

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 57 (10 / 11 /2020)

5 . ത്രികോണമിതി - ക്ലാസ്സ് 9

കഴിഞ്ഞക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചതെന്താണ് ?

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ സൈനിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങാണ്

ആരം r ആയ വൃത്തത്തിൽ , കേന്ദ്രകോൺ x° ആയ

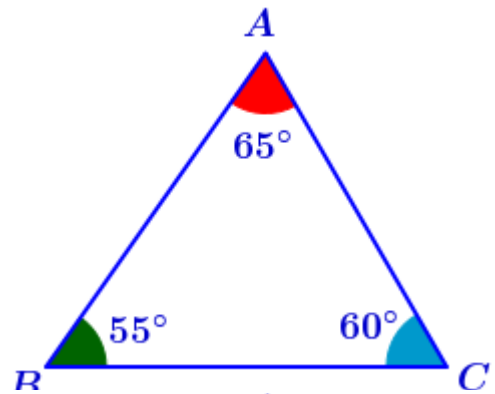
$$\text{ഞാണിന്റെ നീളം} = 2 r \sin \left(\frac{x}{2} \right)^\circ$$



ത്രികോണവും വൃത്തവും

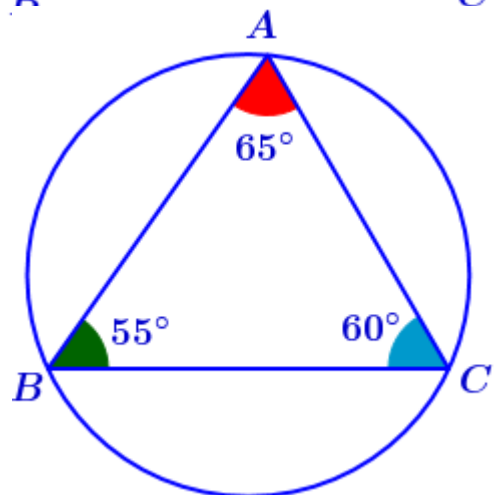
ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ , അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു

ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle C = 60^\circ$

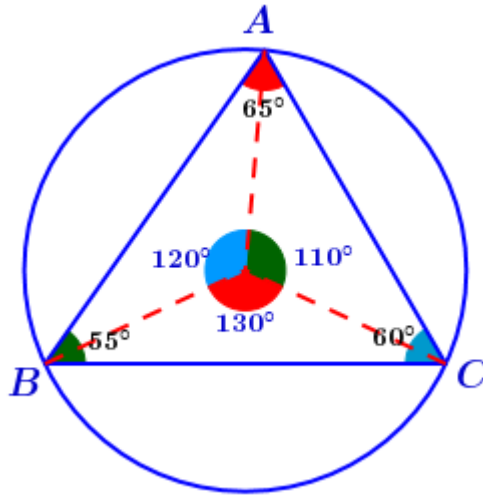


ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചാൽ , വശങ്ങളെല്ലാം

വൃത്തത്തിന്റെ ഞാണുകളാകും .



ഓരോ ചാപത്തിന്റെയും കേന്ദ്രകോൺ , ത്രികോണത്തിൽ അതിനെതിരെയുള്ള കോണിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് .

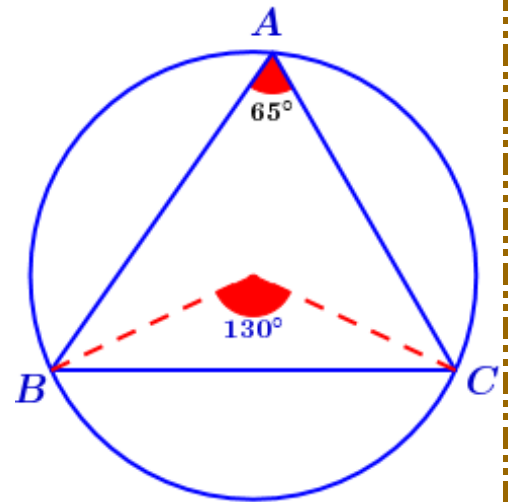


(വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ)

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നെടുത്താൽ ,

$$BC = 2 r \sin \left(\frac{130}{2} \right)^\circ = 2 r \sin 65^\circ$$

(ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ സൈനിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങാണ്)



ഇതുപോലെ മറ്റു രണ്ടു ഞാണുകളുടെയും (ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ) നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം .

$$AC = 2 r \sin \left(\frac{110}{2} \right)^\circ = 2 r \sin 55^\circ$$

$$AB = 2 r \sin \left(\frac{120}{2} \right)^\circ = 2 r \sin 60^\circ$$

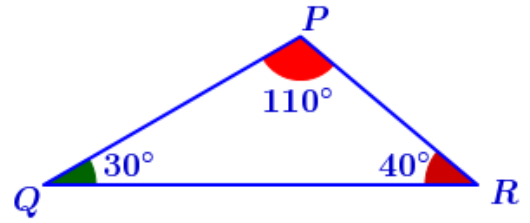
$$AC : AB : BC = 2 r \sin 55^\circ : 2 r \sin 60^\circ : 2 r \sin 65^\circ$$

$$= \sin 55^\circ : \sin 60^\circ : \sin 65^\circ$$

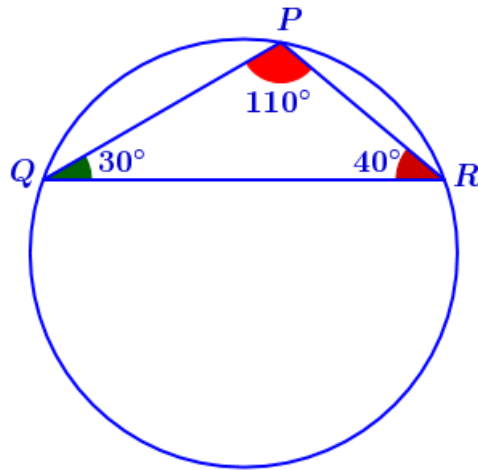
ഒരു കോൺ ബൃഹത് കോണായ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

ത്രികോണം PQR ൽ $\angle P = 110^\circ$, $\angle Q = 30^\circ$

, $\angle R = 40^\circ$

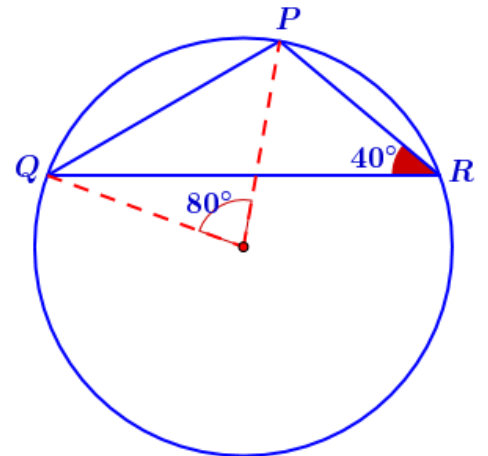


ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചാൽ , വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിന്റെ ഞാണുകളാകും .

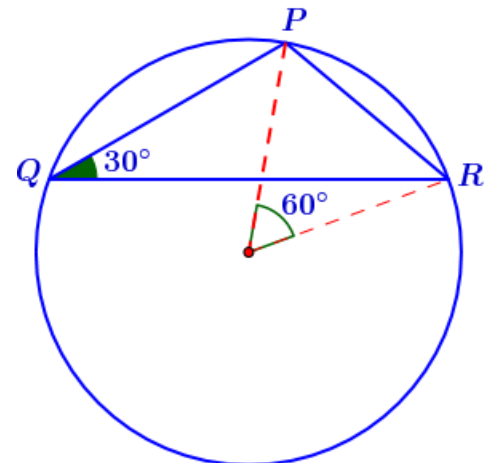


$$PQ = 2r \sin \left(\frac{80}{2} \right)^\circ = 2r \sin 40^\circ$$

(ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ സൈനിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങാണ്)



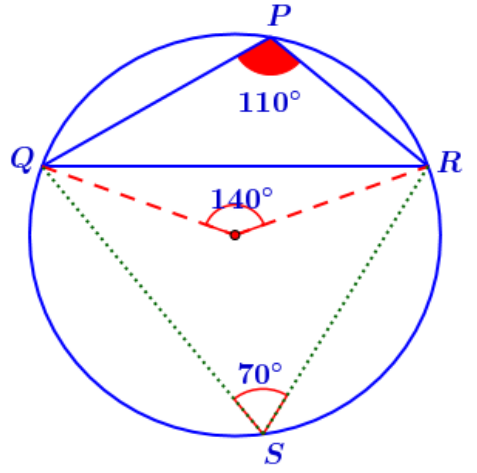
$$PR = 2r \sin \left(\frac{60}{2} \right)^\circ = 2r \sin 30^\circ$$



$$QR = 2r \sin\left(\frac{140}{2}\right)^\circ = 2r \sin 70^\circ$$

{ $\angle P = 110^\circ \implies \angle S = 180 - 110 = 70^\circ$ (മറുചാപങ്ങളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്)

QR എന്ന ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $2 \times 70 = 140^\circ$ }



$$PR : PQ : QR = 2r \sin 30^\circ : 2r \sin 40^\circ : 2r \sin 70^\circ$$

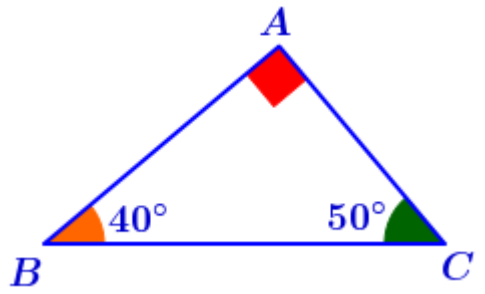
$$= \sin 30^\circ : \sin 40^\circ : \sin 70^\circ$$

NOTE :

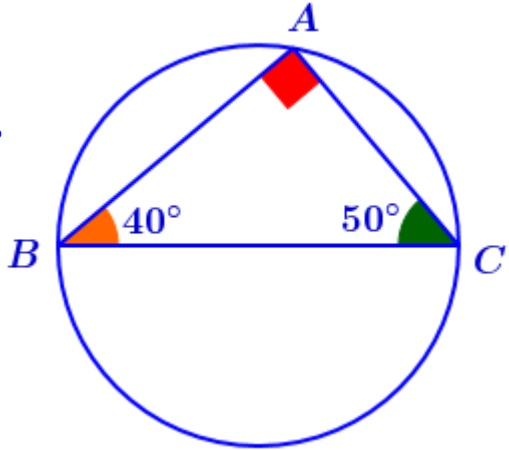
ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുമ്പോൾ , 90° ൽ കൂടിയ കോൺ ഉണ്ടെങ്കിൽ ആ കോണിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ സൈനാണ് എടുക്കേണ്ടത്

മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 40^\circ$,
 $\angle C = 50^\circ$

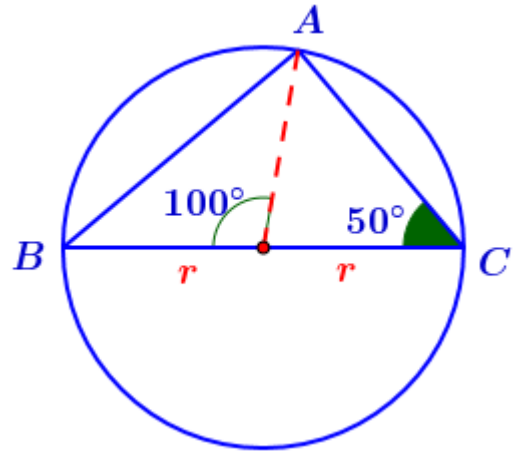


ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചാൽ , വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിന്റെ ഞാണുകളാകും . ഇവിടെ കർണം BC ആയിരിക്കും പരിവൃത്തവ്യാസം .

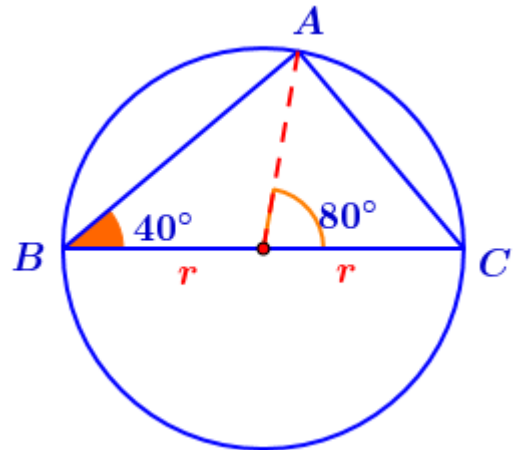


വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നെടുത്താൽ , $BC = 2r$

$$AB = 2r \sin\left(\frac{100}{2}\right)^\circ = 2r \sin 50^\circ$$



$$AC = 2r \sin\left(\frac{80}{2}\right)^\circ = 2r \sin 40^\circ$$



$$AC : AB : BC = 2r \sin 40^\circ : 2r \sin 50^\circ : 2r$$

$$= \sin 40^\circ : \sin 50^\circ : 1$$

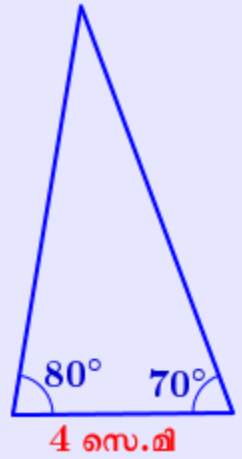
(ത്രികോണമിതി പട്ടികയിൽ $\sin 90^\circ = 1$ എന്ന് കാണാം , പാഠപുസ്തകം പേജ് നമ്പർ 124)

ഭൂകോഡീകരണം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അവയുടെ എതിർകോണുകളുടെ സൈൻ വിലകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമായിരിക്കും .
 ഒരു കോൺ 90° യിൽ കൂടുതലായാൽ ആ കോണിന്റെ അനുപുരകകോണിന്റെ സൈനാണ് എടുക്കേണ്ടത്

ഈ ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നം നോക്കാം

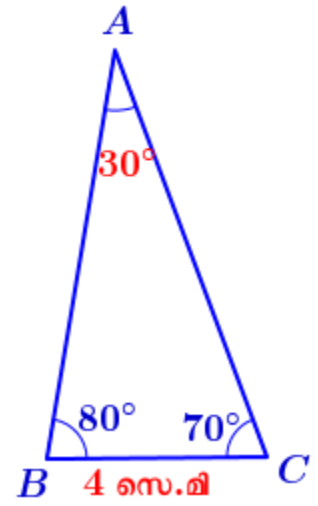
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 4 സെ.മി യും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തെ കോണുകൾ 70° യും 80° യും ആയാൽ



- a) അതിന്റെ മൂന്നാമത്തെ കോണിന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തആരമെത്ര ?
- c) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ അളവെന്ത് ?

ഉത്തരം

ത്രികോണം ABC യിൽ , $BC = 4$ സെ .മി , $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 70^\circ$



a) $\angle A = 180 - (80 + 70) = 180 - 150 = 30^\circ$
(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180°)

b) $BC = 2r \sin 30^\circ$
 $2r \sin 30^\circ = 4$
 $2r \times \frac{1}{2} = 4$
 $r = 4$ സെ.മി

c) $AB = 2r \sin 70^\circ = 2 \times 4 \times 0.9397 = 7.5176$ സെ.മി
 $AC = 2r \sin 80^\circ = 2 \times 4 \times 0.9848 = 7.8784$ സെ.മി

തുടർപ്രവർത്തനം

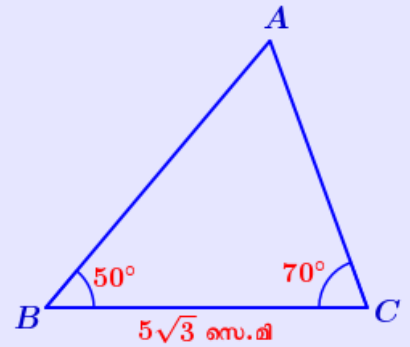
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകൾ 50° , 60° , 70° യും പരിവൃത്ത ആരം 5 സെ.മി യും ആയാൽ

- a) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത് ?
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ ഏവ ?

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 57 (10 / 11 /2020)

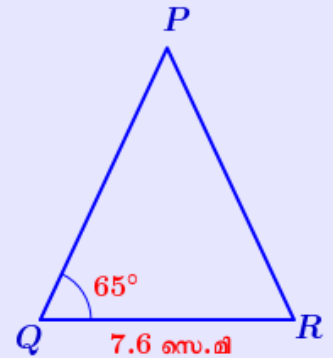
വർക്കുഷീറ്റ്

(1) ചിത്രത്തിൽ $BC = 5\sqrt{3}$ സെ .മി , $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$



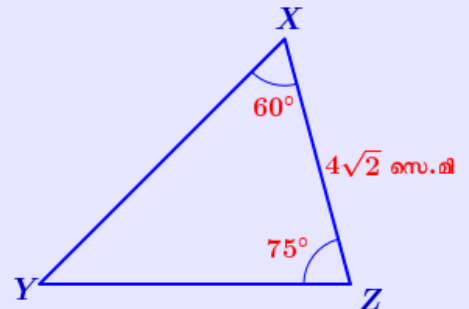
- a) $\angle A$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്തവ്യാസമെന്ന് ?
- c) AB യുടെ നീളമെന്ന് ?
- d) AC യുടെ നീളമെന്ന് ?

(2) ചിത്രത്തിൽ $QR = 7.6$ സെ .മി , $PQ = PR$, $\angle Q = 65^\circ$



- a) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) ത്രികോണം PQR ന്റെ യുടെ പരിവൃത്തവ്യാസമെന്ന് ?
- c) PR ന്റെ നീളമെന്ന് ?
- d) ത്രികോണം PQR ന്റെ ചുറ്റളവെന്ന് ?

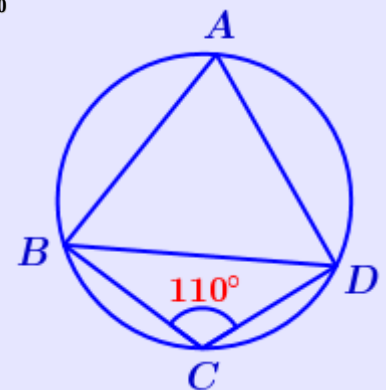
(3) ചിത്രത്തിൽ $XZ = 4\sqrt{2}$ സെ .മി , $\angle X = 60^\circ$, $\angle Z = 75^\circ$



- a) $\angle Y$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) ത്രികോണം XYZ ന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസമെന്ന് ?
- c) XY യുടെ നീളമെന്ന് ?
- d) YZ ന്റെ നീളമെന്ന് ?

(4) ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെ .മി , $\angle BCD = 110^\circ$

$AB = AD$



- a) $\angle BAD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- b) BD യുടെ നീളമെന്ന് ?
- c) $\angle ABD$ യുടെ അളവെന്ന് ?
- d) AB യുടെ നീളമെന്ന് ?

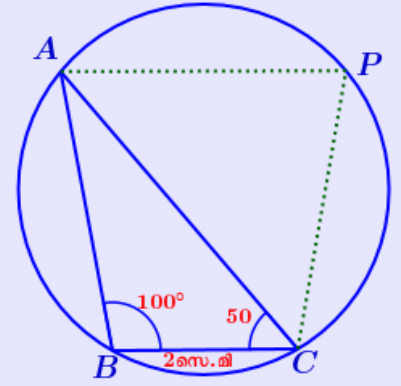
സൂചനകൾ :

കോൺ	50°	55°	65°	70°	75°
sin	0.76	0.82	0.91	0.94	0.96

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 58 (12 / 11 /2020)

വാർക്ക്ഷീറ്റ്

(1) ചിത്രത്തിൽ $BC = 2$ സെ .മി , $\angle B = 100^\circ$, $\angle C = 50^\circ$

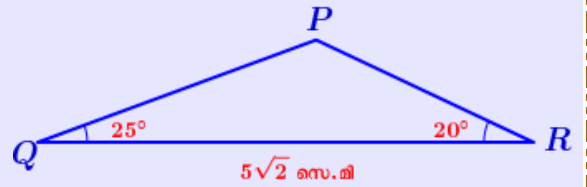


- a) $\angle BAC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര ?
- c) $\angle APC$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- d) AC യുടെ നീളമെന്ത് ?

(സൂചന : $\sin 50^\circ = 0.76$, $\sin 80^\circ = 0.98$)

(2) ചിത്രത്തിൽ $QR = 5\sqrt{2}$ സെ .മി

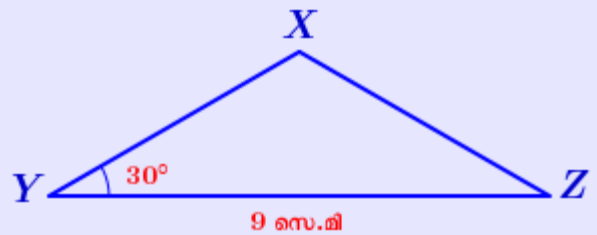
$\angle Q = 25^\circ$, $\angle R = 20^\circ$



- a) $\angle P$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- b) ത്രികോണം PQR ന്റെ പരിവൃത്ത ആരമെത്ര ?
- c) PQ ന്റെ നീളമെന്ത് ?
- d) PR ന്റെ നീളമെന്ത് ?

(സൂചന : $\sin 20^\circ = 0.34$, $\sin 25^\circ = 0.42$)

(3) ചിത്രത്തിൽ $YZ = 9$ സെ .മി , $XY = XZ$, $\angle Y = 30^\circ$



- a) $\angle Z$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- b) $\angle X$ ന്റെ അളവെന്ത് ?
- c) ത്രികോണം XYZ ന്റെ പരിവൃത്ത ആരമെത്ര ?
- d) XZ ന്റെ നീളമെന്ത് ?
- e) ത്രികോണം XYZ ന്റെ ചുറ്റളവെന്ത് ?

(4) 4 സെ .മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ

- a) കേന്ദ്രകോൺ 60° ആയ ഞാണിന്റെ നീളമെന്ത് ?
- b) കേന്ദ്രകോൺ 120° ആയ ഞാണിന്റെ നീളമെന്ത് ?
- c) ഈ വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 30° യുംനീളം 2 സെ.മി ആയതുമായ ഒരു ഞാൺ വരക്കാൻ കഴിയുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

(സൂചന : $\sin 15^\circ = 0.26$)