ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 50 (27/ 10 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 2

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

കോണുകൾ 45^0, 45^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

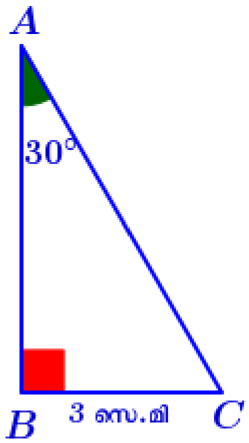
പ്രവർത്തനം 1

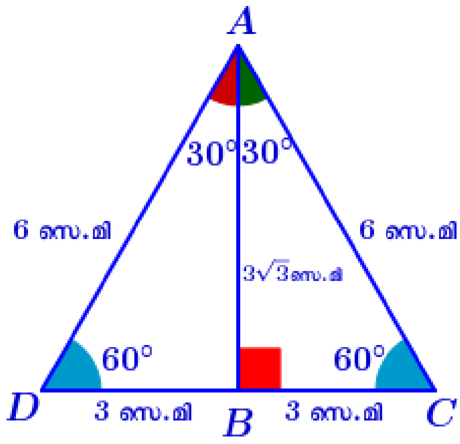
ത്രികോണം ABC യിൽ $< B = 90^0$, $< BAC = 30^0$

ആയാൽ $< C = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 60^0$

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180^0)

BC = 3 സെ .മി ആയാൽ മറ്റുവശങ്ങളുടെ നീളമെന്ത് ?





ത്രികോണം ABC യോട് അതേ അളവുകളുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണം ചിത്രത്തിലേതു പോലെ ചേർത്തു വക്കുക .

ത്രികോണം ADC ൽ മൂന്നുകോണുകളും 60^0 വീതമാണ് . AD = AC = DC = 6 സെ .മി

മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ ,

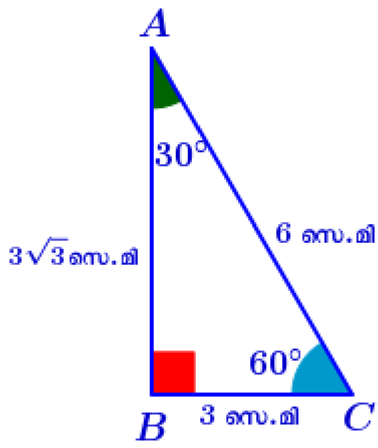
$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$3^2 + AB^2 = 6^2$$

$$9 + AB^2 = 36$$

$$AB^2 = 36 - 9 = 27$$

$$AB = \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{3} \text{ സെ.മി}$$



SARATH .A .S , HST ,GHS ANCHACHAVADI

30 ^{0}, 60 ^{0} , 90 ^{0} കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെഅംശബന്ധം

$$= 3 : 3\sqrt{3} : 6$$

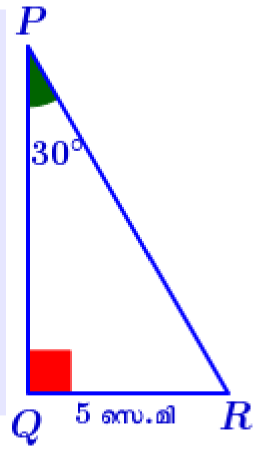
$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

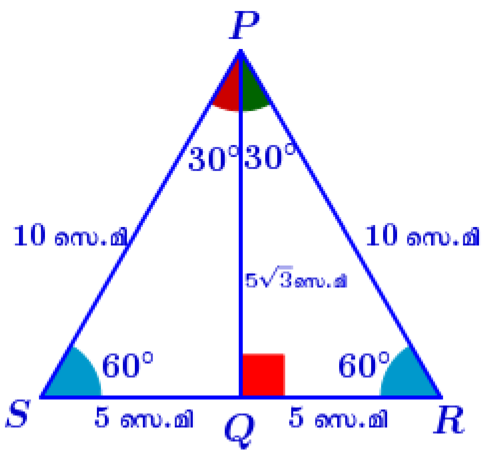
ത്രികോണം PQR ൽ < Q = 90 ^{0} , < QPR = 30 ^{0}

ആയാൽ < R = 180 - (90 + 30) = 180 – 120 = 60 ^{0}

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180 ^{0})

QR = 5 സെ .മി ആയാൽ മറ്റുവശങ്ങളുടെ നീളമെന്ത് ?





ത്രികോണം PQR നോട് അതേ അളവുകളുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണം ചിത്രത്തിലേതു പോലെ ചേർ ത്തു വക്കുക .

ത്രികോണം PSR ൽ മൂന്നുകോണുകളും 60^0 വീത മാണ് . PS = PR = SR = 10 സെ .മി

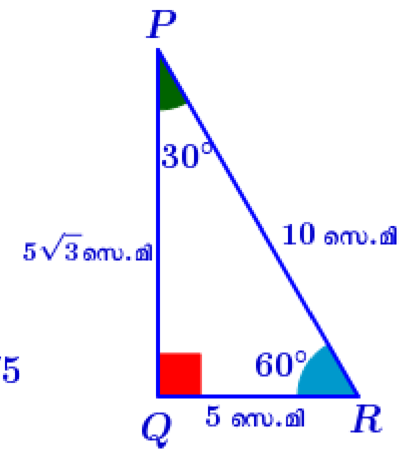
മട്ടത്രികോണം PQR ൽ ,

$$QR^2 + PQ^2 = PR^2$$

$$5^2 + PQ^2 = 10^2$$

$$25 + PQ^2 = 100$$

$$PQ^2 = 100 - 25 = 75$$



$$PQ = \sqrt{75} = \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \text{ സെ.മി}$$

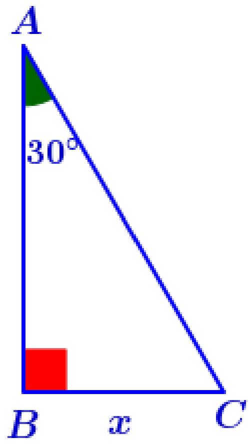
30 ^{0}, 60 ^{0} , 90 ^{0} കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെഅംശബന്ധം

$$= 5 : 5\sqrt{3} : 10$$

$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങളുടെഅംശബന്ധം

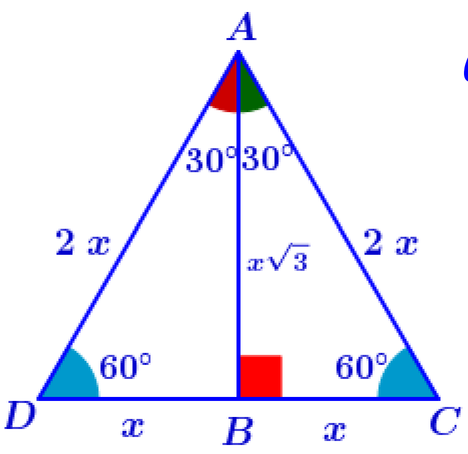
$1 : \sqrt{3} : 2$ ആകുമോ ? നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം .



ത്രികോണം ABC ൽ $< B = 90^0$, $< BCA = 30^0$

ആയാൽ $< C = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 60^0$

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180^0)



ത്രികോണം ABC യോട് അതേ അളവുകളുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണം ചിത്രത്തിലേതു പോലെ ചേർത്തു വക്കുക .

ത്രികോണം ADC ൽ മൂന്നുകോണുകളും 60^0 വീതമാണ് . $BC = x$ യൂണിറ്റ് എന്നെടുത്താൽ

$AD = AC = DC = 2x$ യൂണിറ്റ്

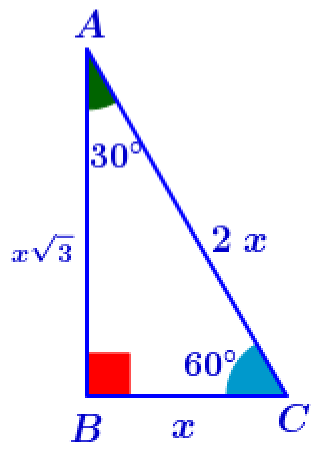
മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ ,

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$x^2 + AB^2 = (2x)^2$$

$$x^2 + AB^2 = 4x^2$$

$$AB^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2$$



$$AB = \sqrt{3x^2} = \sqrt{3 \times x \times x} = x\sqrt{3}$$

30^0, 60^0, 90^0 കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെഅംശബന്ധം

$$= x : x\sqrt{3} : 2x$$

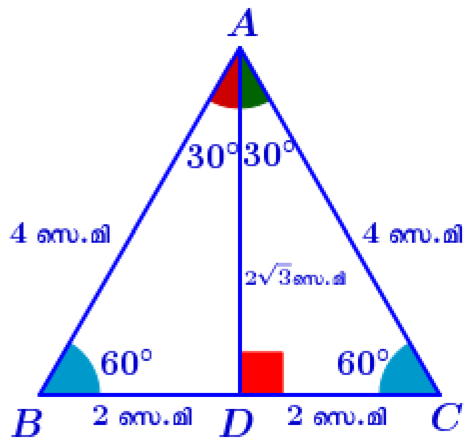
$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

കണ്ടെത്തൽ

കോണുകൾ 30 ^{0}, 60 ^{0}, 90 ^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

4 സെ.മി വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം



AB = BC = AC = 4 സെ .മി

AD ലംബം BC വരക്കുക .

$$AD = 2\sqrt{3} \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ ച .സെ.മി}$$

തുടർപ്രവർത്തനങ്ങൾ

7 സെ.മി വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 51 (30 / 10 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 3

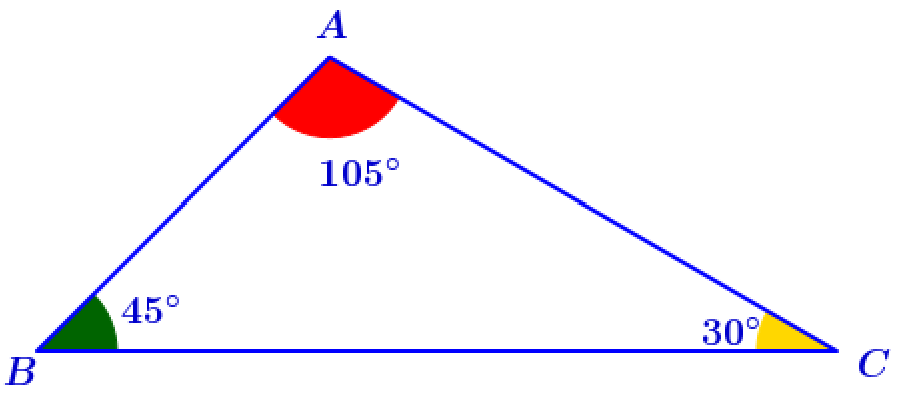
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സുകളിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

കോണുകൾ 45 ^{0}, 45 ^{0} , 90 ^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

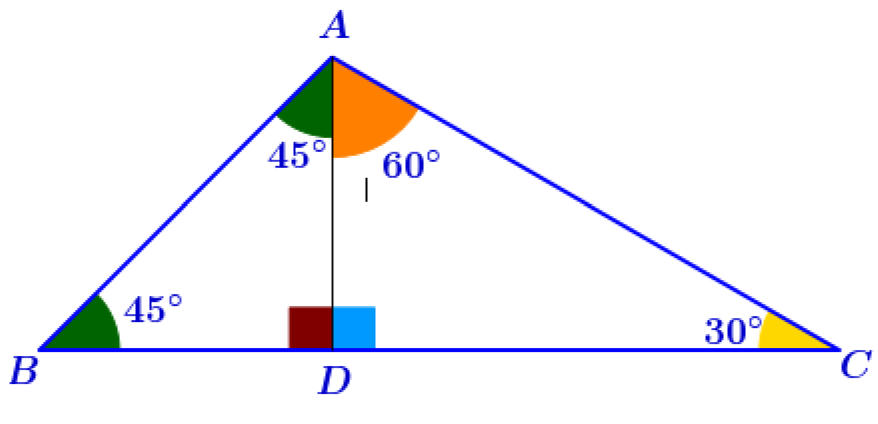
കോണുകൾ 30 ^{0}, 60 ^{0} , 90 ^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

ഈ രണ്ടു തരം ത്രികോണങ്ങളുപയോഗിച്ച് , മട്ടമല്ലാത്ത ചില ത്രികോണങ്ങളുടെയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണക്കാക്കാം .

പ്രവർത്തനം 1



ചിത്രത്തിൽ < A = 105 ^{0} , < B = 45 ^{0} , < C = 30 ^{0}. AD ലംബം BC വരക്കുക .



AD ലംബം BC ആയതിനാൽ , < ADB = < ADC = 90^0

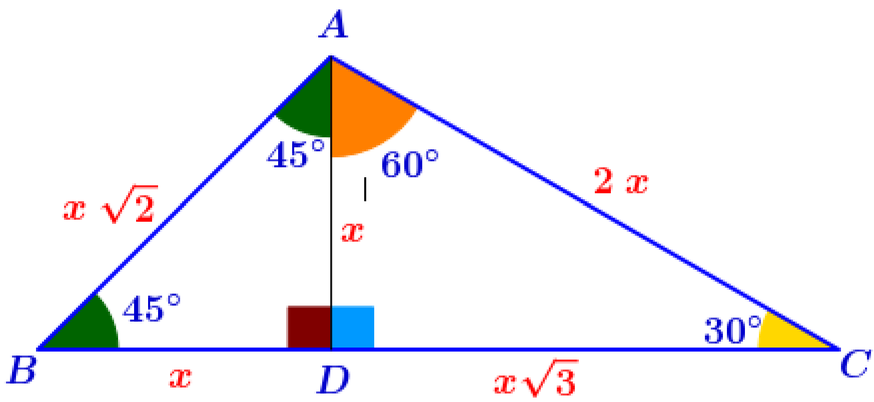
ത്രികോണം ADB യിൽ , < BAD = 180 - (90 + 45) = 180 – 135 = 45^0

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180^0)

< DAC = 105 – 45 = 60^0 (< BAC = 105^0)

വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണക്കാക്കാൻ രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെയും പൊതുവായ വശത്തിന്റെ നീളം x എന്നെടുത്താൽ നേരത്തെ കണ്ട അംശബന്ധങ്ങളുപയോഗിച്ച് മറ്റു വശങ്ങളുടെ നീളം x ന്റെ മടങ്ങുകളായി എഴുതാം

AD = x എന്നെടുത്താൽ ,



ത്രികോണം ADB യിൽ , $AD = BD = x \ , \ AB = x\sqrt{2}$

(കോണുകൾ 45^0, 45^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

ത്രികോണം ADC യിൽ , $AD = x \ , \ DC = x\sqrt{3} \ , \ AC = 2x$

(കോണുകൾ 30^0, 60^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

ത്രികോണം ABC യിൽ , $AB = x\sqrt{2} \ , \ AC = 2x$

$$BC = x + x\sqrt{3} = x(1 + \sqrt{3})$$

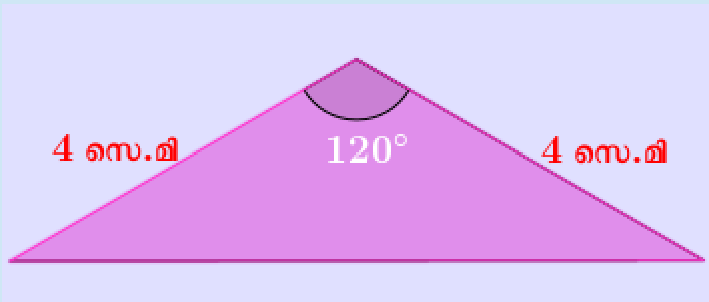
30^0, 45^0 , 105^0 കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെഅംശബന്ധം

$$= AB : AC : BC$$

$$= x\sqrt{2} : 2x : x(1+\sqrt{3}) = \sqrt{2} : 2 : 1+\sqrt{3}$$

കോണുകൾ 30^{0}, 45^{0}, 105^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $\sqrt{2} : 2 : \sqrt{3}+1$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

(1) ഇവിടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന ത്രികോണ ത്തിൽ , മുകളിലെ മൂലയിൽ നിന്ന് താഴത്തെ വശത്തേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്രയാണ് ? ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

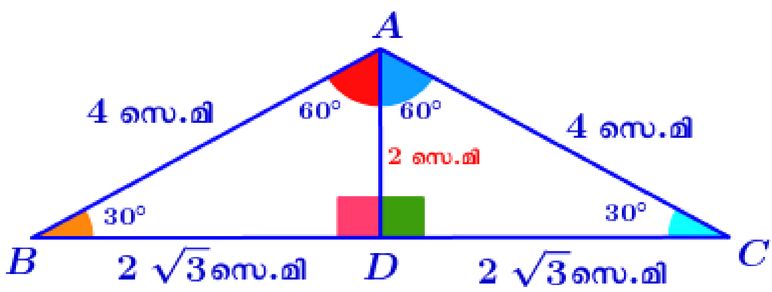


ഉത്തരം

ത്രികോണം ABC യിൽ

AB = AC = 4 സെ.മി

< BAC = 120^{0}



$$< ABC =< ACB = \frac{180-120}{2} = \frac{60}{2} = 30^{\circ}$$

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ തുല്യവശങ്ങൾക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)

AD ലംബം BC വരക്കുക

< ADB = < ADC = 90^{0}

BD = CD (ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ തുല്യ വശങ്ങൾ ചേരുന്ന മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തേക്ക് വരക്കുന്ന ലംബം ,ഈ മൂലയിലുള്ള കോണിനെയും എതിർവശത്തെയും സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു)

< BAD = < CAD = 60^{0}

ത്രികോണം ADB യിൽ , $AD : BD : AB = 1 : \sqrt{3} : 2$

(കോണുകൾ 30^{0}, 60^{0}, 90^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

$$AD = 2 \text{ സെ.മി} \ , \ BD = 2\sqrt{3} \text{ സെ.മി} \ , \ AB = 4 \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ADC യിൽ , $AD : CD : AC = 1 : \sqrt{3} : 2$

$$AD = 2 \text{ സെ.മി} \ , \ CD = 2\sqrt{3} \text{ സെ.മി} \ , \ AC = 4 \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ABC യിൽ ,

$$BC = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ സെ.മി}$$

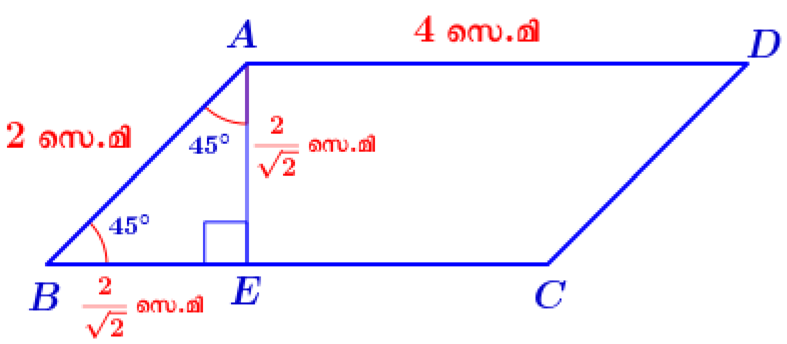
മുകളിലെ മൂലയിൽ നിന്ന് താഴത്തെ വശത്തേക്കുള്ള ലംബദൂരം $= AD = 2$ സെ.മി

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD$

$$= \frac{1}{2} 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ ച.സെ.മി}$$

(2) ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക

<u>ഉത്തരം</u>



AE ലംബം BC വരക്കുക .

$< E = 90^0$

$< B = < BAE = 45^0$

ത്രികോണം AEB ൽ , $BE : AE : AB = 1 : 1 : \sqrt{2}$

(കോണുകൾ 45^0, 45^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ

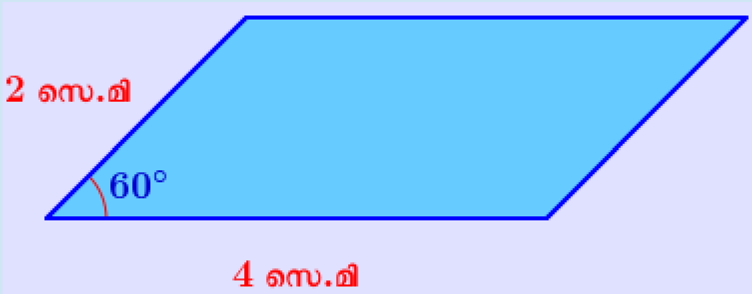
തമ്മിലുള്ള അകലം $= AE = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ സെ.മി

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= BC \times AE$

$= 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ ച.സെ.മി

തുടർപ്രവർത്തനം

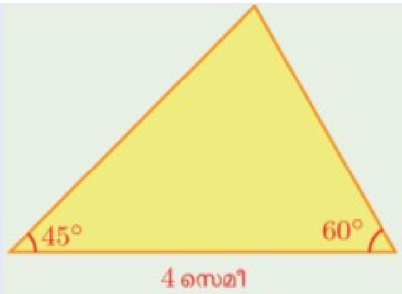
ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക



ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 53 (03 / 11 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 5

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



-

ഉത്തരം

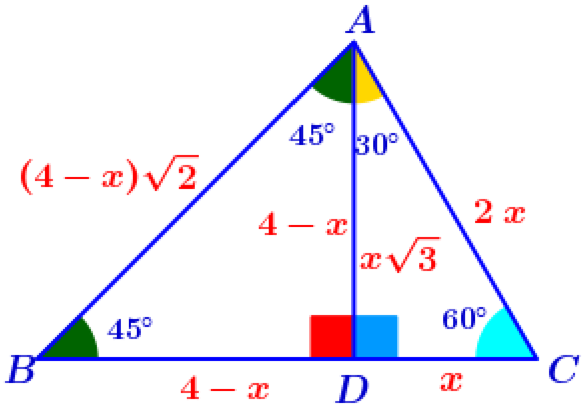
ത്രികോണം ABC യിൽ < B = 45 ^{0} , < C = 60 ^{0}

BC = 4 സെ.മി

AD ലംബം BC വരക്കുക .

< ADB = < ADC = 90 °

DC = x എന്നെടുത്താൽ , BD = 4 - x



ത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$BD = AD = 4 - x \quad , \quad AB = (4-x)\sqrt{2}$$

(കോണുകൾ 45 ^{0}, 45 ^{0} , 90 ^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$

എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

ത്രികോണം ADC യിൽ ,

$$DC = x \; , \; AD = x\sqrt{3} \; , \; AC = 2x$$

(കോണുകൾ 30 ^{0}, 60 ^{0} , 90 ^{0} ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$

എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

ADB , ADC എന്നി ത്രികോണങ്ങളിലെ AD യുടെ വിലകൾ തുല്യപ്പെടുത്തിയാൽ

$$4 - x = x\sqrt{3}$$

$$4 = x\sqrt{3} + x$$

$$x(\sqrt{3} + 1) = 4$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{3}+1}$$

$$AD = x\sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{3}+1} \times \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

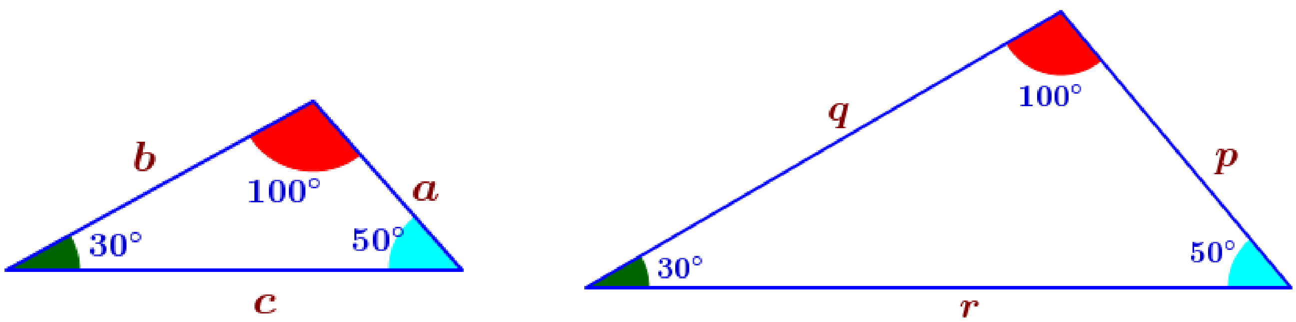
$= \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ ച.സെ.മി

പുതിയ കോണളവുകൾ

ചില ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകളിൽ നിന്ന് അവയുടെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണക്കാക്കിയല്ലോ .

ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഇതുപോലെ കോണുകൾ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുമോ ? നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം .

താഴെപ്പറയുന്ന ത്രികോണങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക



രണ്ടു ത്രികോണത്തിലും ഒരേ കോണുകളാണ് . ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം വലുപ്പക്രമത്തിൽ a , b , c എന്നും വലിയ ത്രികോണത്തിൽ p , q , r എന്നും സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു .

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$$ (കോണുകൾ തുല്യമായ ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ മാറുന്നത് ഒരേ തോതിലാണ്)

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = k$$ എന്നെടുത്താൽ ,

$$\frac{a}{p} = k \quad ==> \quad a = kp$$

$$\frac{b}{q} = k \quad ==> \quad b = kq$$

$$\frac{c}{r} = k \quad ==> \quad c = kr$$ എന്നെഴുതാം

$$a : b : c = kp : kq : kr$$

$$= p : q : r$$

കണ്ടെത്തൽ

ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ പല വലുപ്പത്തിൽ വരച്ചാൽ , വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുമെങ്കിലും അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം മാറുന്നില്ല

ക്രോഡീകരണം

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ , അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു

കോണിന്റെ സൈനും കോസൈനും

ഒരു കോൺ 40 °ആയ മട്ടത്രികോണത്തിൽ കർണത്തിന്റെ ഏകദേശം 0.6428 ഭാഗമാണ് ഈ കോണിന് എതിരെയുള്ള വശമെന്നും 0.7660 ഭാഗമാണ് മറ്റേ ലംബവശമെന്നും കണ്ടെത്തിയിട്ടുണ്ട് .ഇങ്ങലെ കണക്കാക്കുന്ന സംഖ്യകൾക്ക് പ്രത്യേക പേരുകളുണ്ട് .

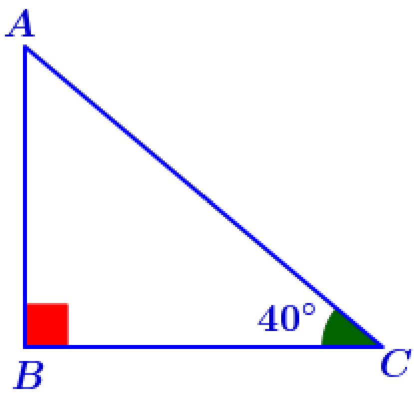
0.6428 എന്ന സംഖ്യ 40 ° കോണിന്റെ എതിർവശം കർണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണെന്നു കാണിക്കുന്ന സംഖ്യയാണ് .ഇതിനെ 40 °കോണിന്റെ സൈൻ (sine of 40 °) എന്നാണ് പറയുന്നത് . ഇതിനെ sin 40 ° എന്നാണ് യൂചിപ്പിക്കുന്നത് .

$$\sin 40^\circ = \frac{40^\circ \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}}$$

അതായത് ,

ത്രികോണം ABC യിൽ $< B = 90^0$, $< C = 40^0$ ആയാൽ

$$\sin 40^\circ = \frac{40^\circ \text{ കോണിന്റെ എതിർ വശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AB}{AC}$$



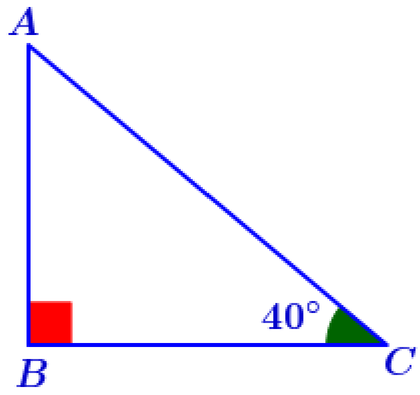
0.7660 എന്ന സംഖ്യ 40 ° കോണിന്റെ സമീപവശം കർണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണെന്നു കാണിക്കുന്ന സംഖ്യയാണ് .ഇതിനെ 40 °കോണിന്റെ കോസൈൻ (cosine of 40 °) എന്നാണ് പറയുന്നത് . ഇതിനെ cos 40 ° എന്നാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് .

$$\cos 40^\circ = \frac{40^\circ \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}}$$

അതായത് ,

ത്രികോണം ABC യിൽ $< B = 90^0$, $< C = 40^0$ ആയാൽ

$$\cos 40° = \frac{40° \text{ കോണിന്റെ സമീപ വശം}}{\text{കർണം}} = \frac{BC}{AC}$$



ഇതു പോലെ മറ്റു കോണുകളുടെയും സൈൻ വിലയും കോസ് വിലയും കണക്കാക്കാം .

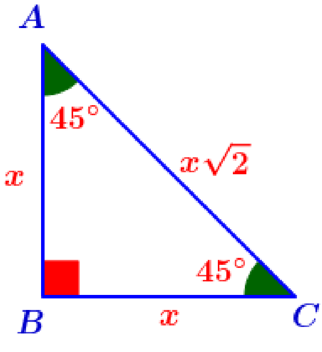
<u>തുടർപ്രവർത്തനം</u>

0 ° , 30 ° , 45 ° , 60 ° , 90 ° എന്നീ കോണുകളുടെ sin , cos എന്നിവ പാഠപുസ്തകത്തിലെ പട്ടികയിൽ നിന്നും കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 54 (05 / 11 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 6

പ്രവർത്തനം 1



ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B = 90^0$, $\angle A = \angle C = 45^0$

$$AB : BC : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

(കോണുകൾ 45^0, 45^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തി ന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

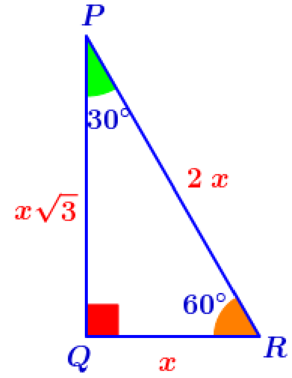
AB = x എന്നെടുത്താൽ , $BC = x$, $AC = x\sqrt{2}$

$$\sin 45^\circ = \frac{45^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{45^0 \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{BC}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

പ്രവർത്തനം 2



ത്രികോണം PQR യിൽ $\angle Q = 90^0$, $\angle P = 30^0$, $\angle R = 60^0$

$$QR : PQ : PR = 1 : \sqrt{3} : 2$$

(കോണുകൾ 30^0, 60^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

QR $= x$ എന്നെടുത്താൽ , $PQ = x\sqrt{3}$, $PR = 2x$

$\sin 30^\circ = \dfrac{30^\circ \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \dfrac{QR}{PR} = \dfrac{x}{2x} = \dfrac{1}{2}$

$\cos 30^\circ = \dfrac{30^\circ \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \dfrac{PQ}{PR} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

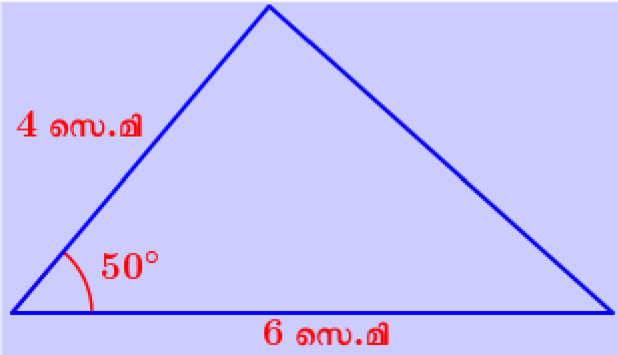
$\sin 60^\circ = \dfrac{60^\circ \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \dfrac{PQ}{PR} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \dfrac{60^\circ \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \dfrac{QR}{PR} = \dfrac{x}{2x} = \dfrac{1}{2}$

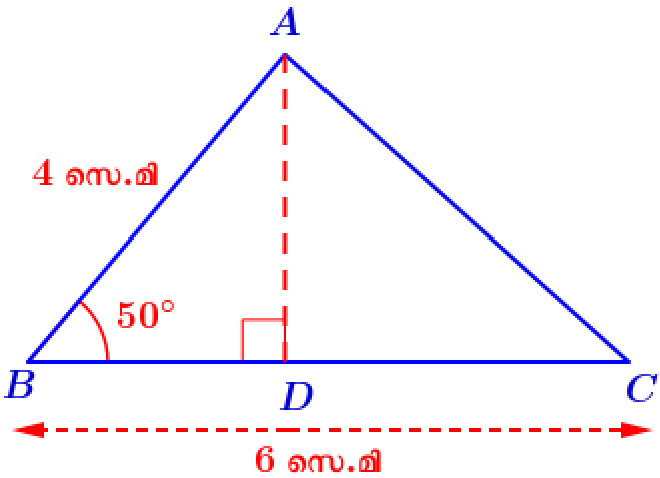
$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

കോൺ	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$

(1) ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം



AD ലംബം BC വരക്കുക .

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \; BC \times AD$

ത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$sin\ 50^\circ = \frac{50^{\circ} \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AD}{AB}$$

$$sin\ 50^\circ = \frac{AD}{4}$$

$$4 \times sin\ 50^\circ = AD$$

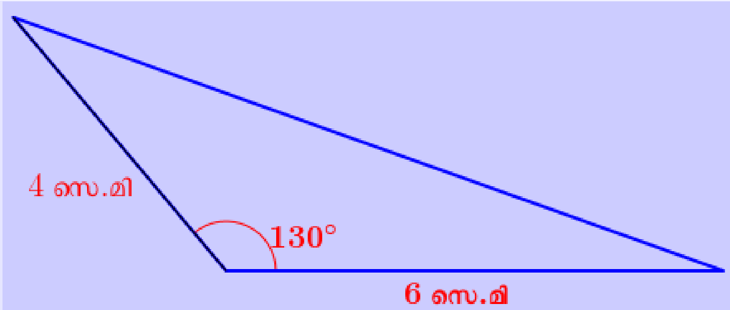
$AD = 4 \times 0.7660$ സെ.മി

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \; BC \times AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 0.7660$

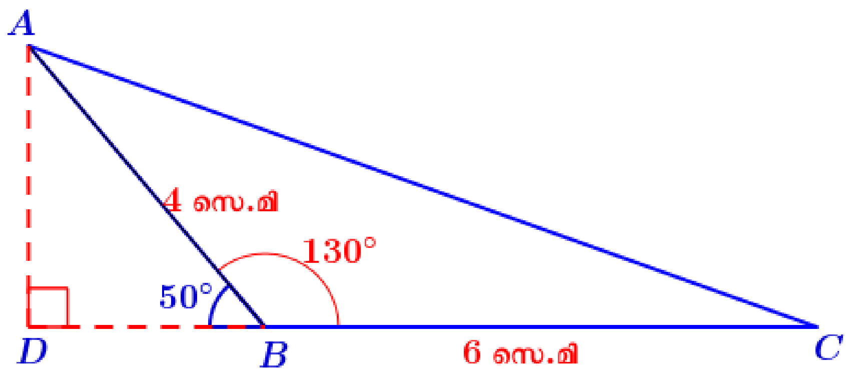
$= 9.192$ ച.സെ.മി

(2) ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ

പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം



A യിൽ നിന്ന് BC എന്ന വശത്തേക്ക് വരക്കുന്ന ലംബമാണ് AD.

< ABD = 180 – 130 = 50 ^{0}

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD$

ത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$\sin 50^\circ = \frac{50^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AD}{AB}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{AD}{4}$$

$$4 \times \sin 50^\circ = AD$$

$$AD = 4 \times 0.7660 \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 0.7660$

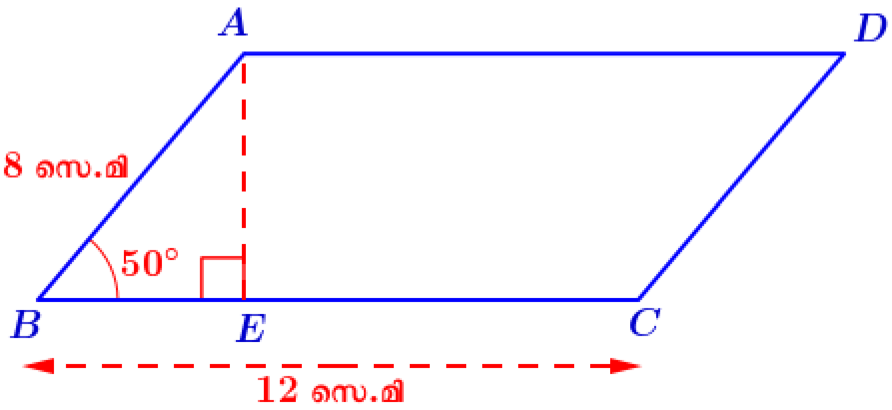
$= 9.192$ ച.സെ.മി

\

SARATH .A .S , HST ,GHS ANCHACHAVADI

(3) ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെന്റിമീറ്ററും 12 സെന്റിമീറ്ററും ആണ് . ഇവക്കിടയിലെ കോൺ 50^0 യുമാണ് . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരം



AE ലംബം BC വരക്കുക .

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= BC \times AE$

ത്രികോണം AEB യിൽ ,

$$\sin 50^\circ = \frac{50^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AE}{AB}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{AE}{8}$$

$$8 \times \sin 50^\circ = AE$$

$$AE = 8 \times 0.7660 \text{ സെ.മി}$$

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= BC \times AE = 12 \times 8 \times 0.7660$

$= 73.536$ ച.സെ.മി

തുടർപ്രവർത്തനങ്ങൾ

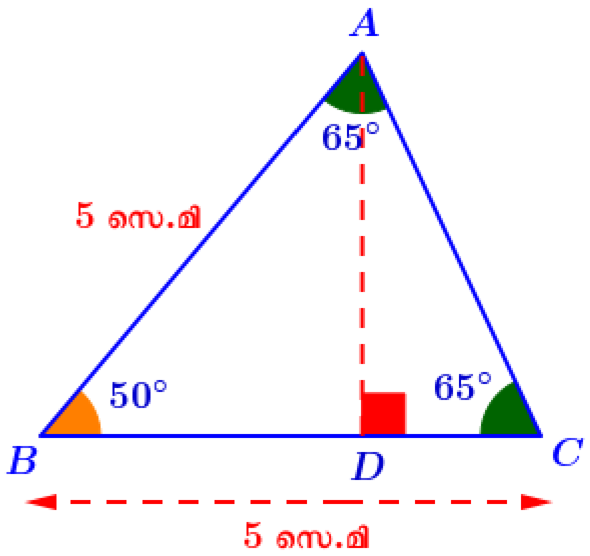
5 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വരയുടെ ഒരറ്റത്ത് 50 ° കോണും , മറ്റേ അറ്റത്ത് 65 °കോണും വരച്ച് ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കി . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 55 (06 / 11 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 7

(1) സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വരയുടെ ഒരറ്റത്ത് 50 ° കോണും , മറ്റേ അറ്റത്ത് 65 °കോണും വരച്ച് ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കി . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

<u>ഉത്തരം</u>



ത്രികോണം ABC യിൽ $< B = 50^0$, $< C = 65^0$

BC = 5 സെ.മി

$< BAC = 180 - (50 + 65) = 180 - 115 = 65^0$

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180 °)

BC = AB = 5 സെ.മി ($< BAC = < C = 65^0$, ഒരു ത്രികോണത്തിലെ തുല്യകോണുകൾ ക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും)

AD ലംബം BC വരക്കുക .

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD$

മട്ടത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$\sin 50° = \frac{50^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AD}{AB}$$

$$\sin 50° = \frac{AD}{5}$$

$$5 \times \sin 50° = AD$$

$$AD = 5 \times 0.7660 \text{ സെ.മി}$$

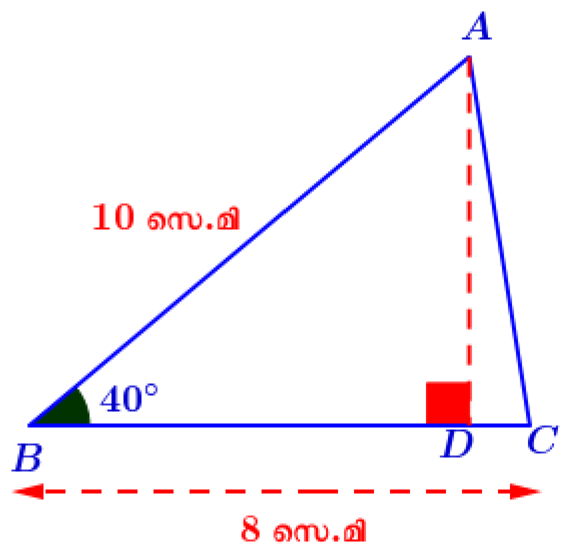
ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times 0.7660$

$= 9.575$ ച.സെ.മി

(2) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടുവശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെ.മി , 10 സെ.മി . അവക്കിടയിലെ കോൺ $40°$.ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക .

ഇതേ വശങ്ങളും അവക്കിടയിലെ കോൺ 140^0 യുമായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

<u>ഉത്തരം</u>



a)

ത്രികോണം ABC യിൽ AB = 10 സെ.മി ,

BC = 8 സെ .മി , $\angle B = 40^0$

AD ലംബം BC വരക്കുക .

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD$

മട്ടത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$\sin 40° = \frac{40^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AD}{AB}$$

$$\sin 40° = \frac{AD}{10}$$

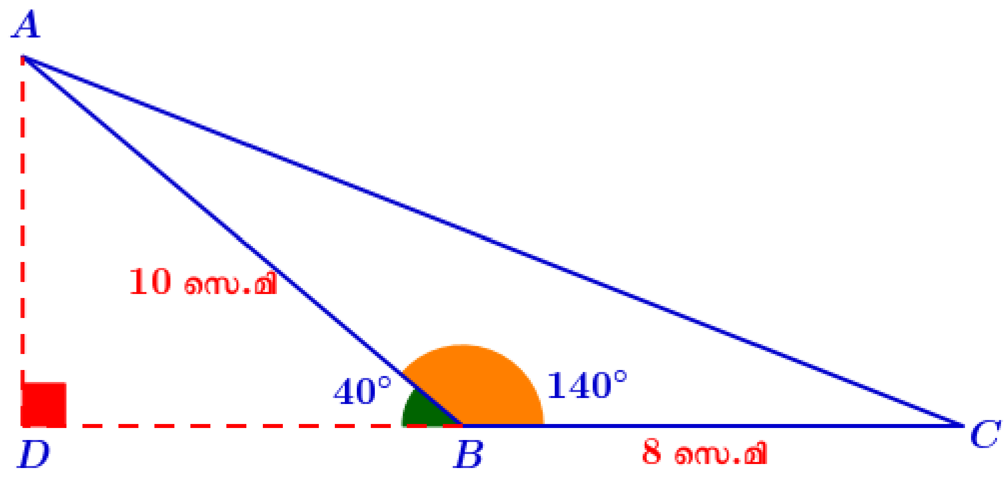
$$10 \times \sin 40° = AD$$

$$AD = 10 \times 0.6428 \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times 0.6428$

$= 25.712$ ച.സെ.മി

b)



ത്രികോണം ABC യിൽ AB = 10 സെ.മി , BC = 8 സെ .മി , < ABC = 140 ^{0}

A എന്ന മൂലയിൽ നിന്ന് BC എന്ന വശത്തേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന ലംബമാണ് AD .

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD$

മട്ടത്രികോണം ADB യിൽ ,

$$\sin 40° = \frac{40^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AD}{AB}$$

$$\sin 40° = \frac{AD}{10}$$

$$10 \times \sin 40° = AD$$

$$AD = 10 \times 0.6428 \text{ സെ.മി}$$

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times 0.6428$

$$= 25.712 \text{ ച.സെ.മി}$$

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ രണ്ടു വശങ്ങൾ തുല്യമാവുകയും അവക്കിടയിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളുമായാൽ അവയുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

(3) ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെ.മി , അതിലെ ഒരു കോൺ 100 ° യുമാണ് .അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം

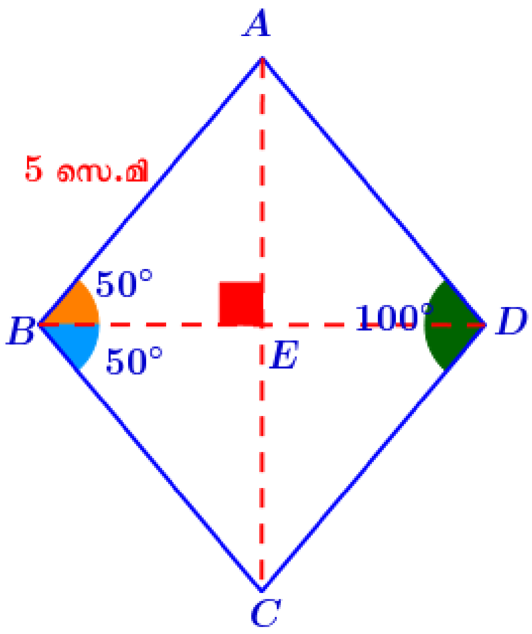
സമഭുജസാമാന്തരികം ABCD യിൽ AB = 5 സെ.മി

$< ABC = 100^0$

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ E യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .

$< AEB = 90$ (ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബസമഭാഗം ചെയ്യുന്നു)

$< ABE = < CBE = 50^0$ (ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ കോണുകളെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു)



സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BD \times AC$

മട്ടത്രികോണം AEB യിൽ ,

$$\sin 50° = \frac{50^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AE}{AB}$$

$$\sin 50° = \frac{AE}{5}$$

$$5 \times \sin 50° = AE$$

$$AE = 5 \times 0.7660 \text{ സെ.മി}$$

$$AC = 2 \times AE = 2 \times 5 \times 0.7660 = 7.660 \text{ സെ.മി}$$

(AE = CE ഒരു സമഭുജസാമാന്തരിക ത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബസമഭാഗം ചെയ്യുന്നു)

$$\cos 50^\circ = \frac{50^{0} \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{BE}{AB}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{BE}{5}$$

$$5 \times \cos 50^\circ = BE$$

$$BE = 5 \times 0.6428 \text{ സെ.മി}$$

$$BD = 2 \times BE = 2 \times 5 \times 0.6428 = 6.428 \text{ സെ.മി}$$

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} BD \times AC$

$$= \frac{1}{2} \times 6.428 \times 7.660 = 24.62 \text{ ച.സെ.മി}$$

<u>തുടർപ്രവർത്തനം</u>

ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററും അതിലെ ഒരു കോൺ 40 ° യുമായി ഒരു ത്രികോണം വരക്കണം ._

40 ° കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആകണം ?

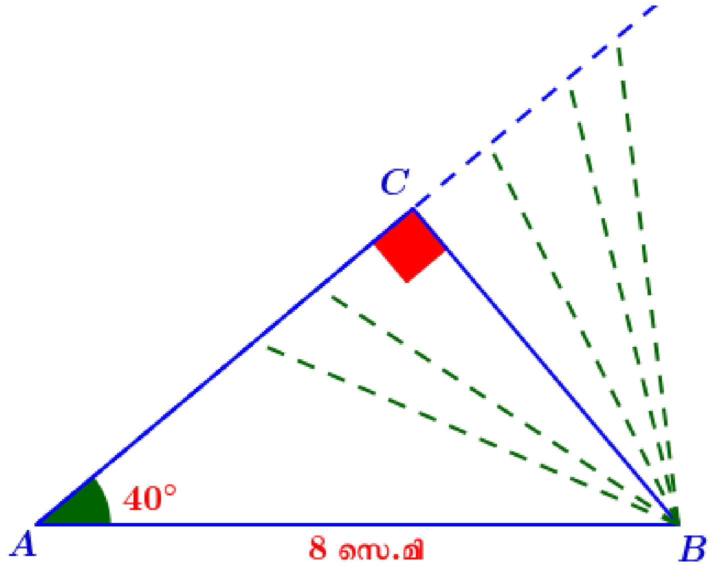
ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X – 56 (09 / 11 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 8

ഒരു വശം 8 സെന്റിമീറ്ററും അതിലെ ഒരു കോൺ 40 ° യുമായി ഒരു ത്രികോണം വരക്കണം .

40 ° കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആകണം ?

ഉത്തരം



ഇങ്ങനെ അനേകം ത്രികോണങ്ങൾ വരക്കാം .ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങളിൽ 40 ° കോണിനെ തിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് B യിൽനിന്ന് എതിർവശത്തേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് .

ത്രികോണംABC യിൽ AB = 8 സെ.മി ,< A= 40 ° , < C= 90 °

$$\sin 40° = \frac{40^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin 40° = \frac{BC}{8}$$

$$8 \times \sin 40° = BC$$

$$BC = 8 \times 0.6428 = 5.1424 \text{ സെ.മി}$$

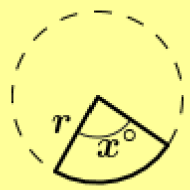
ചാപത്തിന്റെ നീളം

വൃത്തത്തിലെ ചാപത്തിന്റെ നീളം കോന്ദ്രകോൺ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കാം .

ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 360 °യുടെ എത്ര ഭാഗമാണോ , ചുറ്റളവിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് ചാപത്തിന്റെ നീളം

ആരം r ആയ വൃത്തത്തിൽ , കേന്ദ്രകോൺ x^{0} ആയ

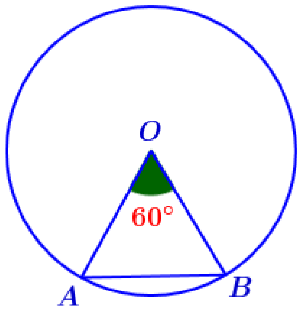
ചാപത്തിന്റെ നീളം $= 2\pi r \times \dfrac{x}{360}$



ഞാണിന്റെ നീളം

കേന്ദ്രകോൺ 60 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം

ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60^{0} ആണ് . വൃത്തകേന്ദ്രം O .

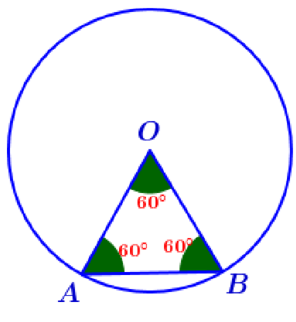


OA = OB (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

$$< OAB = < OBA = \frac{180 - 60}{2} = \frac{120}{2} = 60^{\circ}$$

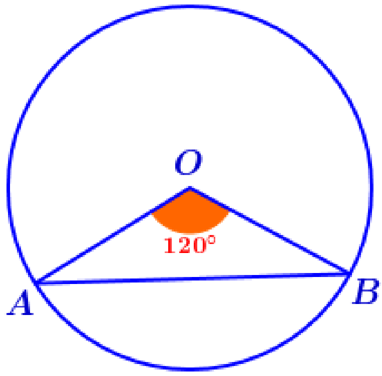
(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ തുല്യവശങ്ങൾക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)

മൂന്നു കോണുകളും തുല്യമായതിനാൽ ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ് . അതായത് AB = OA = OB



ഒരു വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 60 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിനു തുല്യമാണ് .

കേന്ദ്രകോൺ 120 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം

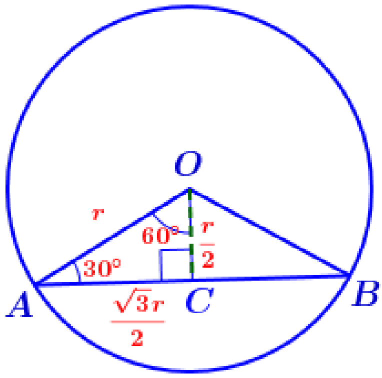


ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 120^0 ആണ് . വൃത്തകേന്ദ്രം O .

OC ലംബം AB വരക്കുക .

$$< AOC = < BOC = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

AC = BC



(ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യവശങ്ങൾ ചേരുന്ന മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തേക്കു വരക്കുന്ന ലംബം എതിർ വശത്തേയും ആ മൂലയിലെ കോണിനെയും സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു) .

മട്ടത്രികോണം OCA യിൽ ,

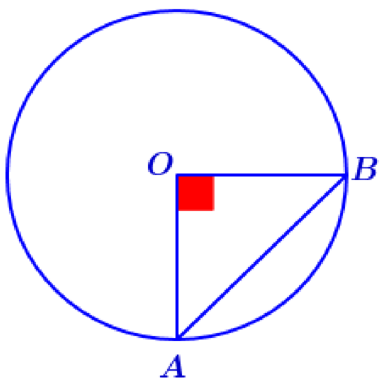
OA = r എന്നെടുത്താൽ , $OC = \frac{r}{2}$, $AC = \sqrt{3} \times \frac{r}{2}$

(കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയുംവശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

ഞാൺ AB യുടെ നീളം $= 2\,AC = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{r}{2} = \sqrt{3}\,r$

ഒരു വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 120 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങാണ് .

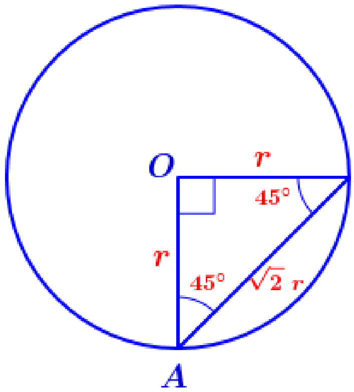
കേന്ദ്രകോൺ 90 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ആണ് . വൃത്തകേന്ദ്രം O .

OA = OB (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തുല്യമാണ്)

$$< OAB = < OBA = \frac{180 - 90}{2} = \frac{90}{2} = 45°$$



(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ തുല്യവശങ്ങൾക്കെതിയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)

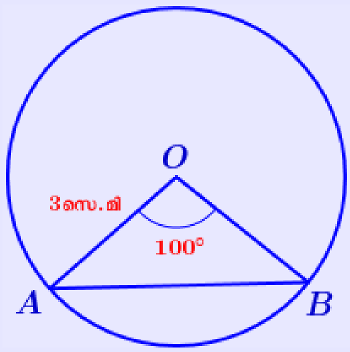
OA = OB = r എന്നെടുത്താൽ ,

$$AB = \sqrt{2}\, r$$

(കോണുകൾ 45^0, 45^0 , 90^0 ആയ ഏതു ത്രികോണത്തി ന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .)

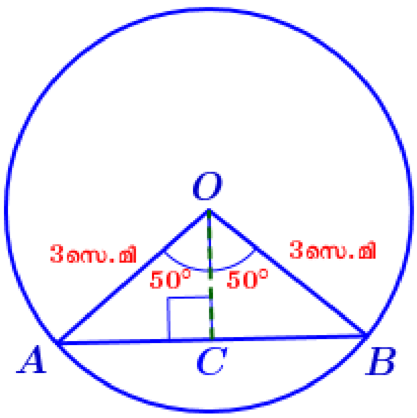
ഒരു വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 90 ° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{2}$ മടങ്ങാണ് .

ചിത്രത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം എന്ത് ?



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 100^0 ആണ് . വൃത്തകേന്ദ്രം O .

OC ലംബം AB വരക്കുക .



$$< AOC = < BOC = \frac{100}{2} = 50°$$

AC = BC

(ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യവശങ്ങൾ ചേരുന്നമൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശ

ത്തേക്കു വരക്കുന്ന ലംബം എതിർ വശത്തേയും ആ മൂലയിലെ കോണിനെയും സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു) .

മട്ട ത്രികോണം OCA യിൽ ,

$$\sin 50^\circ = \frac{50^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AC}{OA}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{AC}{3}$$

$$3 \times \sin 50^\circ = AC$$

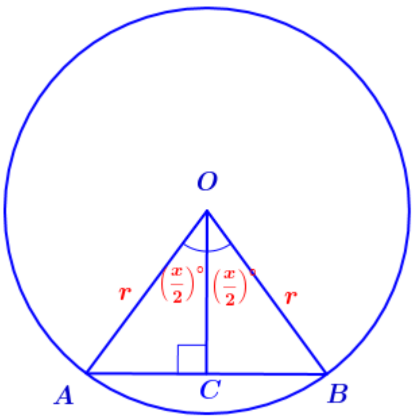
$$AC = 3 \times 0.7660 \text{ സെ.മീ}$$

AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം $= 2 \times AC = 2 \times 3 \times 0.7660 = 4.596$ സെ.മീ

കേന്ദ്രകോൺ x° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം

ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ x^0 ആണ് . വൃത്തകേന്ദ്രം O .

OC ലംബം AB വരക്കുക .



$$\angle AOC = \angle BOC = \left(\frac{x}{2}\right)^\circ$$

AC = BC

(ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യവശങ്ങൾ ചേരുന്നമൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തേക്കു വരക്കുന്ന ലംബം എതിർ വശത്തേയും ആ മൂലയിലെ കോണിനെയും സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു) .

മട്ട ത്രികോണം OCA യിൽ ,

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right)^\circ = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^\circ \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AC}{OA}$$

$$sin\left(\frac{x}{2}\right)^{\circ} = \frac{AC}{r}$$

$$r \times sin\left(\frac{x}{2}\right)^{\circ} = AC$$

AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം $= 2\,AC = 2 \times r \times sin\left(\frac{x}{2}\right)^{\circ}$

$$AB = 2r \times sin\left(\frac{x}{2}\right)^{\circ}$$

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ സൈനിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങാണ്

തുടർപ്രവർത്തനം

രാജുവുംബാബുവും 20 മീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലായ ട്രാക്കിന്റെ A എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിൽക്കുന്നു . രാജു ചാപം AB യിലൂടെയും ബാബു ഞാൺ AB യിലൂടെയും സഞ്ചരിച്ച് B യിലെത്തുന്നു . ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 160 ° ആയാൽ രാജു ബാബുവിനെക്കാൾ എത്ര ദൂരം കൂടുതൽ സഞ്ചരിച്ചു ?