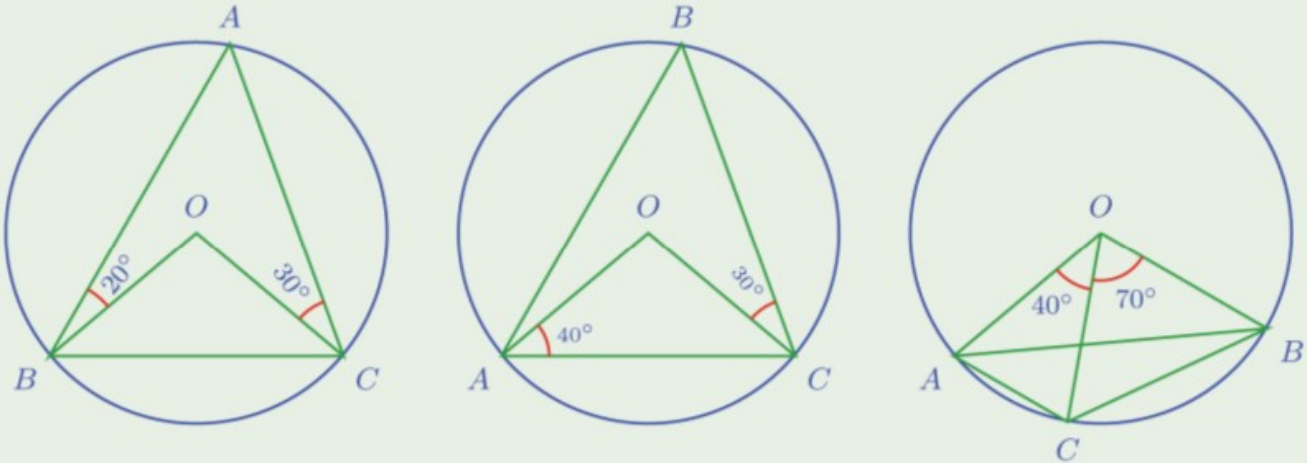


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 25 (07 / 09 /2020)

ഇതു വരെ പഠിച്ച ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം .

(1) ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. ഓരോന്നിലും ABC, OBC എന്നീ ത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകളെല്ലാം കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരം.

a) OA യോജിപ്പിക്കുക

$OA = OB = OC$ (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം OAB യിൽ ,

$\angle OBA = \angle OAB = 20^\circ$ ($OA = OB$, ത്രികോണം OAB ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം)

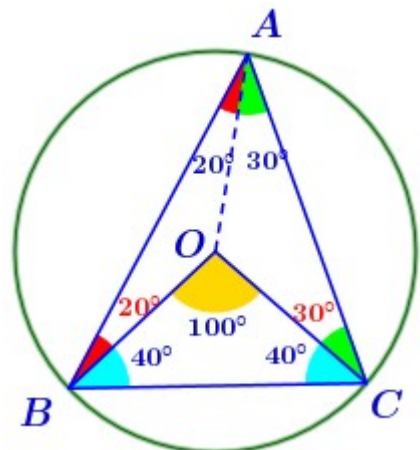
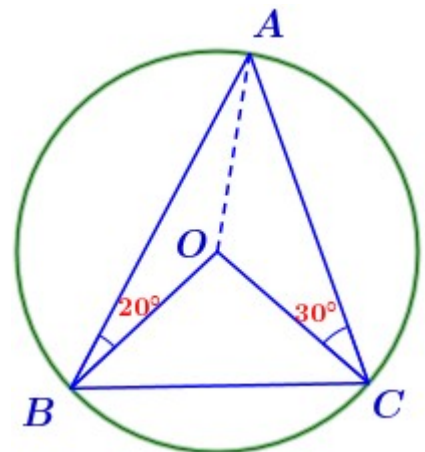
ത്രികോണം OAC യിൽ ,

$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$ ($OA = OC$)

$\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$

$\angle BOC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

(വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ) .



ത്രികോണം OBC യിൽ ,

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{180 - 100}{2} = 40^\circ \quad (OB = OC)$$

ത്രികോണം ABC യിൽ ,

$$\angle BAC = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$$

$$\angle ABC = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ACB = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$$

b) OB യോജിപ്പിക്കുക

$$OA = OB = OC \quad (\text{ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്})$$

ത്രികോണം OAC യിൽ ,

$$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ \quad (OA = OC)$$

$$\angle AOC = 180 - 80 = 100^\circ \quad (\text{ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക } 180^\circ)$$

$$\angle ABC = \frac{100}{2} = 50^\circ \quad (\text{വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ})$$

കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ) .

ത്രികോണം OBC യിൽ ,

$$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ \quad (OB = OC)$$

$$\angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

ത്രികോണം OAB യിൽ ,

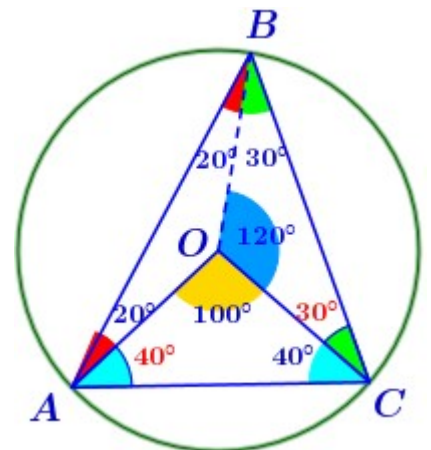
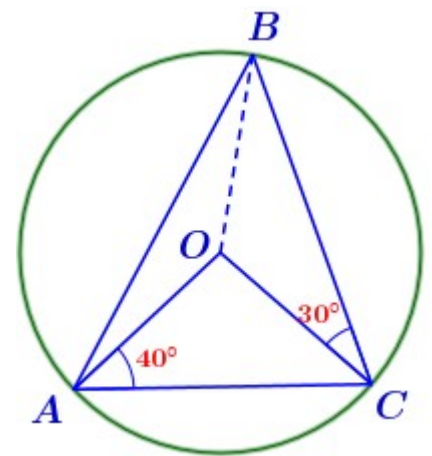
$$\angle OBA = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ \quad (OA = OB)$$

ത്രികോണം ABC യിൽ ,

$$\angle BAC = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ABC = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$$



$$\angle ACB = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$$

c) $OA = OB = OC$ (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം OAC യിൽ ,

$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180 - 40}{2} = \frac{140}{2} = 70^\circ \quad (OA = OC)$$

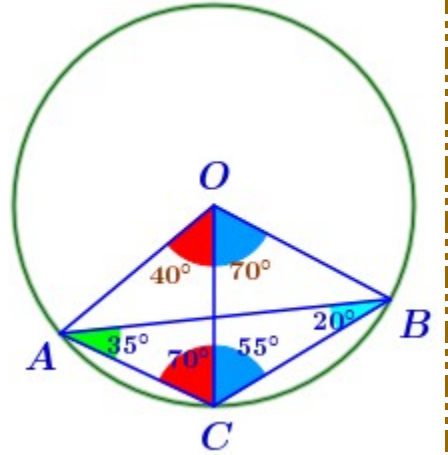
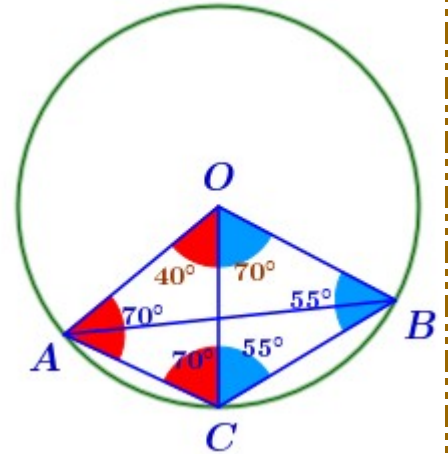
ത്രികോണം OBC യിൽ ,

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{180 - 70}{2} = \frac{110}{2} = 55^\circ \quad (OB = OC)$$

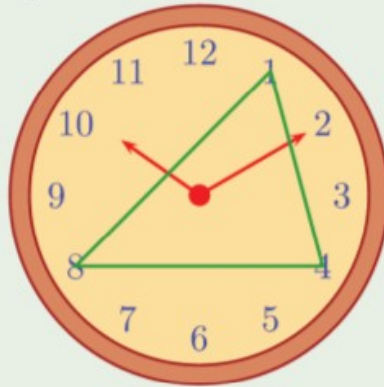
$$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\angle ACB = 70 + 55^\circ = 125^\circ$$



(2) ചിത്രത്തിൽ ഒരു ക്ലോക്കിലെ 1, 4, 8 എന്നീ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു:



ഈ ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക.

ക്ലോക്കിലെ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ച് എത്ര സമദൂജത്രികോണങ്ങളുണ്ടാക്കാം?

ഉത്തരം.

ഒരു ക്ലോക്കിൽ ,

$60 \text{ മിനിട്ട്} = 360^\circ$

$1 \text{ മിനിട്ട്} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$

$\angle AOC = 90^\circ$ ($15 \text{ മിനിട്ട്} = 15 \times 6 = 90^\circ$)

$\angle BOC = 120^\circ$ ($20 \text{ മിനിട്ട്} = 20 \times 6 = 120^\circ$)

$\angle AOB = 150^\circ$ ($25 \text{ മിനിട്ട്} = 25 \times 6 = 150^\circ$)

ത്രികോണം ABC യിൽ

$\angle BAC = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ (വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും

കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ)

$\angle ABC = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$\angle ACB = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$

സമഭുജത്രികോണത്തിലെ ഓരോ കോണും 60° വീതമാണ് .

അതായത് ഓരോ കോണിനും എതിരെയുള്ള വശം

വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 120° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു .

120° എന്നത് 20 മിനിട്ടാണ് .

$12, 4, 8$ എന്നീ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ സമഭുജത്രികോണം കിട്ടും .

ഇതുപോലെ $(1, 5, 9), (2, 6, 10), (3, 7, 11)$ എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യകൾ യോജിപ്പിച്ചാലും

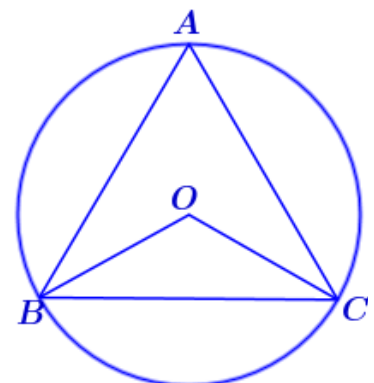
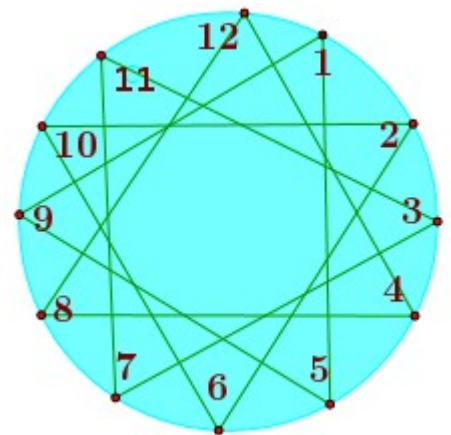
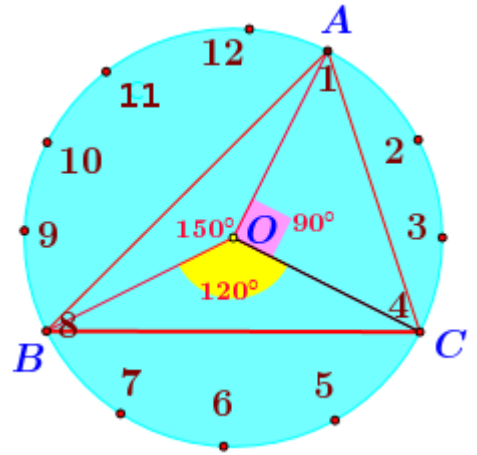
സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടും . അതായത് 4 സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടും .

തുടർപ്രവർത്തനങ്ങൾ

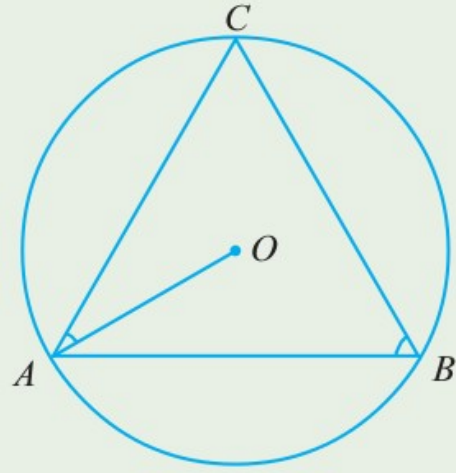
1. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ് . കൂടാതെ ABC ഒരു സമഭുജ

ത്രികോണമാണ് . $\angle BAC, \angle ABO$ ഇവയുടെ അളവുകൾ

കണക്കാക്കുക ?



(2) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C അതിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. $\angle OAC + \angle ABC = 90^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

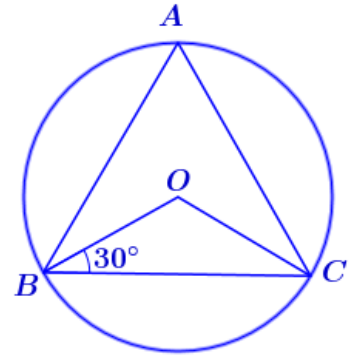


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 25 (07 / 09 /2020)

വർക്ക് ഷീറ്റ്

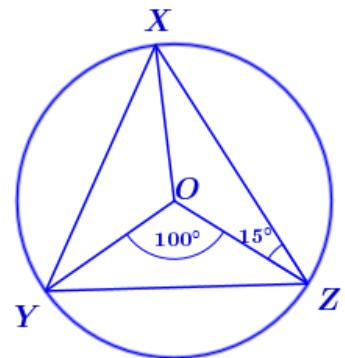
1. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . $AB = AC$, $\angle OBC = 30^\circ$

- a) $\angle OCB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle BOC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle BAC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) ത്രികോണം ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?



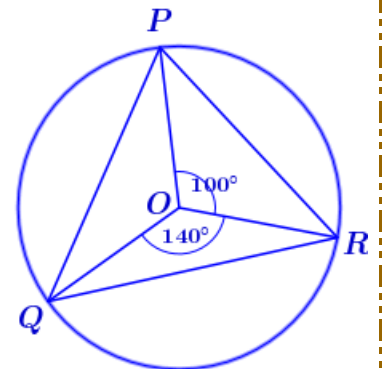
2. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . $\angle YOZ = 100^\circ$, $\angle OZX = 15^\circ$

- a) $\angle YXZ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle OXZ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle OXY$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle XYZ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?



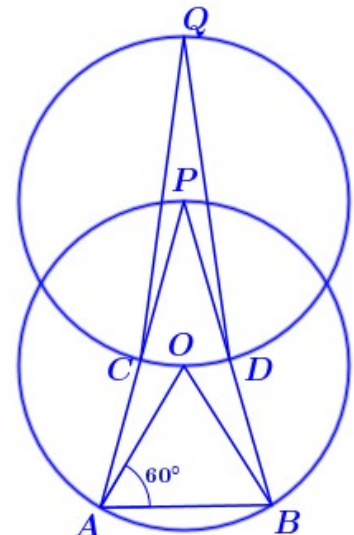
3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . $\angle QOR = 140^\circ$, $\angle POR = 100^\circ$

- a) $\angle QPR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle PQR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle POQ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle PRQ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?



4. ചിത്രത്തിൽ O , P എന്നിവ വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങളാണ് . $\angle OAB = 60^\circ$

- a) $\angle OBA$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle AOB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle CPD$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle CQD$ യുടെ അളവെന്ത് ?

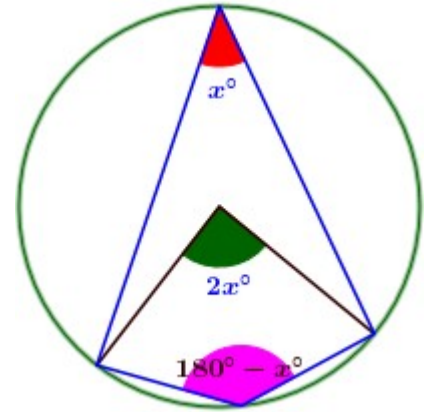


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 26 (08 / 09 /2020)

നാം കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ച ആശയമെന്താണ് ?

ഒരു ചാപം വൃത്തത്തിൽ മൂന്ന് തരം കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു .

1. ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
2. ചാപത്തിലെ കോൺ
3. മറുചാപത്തിലെ കോൺ



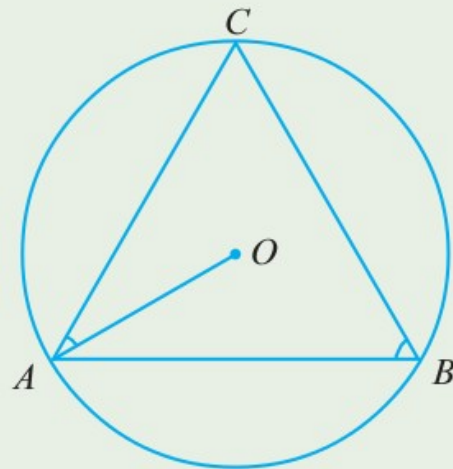
ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ .

ഒരു ചാപത്തിലെയും മറുചാപത്തിലെയും കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിലെ തുടർപ്രവർത്തനം ചർച്ച ചെയ്യാം .

(5) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C അതിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. $\angle OAC + \angle ABC = 90^\circ$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



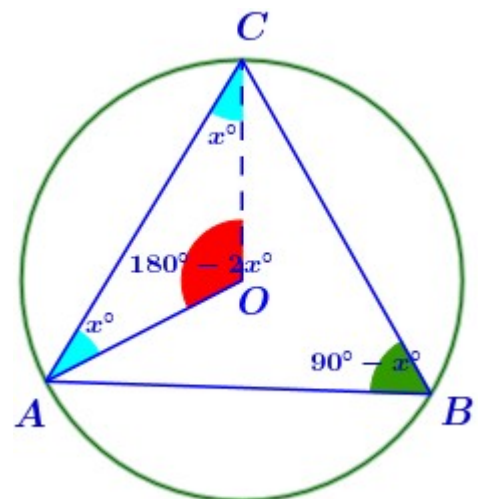
ഉത്തരം

OC യോജിപ്പിക്കുക .

$OA = OC$ (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

ത്രികോണം OAC യിൽ , $\angle OAC = \angle OCA = x^\circ$

$\angle AOC = 180^\circ - 2x^\circ$ (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്)



$$\angle ABC = \frac{180^\circ - 2x^\circ}{2} = \frac{180^\circ}{2} - \frac{2x^\circ}{2} = 90^\circ - x^\circ$$

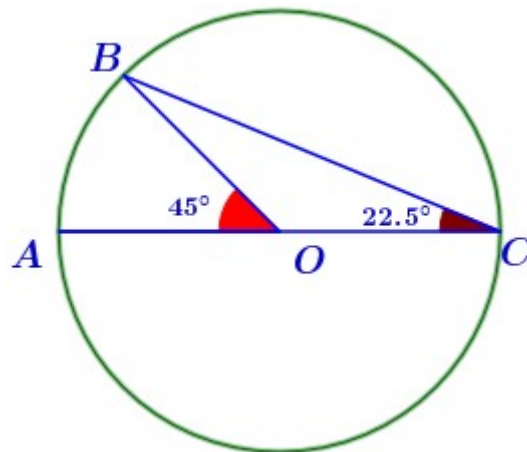
$$\angle OAC + \angle ABC = x^\circ + 90^\circ - x^\circ = 90^\circ$$

ഒന്നി ഈ ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില നിർമ്മിതികൾ ചർച്ച ചെയ്യാം

1) $22\frac{1}{2}^\circ$ അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരക്കുക ?

ഉത്തരം

(നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : രണ്ട് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 45° കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുക . കേന്ദ്രകോൺ 45° ആയ ചാപത്തിന്റെ മറുചാപത്തിലെ കോൺ വരക്കുക)

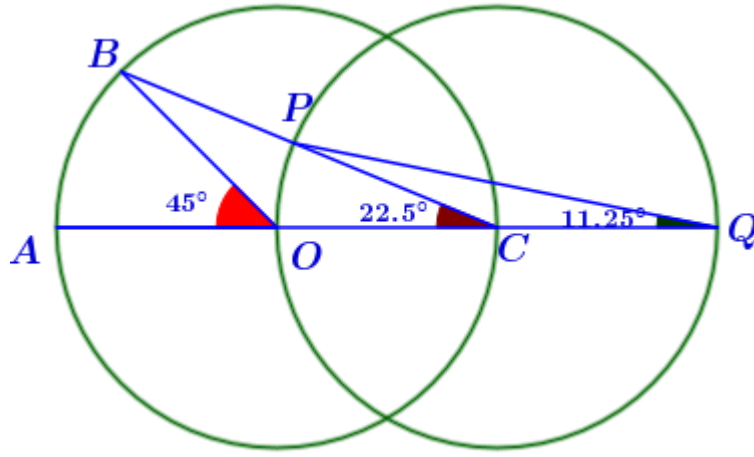


NB :

$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22\frac{1}{2}^\circ$$

2) $11\frac{1}{4}^\circ$ അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരക്കുക ?

(നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : രണ്ട് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 45° കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുക . കേന്ദ്രകോൺ 45° ആയ ചാപത്തിന്റെ മറുചാപത്തിലെ കോൺ വരക്കുക . 22.5° കോണിന്റെ മൂല കേന്ദ്രമായി ഒരു വൃത്തം വരക്കുക . കേന്ദ്രകോൺ 22.5° ആയ ചാപത്തിന്റെ മറുചാപത്തിലെ കോൺ വരക്കുക .)



NB :

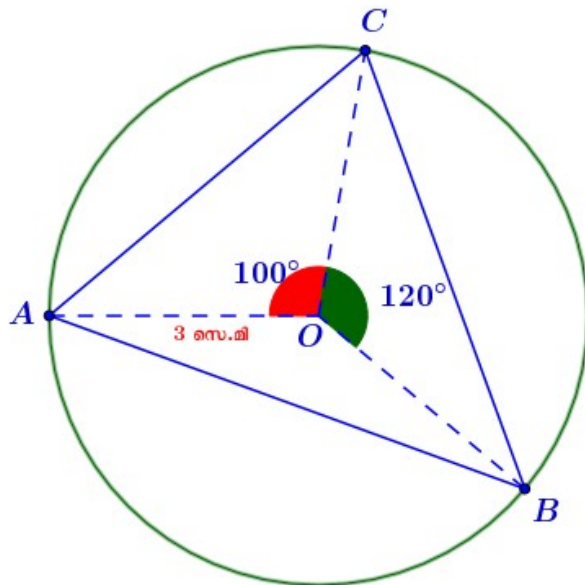
$$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22 \frac{1}{2}^\circ$$

$$\angle PQO = \frac{\angle PCO}{2} = \frac{22 \frac{1}{2}^\circ}{2} = 11 \frac{1}{4}^\circ$$

3. പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ .മി ഉം രണ്ട് കോണുകൾ 50° , 60° ഉം ആയ ത്രികോണം വരക്കുക ?

ഉത്തരം

(നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 100° , 120° എന്നീ കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക . ഈ ആരങ്ങളുടെ (വൃത്തകേന്ദ്രമല്ലാത്ത) അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം വരക്കുക)



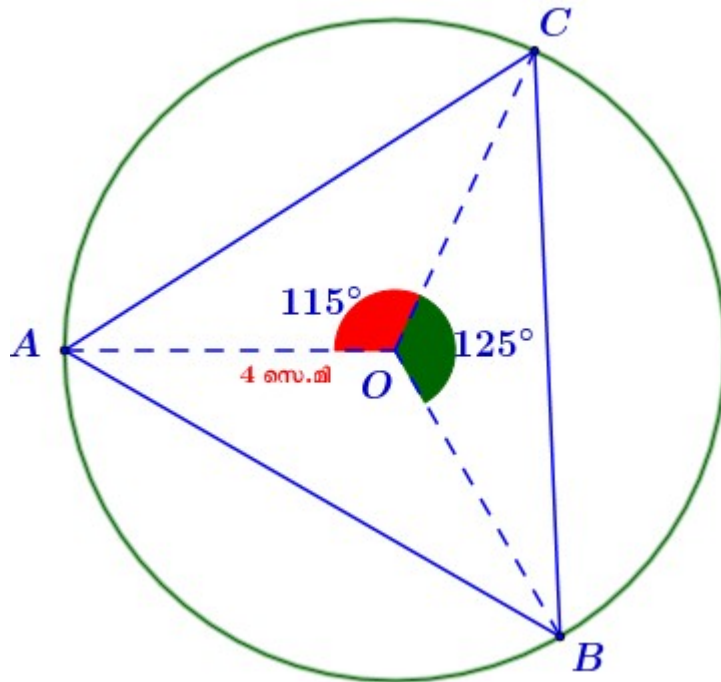
NB :

$$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

3. പരിവൃത്ത ആരം 4 സെ .മി ഉം രണ്ട് കോണുകൾ $57\frac{1}{2}^\circ$, $62\frac{1}{2}^\circ$ ആയ ത്രികോണം വരക്കുക ?

(നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 115° , 125° എന്നീ കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക . ഈ ആരങ്ങളുടെ (വൃത്തകേന്ദ്രമല്ലാത്ത) അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം വരക്കുക)



NB :

$$\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = \frac{115^\circ}{2} = 57\frac{1}{2}^\circ$$

$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{125^\circ}{2} = 62\frac{1}{2}^\circ$$

4. ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ കണക്കിലും ഒരു വൃത്തവും അതിലൊരു ചാപവും വരച്ച് വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളാക്കണം .ഭാഗങ്ങൾ ചോദ്യത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പോലെയാകണം .

i) ഒരു ഭാഗത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം 80°

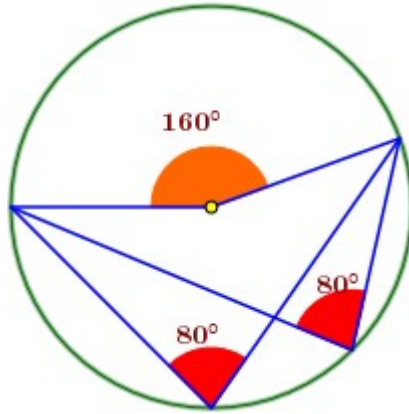
ii) ഒരു ഭാഗത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം 110°

iii) ഒരു ഭാഗത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം മറുഭാഗത്തെ കോണുകളുടെ പകുതി .

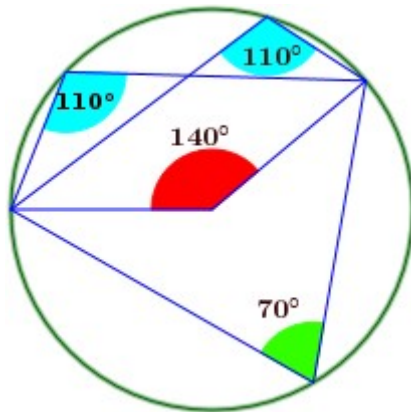
iv) ഒരു ഭാഗത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം മറുഭാഗത്തെ കോണുകളുടെ ഒന്നരമടങ്ങ് .

ഉത്തരം

i) (നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : രണ്ട് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 160° കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുക . കേന്ദ്രകോൺ 160° ആയ ചാപത്തിന്റെ മറുചാപത്തിലെ കോണുകൾ വരക്കുക)



ii) (നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി : രണ്ട് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ 140° കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുക . കേന്ദ്രകോൺ 140° ആയ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ വരക്കുക)



ii) മറുഭാഗത്തെ കോൺ = $2x^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

ഒരുഭാഗത്തെ കോൺ = x°

$$2x^\circ + x^\circ = 180^\circ$$

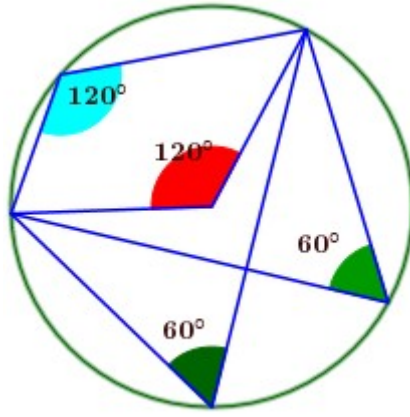
(ഒരു ചാപത്തിലെയും മറുചാപത്തിലെയും

$$3x^\circ = 180^\circ$$

കോണുകൾ അനുപുരകമാണ് .)

$$x = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

ഒരു ഭാഗത്തെ കോൺ = $x^\circ = 60^\circ$, മറുഭാഗത്തെ കോൺ = $2x^\circ = 2 \times 60 = 120^\circ$



ii) ഒരുഭാഗത്തെ കോൺ = x° എന്നെടുത്താൽ

$$\text{മറുഭാഗത്തെ കോൺ} = 1\frac{1}{2}x^\circ = \frac{3x^\circ}{2}$$

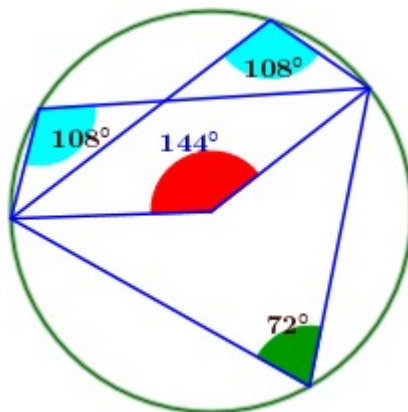
$$\frac{3x}{2} + x = 180$$

$$\frac{5x}{2} = 180$$

$$5x = 360$$

$$x = \frac{360}{5} = 72^\circ$$

ഒരു ഭാഗത്തെ കോൺ = $x^\circ = 72^\circ$, മറുഭാഗത്തെ കോൺ = $\frac{3 \times 72}{2} = 108^\circ$



തുടർപ്രവർത്തനം (പാഠപുസ്തകം പേജ് 54)

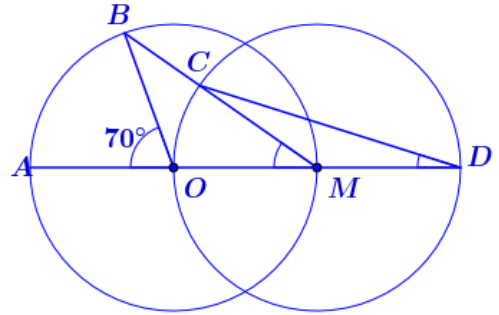
പരിവൃത്ത ആരം 3 സെന്റിമീറ്ററും, രണ്ടു കോണുകൾ $32\frac{1}{2}^\circ$, $37\frac{1}{2}^\circ$ യുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 26 (08 / 09 /2020)

വർക്ക് ഷീറ്റ്

1. ചിത്രത്തിൽ O, M വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങൾ ആണ് . $\angle AOB = 70^\circ$

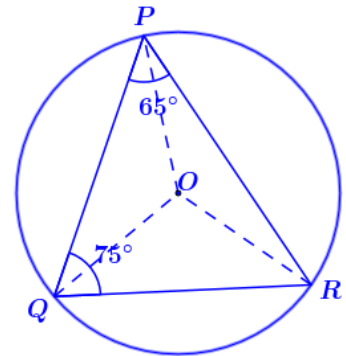
- a) $\angle AMB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle CDO$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $32\frac{1}{2}^\circ$ അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരക്കുക ?
- d) $16\frac{1}{4}^\circ$ അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരക്കുക ?



2. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . ത്രികോണം PQR ൽ

$\angle PQR = 75^\circ$, $\angle QPR = 65^\circ$

- a) $\angle QOR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle POR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?

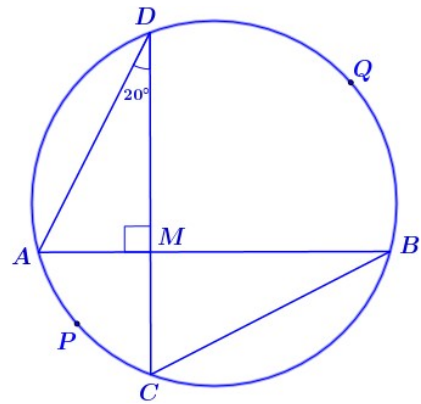


c) പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ .മി ഉം രണ്ട് കോണുകൾ 80° , 70° ഉം ആയ ത്രികോണം വരക്കുക ?

3. ചിത്രത്തിൽ പരസ്പരം ലംബങ്ങളായ രണ്ട് ഞാണുകളാണ്

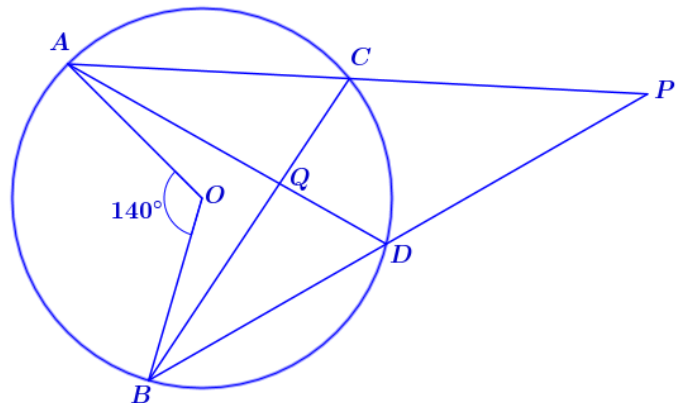
AB യും CD യും . ഇവ M ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു . $\angle ADM = 20^\circ$

- a) $\angle ABC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) ചാപം APC യുടെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle BCM$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- d) APC , BQD എന്നീ ചാപങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുകയെന്ത് ?



4. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം . $\angle AOB = 140^\circ$

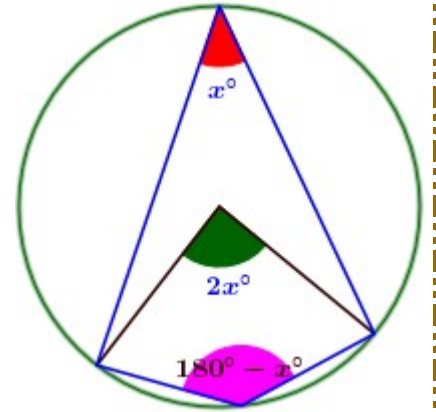
- a) $\angle ACB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle ADB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle QCP$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle QDP$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- e) $\angle CPD + \angle CQD = 360 - \dots = \dots$



ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 27 (09 / 09 /2020)

നാം കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ച ആശയമെന്താണ് ?

ഒരു ചാപം വൃത്തത്തിൽ മൂന്ന് തരം കോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നു .



1. ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ
2. ചാപത്തിലെ കോൺ
3. മറുചാപത്തിലെ കോൺ

ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

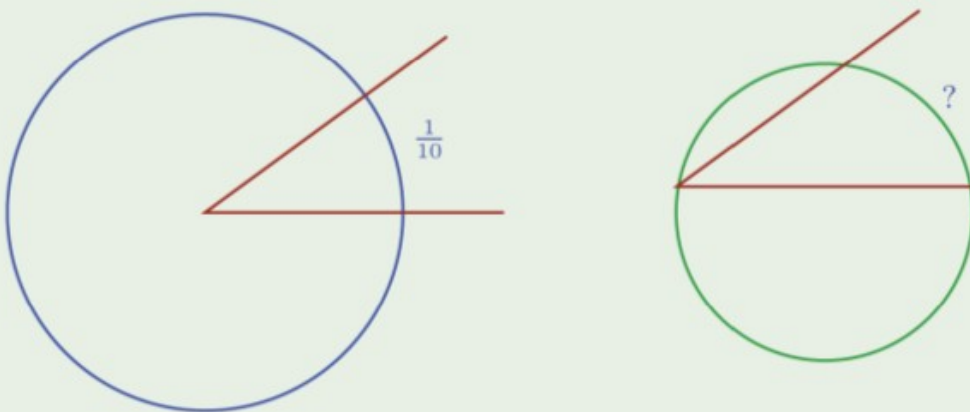
വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ .

ഒരു ചാപത്തിലെയും മറുചാപത്തിലെയും കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

ഈ ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചിലപ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം

1.

ഒരു കമ്പി രണ്ടായി മടക്കി, അതിന്റെ മൂല ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ വെച്ചപ്പോൾ, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{10}$ ഭാഗം അതിനുള്ളിൽപ്പെട്ടു: ഇതേ കമ്പിയുടെ മൂല, ഏതെങ്കിലും വൃത്തത്തിൽ ചേർത്തുവെച്ചാൽ, ആ വൃത്തത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് അതിനുള്ളിലുണ്ടാകുക?

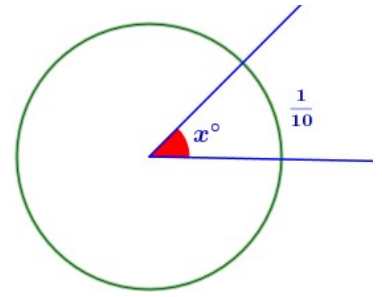


ഉത്തരം .

$$\frac{\text{ചാപത്തിന്റെ നീളം}}{\text{വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്}} = \frac{\text{ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ}}{360}$$

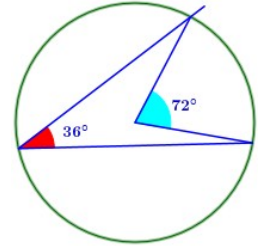
$$\frac{1}{10} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{360}{10} = 36$$



മനുഷ്യാപത്തിലെ കോൺ = 36°

ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $2 \times 36 = 72^\circ$



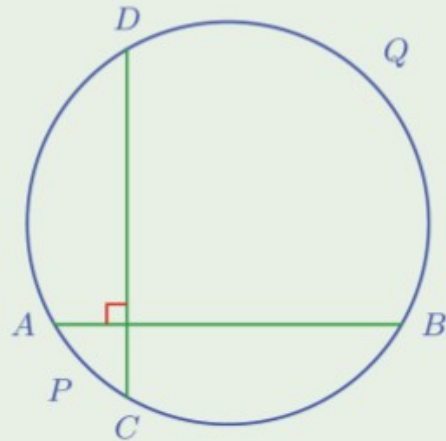
$$\frac{\text{ചാപത്തിന്റെ നീളം}}{\text{വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്}} = \frac{\text{ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ}}{360}$$

$$= \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$$

അതായത് ഇതേ കമ്പിയുടെ മൂല , ഏതെങ്കിലും വൃത്തത്തിൽ ചേർത്തുവെച്ചാൽ , ആ വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം അതിനുള്ളിലുണ്ടാകും .

2.

ചിത്രത്തിൽ, AB, CD ഇവ പരസ്പരം ലംബമായ ഞാണുകളാണ്. APC, BQD എന്നീ ചാപങ്ങൾ ചേർത്തുവെച്ചാൽ, വൃത്തത്തിന്റെ പകുതിയാകും എന്നു തെളിയിക്കുക.



ഉത്തരം .

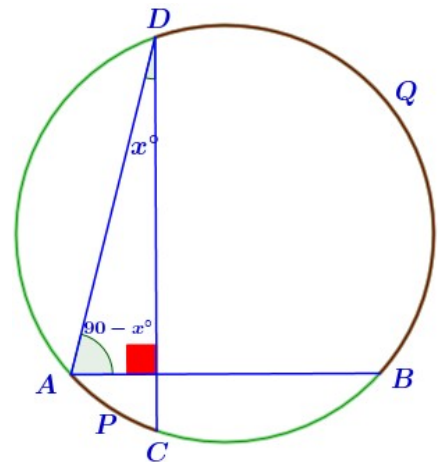
$\angle ADC = x^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

$\angle DAB = 90 - x^\circ$

ചാപം APC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = $2 \times \angle ADC$

$$= 2x^\circ$$

(വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന



കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ)

ചാപം BQD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = $2x < BAD$

$$= 2 (90 - x^\circ) = 180 - 2x^\circ$$

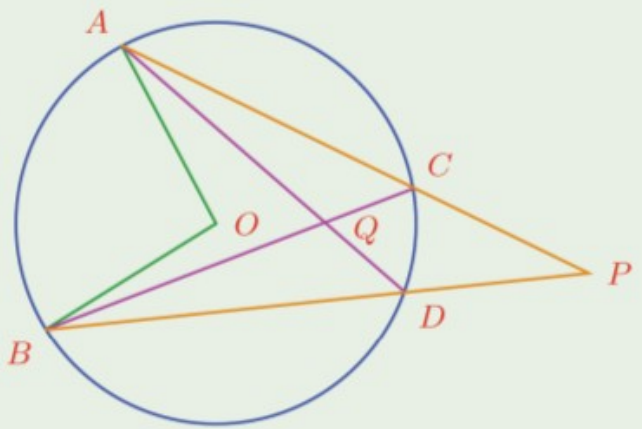
ചാപം APC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ + ചാപം BQD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = $2x^\circ + 180 - 2x^\circ$

$$= 180^\circ$$

അതായത് ചാപം APC യും ചാപം BQD യും ചേർത്തുവെച്ചാൽ ഒരു അർദ്ധവൃത്തം കിട്ടുന്നു .

3.

ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ, O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലാണ്. AC, BD എന്നീ വരകൾ നീട്ടിയത്, P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു; AD, BC എന്നീ വരകൾ Q വിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. AB എന്ന ചെറിയ ചാപം O യിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, P യിലും Q വിലും ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളുടെ തുകയാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



ഉത്തരം.

$< AOB = 2x^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

$< ACB = < ADB = x^\circ$

(വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും

കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ

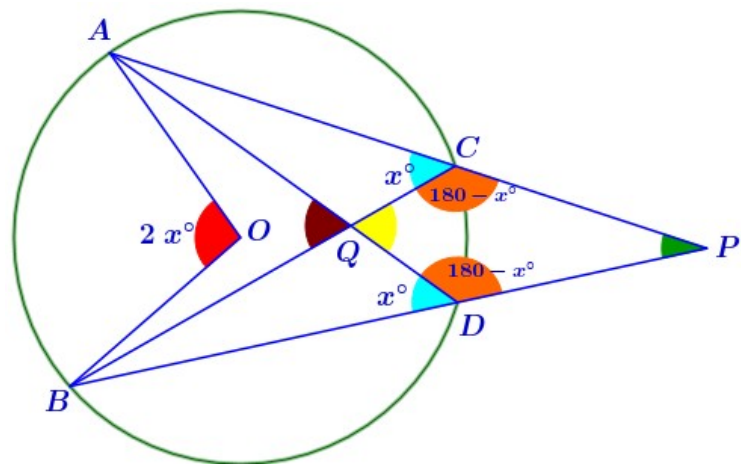
പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന

കോൺ)

$< QCP = 180 - x^\circ$ ($< ACB = x^\circ$,

രേഖീയജോടി)

$< QDP = 180 - x^\circ$ ($< ADB = x^\circ$, രേഖീയജോടി)



ചതുർഭുജം CPDQ വിൽ ,

$$\begin{aligned}\angle CQD + \angle CPD &= 360 - (180 - x^\circ + 180 - x^\circ) && \text{(ചതുർഭുജത്തിലെ കോണുകളുടെ } \\ &= 360 - (360 - 2x^\circ) && \text{തുക } 360^\circ \text{)} \\ &= 360 - 360 + 2x^\circ \\ &= 2x^\circ\end{aligned}$$

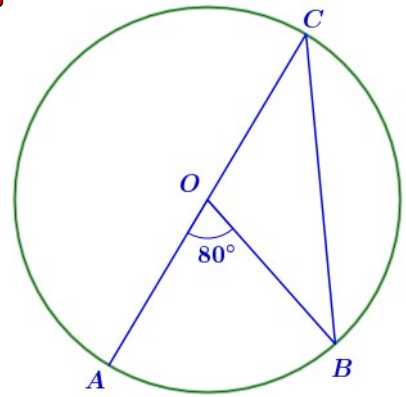
$$\angle AQB = \angle CQD \quad \text{(എതിർകോണുകൾ)}$$

$$\angle AQB + \angle CPD = \angle CQD + \angle CPD = 2x^\circ = \angle AOB$$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ $\angle AOB = 80^\circ$ ആയാൽ

$\angle OCB$, $\angle OBC$ കാണുക ?

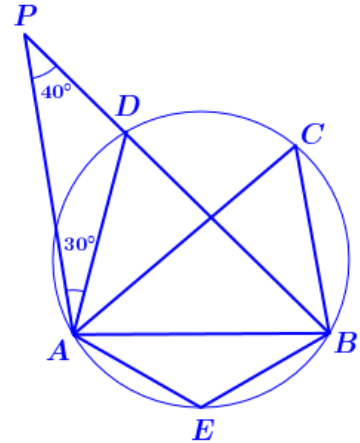


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 27 (09 / 09 /2020)

വർക്ക് ഷീറ്റ്

1. ചിത്രത്തിൽ $\angle APD = 40^\circ$, $\angle PAD = 30^\circ$

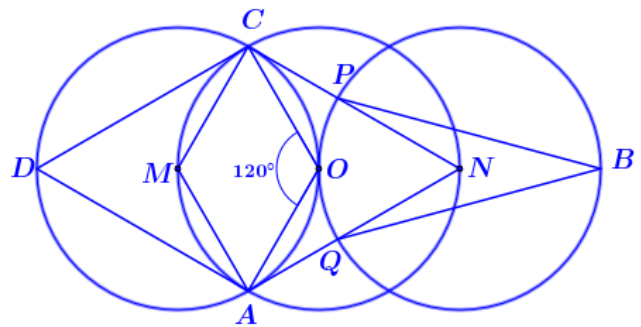
- a) $\angle ADP$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle ADB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle ACB$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle AEB$ യുടെ അളവെന്ത് ?



2. ചിത്രത്തിൽ M , O ,N എന്നിവ വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങളാണ് .

$\angle AOC = 120^\circ$

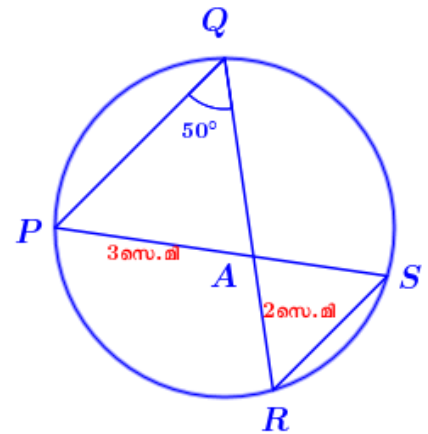
- a) $\angle ANC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle PBQ$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle AMC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle ADC$ യുടെ അളവെന്ത് ?



3. ചിത്രത്തിൽ PQ , RS എന്നി ഞാണുകൾ സമാന്തരമാണ് .

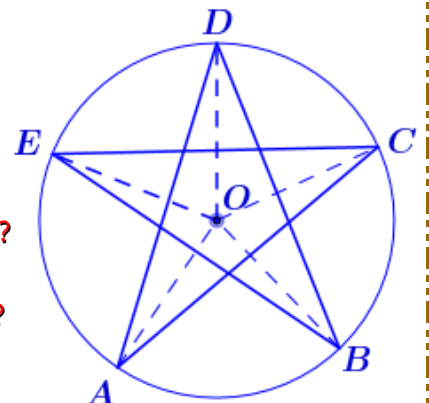
$\angle PQR = 50^\circ$, AP = 3 സെ .മി , AR = 2 സെ .മി

- a) $\angle PSR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle QRS$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle QPS$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- d) ഞാൺ QR ന്റെ നീളമെന്ത് ?



4. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം ആണ് .

- a) O എന്ന ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോണിന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle D$ യുടെ അളവും $\angle AOB$ യുടെ അളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?
- c) $\angle C$ യുടെ അളവും $\angle AOE$ യുടെ അളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?
- d) $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ എന്ന് തെളിയിക്കുക ?



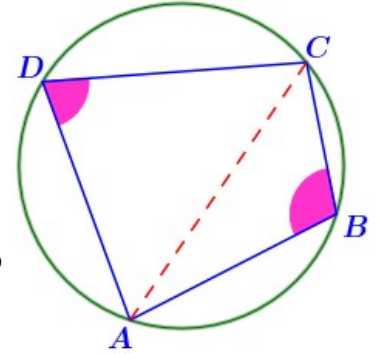
ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 28 (11 / 09 /2020)

മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലായ ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ

ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലുബിന്ദുക്കളാണ് A, B, C, D

ചതുർഭുജം ABCD പരിഗണിക്കുക .

വികർണം AC വരയ്ക്കുക .

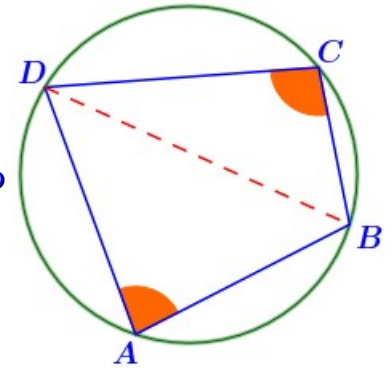


$\angle B + \angle D = 180^\circ$ (ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ ഇരുഭാഗത്തുമുണ്ടാകുന്ന

കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് . അതായത് ഒരു ചാപത്തിലെയും

മറുചാപത്തിലെയും കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .)

വികർണം BD വരയ്ക്കുക .



$\angle A + \angle C = 180^\circ$ (ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ ഇരുഭാഗത്തുമുണ്ടാകുന്ന

കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്)

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം

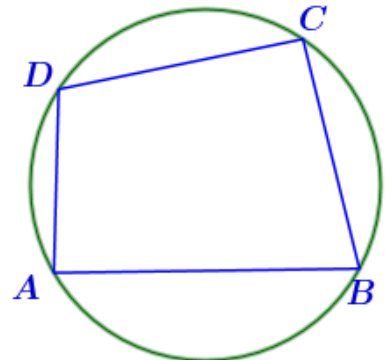
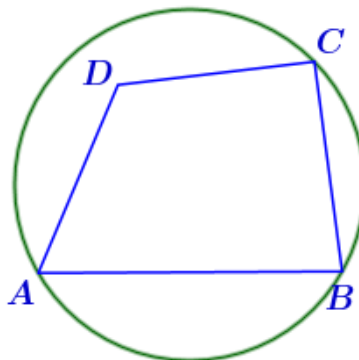
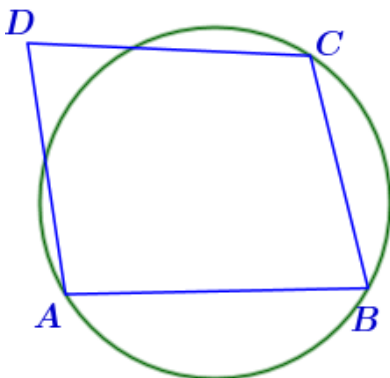
ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലുമൂലകളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരക്കാൻ കഴിയുമോ ?

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നുമൂലകളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരക്കാൻ കഴിയും .

(ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നുമൂലകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഒരു ത്രികോണം കിട്ടുമല്ലോ .

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം (പരിവൃത്തം) വരക്കാമല്ലോ)

മൂന്ന് സാധ്യതകൾ പരിശോധിക്കാം .



സാധ്യത 1 (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്ത് നാലാമത്തെ മൂല വരുന്നു)

CD എന്ന വശം വൃത്തത്തെ E എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുറിക്കുന്നു .

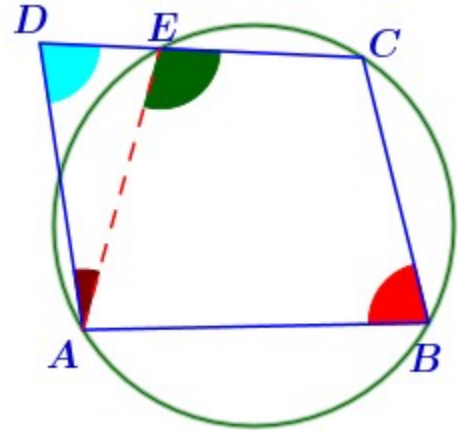
AE യോജിപ്പിക്കുക .

ABCE എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ

$\angle B + \angle AEC = 180^\circ$ (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം

ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ

അനുപൂരകമാണ്)



ത്രികോണം ADE ൽ , $\angle AEC = \angle D + \angle DAE$ (ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിലെ പുറംകോ

ൺ മറ്റരണ്ട് മൂലകളിലെ അകകോണുകളുടെ തുകക്ക് തുല്യമാണ്)

അതായത് $\angle AEC$ യുടെ അളവിനേക്കാൾ ചെറുതാണ് $\angle D$ യുടെ അളവ് .

അതിനാൽ $\angle B + \angle D$ എന്നത് 180° യേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും . ($\angle B + \angle AEC = 180^\circ$)

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും , എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° യിൽ കുറവായിരിക്കും

സാധ്യത 2 (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ അകത്ത് നാലാമത്തെ മൂല വരുന്നു)

AD എന്ന വശം നീട്ടിയത് വൃത്തത്തെ E എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുറിക്കുന്നു .

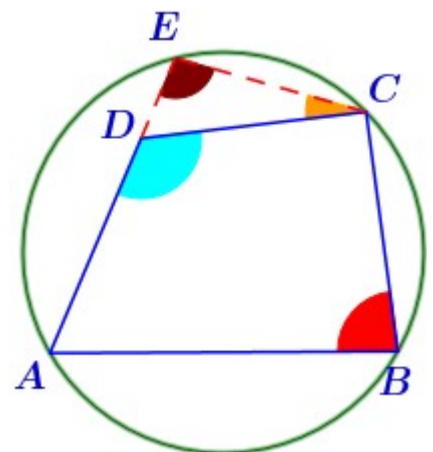
AE , CE യോജിപ്പിക്കുക .

ABCE എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ

$\angle B + \angle E = 180^\circ$ (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം

ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ

അനുപൂരകമാണ്)



ത്രികോണം DEC ൽ , $\angle ADC = \angle E + \angle DCE$ (ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിലെ പുറംകോണിന് മറ്റൊരങ്ങ് മൂലകളിലെ അകകോണുകളുടെ തുകക്ക് തുല്യമാണ്)

അതായത് $\angle E$ യുടെ അളവിനേക്കാൾ വലുതാണ് $\angle ADC$ യുടെ അളവ് .

അതിനാൽ $\angle B + \angle ADC$ എന്നത് 180° യേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും . ($\angle B + \angle AEC = 180^\circ$)

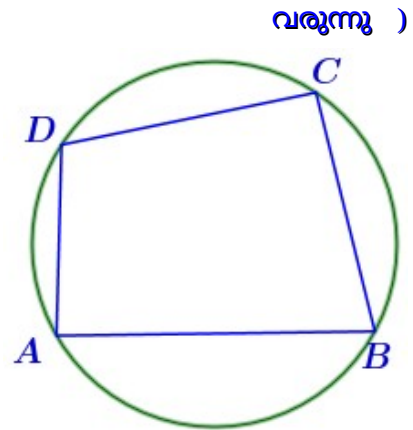
ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ അകത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും , എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° യിൽ കൂടുതലായിരിക്കും .

സാധ്യത 3 (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിൽ നാലാമത്തെ മൂല വരുന്നു)

$\angle B + \angle D = 180^\circ$ (ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം

ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ

അനുപുരകമാണ്)



ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിലാണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും , എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കും .

NB :

ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ $\angle B + \angle D = 180^\circ$ എന്നിരിക്കട്ടെ . A , B , C ഇവയിൽ കൂടിയുള്ള വൃത്തം വരക്കുക .

D യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനകത്തോ , പുറത്തോ , വൃത്തത്തിൽ തന്നെയോ ?

D വൃത്തത്തിന് പുറത്താണെങ്കിൽ , $\angle B$, $\angle D$ ഇവയുടെ തുക 180° യേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും .

അപ്പോൾ D വൃത്തത്തിന് പുറത്തല്ല .

D വൃത്തത്തിന് അകത്താണെങ്കിൽ , $\angle B$, $\angle D$ ഇവയുടെ തുക 180° യേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും .

അപ്പോൾ D വൃത്തത്തിന് അകത്തല്ല .

പുറത്തും അകത്തുമല്ലാത്തതുകൊണ്ട് , D വൃത്തത്തിൽ തന്നെയാണ് .

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമാണെങ്കിൽ അതിന്റെ നാലുമൂലകളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരക്കാം .

ചക്രിയചതുർഭുജം

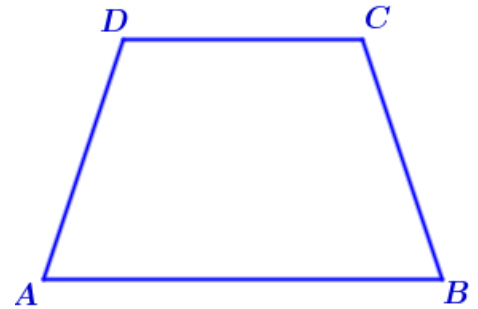
എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമായ ചതുർഭുജങ്ങളെ ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു .

ചതുരങ്ങളെല്ലാം ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങളാണ് . (ഒരു ചതുരത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം 90° ആണ് . അതിനാൽ എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമാണ്)

തുടർപ്രവർത്തനം

1. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് .

ABCD ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?

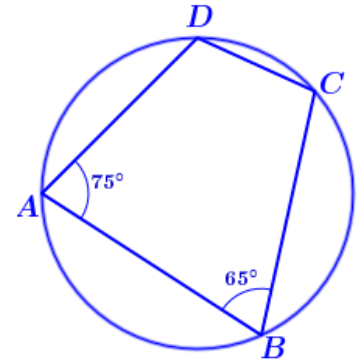


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 28 (11 / 09 /2020)

വർക്ക്ഷീറ്റ്

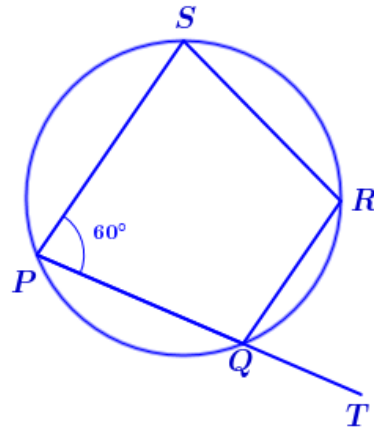
1. ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 65^\circ$

- a) $\angle C$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle D$ യുടെ അളവെന്ന് ?



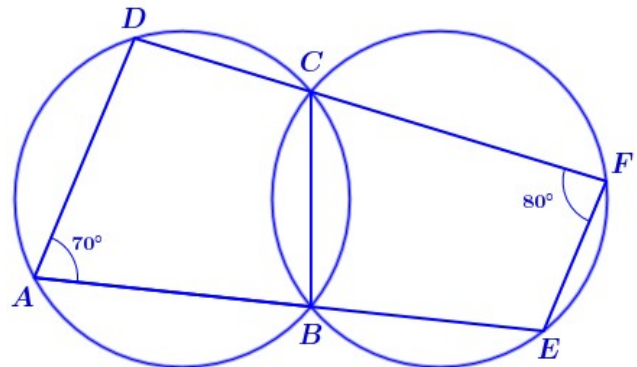
2. ചിത്രത്തിൽ $\angle P = 60^\circ$, PS എന്നവശം QR എന്നവശത്തിന് സമാന്തരമാണ് .

- a) $\angle R$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle RQT$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle PQR$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle S$ ന്റെ അളവെന്ന് ?



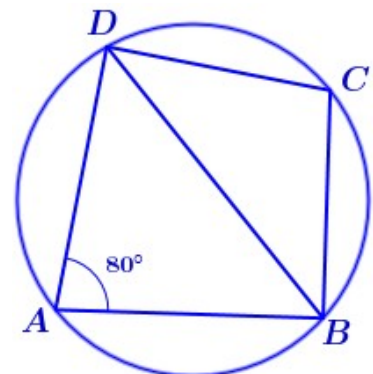
3. ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 70^\circ$, $\angle F = 80^\circ$

- a) $\angle BCD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle BCF$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle E$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle CBE$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- e) $\angle ABC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- f) $\angle D$ യുടെ അളവെന്ന് ?



4. ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 80^\circ$. $AD = AB$, $BC = CD$

- a) $\angle C$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle ADB$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle BDC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle ABC$ യുടെ അളവെന്ന് ?



ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 29 (14 / 09 /2020)

കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

ചക്രിയചതുർഭുജം

എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമായ ചതുർഭുജങ്ങളെ ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു .

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും , എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° യിൽ കുറവായിരിക്കും
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്നവൃത്തത്തിന്റെ അകത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും ,എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° യിൽ കൂടുതലായിരിക്കും .
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിലാണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ , ആ മൂലയിലേയും ,എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കും .
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമാണെങ്കിൽ അതിന്റെ നാലുമൂലകളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരക്കാം .

NB : ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് .

$\angle A = \angle B$ എന്ന് തെളിയിക്കുക ?

ഉത്തരം

സമപാർശ്വലംബകം ABCD യിൽ

$AD = BC$ കൂടാതെ AB ക്ക് സമാന്തരമാണ് DC .

AD ക്ക് സമാന്തരമായി C യിലൂടെ വരയ്ക്കുന്നവര AB യെ

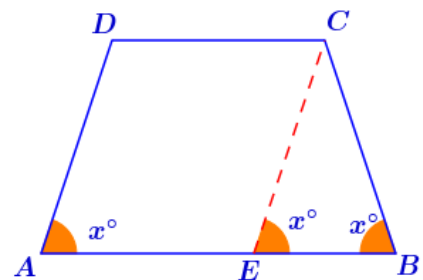
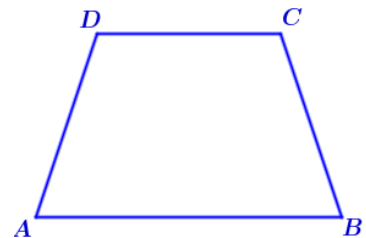
E യിൽ മുറിക്കുന്നു .

ADCE ഒരു സമാന്തരികമാണ് . (AE സമാന്തരം DC , AD സമാന്തരം CE)

$\angle A = \angle BEC = x^\circ$

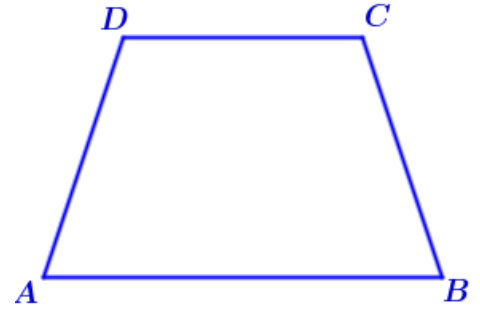
ത്രികോണം BCE ൽ , $\angle BEC = \angle B = x^\circ$ ($CE = BC$, $AD = BC$)

അതായത് , $\angle A = \angle BEC = \angle B \implies \angle A = \angle B$



1. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് .

ABCD ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?



ഉത്തരം

[സമപാർശ്വലംബകം ABCD യിൽ

$$AD = BC$$

AB ന് സമാന്തരമാണ് DC . കൂടാതെ $\angle A = \angle B$]

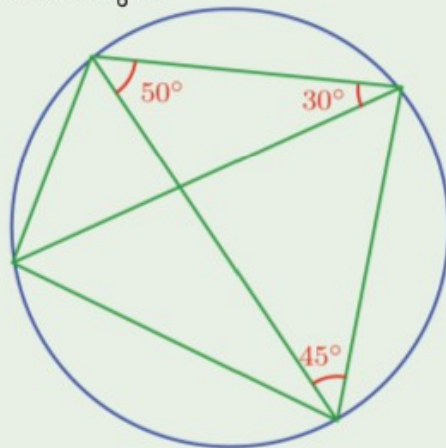
$\angle A + \angle D = 180^\circ$ (AB ന് സമാന്തരമാണ് DC , ആന്തരസഹകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്)

$$\angle B + \angle D = 180^\circ \quad (\angle A = \angle B)$$

എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമായതിനാൽ ABCD ചക്രിയചതുർഭുജമാണ് .

2.

ചിത്രത്തിലെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകളും, വികർണങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരം

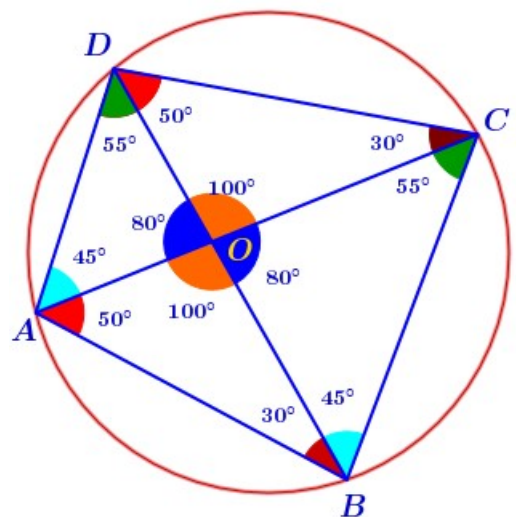
$\angle BDC = \angle BAC = 50^\circ$ (ഒരു ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമാണ്)

$\angle ACD = \angle ABD = 30^\circ$

$\angle CBD = \angle CAD = 45^\circ$

$\angle ADB = 55^\circ$ ($\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, അതേ

ചാപത്തിലും മറുചാപത്തിലും ഉണ്ടാക്കുന്ന ഏത് ജോടി



കോണുകളും അനുപുരകമാണ്)

$$\angle ADB = \angle ACB = 55^\circ$$

(ത്രികോണം AOB ൽ , $\angle AOB = 180 - (50 + 30) = 180 - 80 = 100^\circ$ (ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$\angle AOB = \angle COD = 100^\circ \text{ (എതിർകോണുകൾ)}$$

$$\angle AOD = 180 - \angle AOB = 180 - 100 = 80^\circ \text{ (രേഖീയജോടി)}$$

$$\angle AOD = \angle BOC = 80^\circ \text{ (എതിർകോണുകൾ)}$$

ചതുർഭുജത്തിലെ കോണുകൾ

$$\angle DAB = 45 + 55 = 95^\circ$$

$$\angle ABC = 30 + 45 = 75^\circ$$

$$\angle BCD = 55 + 30 = 85^\circ$$

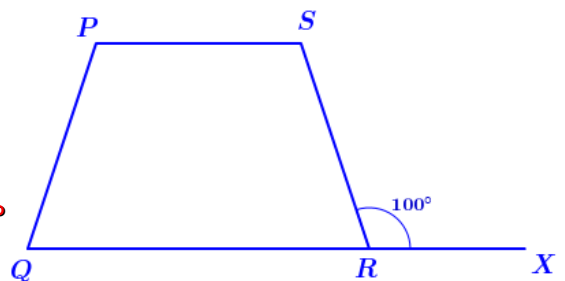
$$\angle CDA = 50 + 55 = 105^\circ$$

തുടർപ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ PQRS ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് .

കൂടാതെ QR എന്ന വശം X ലേക്ക് നീട്ടി വരച്ചിരിക്കുന്നു .

$\angle SRX = 100^\circ$ ആയാൽ PQRS ലെ എല്ലാ കോണുകളും കണക്കാക്കുക .

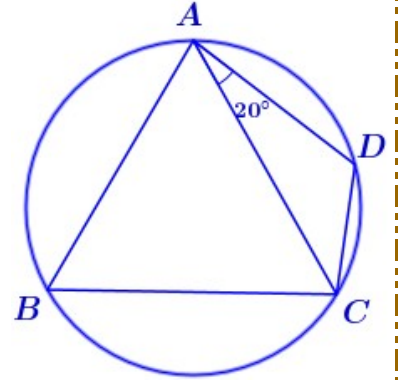


2. സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ലംബകങ്ങളൊന്നും ചക്രിയമല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക ?

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 29 (14 / 09 /2020)

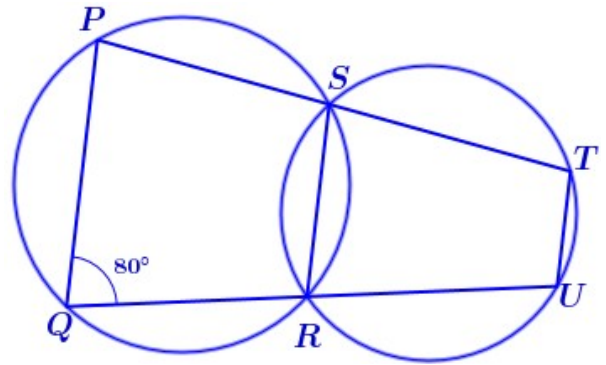
വർക്ക്ഷീറ്റ്

1. ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ് . $\angle CAD = 20^\circ$



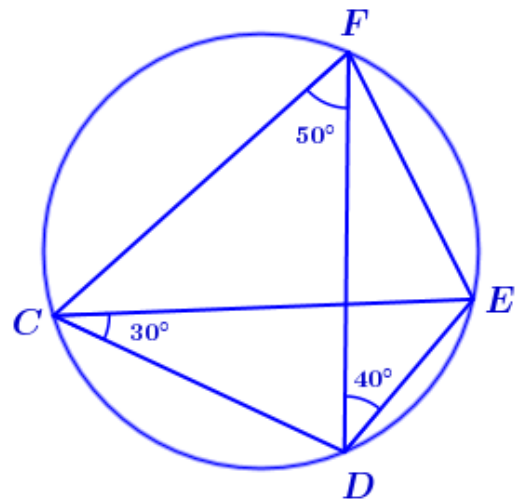
- a) $\angle B$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle D$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle BAD$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle BCD$ യുടെ അളവെന്ത് ?

2. ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ S , R എന്നി ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു . PQ എന്ന വശത്തിന് സമാന്തരമാണ് RS എന്ന വശം . $\angle Q = 80^\circ$



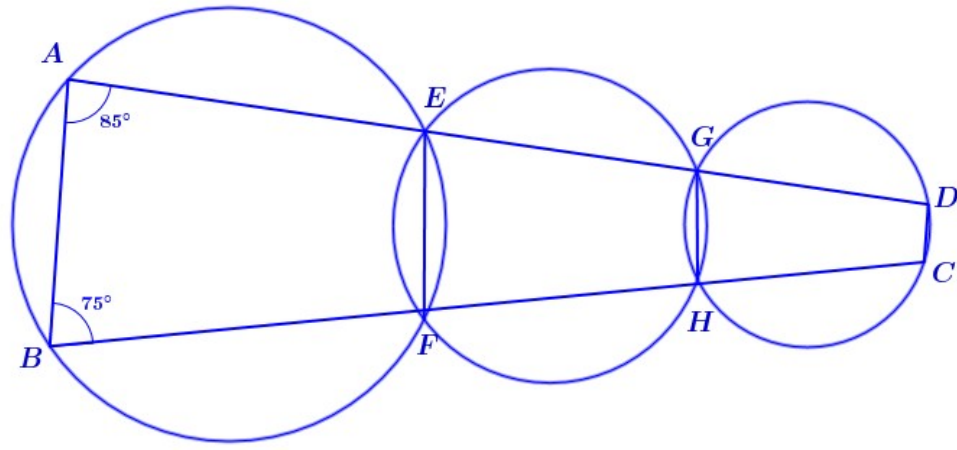
- a) $\angle PSR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle RST$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle U$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle SRU$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- e) $\angle T$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- f) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ത് ?

3. ചിത്രത്തിൽ $\angle DCE = 30^\circ$, $\angle CFD = 50^\circ$,
 $\angle EDF = 40^\circ$



- a) $\angle DFE$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle CED$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle ECF$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle CDF$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- e) $\angle DEF$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- f) $\angle CEF$ ന്റെ അളവെന്ത് ?

4.



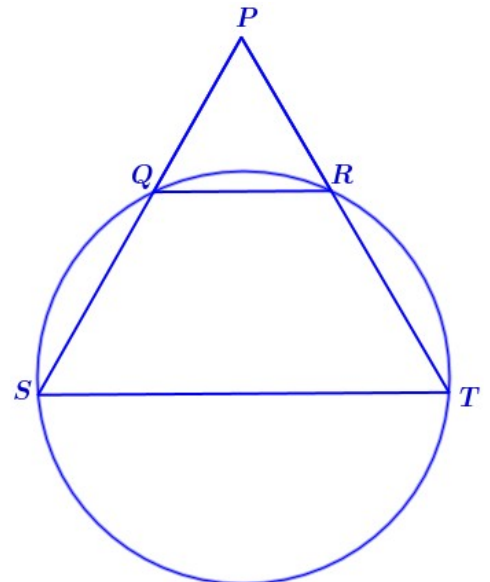
ചിത്രത്തിൽ മൂന്ന് വൃത്തങ്ങൾ E , F, G , H എന്നി ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .

$\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 75^\circ$

- a) $\angle AEF$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle FEG$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle FHG$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle D$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- e) $\angle BFE$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- f) $\angle C$ യുടെ അളവെന്ത് ?

5. ചിത്രത്തിൽ PQR ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ് .

- a) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle SQR$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) $\angle T$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) $\angle QRT$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- e) PST ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?



ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 30 (15 / 09 /2020)

കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

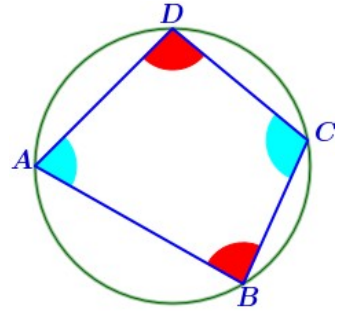
ചക്രിയചതുർഭുജം

- നാലു മൂലകളും വൃത്തത്തിലായ ചതുർഭുജമാണ് ചക്രിയചതുർഭുജം .
- ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങളുടെ എതിർശീർഷ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

ABCD എന്ന ചക്രിയചതുർഭുജത്തിൽ

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$



എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകമായ ചതുർഭുജങ്ങൾ ചക്രിയമാണ്

ഇതുവരെ പഠിച്ചയപ്പെട്ട ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങൾ

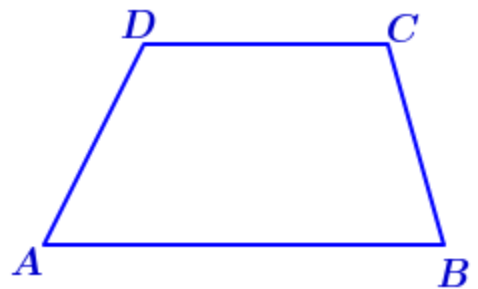
ചതുരം , സമചതുരം , സമപാർശ്വലംബകം

ഈ ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം .

1. സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ലംബകങ്ങളൊന്നും ചക്രിയമല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക ?

ഉത്തരം .

ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ലംബകമാണ് .



$\angle A + \angle D = 180^\circ$ (AB സമാന്തരം DC ,
 ആന്തരസഹകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്)

കൂടാതെ

$\angle A \neq \angle B$

$\angle B + \angle D \neq 180^\circ$

എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമല്ലാത്തതിനാൽ ABCD ചക്രിയമല്ല .

അതായത് സമപാർശ്വമല്ലാത്ത ലംബകങ്ങളൊന്നും ചക്രിയമല്ല .

1 ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജത്തിലെ ഏതു മൂലയിലെയും പുറംകോൺ എതിർമൂലയിലെ അകക്കോണിനു തുല്യമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം.

ചിത്രത്തിൽ ചക്രിയചതുർഭുജം ABCD യിലെ B എന്ന മൂലയിലെ പുറംകോണാണ് $\angle CBE$.

$\angle CBE = x^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

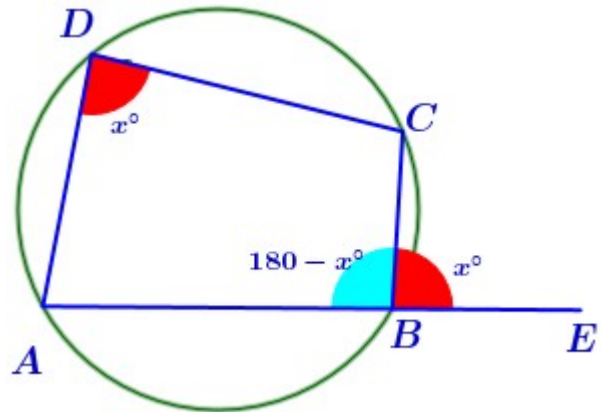
$\angle ABC = 180 - x^\circ$ (രേഖീയജോടി)

$\angle ADC = 180 - (180 - x^\circ)$

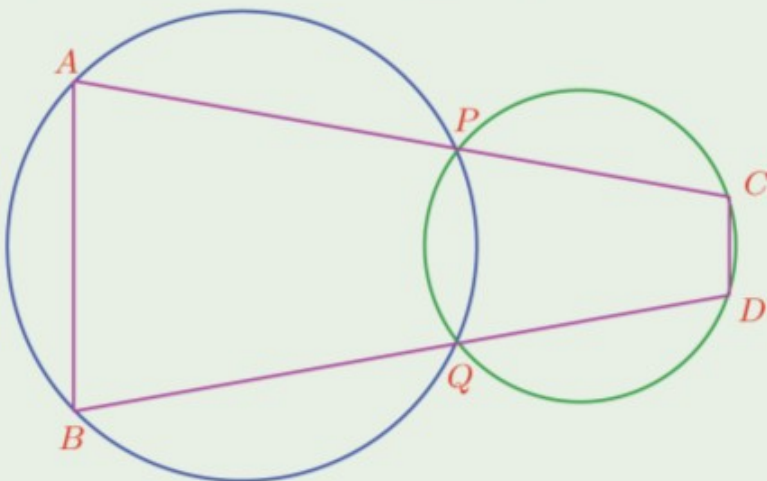
$$= 180 - 180 + x^\circ = x^\circ = \angle CBE$$

($\angle ABC + \angle ADC = 180$, ചക്രിയചതുർഭുജ

ത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപുരകമാണ്)



2 ചിത്രത്തിലെ വൃത്തങ്ങൾ, P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള രണ്ട് വരകൾ, വൃത്തങ്ങളുമായി A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. AC, BD എന്നീ വരകൾ സമാന്തരമല്ല. ഈ വരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണെങ്കിൽ, ABDC ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



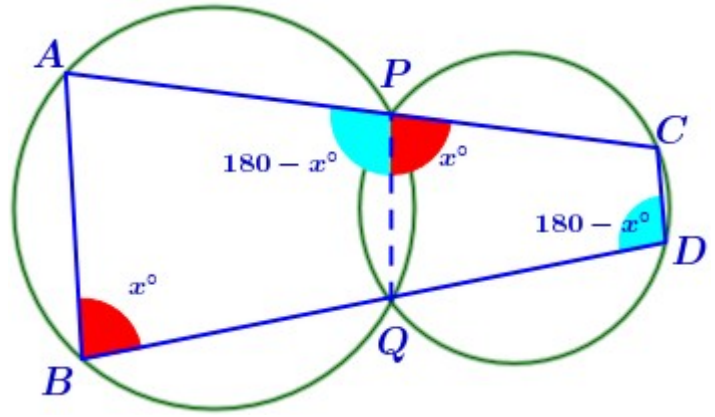
ഉത്തരം.

PQ യോജിപ്പിക്കുക

$\angle ABQ = x^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

$\angle APQ = 180 - x^\circ$

(ABQP ചക്രിയചതുർഭുജം)



$\angle QPC = x^\circ$ ($\angle APQ = 180 - x^\circ$, രേഖീയജോടി)

$\angle CDQ = 180 - x^\circ$ (PQDC ചക്രിയചതുർഭുജം)

AB സമാന്തരം CD ($\angle ABQ = x^\circ$, $\angle CDQ = 180 - x^\circ$, ആന്തരസഹകോണുകൾ

അനുപൂരകമാണ്)

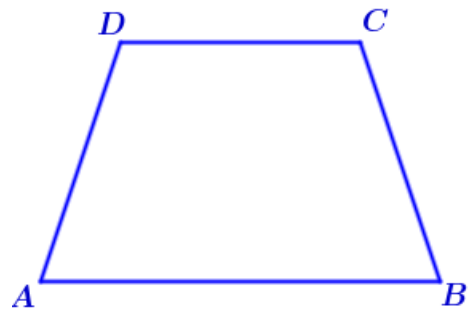
ABCD ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് (AB സമാന്തരം CD , AC = BD)

അതിനാൽ ABCD ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ് . (സമപാർശ്വലംബകങ്ങൾ ചക്രിയമാണ്)

NB : (ഓർമ പുതുക്കാൻ)

ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണ് .

ABCD ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?



ഉത്തരം

[സമപാർശ്വലംബകം ABCD യിൽ

$$AD = BC$$

AB ക്ക് സമാന്തരമാണ് DC . കൂടാതെ $\angle A = \angle B$]

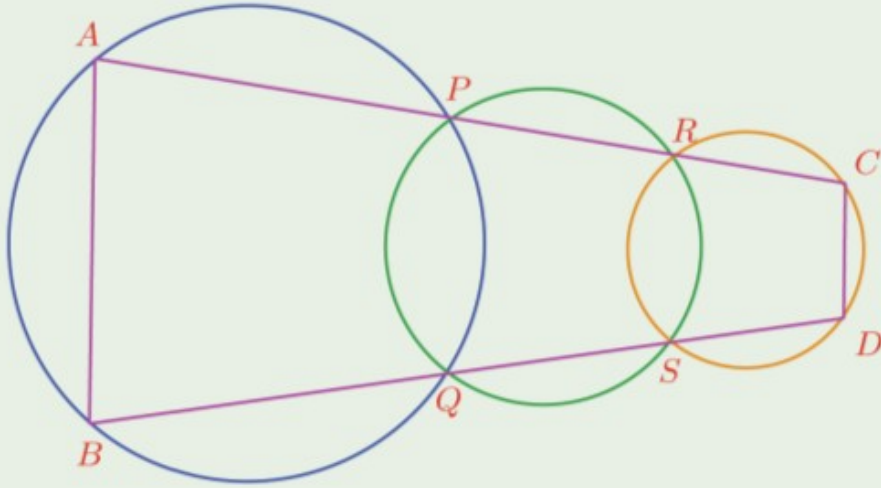
$\angle A + \angle D = 180^\circ$ (AB ക്ക് സമാന്തരമാണ് DC , ആന്തരസഹകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്)

$\angle B + \angle D = 180^\circ$ ($\angle A = \angle B$)

എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമായതിനാൽ ABCD ചക്രിയചതുർഭുജമാണ് .

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ ഇടതും വലതും വൃത്തങ്ങൾ നടുവിലെ വൃത്തത്തിനെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R, S ; ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ ഇടതും വലതും വൃത്തങ്ങളുമായി A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. $ABDC$ ചക്രീയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

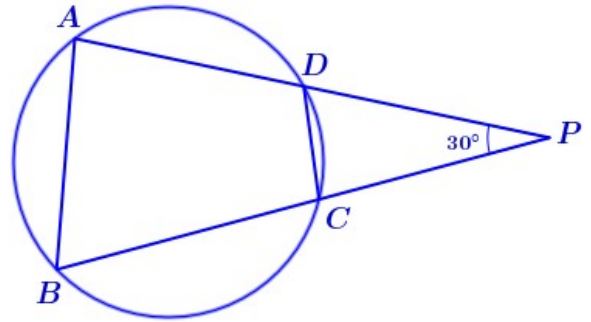


ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 30 (15 / 09 /2020)

വർക്കുഷീറ്റ്

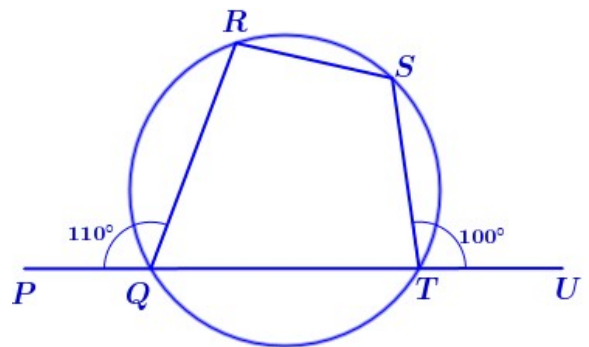
1. ചിത്രത്തിൽ $DP = CP$, $\angle CPD = 30^\circ$

- a) $\angle PCD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle BCD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle A$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle ADC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- e) $\angle B$ യുടെ അളവെന്ന് ?



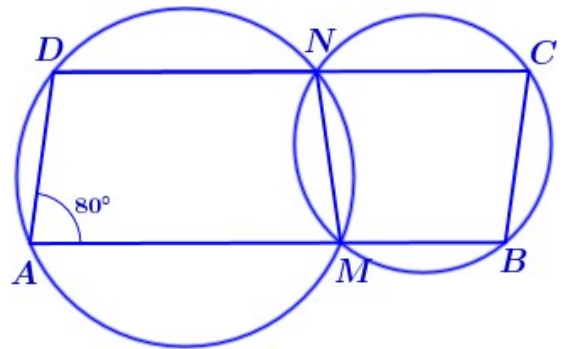
2. ചിത്രത്തിൽ $\angle PQR = 110^\circ$, $\angle STU = 100^\circ$

- a) $\angle RQT$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle S$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle STQ$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle R$ ന്റെ അളവെന്ന് ?



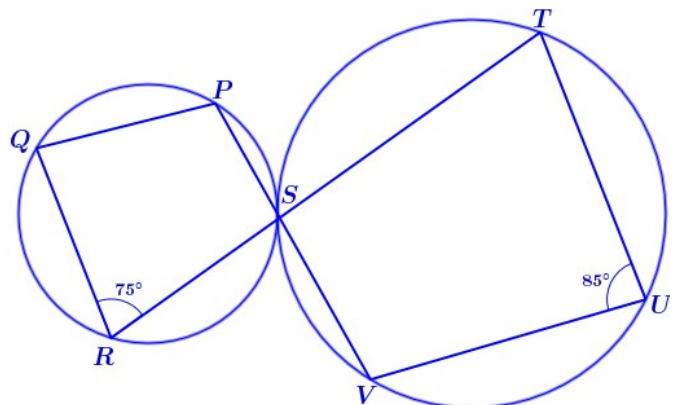
3. ചിത്രത്തിൽ AB, DC എന്നീ വരകൾ സമാന്തരമാണ് . $\angle A = 80^\circ$

- a) $\angle DNM$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle D$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle AMN$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle B$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- e) $\angle C$ യുടെ അളവെന്ന് ?



4. ചിത്രത്തിൽ QR, TU എന്നീ വരകൾ സമാന്തരമാണ് . $\angle R = 75^\circ$, $\angle U = 85^\circ$

- a) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle T$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle V$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle VST$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- e) $\angle Q$ ന്റെ അളവെന്ന് ?



ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 31 (17 / 09 /2020)

കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സുകളിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

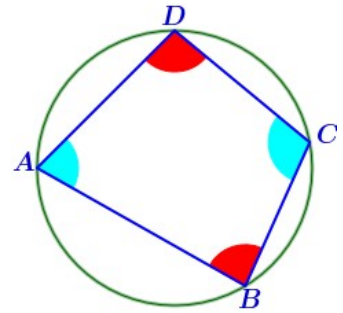
ചക്രിയചതുർഭുജം

- നാലു മൂലകളും വൃത്തത്തിലായ ചതുർഭുജമാണ് ചക്രിയചതുർഭുജം .
- ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങളുടെ എതിർശീർഷ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

ABCD എന്ന ചക്രിയചതുർഭുജത്തിൽ

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

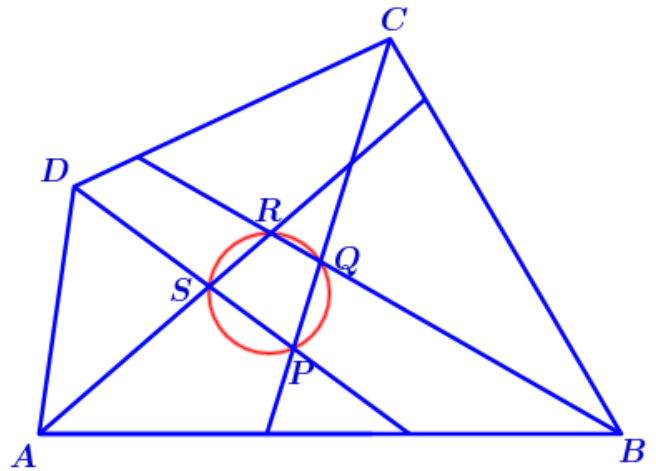
$\angle B + \angle D = 180^\circ$



എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകമായ ചതുർഭുജങ്ങൾ ചക്രിയമാണ്

ഈ ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യാം .

1. ചിത്രത്തിൽ ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത കോണുകളുടെ സമഭാജികൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R, S . PQRS ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?

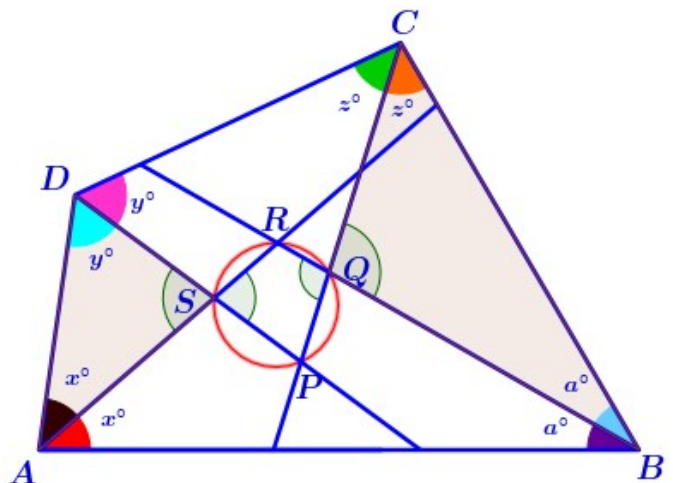


ഉത്തരം .

$\angle BAS = \angle DAS = x^\circ$ ($\angle DAB$ യുടെ സമഭാജിയാണ് AS)

$\angle ADS = \angle CDS = y^\circ$ ($\angle ADC$ യുടെ സമഭാജിയാണ് DS)

$\angle DCQ = \angle BCQ = z^\circ$ ($\angle BCD$ യുടെ സമഭാജിയാണ് CQ)



$\angle CBQ = \angle ABQ = a^\circ$ ($\angle ABC$ യുടെ സമഭാജിയാണ് BQ) എന്നെടുക്കുക .

$(x+x) + (y+y) + (z+z) + (a+a) = 360^\circ$ (ചതുർഭുജം ABCD യിലെ കോണുകളുടെ തുക)

$$2x + 2y + 2z + 2a = 360^\circ$$

$$2(x + y + z + a) = 360^\circ$$

$$x + y + z + a = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

ത്രികോണം ADS ൽ , $\angle ASD = 180 - (x + y)$ (ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$\angle ASD = \angle PSR = 180 - (x + y) \quad (\text{എതിർകോണുകൾ തുല്യം})$$

ത്രികോണം BQC ൽ , $\angle BQC = 180 - (a + z)$ (ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180°)

$$\angle BQC = \angle PQR = 180 - (a + z) \quad (\text{എതിർകോണുകൾ തുല്യം})$$

$$\angle PSR + \angle PQR = 180 - (x + y) + 180 - (z + a)$$

$$= 180 - x - y + 180 - z - a$$

$$= 180 + 180 - (x + y + z + a)$$

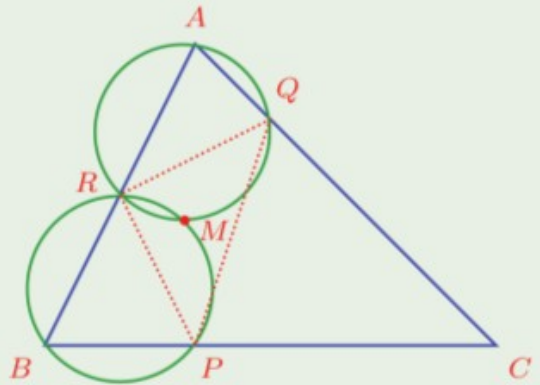
$$= 360 - (x + y + z + a)$$

$$= 360 - 180 = 180^\circ$$

എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകമായതിനാൽ PQRS ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണ് .

2.

ചിത്രത്തിൽ ABC എന്ന ത്രികോണത്തിലെ BC, CA, AB എന്നീ വശങ്ങളിൽ P, Q, R അടയാളപ്പെടുത്തി, AQR, PBR എന്നീ ത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ വൃത്തങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവാണ് M. CPQ എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവും M ൽക്കൂടി കടന്നുപോകുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.



ഉത്തരം .

PM , QM , RM എന്നി വരകൾ വരക്കുക .

$\angle A = x^\circ$, $\angle B = y^\circ$ എന്നെടുത്താൽ

ത്രികോണം ABC ൽ

$$\angle C = 180 - (x + y)$$

ചക്രിയചതുർഭുജം AQMR ൽ ,

$$\angle QMR = 180 - x \text{ (ചക്രിയചതുർഭുജത്തിന്റെ$$

എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപുരകമാണ്)}

ചക്രിയചതുർഭുജം BPMR ൽ ,

$$\angle PMR = 180 - y \text{ (ചക്രിയചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപുരകമാണ്)}$$

$$\angle PMQ = 360 - (180 - x + 180 - y) \text{ (ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360^\circ)}$$

$$= 360 - (360 - x - y)$$

$$= 360 - 360 + x + y$$

$$= x + y$$

$$\angle PCQ + \angle PMQ = 180 - (x + y) + x + y = 180^\circ$$

എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപുരകമായതിനാൽ PCQM ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണ് .

അതായത് ത്രികോണം CPQ ന്റെ പരിവൃത്തം M ൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നു .

തുടർപ്രവർത്തനം

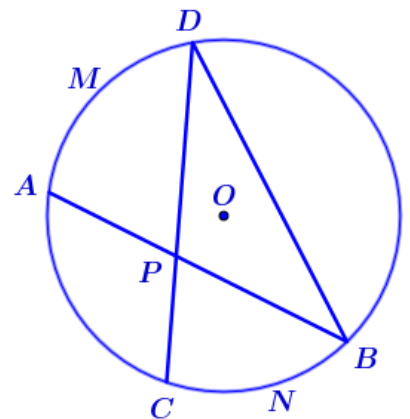
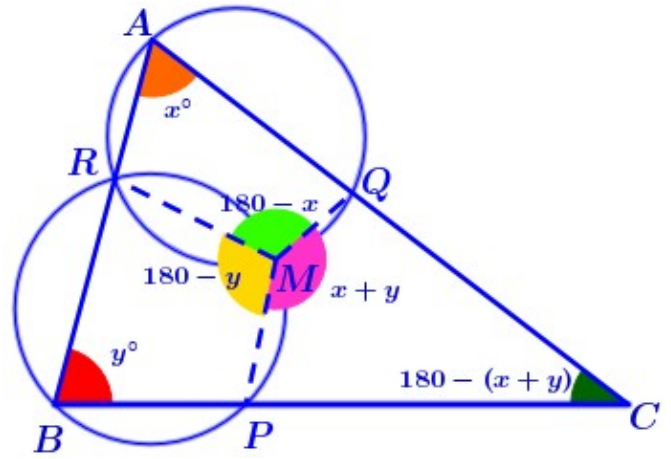
ചിത്രത്തിൽ CNB എന്ന ചാപത്തിന്റെ നീളം വൃത്തത്തിന്റെ

ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{1}{5}$ ആണ് . AMD എന്ന ചാപത്തിന്റെ നീളം

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{1}{6}$ ആണ് . എങ്കിൽ

a) CNB എന്ന ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവെന്ത് ?

b) $\angle CDB$, $\angle ABD$, $\angle APD$ എന്നിവയുടെ അളവുകൾ കാണുക ?



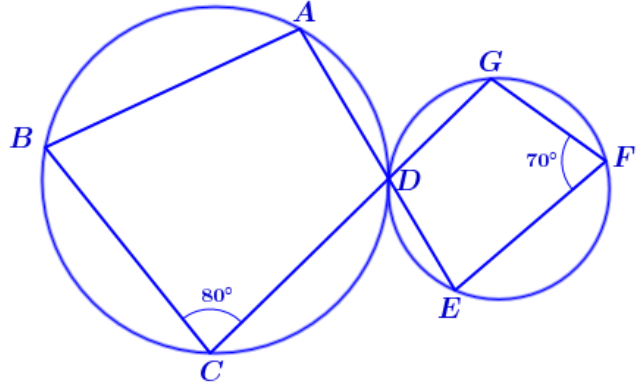
ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 31 (17 / 09 /2020)

വർക്ക്ഷീറ്റ്

1. ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ D എന്ന ബിന്ദുവിൽ

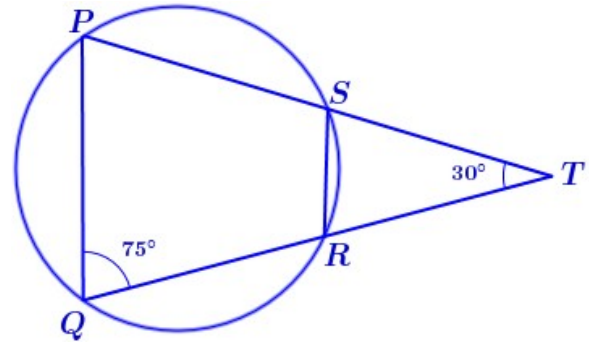
കൂട്ടിമുട്ടുന്നു . $\angle BCD = 80^\circ$, $\angle EFG = 70^\circ$

- a) $\angle BAD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle EDG$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle ADC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle ABC$ യുടെ അളവെന്ന് ?



2. ചിത്രത്തിൽ $\angle PQR = 75^\circ$, $\angle STR = 30^\circ$

- a) $\angle PSR$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle QPS$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle QRS$ ന്റെ അളവെന്ന് ?

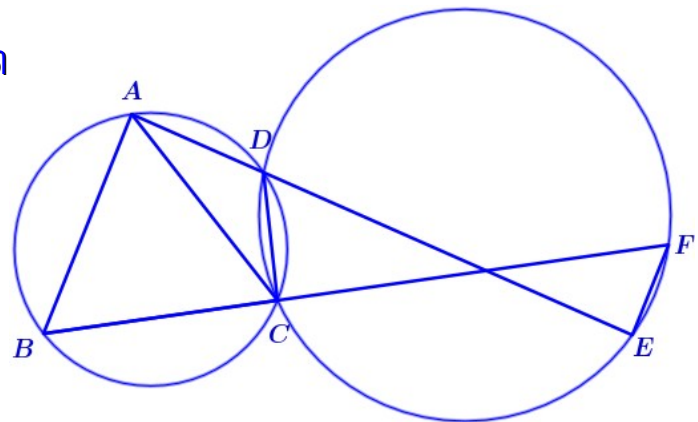


d) ത്രികോണം STR ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?

3. ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC ഒരു ,സമഭുജത്രി

കോണമാണ് . $AD = CD$

- a) $\angle ABC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle ADC$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle CFE$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle DEF$ ന്റെ അളവെന്ന് ?



4. ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു QR , XY എന്നിവ സമാന്തരവരകൾ

ആണ് , $\angle SPQ = 65^\circ$, $\angle PXY = 75^\circ$

- a) $\angle SRQ$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- b) $\angle PQR$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- c) $\angle PSR$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- d) $\angle XYZ$ ന്റെ അളവെന്ന് ?
- e) $\angle PZY$ യുടെ അളവെന്ന് ?

