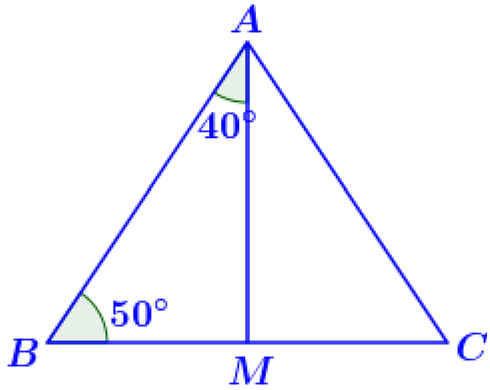
ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 21 (21 / 08 /2020)

വർക്ക്ഷീറ്റ്

1.ചിത്രത്തിൽ < BAC യുടെ സമഭാജിയാണ് AM .

< BAM = 40 °, < ABM = 50 °



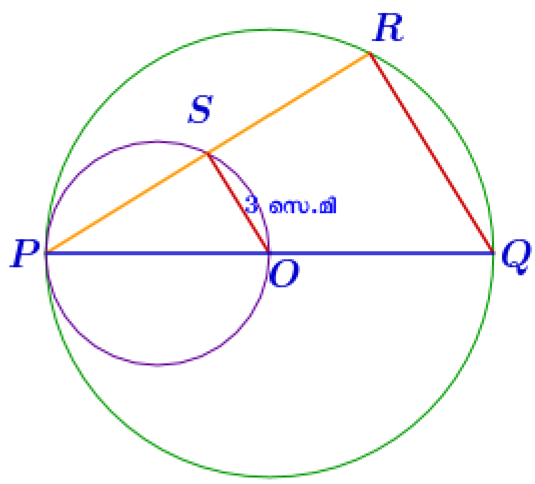
a) < AMB യുടെ അളവെന്ത് ?

b) AB വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ M ന്റെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനകത്തോ , പുറത്തോ , വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക ?

c) < ACM ന്റെ അളവെന്ത് ?

d) AM വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ C യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനകത്തോ , പുറത്തോ , വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക ?

2. ചിത്രത്തിൽ O വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് .വലിയവൃത്തിലെ ഒരു ഞാണാണ് PR . OP വ്യാസമായി വരക്കുന്ന ചെറിയ വൃത്തം PR നെ .S എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുറിക്കുന്നു . വലിയവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 10 സെ.മി ,OS = 3 സെ.മി



a) < PSO യുടെ അളവെന്ത് ?

b) PS എന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

c) ഞാൺ PR ന്റെ നീളമെന്ത് ?

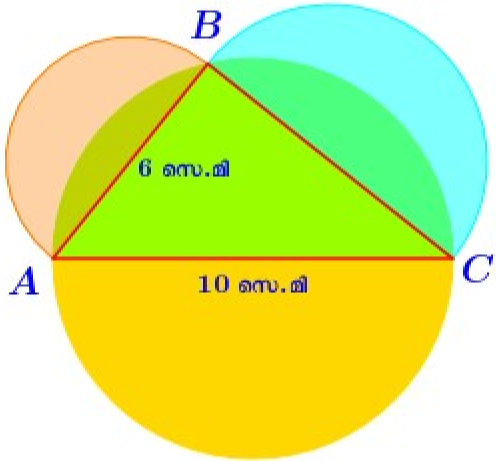
d) < PRQ ന്റെ അളവെന്ത് ?

e) QR എന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

f) PQR ന്റെ പരപ്പളവെന്ത് ?

SARATH .A .S , HST ,GHS ANCHACHAVADI

3. ചിത്രത്തിൽ AC വ്യാസമായ ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു വാണ് B . AC = 10 സെ.മി , AB = 6 സെ.മി .



a) < ABC യുടെ അളവെന്ത് ?

b) AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവെന്ത് ?

c) BC യുടെ നീളമെന്ത് ?

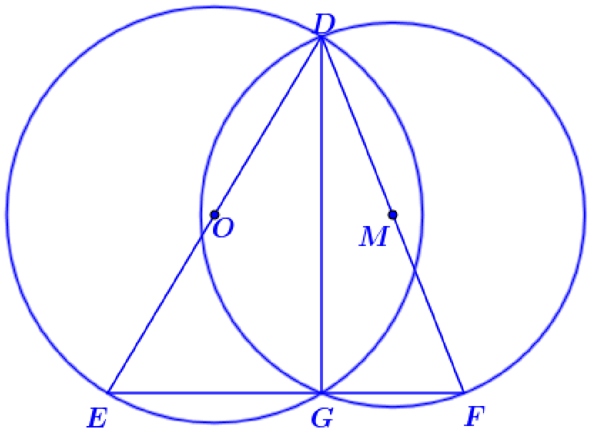
d) BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവെന്ത് ?

e) AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവെന്ത് ?

f) AB , BC , AC എന്നി വരകൾ വ്യാസങ്ങളായ അർധവൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?

4.ചിത്രത്തിൽ O , M കേന്ദ്രമായ വൃത്തങ്ങൾ D , G എന്നി ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

DE = 15 സെ.മി , DG = 12 സെ.മി ,DF = 13 സെ.മി .



a) < DGE യുടെ അളവെന്ത് ?

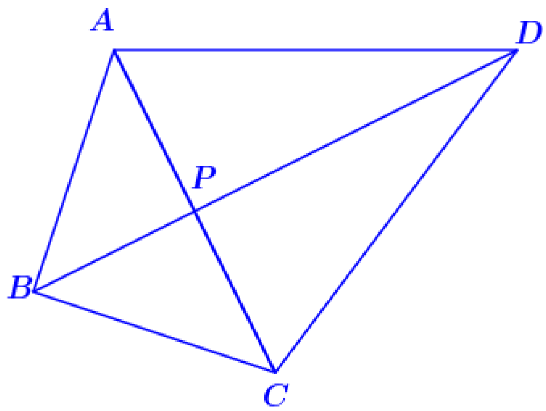
b) EG എന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

c) GF എന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

d) EF എന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

e) വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ച് വരക്കുന്ന വരയുടെ നീളമെന്ത് ?

5. ചിത്രത്തിൽ AB = BC , AD = CD



a) ത്രികോണം ABD ക്ക് തുല്യമായ ത്രികോണം ഏത് ?

b) < ABD ക്ക് തുല്യമായ കോൺ ഏത് ?

c) ത്രികോണം ABP ക്ക് തുല്യമായ ത്രികോണം ഏത് ?

d) < APB യുടെ അളവെന്ത് ?

e) BC വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ P യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനകത്തോ , പുറത്തോ , വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക ?

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 21 (21 / 08 /2020)

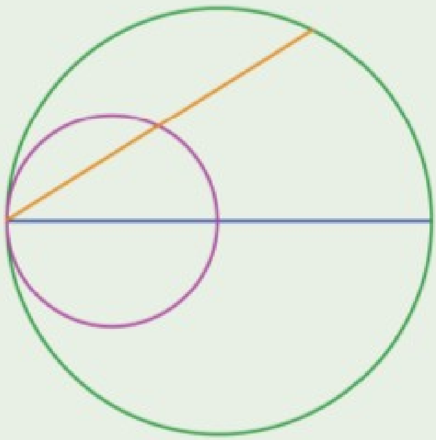
കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനകത്തെ ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90 ^{o} യേക്കാൾ കൂടുതലും വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്നകോൺ 90 ^{o} യും വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90 ^{o} യേക്കാൾ കുറവുമായിരിക്കും.

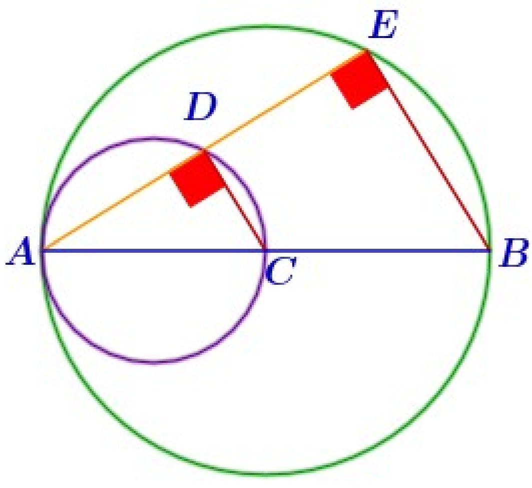
ഇതുവരെ പഠിച്ച ആശയങ്ങളുടെ പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം .

1.

ചിത്രത്തിൽ ഒരു വര വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തവും, വരയുടെ പകുതി വ്യാസമായി ഒരു ചെറുവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു. വൃത്തങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ വലിയ വൃത്തത്തിൽ വരയ്ക്കുന്ന ഏതു ഞാണിനെയും ചെറിയ വൃത്തം സമഭാഗം ചെയ്യുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.



<u>ഉത്തരം .</u>



ചിത്രത്തിൽ C വലിയവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം .

AC ചെറിയവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും AB വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവുമാണ് . വലിയ വൃത്തതത്തിലെ AE എന്ന ഞാൺ ചെറിയവൃത്തത്തെ D എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുറിക്കുന്നു.

$< ADC = < AEB = 90^o$

(കാരണം , അർവൃത്തത്തിലെ കോൺമട്ടമാണ്)

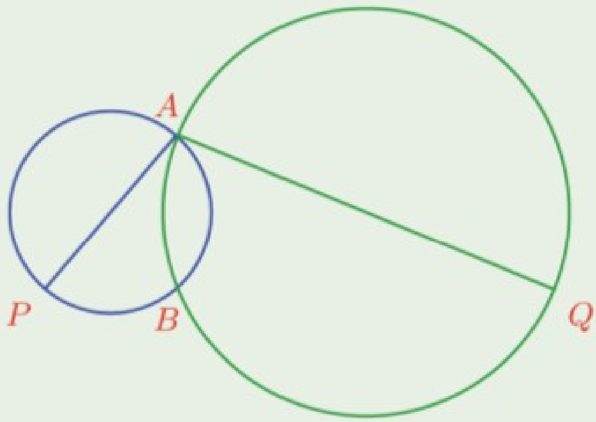
==> CD എന്ന വരക്ക് ലംബമാണ്   AE .

അതുകൊണ്ട്   AD = DE   (വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ഞാണിലേക്കുള്ള ലംബം ഞാണിലെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.)

ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യം :C വലിയവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും AE ആ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണുമാണല്ലോ

2.

ചിത്രത്തിലെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിച്ചു കടക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളാണ് A യും, B യും. A യിലൂടെയുള്ള വ്യാസങ്ങളുടെ മറ്റേ അറ്റങ്ങളാണ്, P യും Q വും:



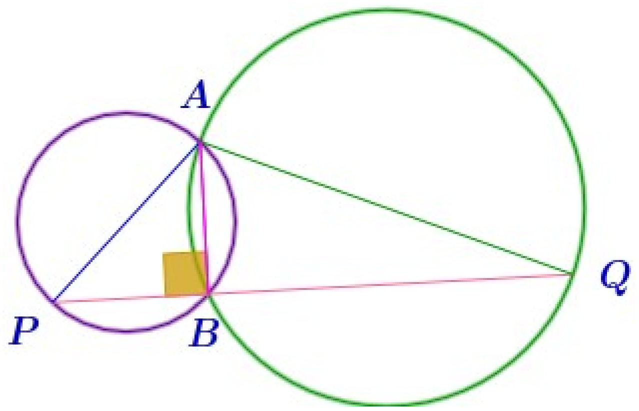
(i) P, B, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) PQ എന്ന വര, വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമാണെന്നും, PQ വിന്റെ നീളം, ആ വരയുടെ നീളത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണെന്നും തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം .

ചിത്രത്തിൽ AP ചെറിയവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ,

AQ വലിയവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ആണ് .



i) AB യോജിപ്പിക്കുക .

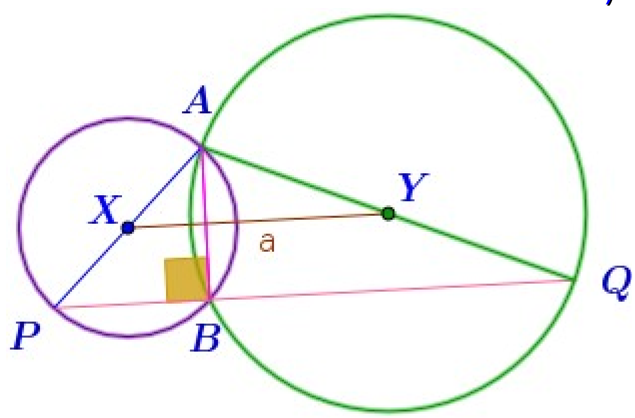
$< ABP = 90^\circ$ (AP വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

കൂടാതെ $< ABQ = 90^\circ$

(AQ വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

P , B ,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണ് . ($< ABP + < ABQ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, രേഖീയജോഡി)

ii) ചെറിയവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം X ഉം വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം Y ഉം ആയാൽ



AX = PX

AY = QY

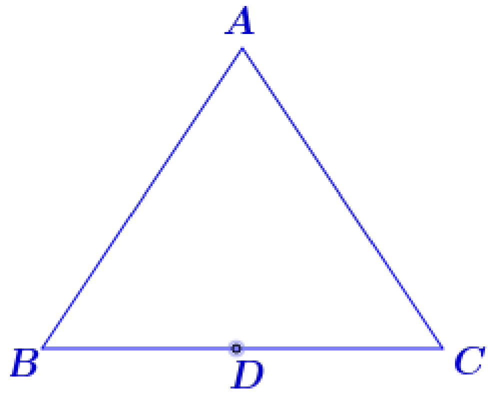
(ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

==> PQ ന് സമാന്തരമാണ് XY

PQ= 2 x XY (ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന് സമാന്തരമാണ് . ഈ വരയുടെ നീളം മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ പകുതി യുമാണ് .)

3.

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യമായ വശങ്ങൾ വ്യാസങ്ങളായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകും എന്ന് തെളിയിക്കുക.



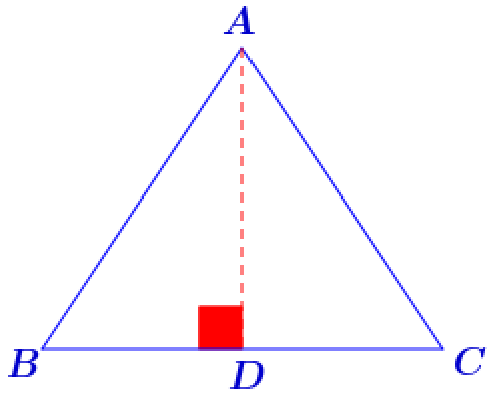
ഉത്തരം .

ചിത്രത്തിൽ AB = AC

BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D .

BD = CD

AD യോജിപ്പിക്കുക .



ത്രികോണം ABD യുംത്രികോണം ACD യും തുല്യത്രികോണങ്ങളാണ് . (AB = AC , BD = CD , AD = AD)

== > < ADB = < ADC

കൂടാതെ < ADB + < ADC = 180° (രേഖീയജോഡി)

അതുകൊണ്ട് < ADB = < ADC = 90°

==> AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം D യിലൂടെ കടന്നുപോകും .

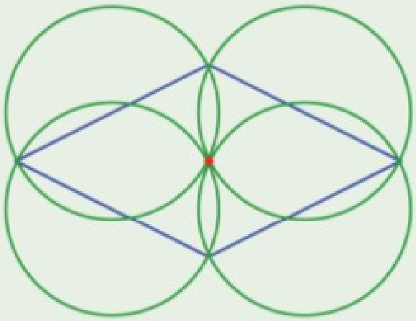
(< ADB = 90° , ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും)

ഇതുപോലെ AC വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം D യിലൂടെ കടന്നുപോകും . (< ADC = 90°)

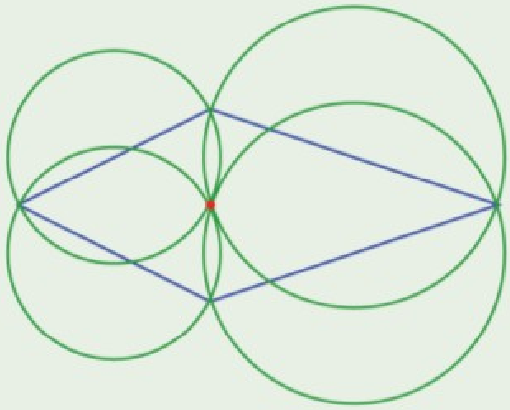
തുടർപ്രവർത്തനങ്ങൾ (പാഠപുസ്തകം പേജ് 43 , 44)

(3) വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെന്റിമീറ്റർ, 12 സെന്റിമീറ്റർ, 13 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ വശവും വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ, മൂന്നാം മൂല വൃത്തത്തിന്റെ എവിടെയായിരിക്കുമെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

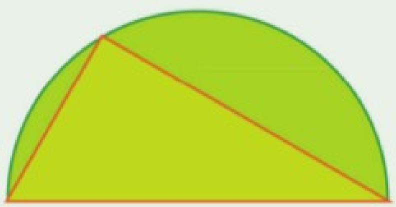
(8) ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലു വശങ്ങളും വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും എന്നു തെളിയിക്കുക.

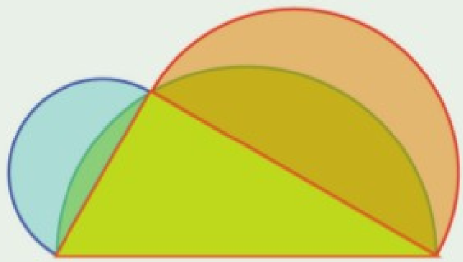


ചിത്രത്തിലേതുപോലെ സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായ ഏതു ചതുർഭുജത്തിലും ഇതു ശരിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



(9) ഒരു അർധവൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും, വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളും ചേർത്ത് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചു. തുടർന്ന്, ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾ വ്യാസമായി അർധവൃത്തങ്ങളും വരച്ചു.





രണ്ടാം ചിത്രത്തിലെ നീലയും ചുവപ്പുമായ ചന്ദ്രക്കലകളുടെ പരപ്പളവുകൾ കൂട്ടിയാൽ, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 22 (24 / 08 /2020)

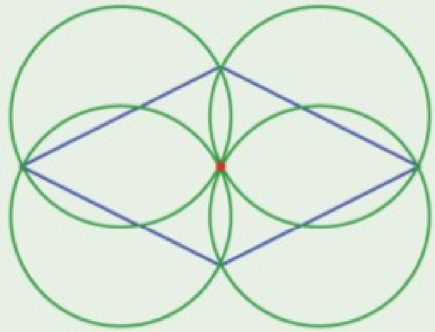
കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

ഇതുവരെ പഠിച്ച ആശയങ്ങളുടെ പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്തു അല്ലേ .

ചില പ്രശ്നങ്ങൾ കൂടി നോക്കാം

1.

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലു വശങ്ങളും വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും എന്നു തെളിയിക്കുക.



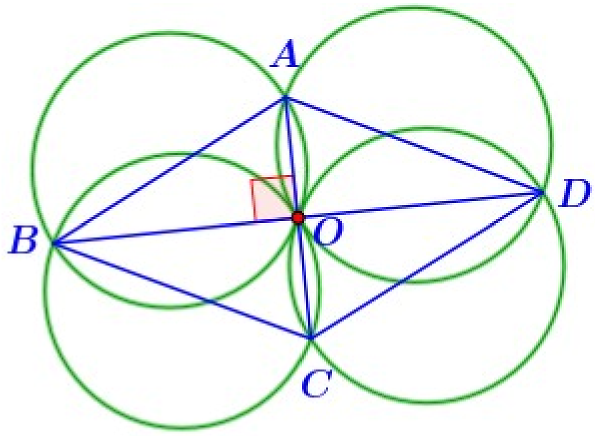
ഉത്തരം .

ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികമാണ് .

അതിന്റെ വികർണങ്ങൾ O എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടി മുട്ടുന്നു .

< AOB = < BOC = < COD = < AOD = 90º

(ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമാണ്) .



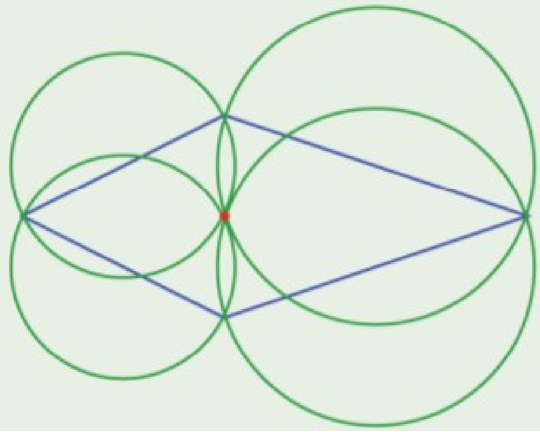
AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം O യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു . (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും) .

ഇതുപോലെ തന്നെ BC , CD , AD എന്നി വശങ്ങൾ വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ O യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു .

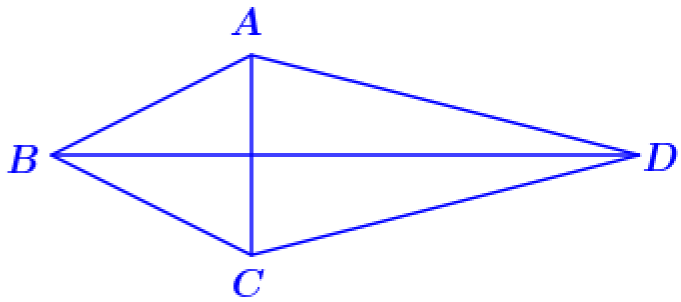
അതായത് ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലുവശങ്ങളും വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു .

2.

ചിത്രത്തിലേതുപോലെ സമീപവശങ്ങൾ തുല്യമായ ഏതു ചതുർഭുജത്തിലും ഇതു ശരിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



<u>ഉത്തരം</u> .



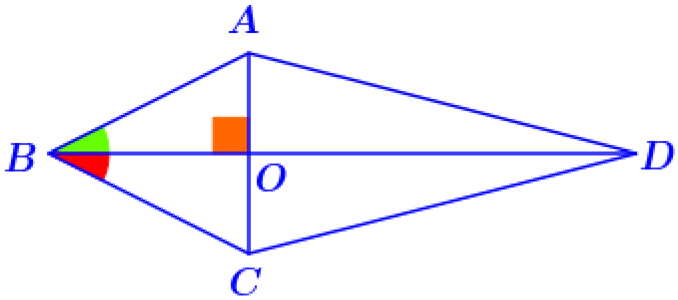
ചിത്രത്തിൽ AB = BC , AD = CD

ത്രികോണം ABD യും ത്രികോണം BCD യും തുല്യ ത്രികോണങ്ങളാണ് .

(AB = BC , AD = CD , BD = BD)

അതുകൊണ്ട് < ABD = < CBD

(തുല്യത്രികോണങ്ങളുടെ തുല്യവശങ്ങൾക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)



കൂടാതെ ത്രികോണം AOB യും ത്രികോണം BOC യും തുല്യ ത്രികോണങ്ങളാണ് . (AB = BC , < ABO = < CBO , BO = BO)

അതുകൊണ്ട് < AOB = < BOC

കൂടാതെ < AOB + < BOC = 180° (രേഖീയജോഡി)

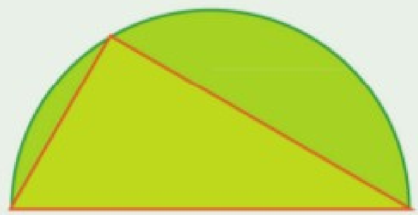
അതുകൊണ്ട് < AOB = < BOC = 90 °

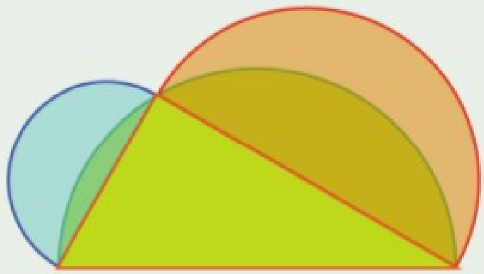
AB വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തം O യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു . (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും) .

ഇതുപോലെ തന്നെ , BC , CD , AD എന്നി വശങ്ങൾ വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തങ്ങൾ O യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു .

3.

ഒരു അർധവൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും, വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളും ചേർത്ത് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചു. തുടർന്ന്, ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങൾ വ്യാസമായി അർധവൃത്തങ്ങളും വരച്ചു.

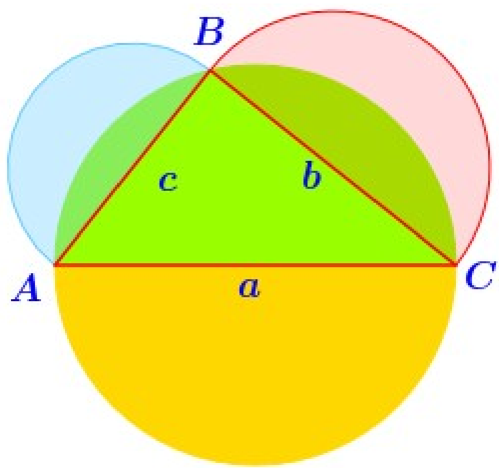




രണ്ടാം ചിത്രത്തിലെ നീലയും ചുവപ്പുമായ ചന്ദ്രക്കലകളുടെ പരപ്പളവുകൾ കൂട്ടിയാൽ, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

<u>ഉത്തരം</u> .

ചിത്രത്തിൽ AC വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് B .



$< ABC = 90^{\circ}$ (അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

AC = a , BC = b , AB = c എന്നെടുത്താൽ

$$c^2 + b^2 = a^2$$ (പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം)

AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \pi \times (\frac{c}{2})^2$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{c^2}{4} = \frac{1}{8} \times \pi c^2$$

BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \pi \times (\frac{b}{2})^2$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{b^2}{4} = \frac{1}{8} \times \pi b^2$$

AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \pi \times (\frac{a}{2})^2$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{a^2}{4} = \frac{1}{8} \times \pi a^2$$

AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ

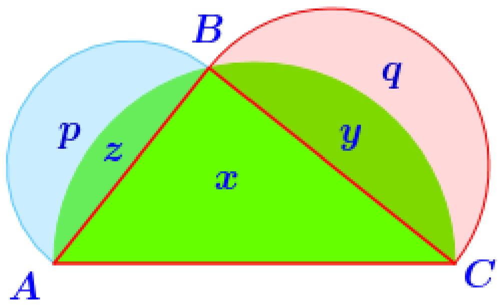
പരപ്പളവ് $= \frac{1}{8} \times \pi c^2 + \frac{1}{8} \times \pi \times b^2$

$$= \frac{1}{8} \times \pi (c^2 + b^2)$$

$$= \frac{1}{8} \times \pi a^2$$

= AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് x എന്നും നീലചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് p എന്നും ചുവന്ന ചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് q എന്നുംഅർധവൃത്തങ്ങൾക്കിയയിലുള്ള ഭാഗങ്ങളുടെ പരപ്പള വുകൾ y , z എന്നും എടുത്താൽ



AB വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + BC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ

പരപ്പളവ് = AC വ്യാസമായ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$$(p + z) + (q + y) = z + x + y$$

അതായത്

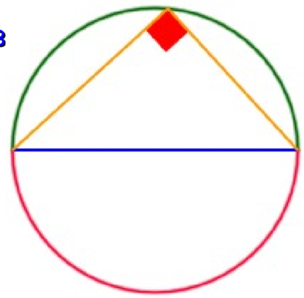
$$p + q + y + z = x + y + z$$

$$p + q = x$$

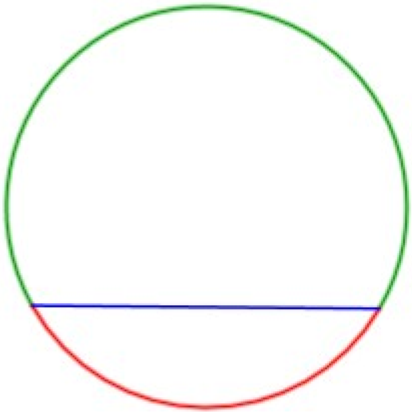
നീലചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് + ചുവന്ന ചന്ദ്രക്കലയുടെ പരപ്പളവ് = ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 23 (26 / 08 /2020)

ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരു വ്യാസം വരച്ചാൽ അത് വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി (അർധവൃത്തങ്ങൾ) മുറിക്കുന്നു . വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ഈഭാഗങ്ങളിലെ (അർധവൃത്തങ്ങളിലെ) ഏതൊരു ബിന്ദുവും ആയി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്ന കോൺ മട്ടമാണ് എന്ന നാം നേരത്തേ കണ്ടുവല്ലോ .



ഇനി ഒരു വൃത്തത്തിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വരച്ചാലോ ?



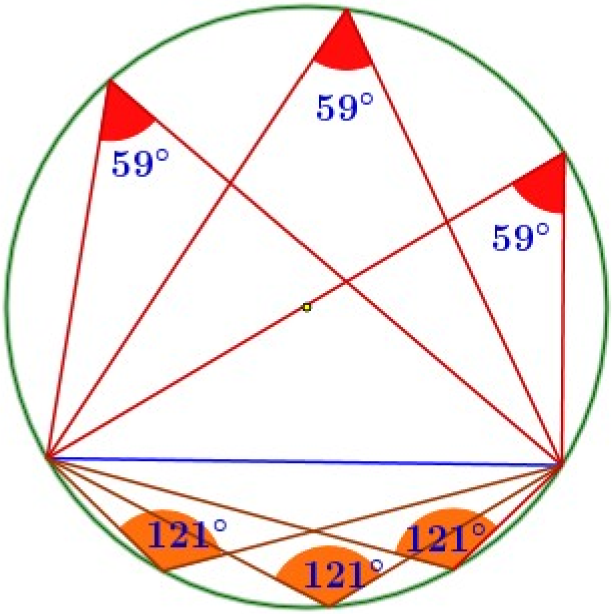
ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായാണോ മുറിക്കുന്നത് ?

അല്ല . ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ ഒരു വലിയ ഭാഗവും ചെറിയഭാഗവും ആയി മുറിക്കുന്നു.

വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വൃത്തത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗത്തിലെയും ചെറിയ ഭാഗത്തിലെയും(ആ ഞാൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തഭാഗങ്ങൾ) ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന കോണുകൾക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ ?

പ്രവർത്തനം 1.

5 സെ.മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരക്കുക . അതിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വരക്കുക .ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങലായി മുറിക്കുമല്ലോ . ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന വലിയഭാഗത്ത് 3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക .അതു പോലെ തന്നെ ചെറിയഭാഗത്തും 3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. വലിയ ഭാഗത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിക്കുക.3 കോണുകൾ കിട്ടിയല്ലേ ഇതു പോലെ തന്നെ ചെറിയ ഭാഗത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിക്കുക . 3 കോണുകൾ കൂടി കിട്ടിയല്ലേ .ഈ കോണുകൾ എല്ലാം അളന്ന് നോക്കാം .



കണ്ടെത്തലുകൾ

- ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾതുല്യമാണ് .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾതുല്യമാണ് .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്നകോണുകൾക്ക് തുല്യമല്ല .

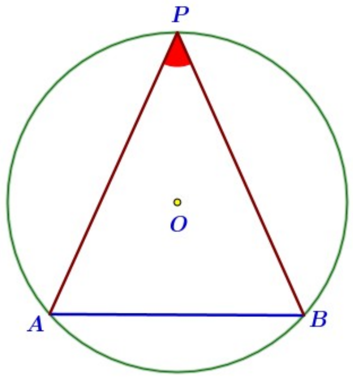
വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾതുല്യമായിരിക്കുമോ ? നമുക്ക് ചർച്ച ചെയ്യാം .

O കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ AB വരക്കുന്നു .

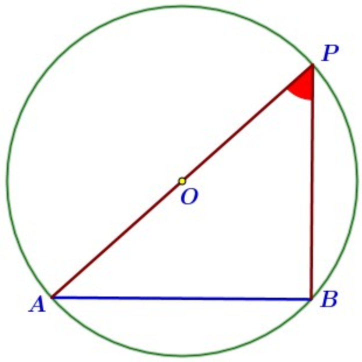
ഞാണിന്റെഅറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ P എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്നു .

ഇവിടെ താഴെപ്പറയുന്ന സാഹചര്യങ്ങൾ (Cases) ഉണ്ടാകാം .

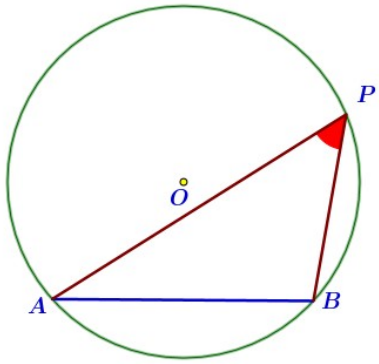
Case : 1



Case : 2



Case : 3



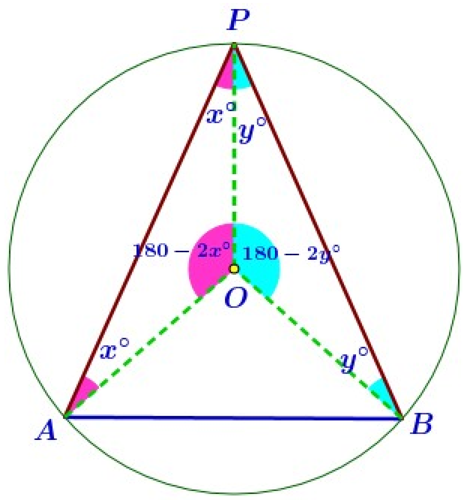
അതായത് AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഇരുവശത്താകാം (Case1)

AP എന്ന വര വൃത്തകേന്ദ്ര ത്തിലൂടെയാകാം (Case 2)

AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഒരേ വശത്താകാം (Case 3)

ഈ മൂന്ന് സാഹചര്യത്തിലും < APB യുടെ വിലയെന്തായിരിക്കുമെന്ന് നമുക്ക് ചർച്ച ചെയ്യാം

<u>സാഹചര്യം 1</u> (AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഇരുവശത്തുമായാൽ)



OA , OB , OP എന്നി വരകൾ വരക്കുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം AOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OA = OP)

< OAP = <OPA = x°

==> < AOP = 180 - 2 x° (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുക ളുടെ തുക 180 ° ആണ് .)

ത്രികോണം BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OB = OP)

< OBP = < OPB = y°

==> < BOP = 180 - 2 y°

< AOB = 360 ° - (180 - 2 x° + 180 - 2 y°)   (ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360° ആണ്)

= 360 ° - (180 + 180 - 2 x° - 2 y°)

= 360 ° - (360 - 2 x° - 2 y°)

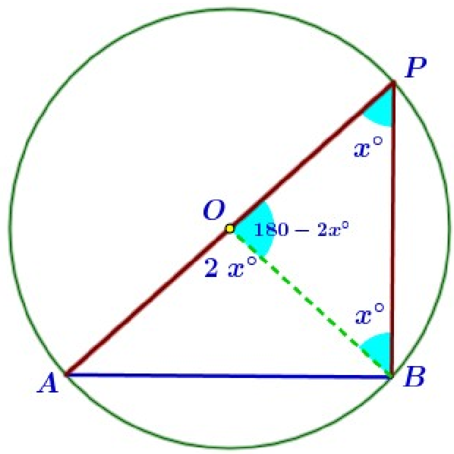
= 360 ° - 360 + 2 x° + 2 y° = 2 x° + 2 y° = 2 (x° + y°) = 2 x < APB

കണ്ടെത്തൽ .(Case 1)

$$\angle AOB = 2 \times \angle APB \quad ==> \quad \angle APB = \frac{\angle AOB}{2}$$

- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്നകോൺ ,ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്ത കേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

സാഹചര്യം 2 (AP എന്ന വര വൃത്തകേന്ദ്ര ത്തിലൂടെയായാൽ)



OB എന്ന വര വരക്കുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OB = OP)

< OBP = <OPB = x^o

==> < BOP = 180 - 2 x^o (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180 ° ആണ് .)

< AOB = 180 ° - (180 - 2 x^o) = 180 ° - 180 + 2 x^o = 2 x^o (രേഖീയജോഡി)

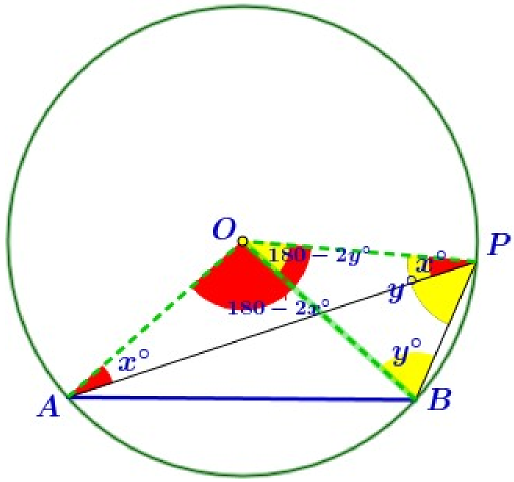
അതായത് < AOB = 2 x < APB

കണ്ടെത്തൽ .(Case 2)

$$\angle AOB = 2 \times \angle APB \quad ==> \quad \angle APB = \frac{\angle AOB}{2}$$

- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്ത കേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

സാഹചര്യം 3 (AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തായായാൽ)



OA , OB , OP എന്നി വരകൾ വരക്കുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം AOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് .

(OA = OP)

< OAP = < OPA = x°

==> < AOP = 180 - 2 x°

ത്രികോണം BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OB = OP)

< OBP = < OPB = y°

==> < BOP = 180 – 2 y°

< APB = y° - x°

< AOB = < AOP - < BOP

= 180 - 2 x° - (180 - 2 y°)

= 180 - 2 x° - 180 + 2 y°

= 180 - 180 + 2 y° - 2 x°

= 2 y° - 2 x° = 2 (y° - x°) = 2 x < APB

കണ്ടെത്തൽ .(Case 3)

$$\angle AOB = 2 \times \angle APB \quad ==> \quad \angle APB = \frac{\angle AOB}{2}$$

- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്ത കേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണി ന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

ഈ മൂന്ന് സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും പൊതുവായി നമുക്ക് താഴെപ്പറയുന്ന നിഗമനത്തിലെത്താം

ക്രോഡീകരണം

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തെ ഏതു ബിന്ദുവുമായും യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ , അവ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ്

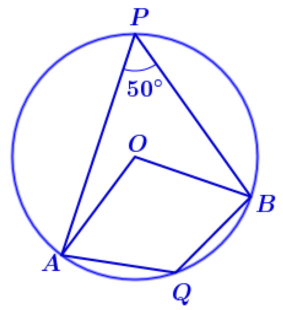
അസൈൻമെന്റ്

വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വൃത്തത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗത്തിലെയും ചെറിയ ഭാഗത്തിലെയും(ആ ഞാൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തഭാഗങ്ങൾ) ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന കോണുകൾക്ക് എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ ?

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 24 (04 / 09 /2020)

വർക്ക് ഷീറ്റ്

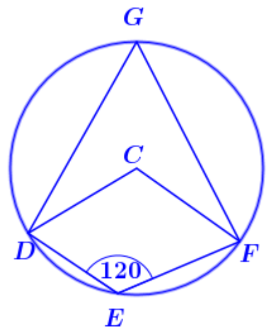
1. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . < APB = 50 º



a) < AOB യുടെ അളവെന്ത് ?

b) < AQB യുടെ അളവെന്ത് ?

2.ചിത്രത്തിൽ C വൃത്തകേന്ദ്രം . < DEF = 120 º

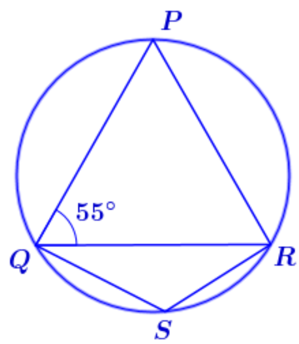


a) < DGF ന്റെ അളവെന്ത് ?

b) < DCF ന്റെ അളവെന്ത് ?

c) < CDE + < CFE = ...

3. ചിത്രത്തിൽ PQ = PR . < PQR = 55 º

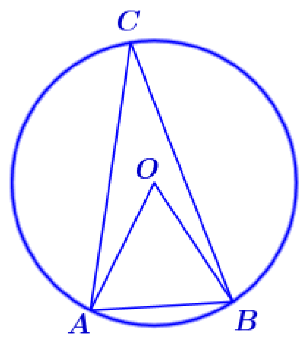


a) < QRP യുടെ അളവെന്ത് ?

b) < QPR ന്റെ അളവെന്ത് ?

c) < QSR ന്റെ അളവെന്ത് ?

4. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . OA = AB

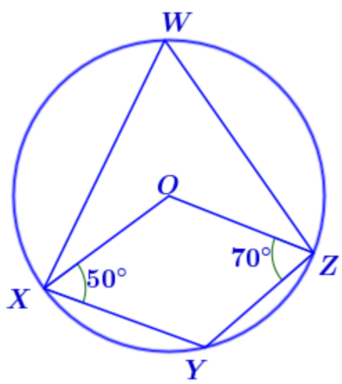


a) < AOB യുടെ അളവെന്ത് ?

b) < ACB യുടെ അളവെന്ത് ?

c) < OAC + < OBC = ...

5. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . < OXY = 50 º , < OZY = 70 º



a) < XYZ ന്റെ അളവെന്ത് ?

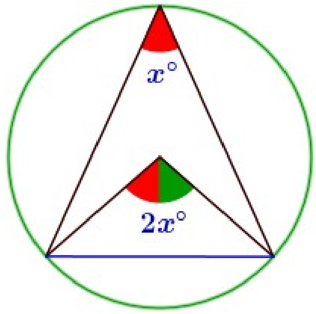
b) < XWZ ന്റെ അളവെന്ത് ?

c) < XOZ ന്റെ അളവെന്ത് ?

(സൂചന : OY യോജിപ്പിക്കുക)

SARATH .A .S , HST ,GHS ANCHACHAVADI

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 24 (04 / 09 /2020)



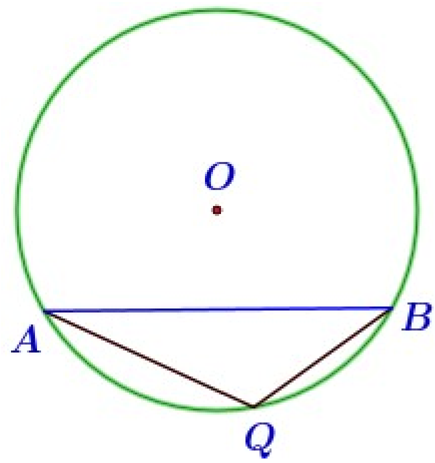
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം ചർച്ച ചെയ്ത ആശയമെന്താണ് ?

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തെ ഏതു ബിന്ദു വുമായും യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ , അവ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചു ണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന മൂന്ന് കോണുകൾ തുല്യമാണെന്നാം കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ കണ്ടല്ലോ .

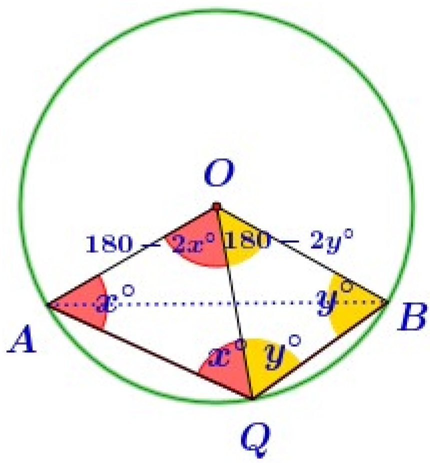
വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവുമായും യോജിപ്പിച്ചു ണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമാണോ ? ആ കോണുകൾക്ക് ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്ര വുമായി യോജിപ്പിച്ച ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുമായി ബന്ധമുണ്ടോ ?

നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം .



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണാണ് AB . AB വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യമല്ലാത്ത ഭാഗങ്ങളാ യി മുറിക്കുന്നു .ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ചെറിയ ഭാഗത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് Q .

OA , OQ , OB എന്നി ആരങ്ങൾ വരക്കുക .



OA = OQ = OB (ഒരുവൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾതുല്യമാണ്)

< OAQ = < OQA = x^o (OA = OQ , ത്രികോണം OAQ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം)

< AOQ = 180 – 2 x^o (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180 ^{o})

ഇതേപോലെ ,

< OBQ = < OQB = y^o (OB = OQ , ത്രികോണം OBQ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം)

$< BOQ = 180 - 2y^{o}$

$< AQB = x^{o} + y^{o}$

$< AOB = < AOQ + < BOQ$

$= 180 - 2x^{o} + 180 - 2y^{o}$

$= 360 - 2x^{o} - 2y^{o}$

$= 360 - 2(x^{o} + y^{o}) = 360 - 2 < AQB$

അതായത് , $< AOB = 360 - 2 < AQB$

$2 < AQB = 360 - < AOB$

$< AQB = \frac{360 - < AOB}{2} = 180 - \frac{< AOB}{2}$

$$\boxed{< AQB = 180 - \frac{< AOB}{2}}$$

<u>കണ്ടെത്തലുകൾ</u>

< AOB എന്നത് AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണാണ് . ഇത് സ്ഥിരമായിരിക്കും .അതിനാൽ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവും ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതി 180 ° യിൽ നിന്ന് കുറച്ചതാണ് . അതായത് ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും .

<u>ക്രോഡീകരണം</u> .

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാൺ ഒരു വൃത്തത്തെ ഒരു വലിയ ഭാഗവും ഒരു ചെറിയ ഭാഗവുമായി മുറിക്കുന്നു .

വലിയ ഭാഗത്തെ ഏതു ബിന്ദുവുമായും ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന കോൺ അവ

വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .

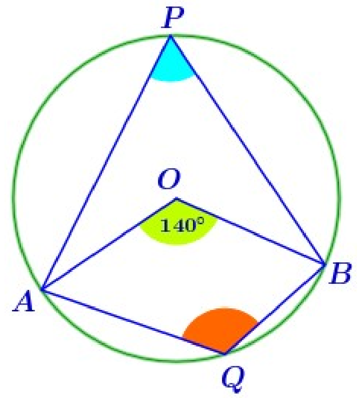
ചെറിയ ഭാഗത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവുമായും ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന കോൺ

കേന്ദ്രത്തിലെ കോണിന്റെ പകുതി 180 ° യിൽ നിന്ന് കുറച്ചതാണ് .

ഇനി ഈ ആശയങ്ങ ളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പ്രശ്നം ചർച്ച ചെയ്യാം .

1. ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന

കോൺ 140 ° ആയാൽ < APB , < AQB എന്നിവ കാണുക ?



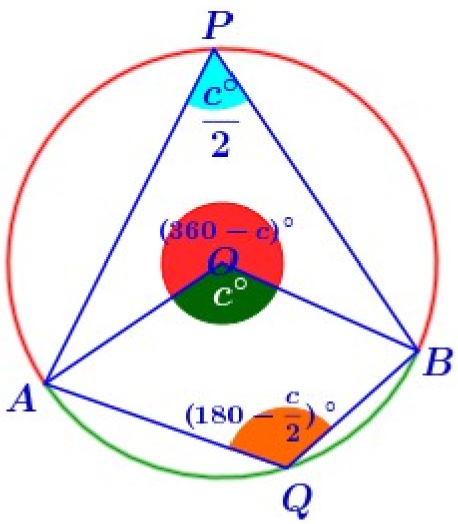
ഉത്തരം .

$$< APB = \frac{< AOB}{2} = \frac{140}{2} = 70°$$

$$< AQB = 180 - \frac{< AOB}{2} = 180 - \frac{140}{2} = 180 - 70 = 110°$$

ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരു ഞാൺ വരച്ചാൽ അത് വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുമെന്ന് നമുക്കറിയാം . അതായത് രണ്ട് ചാപങ്ങൾ കിട്ടുന്നു . ഇപ്പോൾ നമ്മൾ പഠിച്ച ആശയങ്ങൾ ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ ചാപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തിപറയാം .

O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ A, B എന്നി രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ അവ വൃത്തത്തെ രണ്ട് ചാപങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു . ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ ഒരു ചാപത്തെ മറ്റെ ചാപത്തിന്റെ മറുചാപം അഥവാ പൂരകചാപം എന്ന് വിളിക്കുന്നു .



ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

ഒരു ചാപത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന കോണാണ് ആ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ .

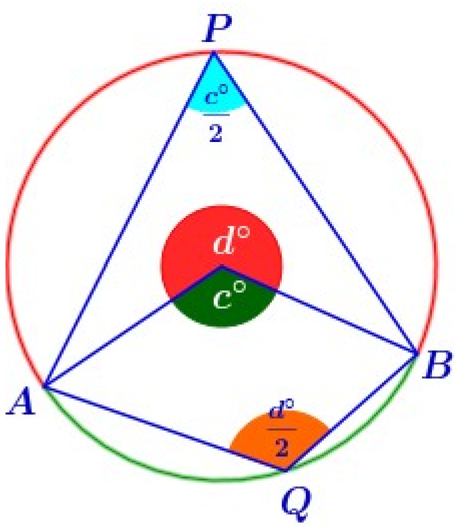
ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $c°$ എന്നെടുത്താൽ

വലിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $(360 - c)°$

(ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360 ° ആണ്)

വലിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $d°$ എന്നെടുത്താൽ

$$\frac{d°}{2} = \frac{360° - c°}{2} = \frac{360°}{2} - \frac{c°}{2} = 180° - \frac{c°}{2}$$



കണ്ടെത്തലുകൾ

- ചെറിയ ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = c° ആയാൽ

ചെറിയ ചാപം അതിന്റെ മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = $\frac{c^\circ}{2}$

- വലിയ ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = d° ആയാൽ

വലിയ ചാപം അതിന്റെ മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = $\frac{d^\circ}{2}$

- $$\frac{c}{2} + \frac{d^\circ}{2} = \frac{c^\circ}{2} + 180^\circ - \frac{c^\circ}{2} = 180^\circ$$

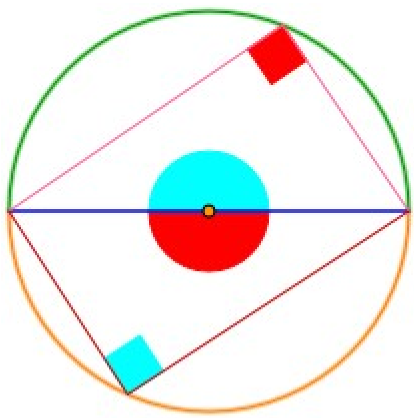
- ഒരു ചാപത്തിലെയും മറുചാപത്തിലെയും കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

- ഒരു ചാപം , മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ് .

ക്രോഡീകരണം .

വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ .

ഇപ്പോൾ പഠിച്ച ആശയമുപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോണിന്റെ അളവെന്താണ് ?



ഒരു വ്യാസം വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങൾ (അർധവൃത്തങ്ങൾ) ആയി മുറിക്കുന്നു . അർധവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 180° ആണ് താഴത്തെ അർധവൃത്തം അതിന്റെ മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ അതിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് . അതായത് 90°

ഇതുപോലെ തന്നെ മുകളിലത്തെ അർധവൃത്തം അതിന്റെ മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ അതിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് . അതായത് 90°

അതായത് അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടമാണ് .

തുടർ പ്രവർത്തനങ്ങൾ (പാഠപുസ്തകം പേജ് 53)

(1) ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. ഓരോന്നിലും ABC, OBC എന്നീ ത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകളെല്ലാം കണക്കാക്കുക.