

സമാന്തരശ്രേണി

Prepared by: Mr.Anwer shanib k p
9656056836

- സംഖ്യശ്രേണി : ഒരു നിയമമനുസരിച്ച് ഒന്നാമത്തേത് ,രണ്ടാമത്തേത് എന്നിങ്ങനെ ക്രമമായി എഴുതുന്ന ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ.

E.g.: അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ (2,3,5,7,11,13,17,.....)

- സമാന്തരശ്രേണി : ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്നും തുടങ്ങി, ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടികിട്ടുന്ന ശ്രേണി .
- പൊതുവ്യത്യാസം (d): ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിൽനിന്ന് തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യ .
- എല്ലാ സമാന്തര ശ്രേണികൾക്കും പൊതുവ്യത്യാസമുണ്ടാകും

E.g.: 4, 7, 10, 13, 16,19, ഇവിടെ പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആണ്

- $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, \dots$ ഇവ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും അവയുടെ സ്ഥാനങ്ങളുമാണ്

E.g.: 4, 7, 10, 13, 16,19,

4- മത്തെ പദം = 13; 2 മത്തെ പദം =7
13 ന്റെ സ്ഥാനം =4; 19ന്റേ സ്ഥാനം =6

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ m ആം പദം X_m ഉം n ആം പദം X_n ആണെങ്കിൽ

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം } (d) = \frac{X_n - X_m}{n - m}$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ $X_{(p+q)} = (X_p + q \times d)$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{\text{അവസാനപദം} - \text{ആദ്യപദം}}{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}} + 1$

- X_p എന്ന പദം ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദം ആണെങ്കിൽ

X_p എന്ന പദം സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിൽനിന്ന് കുറച്ച് പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരു പൂർണ്ണ സംഖ്യലഭിക്കും

- പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റയായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക = പദങ്ങളുടെ എണ്ണം \times മധ്യപദം

$$X_1 + X_2 + X_3 = 3X_2$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങളാണ് X,Y,Z മധ്യപദം

$$Y = \frac{x+z}{2}$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം 'f' ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 'd' യും ആയാൽ

$$n \text{ മത്തെ പദം } X_n = f + (n-1)d$$

➤ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $X_n = dn + (f-d)$

➤ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

➤ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക

$$2+4+6+\dots+2n = n(n+1)$$

➤ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക

$$1+3+5+\dots+2n-1 = n^2$$

➤ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n സംഖ്യകളുടെ തുക

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = S_n = \frac{n}{2}(2f + (n-1)d)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = S_n = \frac{n}{2}(x_n + x_1)$$

➤ $x_n = an + b$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ' $a = d$ ' ഉം ' $b = f-d$ ' ആണ്. ആദ്യത്തെ n സംഖ്യകളുടെ തുക

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = S_n = \frac{1}{2}an(n+1) + nb$$

➤ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതം

$$S_n = \frac{1}{2}an^2 + \left(\frac{1}{2}a + b\right)n ; 'a = d'; 'b = f-d'$$

$$S_n = Kn^2 + Ln \quad \text{ആദ്യപദം} = K+L \quad \text{പൊതുവ്യത്യാസം} = 2k$$

➤ തുടർച്ചയായ ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

➤ X_1 K^{th} വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം = $\frac{k(k+1)}{2}$

$X_2 \ X_3$ K^{th} വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = k

$X_4 \ X_5 \ X_6$ K^{th} വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = $d \left(\frac{k(k+1)}{2} \right) + (x_1 - d)$

..... K^{th} വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ = K^{th} വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ - $(k-1)d$

.....

➤ X_1 K^{th} വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം = k^2

$X_2 \ X_3 \ X_4$ K^{th} വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = $2k-1$

$X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8 \ X_9$ K^{th} വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = $d k^2 + (x_1 - d)$

.....

.....

3. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

- ഒരു സംഖ്യയുടെ സാധ്യത .

$$\text{അനുകൂലത്തിന്റെ സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂലത്തിന്റെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ എണ്ണം}}$$

- ആകെ സാധ്യതകളുടെ തുക എപ്പോഴും ഒന്ന് ആകും
- ജ്യാമിതീയ സാധ്യത .

Step1: അടയാളപ്പെടുത്തിയ രൂപവും ,ആകെ ജ്യാമിതീയ രൂപവും കണ്ടെത്തുക

Step2: രണ്ടു രൂപങ്ങളുടെയും പൊതുവായ അളവ് കണ്ടെത്തുക

$$(\text{വ്യുത്ത വ്യാസം} = \text{സമചതുരത്തിന്റെ വ്യാസം} = d).$$

Step3 കാറുപിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവും, ആകെയുള്ള പരപ്പളവും കണ്ടെത്തുക

Step4: $\text{കാറുപിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ സാധ്യത} = \frac{\text{കാറുപിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെയുള്ള പരപ്പളവും}}$

Another method

Step1: ആകെയുള്ള രൂപത്തെ ഒരേ പരപ്പളവുള്ള വ്യത്യസ്ത ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കുക

Step2: കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിലെ ത്രികോണങ്ങളുടെയും ആകെ ത്രികോണങ്ങളുടെയും എണ്ണം കണ്ടെത്തുക

Step3: $\text{കാറുപിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ സാധ്യത} = \frac{\text{കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$

- ജോടികളുടെ സാധ്യത

ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം = A യിൽ നിന്നുള്ള എണ്ണം x B യിൽ നിന്നുള്ള

$$\text{അനുകൂല ജോടികളുടെ സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ജോടികളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം}}$$

4. രണ്ടാംക്രമിസമവാക്യങ്ങൾ

- കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട അളവിന് x എന്ന ചരം നൽകുക .
- $x^2 = a$ എന്ന രൂപത്തിൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
- വർഗ്ഗത്തികവ്:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ or $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ എന്ന രൂപത്തിൽ സമവാക്യം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

$$(x^2 + ax = b)$$

$$(x^2 + ax + (\frac{a}{2})^2 = b + (\frac{a}{2})^2)$$

$$(x + \frac{a}{2})^2 = b + (\frac{a}{2})^2$$

- $p(x) = ax^2 + bx + c$ എന്ന രണ്ടാംക്രമിസമവാക്യത്തിൽ $p(x) = 0$ ആകുവാൻ x

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ഇവിടെ

$b^2 - 4ac > 0$ രണ്ട് ഉത്തരം.

$b^2 - 4ac < 0$ ഉത്തരം ഇല്ല .

If $b^2 - 4ac =$ ഒരു ഉത്തരം .

5. TRIGNOMETRY

- കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ആയ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$
- കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ആയ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$

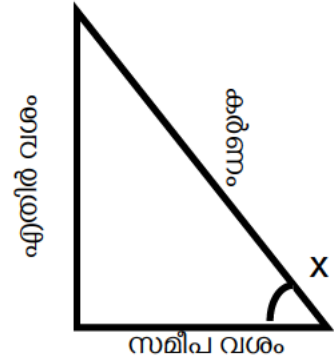
(കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട വശം = $\frac{\text{വശത്തിന്റെ അംശബന്ധ}}{\text{തന്ന വശത്തിന്റെ അംശബന്ധം}} \times \text{തന്ന വശം}$)

	30°	45°	60°
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
Tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

$$\sin x^\circ = \frac{\text{എതിർ വശം}}{\text{കർണം}}$$

$$\cos x^\circ = \frac{\text{സമീപ വശം}}{\text{കർണം}}$$

$$\tan x^\circ = \frac{\text{സമീപ വശം}}{\text{സമീപ വശം}}$$



- ആരം r ആയ വൃത്തത്തിലെ കേന്ദ്രകോൺ c° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം $2r \sin\left(\frac{a}{2}\right)$
- $\sin x = \cos(90-x)$ $\sin 50 = \cos 40$

- ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ

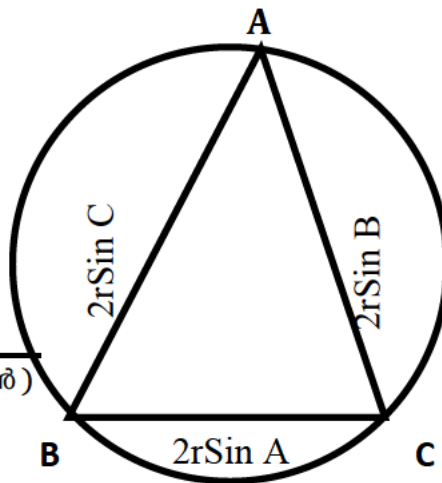
AB യുടെ നീളം = $2r \sin C$

BC യുടെ നീളം = $2r \sin A$

AC യുടെ നീളം = $2r \sin B$

- പരിവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

$$d = \frac{\text{വശത്തിന്റെ നീളം}}{\sin(\text{വശത്തിന് എതിരെയുള്ള കോൺ})}$$



- മേൽകോൺ : നേർകാഴ്ചയും ഉയർത്തി നോട്ടവും തമ്മിലുള്ള കോൺ .
- കിഴ് കോൺ : നേർകാഴ്ചയും താഴ്ത്തി നോട്ടവും തമ്മിലുള്ള കോൺ.

6. സൂചകസംഖ്യകൾ

- പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് സംഖ്യരേഖകൾ .
- നേരെയുള്ള വര x-അക്ഷം എന്നും കുത്തനെയുള്ള വര y-അക്ഷം
- ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ ചൂചകസംഖ്യ (x, y) എഴുതുന്നു .
- (x_1, y_1) ഉം (x_2, y_2) എന്നിവ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളായാൽ .
AB എന്ന വരയുടെ നീളം

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- ആധാരബിന്ദു(0, 0) വും (x, y) യും തമ്മിലുള്ള അകലം

$$\sqrt{x^2 + y^2}$$

- A ഉം B ഉം C ഒരു വരയിലെ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കൾ ആയാൽ

$$AB + BC = AC$$

- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ AB, AC , BC ആയാൽ അവയുടെ വശങ്ങൾ

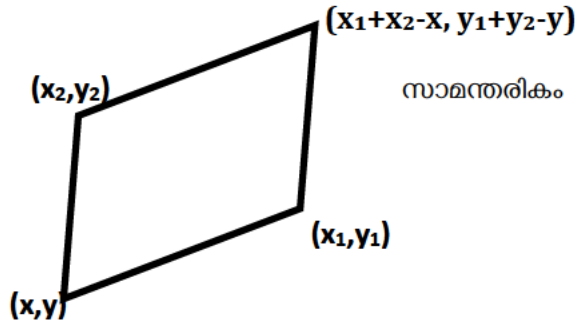
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (Pythagoras theorem)}$$

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1) ഉം (x_2, y_2) ആയാൽ , മറ്റു രണ്ട് എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (x_2, y_1) ഉം (x_1, y_2) ആണ്

10 ബഹുപദങ്ങൾ

- $P(x)$ ഒരു ബഹുപദവും $(x - a)$ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദവും പരിഗണിച്ചാൽ
 1. $P(a) = 0$ ആണങ്കിൽ $(x - a)$, $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്
 2. $P(a) \neq 0$ ആണങ്കിൽ $(x - a)$, $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമല്ല.
 3. $P(a) = b$ ആണങ്കിൽ b ശിഷ്യം ആണ്
- $(x - a)$ ഉം $(x - b)$ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദവും പരിഗണിച്ചാൽ
 1. $(x - a)(x - b) = X^2 - (a+b)X + ab$ (ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നു)
 2. $p(x) = 0$ ആകുന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ഉത്തരങ്ങൾ $x=a$ ഉം $x=b$
- $P(x) = (x - a)q(x) + b$
 $q(x)$ ഗുണനഫലം
 b ശിഷ്യം
- $(x - a)$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ലങ്കിൽ. $p(a) = b$
 $(x - a)$ ഘടകമായ ബഹുപദം ലഭിക്കുവാൻ $p(x) + (-b)$
- $X^2 - a^2$, $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ലങ്കിൽ, $(x + a)$ ഉം $(x - a)$ $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും



- (x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ P എന്ന ബിന്ദു $m:n$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചികസംഖ്യ (X, Y)

$$X = X_1 + \frac{m}{(m+n)}(X_2 - X_1)$$

$$Y = Y_1 + \frac{m}{(m+n)}(Y_2 - Y_1)$$

- (x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചികസംഖ്യ.

$$\left(\frac{1}{2}(X_1+X_2), \frac{1}{2}(Y_1+Y_2) \right)$$

- (x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$$\text{ചരിവ്} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

- വരയുടെ സമവാക്യം

1. (a, b) (p, q) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (X, Y)

$$(a, b) (p, q) \text{ ന്റെ ചരിവ്} = (p, q) (x, y) \text{ ന്റെ ചരിവ്}$$

2. $px - qy + r = 0$ ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം ആയാൽ

- ഈ വരയുടെ ചരിവ് $\frac{p}{q}$

- ഈ വര x-അക്ഷവുമായി മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചികം $(\frac{-r}{p}, 0)$

- ഈ വര y-അക്ഷവുമായി മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചികം $(0, \frac{-r}{q})$

- വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

- വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (a, b) ആരം r ആയാൽ. വൃത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 - r^2 = 0$$

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 - px - qy + r = 0$ ആയാൽ

- വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം $(\frac{p}{2}, \frac{q}{2})$

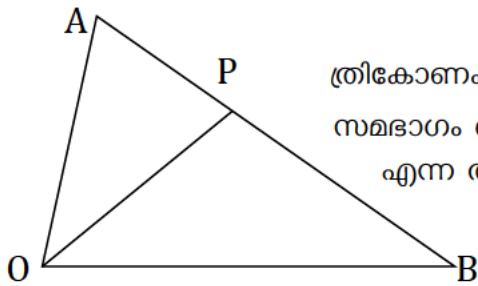
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \sqrt{-r + (\frac{p}{2})^2 + (\frac{q}{2})^2}$

- മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യ

$$\left(\frac{1}{3} (x_1+x_2+ x_3), \frac{1}{3} (y_1+y_2+ y_3) \right)$$

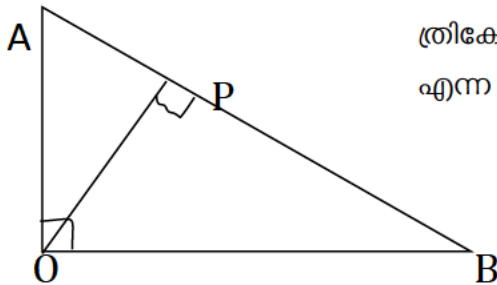
- $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആയാൽ ഇതിലെ x സൂചകങ്ങളും y സൂചകങ്ങളും സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ആണ്

➤



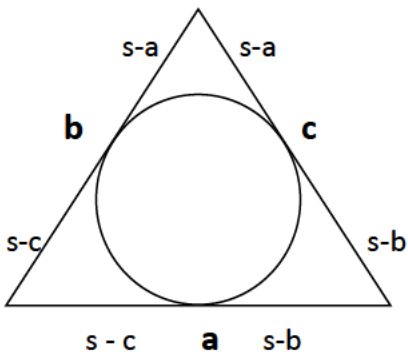
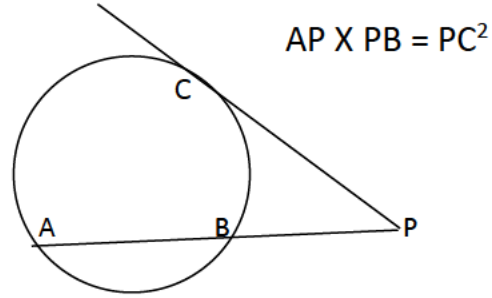
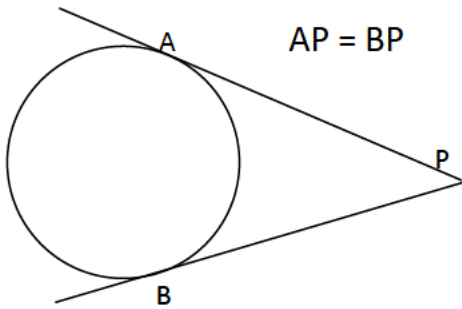
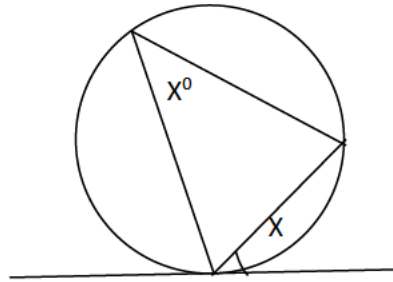
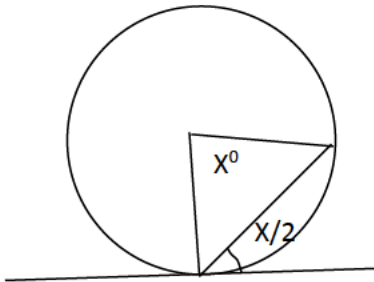
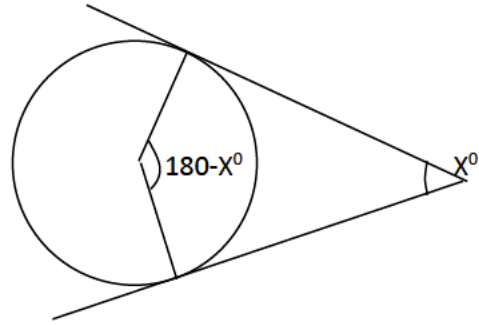
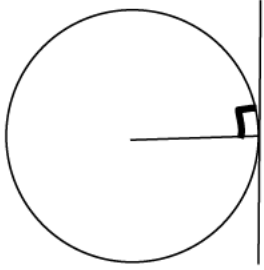
ത്രികോണം OAB യിൽ OP എന്ന വര O എന്ന മൂലയെ സമഭാഗം ചെയ്താൽ, P എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ $OA : OB$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു

➤



ത്രികോണം OAB , P എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ $OA^2 : OB^2$

തൊടുവരകൾ



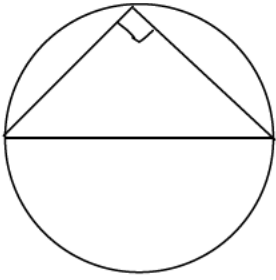
ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി = S

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവു = A

അന്തർവൃത്തിന്റെ ആരം = $\frac{A}{S}$

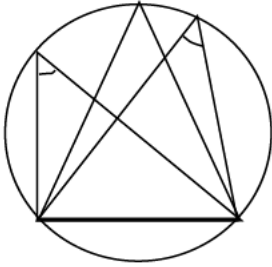
- പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരവരയ്ക്കുക.
- വൃത്തം വരച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക വശങ്ങൾ വൃത്തത്തിനു തൊടുവര.
- തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.

വൃത്തങ്ങൾ

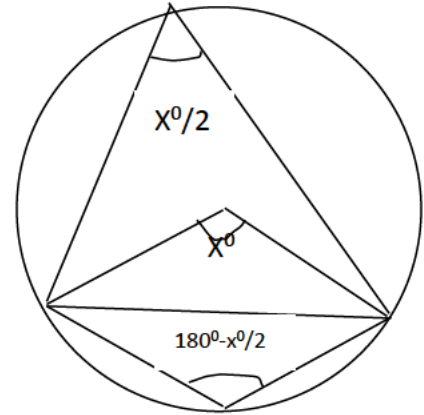


അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ

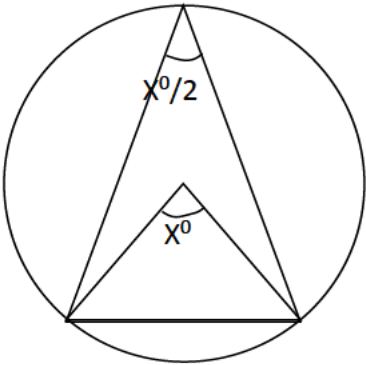
x°



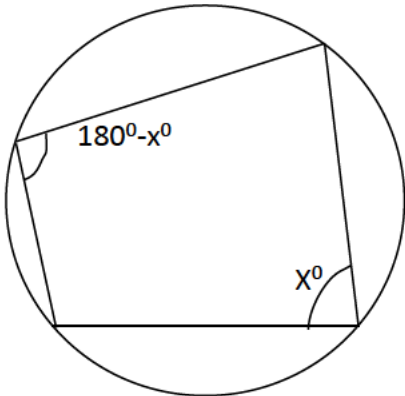
ഒരു ഞാണിൻറെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യം



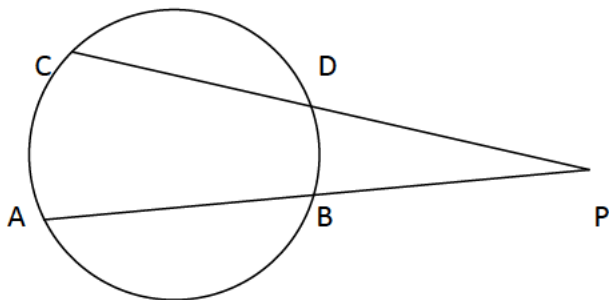
ഒരു ഞാണിൻറെ കേന്ദ്രകോണിൻറെ പകുതി 180° ൽ നിന്ന് കുറച്ചതാണ് ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ



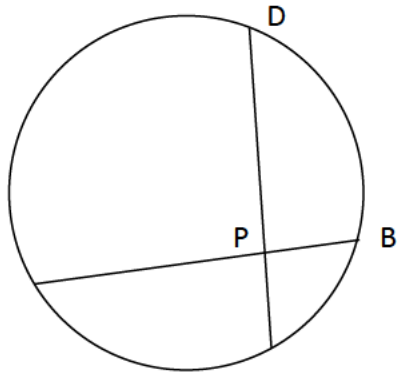
ഒരു ഞാണിൻറെ കേന്ദ്രകോണിൻറെ പകുതിയാണ് വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ കോണുകൾ



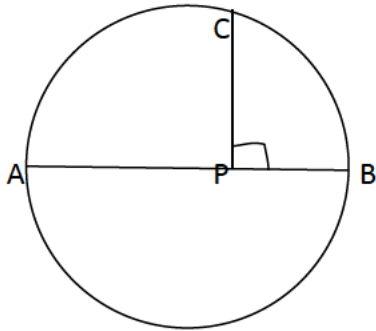
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിൻറെ നാലു മൂലകളിലൂടെയു കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തത്തെ ചക്രിയചതുർഭുജം എന്ന് പറയുന്നു
- ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജത്തിൻറെ എതിർ കോണുകൾ അനുപുരകമാണ്



$$AP \times PB = PC \times PD$$



$$AP \times PB = PC \times PD$$



$$AP \times PB = PC^2$$

- തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ വൃത്തം വരച്ച് ,തന്നിരിക്കുന്ന കോണളവിലും മൂലകൾ വൃത്തിലകുന്ന രൂപത്തിൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- ചതുരത്തിന്റെ അതെ പരപ്പളവുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുന്ന രീതി.
- ചതുരത്തിന്റെ അതെ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുന്ന രീതി.
- തന്നിരിക്കുന്ന പരപ്പളവു അല്ലെങ്കിൽ വശത്തിന്റെ നീളമുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുന്ന രീതി.