം

eg:-

- 1,2,3,4,..... (ബീജഗണിതം n)
- 1,4,9,16,..... (ബീജഗണിതം n^2)
- 10,100,1000,10000,... (ബീജഗണിതം 10^n)
- 2,4,8,16,.... (ബീജഗണിതം 2^n)

3. സമാന്തരശ്രേണികൾ

തുടർച്ചയായി എഴുതുവാൻ അടുത്ത സംഖ്യ ലഭിക്കാൻ ഒരു പ്രത്യേക സംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അത്തരം ശ്രേണികളെ സമാന്തരശ്രേണികൾ എന്ന് പറയുന്നു.

eg:-

- 1,2,3,4,..... (അടുത്തത് കിട്ടുവാൻ 1 കൂട്ടണം)
- 10,20,30,40,.....(അടുത്തത് കിട്ടുവാൻ 10 കൂട്ടണം)
- 6,12,18,24,..... (അടുത്തത് കിട്ടുവാൻ 6 കൂട്ടണം)
- 100,90,80,..... (അടുത്തത് കിട്ടുവാൻ 10 കുറയ്ക്കണം)
- 56,52,48,..... (അടുത്തത് കിട്ടുവാൻ 4 കുറയ്ക്കണം)

4.പദങ്ങൾ

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ പദങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു.

eg:-

10,20,30,40,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ

ഒന്നാം പദം $x_1 = 10$

രണ്ടാം പദം $x_2 = 20$

മൂന്നാം പദം $x_3 = 30$

n-ാം പദത്തെ x_n എന്നെഴുതാം (ബീജഗണിതരൂപം)

5. പൊതു വ്യത്യാസം

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ 2 പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തെ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ന് പറയുന്നു. ഇതിനെ d എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

eg:-

6,10,14,18,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

$$\begin{aligned} \text{പൊതുവ്യത്യാസം} &= \text{രണ്ടാം പദം} - \text{ഒന്നാം പദം} (x_2 - x_1) \\ &= \text{മൂന്നാം പദം} - \text{രണ്ടാം പദം} (x_3 - x_2) \dots \dots \end{aligned}$$

Note : പദവ്യത്യാസവും സ്ഥാനവ്യത്യാസവും തമ്മിലുള്ള ആനുപാതിക സ്ഥിരമാണ് പൊതുവ്യത്യാസം.

6,10,14,18,..... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ,

സ്ഥാനം	1	2	3	4	n
പദം	6	10	14	18	

ഏത് 2 പദങ്ങളുടെയും പദവ്യത്യാസത്തെ സ്ഥാനവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൊതുവ്യത്യാസം ലഭിക്കും.

eg:-

1	2	$\frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}} = \frac{10 - 6}{2 - 1} = \frac{4}{1} = 4$
6	10	

സമാന്തരശ്രേണികൾ

കുറിപ്പ്: 3

6.

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ചില പദങ്ങളുപയോഗിച്ച് മറ്റു ചില പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തൽ

eg:-

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 4-ാം പദം 22 ഉം 10-ാം പദം 46 ഉം ആയാൽ 20-ാം പദം എന്ത്?

Ans :

4-ാം പദവും 10-ാം പദം തമ്മിലുള്ള

$$\text{പദവ്യത്യാസം} = 46 - 22 = 24$$

$$\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം} = 10 - 4 = 6$$

$$\therefore \text{പൊതുവ്യത്യാസം} = 24/6 = 4$$

10-ാം പദത്തിനോട് 10 പ്രാവശ്യം പൊതു വ്യത്യാസം

കൂട്ടിയാൽ 20-ാം പദം കിട്ടും

$$\begin{aligned}x_{20} &= x_{10} + 10d \\ &= 46 + 10(4) \\ &= 46 + 40 \\ &= 86\end{aligned}$$

7. സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

eg:-

5,9,13, എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ 37 എന്ന് പരിശോധിക്കുക . 42 ഓ ?

ശ്രേണി = 5,9,13,

∴ പൊതുവ്യത്യാസം = 9 - 5 = 4

ഒന്നാം പദത്തെ (5 നെ) പൊതുവ്യത്യാസമായ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം = 1

37 നെ പൊതുവ്യത്യാസമായ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം = 1

∴ 37 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണ്

42 നെ പൊതുവ്യത്യാസമായ 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം = 2

∴ 42 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല

ഒരു ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം ഒരേ സംഖ്യയായിരിക്കും