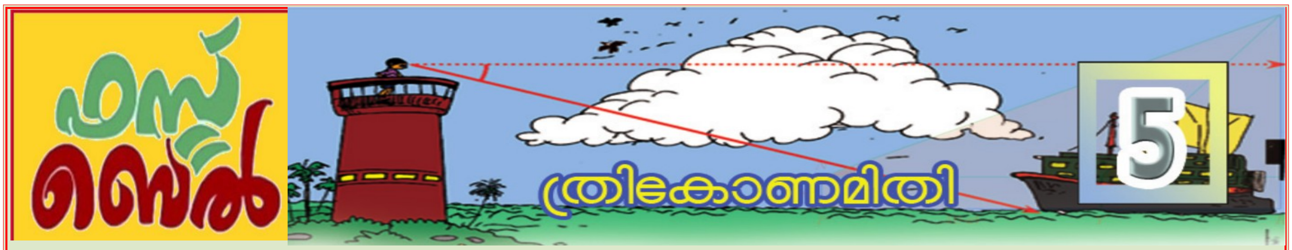


23 – 10 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ക്ലിക്ക്

മുൻ വർഷങ്ങളിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളത്

- എട്ടാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളത് : "ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 വശങ്ങൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 വശങ്ങൾക്കു തുല്യമായാൽ തുല്യമായ വശങ്ങൾക്കെതിരെ വരുന്ന കോണുകളും തുല്യമായിരിക്കും".

ഇത്തരത്തിലുള്ള ത്രികോണങ്ങളെ **തുല്യത്രികോണങ്ങൾ** എന്നു പറയുന്നു.

- ഒമ്പതാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളത് : " ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകൾക്കു തുല്യമായാൽ തുല്യമായ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ ആയിരിക്കും".

ഇത്തരത്തിലുള്ള ത്രികോണങ്ങളെ **സദൃശത്രികോണങ്ങൾ** എന്നു പറയുന്നു.

ഒമ്പതാം ക്ലാസിൽ തന്നെ നമ്മൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട് 1 യൂണിറ്റ് പാദവും 1 യൂണിറ്റ് ലംബവുമായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം $\sqrt{2}$ യൂണിറ്റ് ആയിരിക്കും . ഇതുപോലെ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ എന്നീ പുതിയ സംഖ്യകളും പരിചയപ്പെട്ടു.

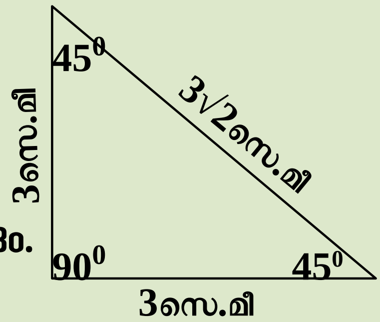
ത്രികോണമിതി

"TRIGONOMETRY" എന്ന ഇംഗ്ലീഷ് പദം വന്നിരിക്കുന്നത് രണ്ട് ഗ്രീക്ക് പദങ്ങളിൽ നിന്നാണ് . ഒരെണ്ണം 'Trigon' എന്നതും മറ്റൊന്ന് 'Metron' എന്നതുമാണ് .
Trigon എന്നാൽ Triangles (ത്രികോണം) എന്നും Metron എന്നാൽ Measures (അളവുകൾ) എന്നുമാണ്. അതായത് ത്രികോണത്തിന്റെ അളവുകൾ എന്ന അർത്ഥത്തിൽ . നമുക്കറിയാം ത്രികോണത്തിന് രണ്ട് അളവുകളാണുള്ളത്. ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളും , വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളും. അതിനാൽ ത്രികോണത്തിലെ കോണളവുകളുടെയും അതുപോലെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെയും ബന്ധത്തെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് ത്രികോണമിതി എന്നത് .
ചരിവ്,വിരിവ്,തിരിവ് ഇതെല്ലാം കോണളവുകളാണ്. നിർമാണ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് ചരിവ് ഉപയോഗിക്കുന്നു.ആകാശ ഗോളങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനത്തിന് തിരിവ് ഉപയോഗിക്കുന്നു.ഇവയെല്ലാം കൃത്യമായി നിർണയിക്കണമെങ്കിൽ നമുക്ക് ഗണിതം ആവശ്യമാണ്. ഗണിതത്തിൽ പ്രധാനം ജ്യാമിതി അവിടെ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു പ്രധാന പഠനമാണ് ത്രികോണമിതി എന്നത് .

GOVT.V&HSS KULATHOOR , PARASSALA SUBDISTRICT

$45^0, 45^0, 90^0$ കോണളവുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

1)



ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 45^0 ആയാൽ മറ്റേ ന്യൂനകോണും 45^0 തന്നെയായിരിക്കും.
ഈ ത്രികോണത്തിലെ 2 കോണുകൾ തുല്യമാണ് .
നമുക്കറിയാം ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യകോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളും തുല്യമായിരിക്കും.
ഇവിടെ 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശത്തെ 3 സെ.മീ ആയി എടുത്താൽ അടുത്ത 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശവും 3 സെ.മീ തന്നെയായിരിക്കും .
പൈതാഗറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് ,

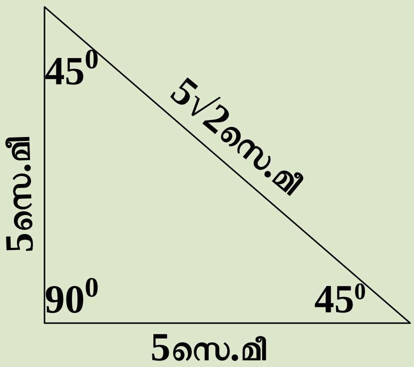
കർണ്ണം^{2} = പാദം^{2} + ലംബം^{2} = $3^2 + 3^2 = 2 \times 3^2$

കർണ്ണം = $\sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$ സെ.മീ

$45^0, 45^0, 90^0$ കോണളവുകളുടെ എതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

$3 : 3 : 3\sqrt{2} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ ആയിരിക്കും .

2)



മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണത്തിൽ 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശത്തെ 5 സെ.മീ ആയി എടുത്താൽ അടുത്ത 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശവും 5 സെ.മീ തന്നെയായിരിക്കും .
പൈതാഗറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് ,

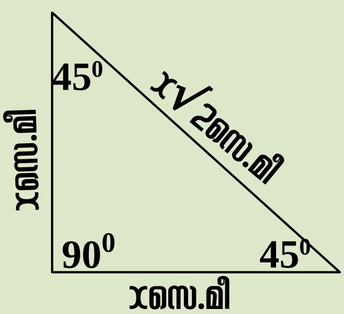
കർണ്ണം^{2} = പാദം^{2} + ലംബം^{2} = $5^2 + 5^2 = 2 \times 5^2$

കർണ്ണം = $\sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$ സെ.മീ

$45^0, 45^0, 90^0$ കോണളവുകളുടെ എതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

$5 : 5 : 5\sqrt{2} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ ആയിരിക്കും .

3)



മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണത്തിൽ 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശത്തെ x സെ.മീ ആയി എടുത്താൽ അടുത്ത 45^0 കോണളവിനു എതിരെ വരുന്ന വശവും x സെ.മീ തന്നെയായിരിക്കും .

GOVT.V&HSS KULATHOOR , PARASSALA SUBDISTRICT

പൈതാഗറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് ,

കർണ്ണം^{2} = പാദം^{2} + ലംബം^{2} = $x^2 + x^2 = 2 \times x^2$

കർണ്ണം = $\sqrt{2 \times x^2} = x\sqrt{2}$ സെ.മീ

$45^0, 45^0, 90^0$ കോണളവുകളുടെ എതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $x : x : x\sqrt{2} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ ആയിരിക്കും .

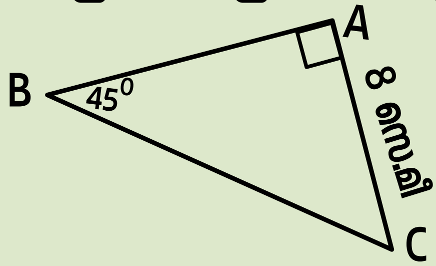
> കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

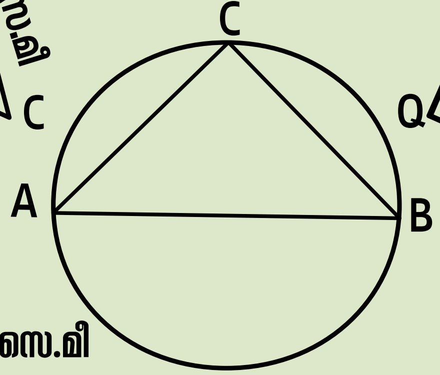
<u>നോട്ട്</u>

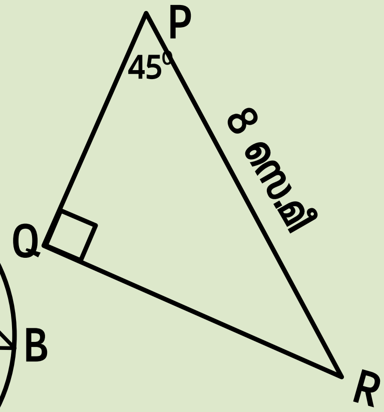
- കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ 45^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം അറിയാമെങ്കിൽ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കാൻ 45^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളത്തെ $\sqrt{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതിയാകും.
- കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം അറിയാമെങ്കിൽ 45^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കാൻ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളത്തെ $\sqrt{2}$ കൊണ്ട് ഭാഗിച്ചാൽ മതിയാകും.

<u>കൂട്ടതൽ പ്രവർത്തനം</u>

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണങ്ങളിലെ മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

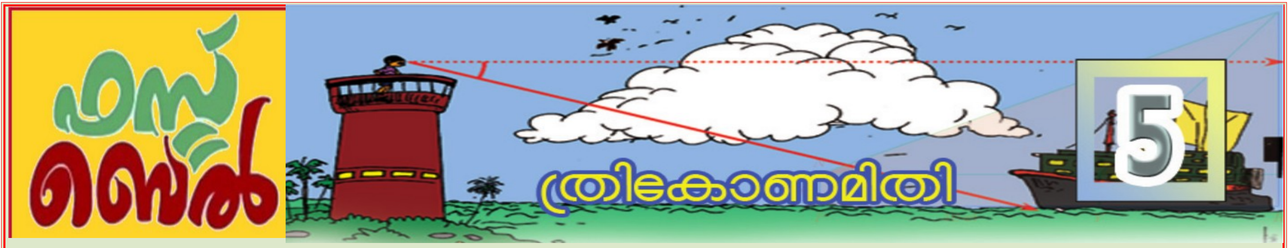






വ്യാസം = AB = $7\sqrt{2}$ സെ.മീ

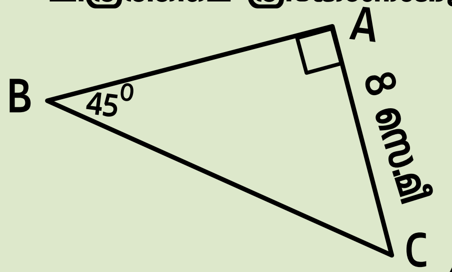
AC = BC

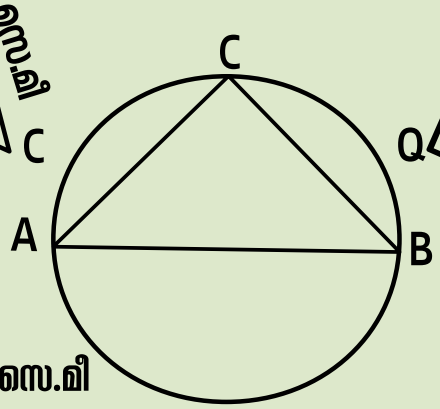


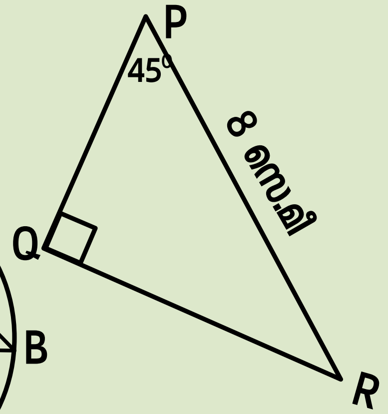
27 – 10 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് → ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണങ്ങളിലെ മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക





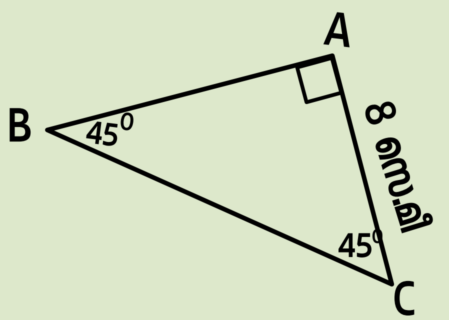


വ്യാസം = AB = 7 $\sqrt{2}$ സെ.മീ

AC = BC

ഉത്തരം

(1)



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 90^0$, $\angle B = 45^0$

$\angle C = 180 - (\angle A + \angle B) = 180-(90^0+45^0)$

$\angle C = 45^0$

$\angle B = \angle C$ ആയതിനാൽ AC = AB = 8 സെ.മീ

BC = $8\sqrt{2}$ സെ.മീ

(2) $\triangle PQR$ യിൽ $\angle Q = 90^0$, $\angle P = 45^0$

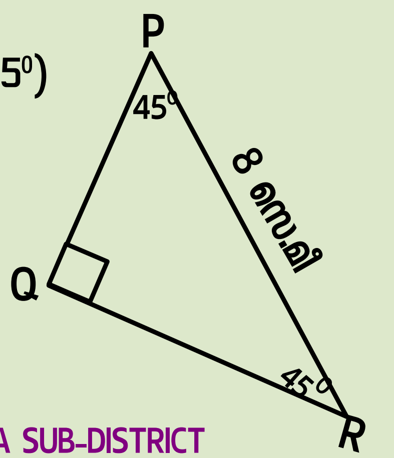
$\angle R = 180 - (\angle Q + \angle P) = 180-(90^0+45^0)$

$= 45^0$

$\angle P = \angle R$ ആയതിനാൽ

$QR = PQ = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} X \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2}$

$= 4\sqrt{2}$ സെ.മീ



GOVT. V&HSS KULATHOOR , PARASSALA SUB-DISTRICT

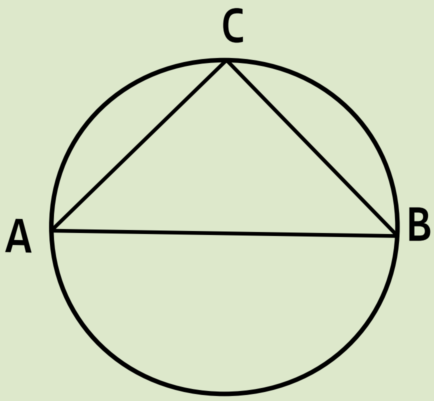
(3) വ്യാസം = AB = 7 $\sqrt{2}$ സെ.മീ

AC = BC

$\angle C = 90^0$ [അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ]

AC = BC ആയതിനാൽ

$$\angle B = \angle A = \frac{180^0 - 90^0}{2} = \frac{90^0}{2} = 45^0$$

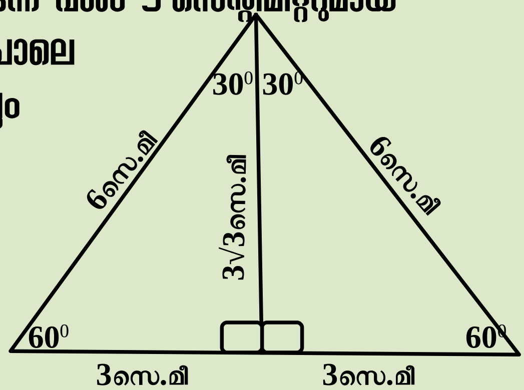


വ്യാസം = AB = 7 $\sqrt{2}$ സെ.മീ

$$\therefore AC = BC = \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 7 \text{ സെ.മീ}$$

<u>$30^0,60^0,90^0$ കോണളവുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം</u>

$30^0,60^0,90^0$ കോണളവും 30^0 യ്ക്ക് എതിരെ വരുന്ന വശം 3 സെന്റീമീറ്ററുമായ രണ്ട് തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ചേർത്തുവച്ചപ്പോൾ കോണളവുകൾ 60^0 വീതവും വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ വീതവുമായ ഒരു സമഭുജത്രികോണം കിട്ടുന്നു .



ഇതിന്റെ ,

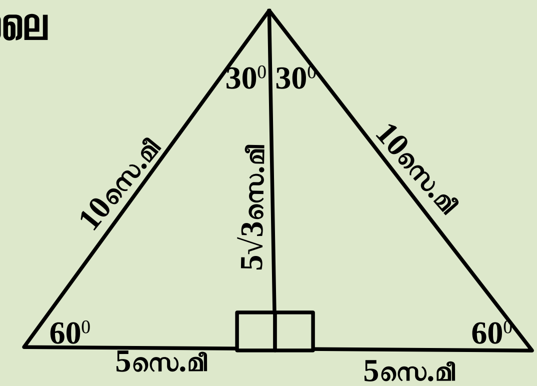
$$\text{ഉയരം} = \sqrt{6^2 - 3^2}$$
$$= \sqrt{(6-3)(6+3)}$$
$$= \sqrt{3 \times 9}$$
$$= 3\sqrt{3}$$

$30^0,60^0,90^0$ കോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $= 3 : 3\sqrt{3} : 6$

$= 1 : \sqrt{3} : 2$

ഇതുപോലെ 30^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശം 5 സെ.മീ എന്നെടുത്താൽ ,

അതായത് $30^0,60^0,90^0$ കോണളവും 30^0 യ്ക്ക് എതിരെ വരുന്ന വശം 5 സെ.മീ ഉംആയ രണ്ട് തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ചേർത്തുവച്ചപ്പോൾ കോണളവുകൾ 60^0 വീതവും വശങ്ങൾ 10 സെ.മീ വീതവുമായ ഒരു സമഭുജത്രികോണം കിട്ടുന്നു .



ഇതിന്റെ ,

$$\text{ഉയരം} = \sqrt{10^2 - 5^2}$$
$$= \sqrt{(10-5)(10+5)}$$

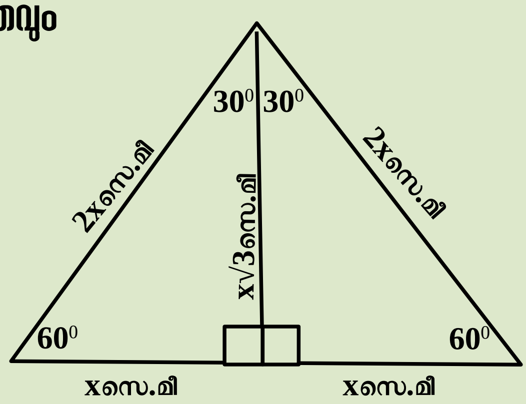
$= \sqrt{5 \times 15} = \sqrt{5 \times 5 \times 3}$

$= 5\sqrt{3}$

$30^0, 60^0, 90^0$ കോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $= 5 : 5\sqrt{3} : 10$

$= 1 : \sqrt{3} : 2$

പൊതുവായി 30^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശം x സെ.മീ എന്നെടുത്താൽ , അതായത് $30^0, 60^0, 90^0$ കോണളവും 30^0 യ്ക്ക് എതിരെ വരുന്ന വശം x സെ.മീ ഉംആയ രണ്ട് തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ ചിത്രത്തിലേതുപോലെ ചേർത്തുവച്ചപ്പോൾ കോണളവുകൾ 60^0 വീതവും വശങ്ങൾ $2x$ സെ.മീ വീതവുമായ ഒരു സമഭുജത്രികോണം കിട്ടുന്നു .



ഇതിന്റെ ,

ഉയരം $= \sqrt{(2x)^2 - x^2}$

$= \sqrt{(2x - x)(2x + x)}$

$= \sqrt{x \times 3x}$

$= x\sqrt{3}$

$30^0, 60^0, 90^0$ കോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $= x : x\sqrt{3} : 2x$

$= 1 : \sqrt{3} : 2$

> കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

നോട്ട്(1)

കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$ ആയ ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും 30^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ

60^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം $= \sqrt{3} \times 30^0$ കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശം

90^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം $= 2 \times 30^0$ കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശം

നോട്ട്(2)

കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$ ആയ ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും 60^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ

30^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം

$$= \frac{60^0 \text{ കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം}}{\sqrt{3}}$$

90^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം

= 2 × 30^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശം

നോട്ട്(3)

കോണുകൾ 30^0,60^0,90^0 ആയ ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും 90^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ

30^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം

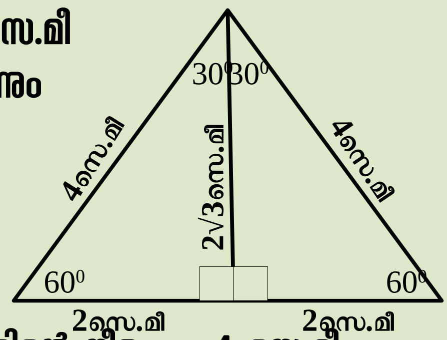
$$= \frac{90^0 \text{ കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം}}{2}$$

60^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം = $\sqrt{3}$ × 30^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശം

ചോദ്യം

4 സെ.മീ വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം



സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം = 4 സെ.മീ
സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ നിന്നും എതിർ വശത്തേയ്ക്ക് ഒരു ലംബം വരയ്ക്കുക .
ഈ ലംബം സമഭുജത്രികോണത്തിനെ 30^0,60^0,90^0 കോണുകളോടു കൂടിയ രണ്ട് തുല്യ ത്രികോണങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു.

ഇതിൽ 90^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം = 4 സെ.മീ

30^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം = $\frac{4}{2}$ = 2 സെ.മീ

60^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശത്തിന്റെ നീളം = $\sqrt{3}$ × 30^0 കോണിന് എതിരെ വരുന്ന വശം =2 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

ഇവിടെ സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പാദം 4 സെ.മീ ഉം ഉയരം 2 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

അതിനാൽ,

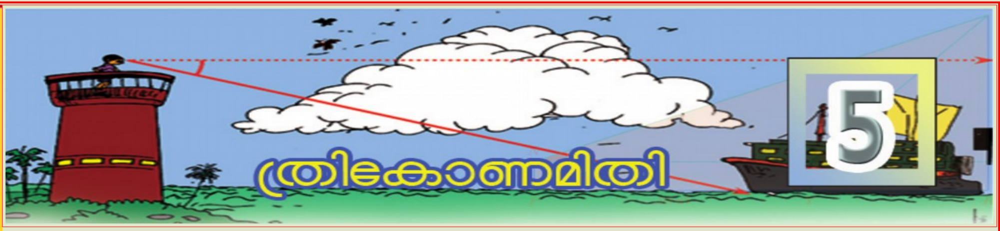
പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ പാദം × ഉയരം= $\frac{1}{2}$ × 4 × 2 $\sqrt{3}$ = 4 $\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

7 സെ.മീ വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക?

GOVT. V&HSS KULATHOOR , PARASSALA SUB-DISTRICT

ഫസ്റ്റ് ബെൽ

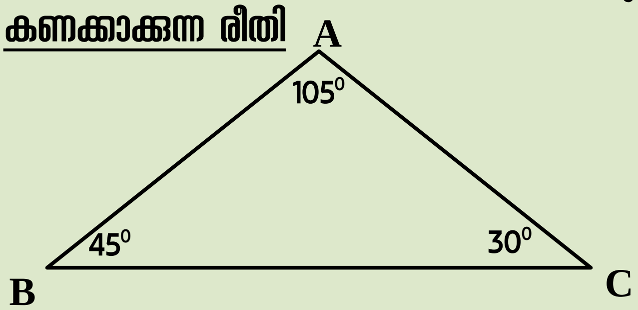


30 – 10 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസുകളിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

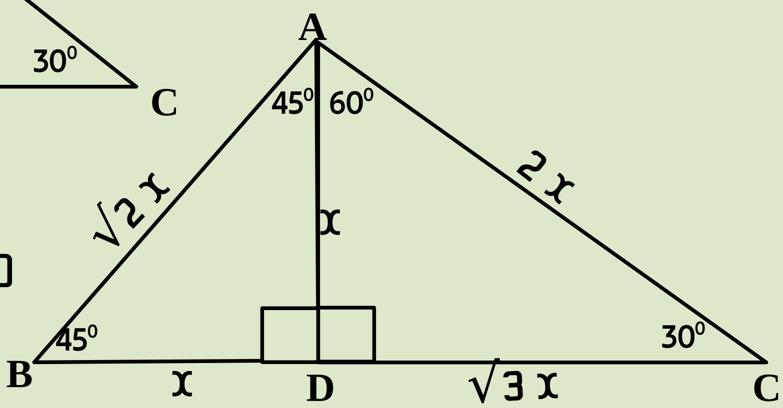
- കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .
- കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

$30^0, 45^0, 105^0$ കോണളവുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണക്കാക്കുന്ന രീതി



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 105^0$, $\angle B = 45^0$, $\angle C = 30^0$

A യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്ക് AD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുന്നു.



$\triangle ADB$ യിൽ $\angle A = 45^0$, $\angle ADB = 90^0$, $\angle B = 45^0$

$AD = x$ എന്നെടുത്താൽ $\angle A = \angle B = 45^0$ $\therefore AD = BD = x$

$45^0, 45^0, 90^0$ കോണളവുള്ള ത്രികോണങ്ങളിൽ ഈ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : 1 : \sqrt{2}$ ആയിരിക്കും . $\therefore AB = \sqrt{2}\,x$ ആയിരിക്കും.

$\triangle ADC$ യിൽ $\angle A = 60^0$, $\angle ADC = 90^0$, $\angle C = 30^0$ കൂടാതെ $AD = x$

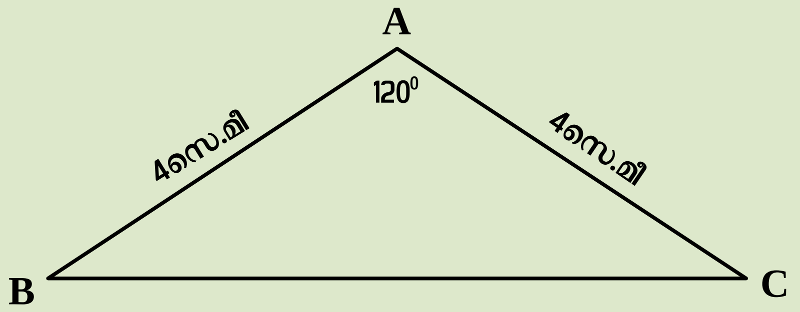
$30^0, 60^0, 90^0$ കോണളവുള്ള ത്രികോണങ്ങളിൽ ഈ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$ ആയിരിക്കും . $\therefore DC = \sqrt{3}\,x$, $AC = 2x$ ആയിരിക്കും.

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 105^0$, $\angle B = 45^0$, $\angle C = 30^0$ ഇവയ്ക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $AB = \sqrt{2}\,x$, $AC = 2x$, $BC = BD + DC = x + \sqrt{3}\,x$

$= (1 + \sqrt{3})x$

$\therefore AB : AC : BC = \sqrt{2}\,x : 2x : (1 + \sqrt{3})x = \sqrt{2} : 2 : (1 + \sqrt{3})$

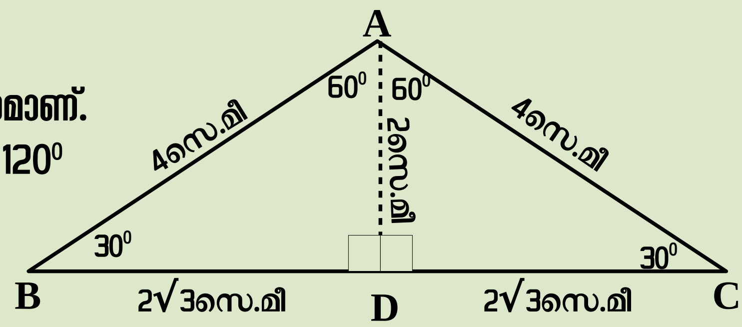
ചോദ്യം



ഇവിടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിൽ , മുകളിലെ മൂലയിൽ നിന്ന് താഴത്തെ വശത്തേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്രയാണ്? ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

ഉത്തരം

$\triangle ABC$ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്.
$AB = AC = 4$ സെ.മീ, $\angle BAC = 120^0$
$\therefore \angle B = \angle C = 30^0$
A യിൽ നിന്നും BC യിലേയ്ക്ക് AD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുന്നു.



$\triangle ADC$ യിൽ $AC = 4$ സെ.മീ , $\angle C = 30^0$, $\angle ADC = 90^0$ $\therefore \angle CAD = 60^0$

നമുക്കറിയാം ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 30^0, 60^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

അതിനാൽ $AD = 2$ സെ.മീ , $DC = 2\sqrt{3}$ സെ.മീ

$\triangle ADB$ യിൽ $AB = 4$ സെ.മീ , $\angle B = 30^0$, $\angle ADB = 90^0$ $\therefore \angle BAD = 60^0$

$\therefore BD = 2\sqrt{3}$ സെ.മീ

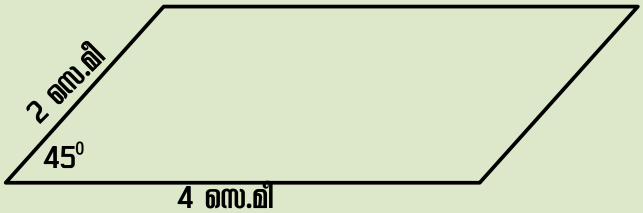
$\triangle ABC$ യിൽ , ഉയരം $= AD = 2$ സെ.മീ ,പാദം $= BC = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ സെ.മീ

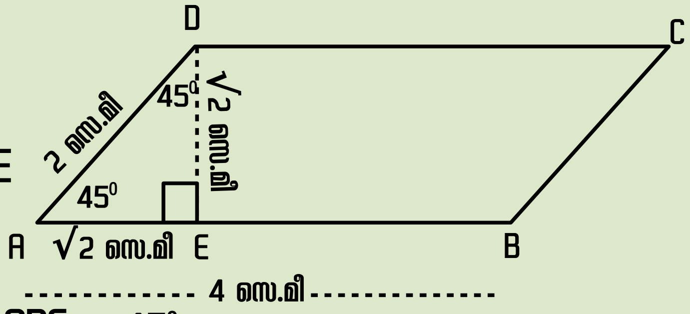
പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ

<u>ചോദ്യം</u>

ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.



<u>ഉത്തരം</u>



സാമാന്തരികം ABCD യിൽ
താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും
വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = DE

$\triangle AED$ യിൽ

$\angle A = 45^0$, $\angle AED = 90^0$, $\angle ADE = 45^0$

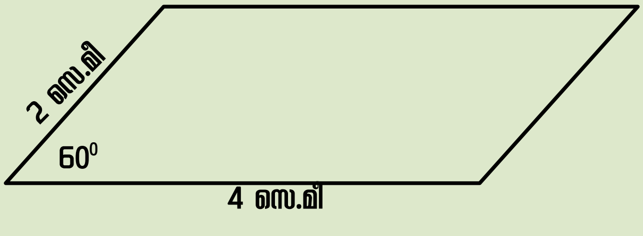
ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 45^0, 45^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

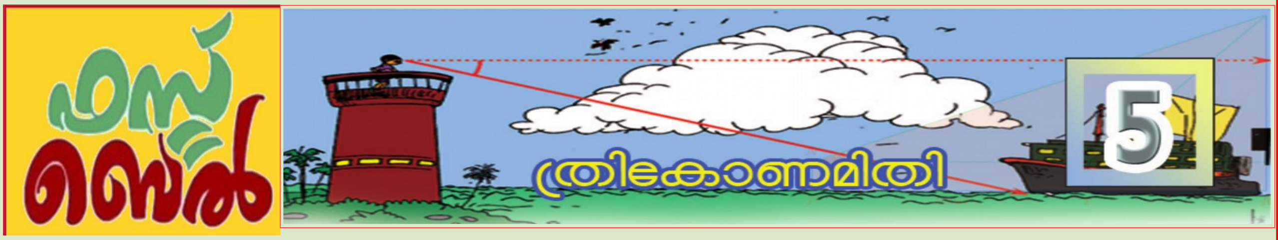
AD = 2 സെ.മീ $\therefore$ $AE = DE = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $AB \times DE = 4\sqrt{2}$ ച.സെ.മീ

<u>കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം</u>

ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.

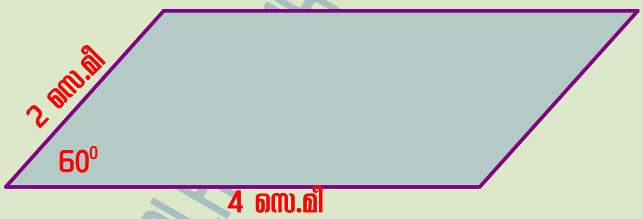




02 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് → ക്ലിക്ക്

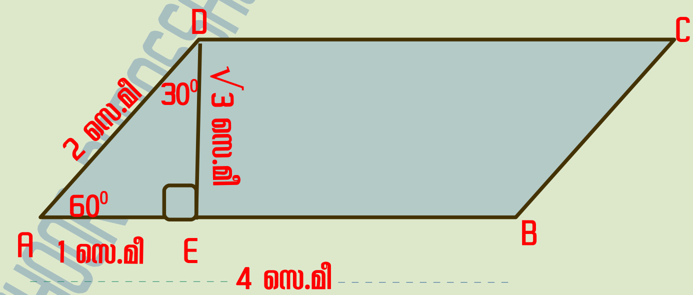
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരം

സാമാന്തരികം ABCD യിൽ താഴത്തേയും മുകളിലത്തേയും വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = DE



$\triangle AED$ യിൽ

$\angle A = 60^0$, $\angle AED = 90^0$, $\angle ADE = 30^0$

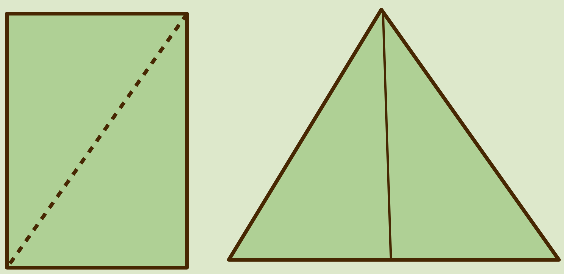
ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 30^0, 60^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

AD = 2 സെ.മീ $\therefore$ AE = $\frac{2}{2}$ = 1 സെ.മീ , DE = $\sqrt{3}$ സെ.മീ

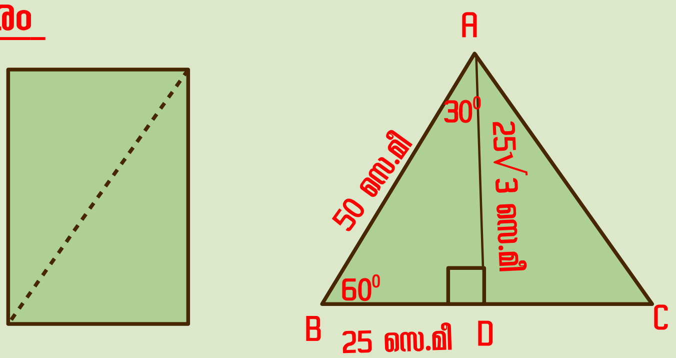
സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = AB × DE = 4 $\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ

ചോദ്യം

ഒരു ചതുരപ്പലക വികർണത്തിലൂടെ മുറിച്ച് ,ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ മാറ്റിയടുക്കി , ഒരു സമഭുജത്രികോണമുണ്ടാക്കണം . ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 50 സെന്റീമീറ്ററാകണം . ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയായിരിക്കണം?



ഉത്തരം

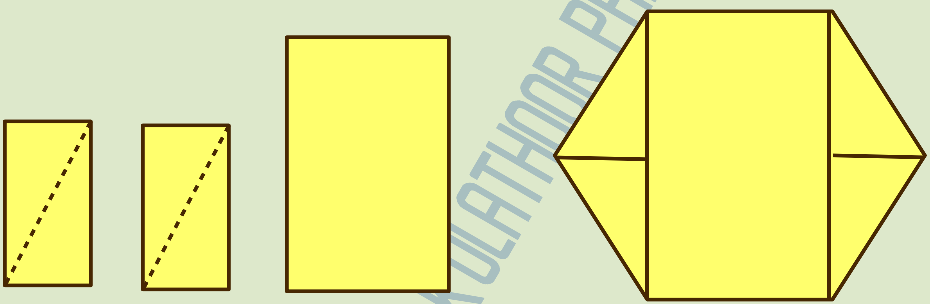


$\triangle$ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ് . AD ലംബമാണ് BC . AB = BC = AC = 50 സെ.മീ
$\triangle$ABD പരിഗണിക്കുക $\angle$ABD = 60^0, $\angle$ADB= 90^0, $\angle$BAD = 30^0. നമുക്കറിയാം
ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 30^0, 60^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന
വശങ്ങൾ 1 : $\sqrt{3}$: 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

$\therefore$ BD = $\frac{50}{2}$ = 25 സെ.മീ , AD = 25 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

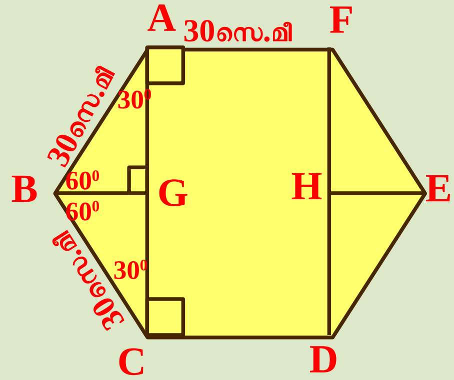
ചതുരപ്പലകയുടെ നീളം = 25 $\sqrt{3}$ സെ.മീ
ചതുരപ്പലകയുടെ വീതി = 25 സെ.മീ

ചോദ്യം



രണ്ട് ചതുരങ്ങൾ വികർണത്തിലൂടെ മുറിച്ച് ത്രികോണങ്ങളാക്കി , മറ്റൊരു ചതുരത്തോട് ചേർത്തുവച്ച് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഒരു സമഷഡ്ഭുജമുണ്ടാക്കണം. ഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 30 സെ.മീ ആകണമെങ്കിൽ ചതുരങ്ങളുടെ നീളവും വീതിയും എത്രയായിരിക്കണം?

ഉത്തരം



ഒരു സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് = 120^0 $\therefore \angle BAF = 120^0$

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് = 90^0 $\therefore \angle GAF = 90^0$

$\angle GAB = 120^0 - 90^0 = 30^0$

$\angle AGB = 90^0$ $\therefore \angle ABG = 60^0$

$\triangle ABG$ യിലെ കോണളവുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആണ് . നമുക്കറിയാം

ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 30^0, 60^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

AB = 30 സെ.മീ , BG = $\frac{30}{2}$ = 15 സെ.മീ , AG = 15 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ വീതി = 15 സെ.മീ

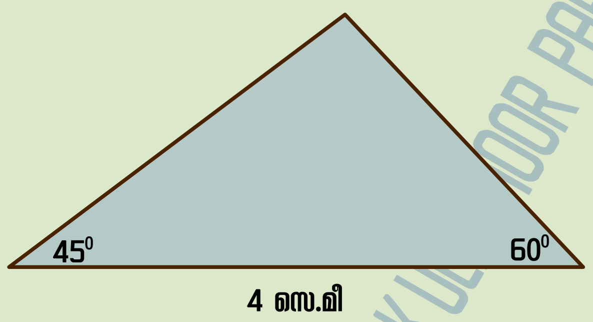
ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം = 15 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

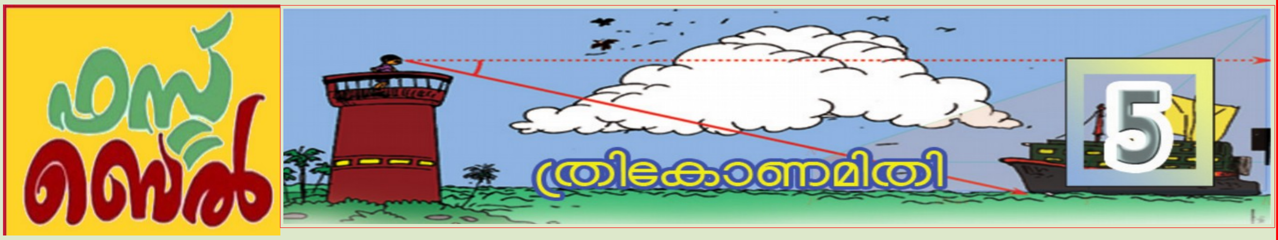
വലിയ ചതുരത്തിന്റെ വീതി = 30 സെ.മീ

വലിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം = 15 $\sqrt{3}$ + 15 $\sqrt{3}$ = 30 $\sqrt{3}$ സെ.മീ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

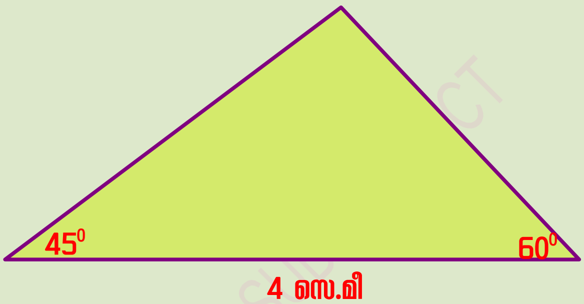




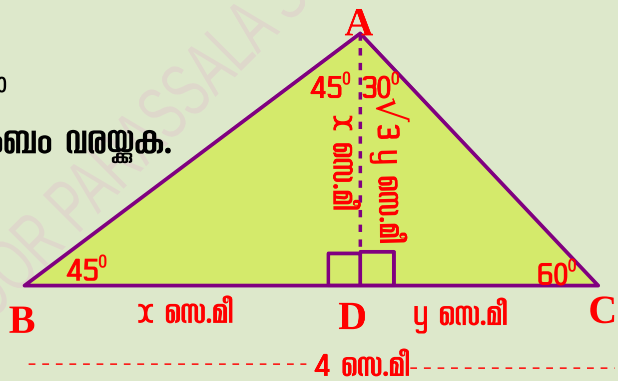
03 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ➡ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle B = 45^0$, $\angle C = 60^0$

A യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്ക് AD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക.

$\triangle ABD$ പരിഗണിക്കുക

$\angle ADB = 90^0 \quad \therefore \angle BAD = 45^0$

ഒരു ത്രികോണത്തിൽ 45^0, 45^0, 90^0 എന്നീ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും .

BD = x സെ.മീ എന്നിരിക്കട്ടെ $\therefore$ AD = x സെ.മീ ---------------- (1)

$\triangle ACD$ പരിഗണിക്കുക $\angle ACD = 60^0$, $\angle ADC = 90^0$ $\therefore \angle DAC = 30^0$

CD = y സെ.മീ എന്നിരിക്കട്ടെ $\therefore$ AD = $\sqrt{3}$ y സെ.മീ ---------------- (2)

(1) , (2) ൽ നിന്നും $x = \sqrt{3}\, y$

കൂടാതെ $x + y = 4$

$\sqrt{3}\, y + y = 4$

$y(\sqrt{3} + 1) = 4$

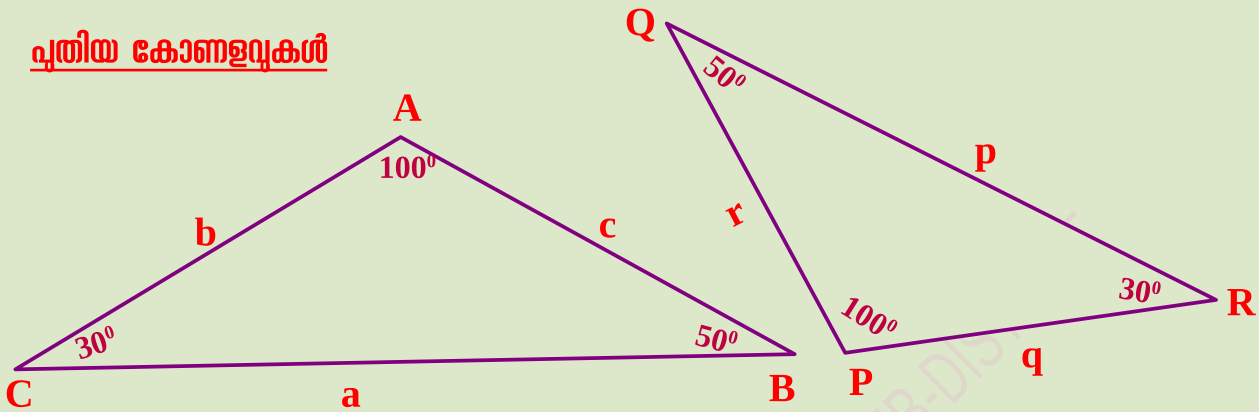
$$y = \frac{4}{(\sqrt{3}+1)}$$

$$x = \sqrt{3}\, y = \sqrt{3} \times \frac{4}{(\sqrt{3}+1)} = \frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+1)}$$ സെ.മീ

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+1)} = \frac{8\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+1)} \text{ ച.സെ.മീ}$$

പുതിയ കോണളവുകൾ



$\triangle ABC$ യുടെ കോണുകളെല്ലാം $\triangle PQR$ ന്റെ കോണുകൾക്ക് തുല്യമാണ് . അതിനാൽ തുല്യ കോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധവും തുല്യമായിരിക്കും .

$$\therefore \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r} = k$$

$$\frac{a}{p} = k , \quad \frac{b}{q} = k , \quad \frac{c}{r} = k$$

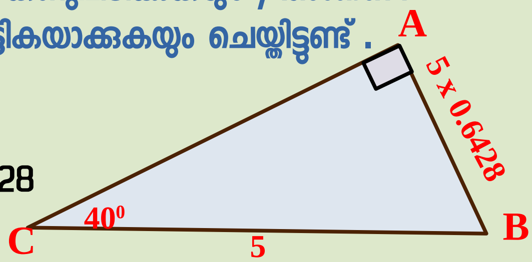
$\therefore a = pk , b = qk , c = rk$

$a : b : c = pk : qk : rk = p : q : r$

ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ പല വലുപ്പത്തിൽ വരച്ചാൽ , വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുമെങ്കിലും അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം മാറുന്നില്ല .

അതായത് ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ , അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു .

പൊതുവേ കോണുകളിൽ നിന്ന് വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണക്കാക്കുക അത്ര എളുപ്പമല്ല. എന്നാൽ വളരെക്കാലം മുമ്പു തന്നെ ഗണിതകാരന്മാർ എല്ലാ മട്ട ത്രികോണങ്ങളിലും ഈ അംശബന്ധങ്ങൾ കണക്കാക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുകയും , അങ്ങനെ കണക്കാക്കിയ സംഖ്യകൾ പ്രത്യേക രീതിയിൽ പട്ടികയാക്കുകയും ചെയ്തിട്ടുണ്ട് .



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 90^0$, $\angle C = 40^0$,

AB = കർണ്ണത്തിന്റെ 0.6428 മടങ്ങ് $= 5 \times 0.6428$

അതായത് 40^0 കോണിന്റെ എതിർവശവും

കർണ്ണവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 0.6428
ഇതിനെ 40^0 കോണിന്റെ സൈൻ
എന്നാണ് പറയുന്നത് ; sin 40^0 എന്നെഴുതും

$$\therefore \sin 40^0 = 0.6428 = \frac{40^0 \text{ കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AB}{BC}$$

അതിനാൽ $AB = BC \times \sin 40^0$
AC = കർണ്ണത്തിന്റെ 0.7660 മടങ്ങ് = 5 × 0.7660
അതായത് 40^0 കോണിന്റെ സമീപവശവും കർണ്ണവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 0.7660
ഇതിനെ 40^0 കോണിന്റെ കൊസൈൻ എന്നാണ് പറയുന്നത് ; cos 40^0 എന്നെഴുതും

$$\therefore \cos 40^0 = 0.7660 = \frac{40^0 \text{ കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AC}{BC}$$

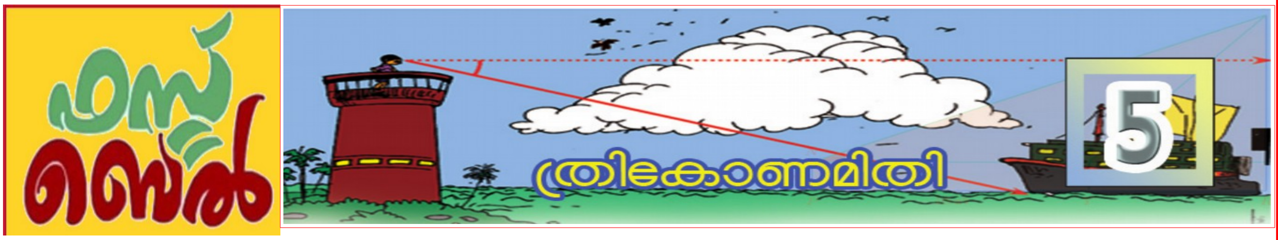
അതിനാൽ $AC = BC \times \cos 40^0$

Angle	sin	cos
35°	0.5736	0.8192
36°	0.5878	0.8090
37°	0.6018	0.7986
38°	0.6157	0.7880
39°	0.6293	0.7771
40°	0.6428	0.7660

35^0 , 36^0 ,37^0 , 38^0 , 39^0, 40^0 എന്നീ കോണളവുകളുടെ sin ന്റെയും cos ന്റെയും വിലകൾ പട്ടികപ്പെടുത്തിയതാണ് മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്നത് .
ഇതുപോലെ 0^0 മുതൽ 90^0 വരെയുള്ള വിലകൾ അടങ്ങിയ പട്ടിക പുസ്തകത്തിലുണ്ട് .

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

0^0 , 30^0 , 45^0 , 60^0 , 90^0 എന്നിവയുടെ sin ന്റെയും cos ന്റെയും വിലകൾ പാഠപുസ്തത്തിലെ പട്ടികയിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുക



05 – 11 – 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ➡ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

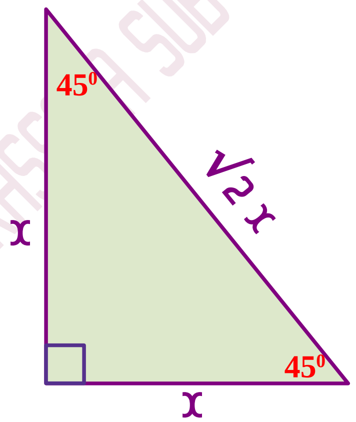
കോണിന്റെ sin വില = $\dfrac{\text{കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$

കോണിന്റെ cos വില = $\dfrac{\text{കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$

30⁰ , 45⁰ , 60⁰ എന്നീ കോണളവുകളുടെ sin ന്റെയും cos ന്റെയും ത്രികോണമിതി അംശബന്ധം

$$\sin 45^0 = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^0 = \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

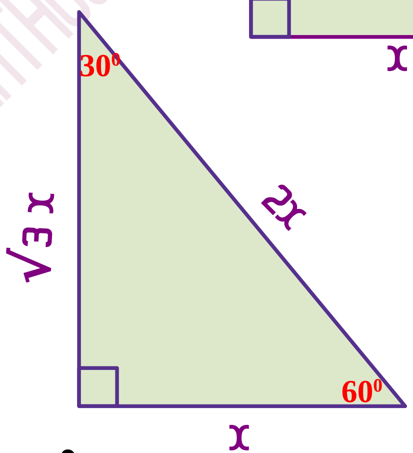


$$\sin 30^0 = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}x}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^0 = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

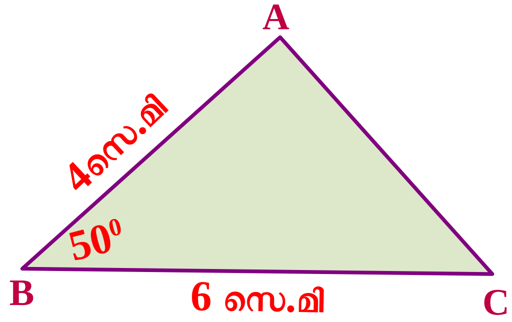


ഇതിനെയൊന്ന് പട്ടികപ്പെടുത്തിയാൽ

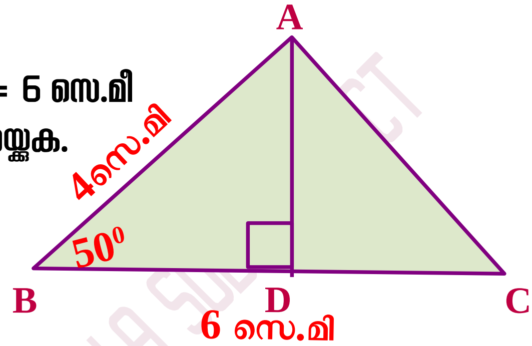
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

പ്രവർത്തനം-1

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle B = 50^0$, AB = 4 സെ.മീ, BC = 6 സെ.മീ

A യിൽ നിന്നും BC യിലേയ്ക്ക് AD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക.

$AD = 4 \times \sin 50^0$

$= 4 \times 0.7660$

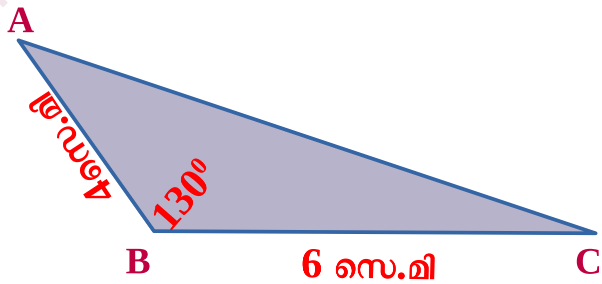
$= 3.064$ സെ.മീ

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

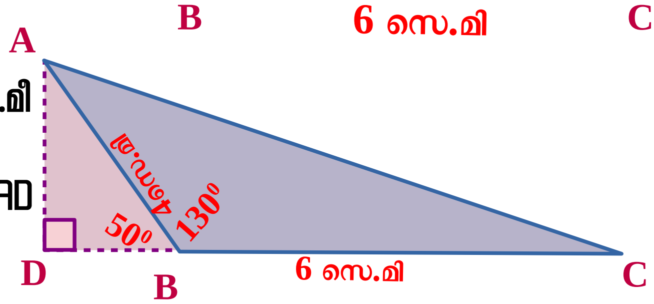
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3.064 = 3 \times 3.064 = 9.192$ ച.സെ.മീ

പ്രവർത്തനം-2

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ AB = 4 സെ.മീ, BC = 6 സെ.മീ

$\angle B = 130^0$,

A യിൽ നിന്നും BC യിലേയ്ക്കുള്ള ഉയരമാണ് AD

$\triangle ABD$ യിൽ

$\angle ABD = 50^0$, AB =4 സെ.മീ

$\therefore AD = 4 \times \sin 50^0 = 4 \times 0.7660 = 3.064$ സെ.മീ

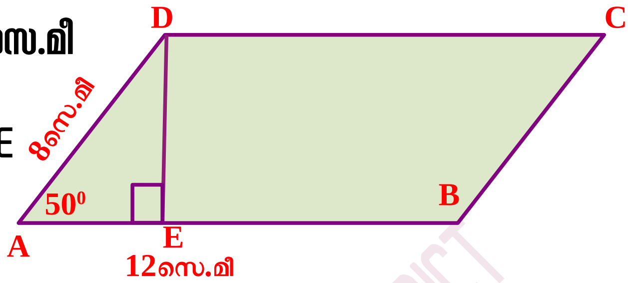
$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3.064 = 3 \times 3.064 = 9.192$ ച.സെ.മീ

പ്രവർത്തനം-3

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെ.മീളം 12 സെ.മീളം ആണ് . ഇവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 50^0 യും.അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം



സാമാന്തരികം ABCD യിൽ AB = 12 സെ.മീ

AD = 8 സെ.മീ $\angle A = 50^0$,

D യിൽ നിന്ന് AB യിലേയ്ക്കുള്ള ലംബമാണ് DE

$\triangle$AED യിൽ AD = 8 സെ.മീ ,

$DE = 8 \times \sin 50^0 = 8 \times 0.7660$

= 6.128 സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

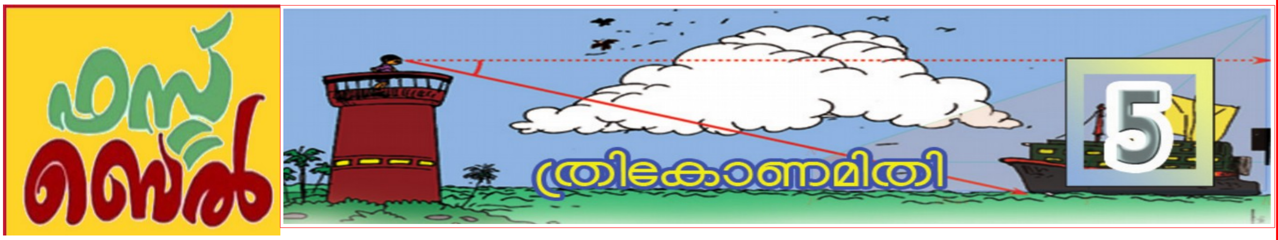
$= AB \times DE$

$= 12 \times 6.128$

= 73.536 ച.സെ.മീ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

5 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു വരയുടെ അറ്റത്ത് 50^0 കോണും മറ്റേ അറ്റത്ത് 65^0 കോണും വരച്ച് ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കി . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



06 – 11 – 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ➡ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

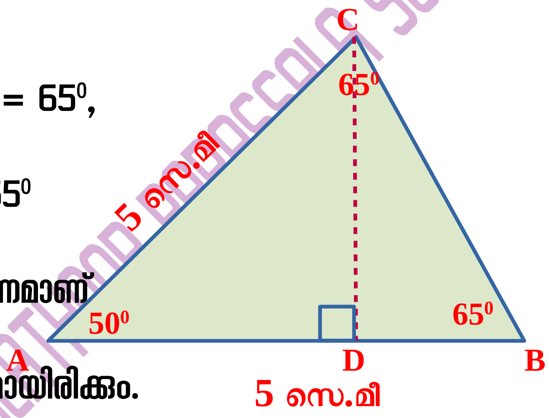
$$\text{കോണിന്റെ sin വില} = \frac{\text{കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

$$\text{കോണിന്റെ cos വില} = \frac{\text{കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

5 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു വരയുടെ അറ്റത്ത് 50^0 കോണും മറ്റേ അറ്റത്ത് 65^0 കോണും വരച്ച് ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കി . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 50^0$, $\angle B = 65^0$,

AB = 5 സെ.മീ

$\angle C = 180^0 - (50^0 + 65^0) = 65^0$

$\angle B = \angle C$

$\triangle ABC$ ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ്

അതിനാൽ തുല്യകോണുകൾ

ക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും.

AC = AB = 5 സെ.മീ

C യിൽ നിന്ന് AB യിലേയ്ക്ക് CD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക .

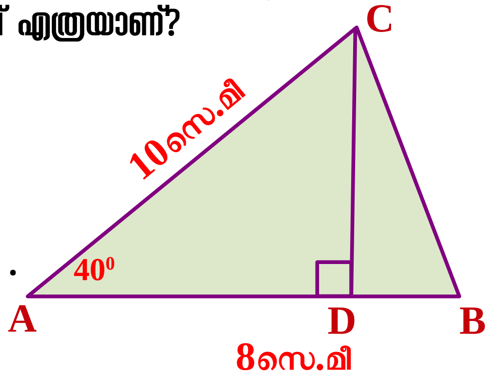
CD = 5 sin 50^0 = 5 × 0.7660 = 3.830 സെ.മീ

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 5 \times 3.830 = 9.575$ ച.സെ.മീ

പ്രവർത്തനം – 1

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെന്റീമീറ്റർ, 10 സെന്റീമീറ്റർ അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 40^0 ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക . ഇതേ വശങ്ങളും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 140^0 യും ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 40^0$,

AB = 8 സെ.മീ , AC = 10 സെ.മീ

C യിൽ നിന്ന് AB യിലേയ്ക്ക് CD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക .

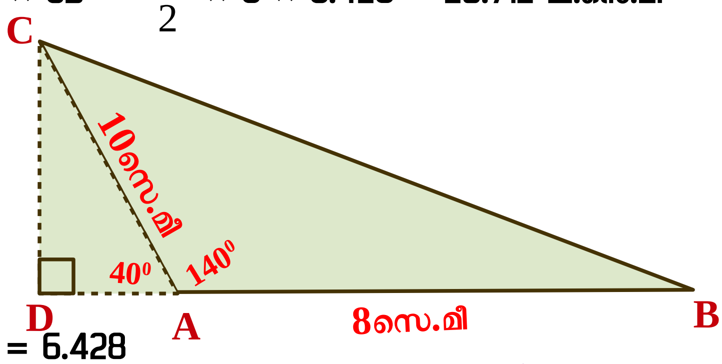
CD = 10 × sin 40^0 = 10 × 0.6428 = 6.428

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6.428 = 25.712$ ച.സെ.മീ

$\angle BAC = 140^0$, $AB = 8$ സെ.മീ

$AC = 10$ സെ.മീ

C യിൽ നിന്ന് AB യിലേയ്ക്ക് CD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക



$\triangle ADC$ യിൽ $\angle DAC = 180^0 - 140^0$

$= 40^0$

$CD = 10 \times \sin 40^0 = 10 \times 0.6428 = 6.428$

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6.428 = 25.712$ ച.സെ.മീ

നോട്ട്

രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കുകയും അവയ്ക്കിടയിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളായും വന്നുകഴിഞ്ഞാൽ അങ്ങനെയുള്ള വ്യത്യസ്ഥങ്ങളായ ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമായിരിക്കും .

പ്രവർത്തനം – 2

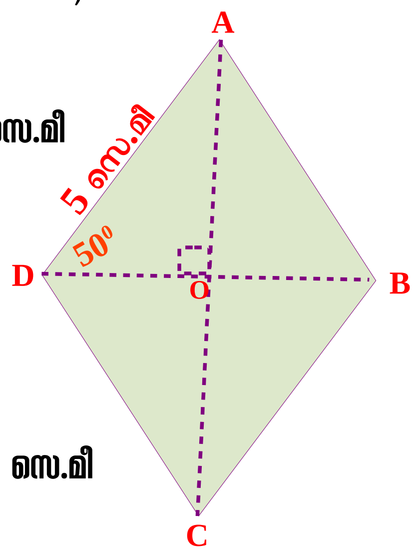
ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെ.മീ , അതിലെ ഒരു കോൺ 100^0 യുമാണ് . അതിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരം

ABCD ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികമാണ് .ഒരു വശം = 5 സെ.മീ

$AB = BC = CD = AD = 5$ സെ.മീ

$\angle ADC = 100^0$



സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ കോൺ സമഭാജികളും ലംബ സമഭാജികളുമാണ് .

$\therefore \angle ADO = 50^0$, $\angle AOD = 90^0$.

മട്ടത്രികോണം AOD യിൽ $AO = 5 \times \sin 50^0$

$= 5 \times 0.7660 = 3.83$ സെ.മീ

$AC = 2 \times 3.83 = 7.66$ സെ.മീ

$OD = 5 \times \cos 50^0 = 5 \times 0.6428 = 3.214$ സെ.മീ

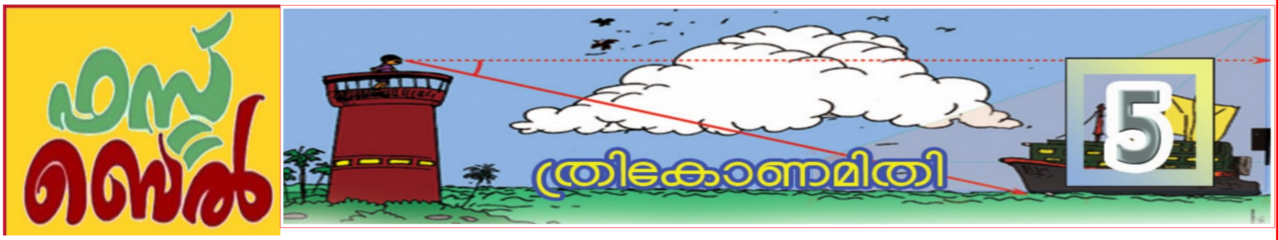
$DB = 2 \times 3.214 = 6.428$ സെ.മീ

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AC \times DB = \frac{1}{2} \times 7.66 \times 6.428$

$= 7.66 \times 3.214 = 24.62$ ച.സെ.മീ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ഒരു വശം 8 സെ.മീ അതിലെ ഒരു കോൺ 40^0 യും ആയി ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കണം . 40^0 കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റിമീറ്റർ ആകണം.



09 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് → ക്ലിക്ക്

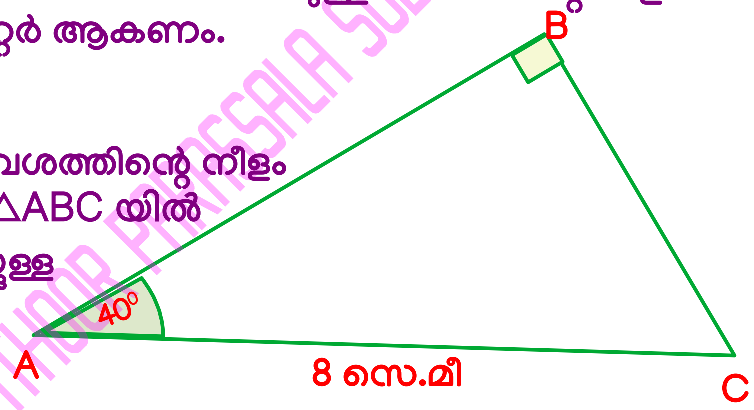
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

$$\text{കോണിന്റെ sin വില} = \frac{\text{കോണിന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

$$\text{കോണിന്റെ cos വില} = \frac{\text{കോണിന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

ഒരു വശം 8 സെ.മീ അതിലെ ഒരു കോൺ 40^0 യും ആയി ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കണം .40^0 കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ചുരുങ്ങിയത് എത്ര സെന്റീമീറ്റർ ആകണം.



ഉത്തരം

40^0 കോണിനെതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ നീളം ഏറ്റവും കുറഞ്ഞതാകുന്നത് △ABC യിൽ AB യിൽ നിന്നും AC യിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ്.

$$\text{Sin } 40^0 = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{8}$$

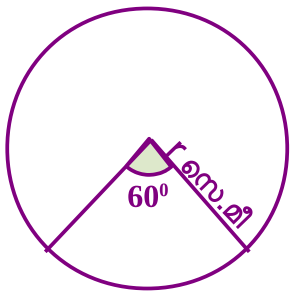
$BC = 8 \times \text{Sin } 40^0 = 8 \times 0.6428 = 5.14$ സെ.മീ

ത്രികോണവും വൃത്തവും

ഒമ്പതാം ക്ലാസിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ചാപങ്ങളും ചാപനീളങ്ങളും പഠിച്ചിട്ടുണ്ട് .

ചോദ്യം

ഈ വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 60^0 യുള്ള ഒരു ചാപമുണ്ട് .ഈ ചാപത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും.



ഉത്തരം

60^0 എന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ മുഴുവൻ കോണളവായ 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

$$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

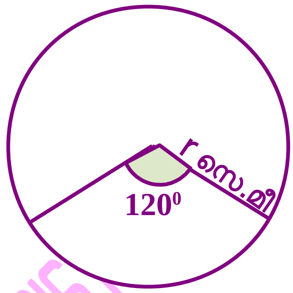
അതിനാൽ ,ചാപനീളം വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{1}{6}$ ഭാഗമായിരിക്കും.

ചാപനീളം = വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് × $\frac{1}{6}$

$= 2\pi r \times \frac{1}{6}$

ചോദ്യം

ഈ വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ 120^0 യുള്ള ഒരു ചാപമുണ്ട് .ഈ ചാപത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും.



ഉത്തരം

$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

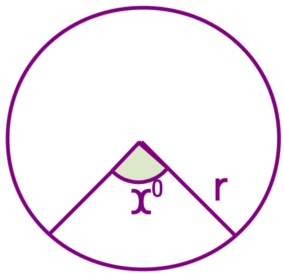
അതിനാൽ ,ചാപനീളം വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമായിരിക്കും.

ചാപനീളം = വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് × $\frac{1}{3}$

$= 2\pi r \times \frac{1}{3}$

ചോദ്യം

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ഉം കേന്ദ്രകോൺ x^0 യുള്ള ഒരു ചാപമുണ്ട് .ഈ ചാപത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും.



ഉത്തരം

ചാപനീളം വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ $\frac{x}{360}$ ഭാഗമായിരിക്കും .

ചാപനീളം = വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് × $\frac{x}{360}$

$= 2\pi r \times \frac{x}{360}$

അതായത്

ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണോ , ചുറ്റളവിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് ചാപത്തിന്റെ നീളം

വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം

ഞാണിന്റെ നീളത്തെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനം ആദ്യം നടത്തിയതായി രേഖപ്പെടുത്തിരിക്കുന്നത് ബി.സി ഇരുന്നൂറാം ആണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന "ഹിപ്പാർക്കസ്"എന്ന ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്.

എ.ഡി ഇരുന്നൂറിൽ "ടൊളമി" എന്ന ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഞാണിന്റെ നീളത്തെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ പഠനം നടത്തി പട്ടിക തയ്യാറാക്കിയത്.

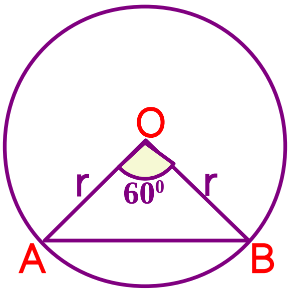
60 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ മുതൽ 180^0 വരെയുള്ള ഞാണിന്റെ നീളം അദ്ദേഹം വളരെ കൃത്യമായി കണക്കാക്കി .

ഭാരതീയ ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനായ "ആര്യഭടൻ" രചിച്ച ആര്യഭടീയത്തിൽ ഇതേ രീതിയിൽ ഞാണിന്റെ നീളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പട്ടിക തയ്യാറാക്കിയിട്ടുണ്ട്

ചോദ്യം

കേന്ദ്രത്തിൽ 60^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

ഉത്തരം



ഞാണിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60^0 ആണ്.

$\triangle AOB$ യിൽ $OA = OB = r$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{180-60}{2} = \frac{120}{2} = 60^0$$

$\triangle AOB$ യുടെ കോണുകളെല്ലാം 60^0 ആയതിനാൽ ഇതൊരു സമഭുജ ത്രികോണമാണ്.

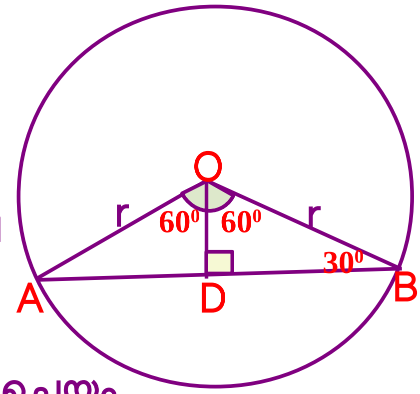
$\therefore OA = OB = AB = r$

അതിനാൽ കേന്ദ്രകോൺ 60^0 ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിനു തുല്യമാണ്.

ചോദ്യം

കേന്ദ്രത്തിൽ 120^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

ഉത്തരം



AB എന്ന ഞാണിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 120^0 ആണ്.

$\triangle AOB$ യിൽ OD എന്ന വര AB യ്ക്ക് ലംബമായി വരയ്ക്കുക .

നമുക്കറിയാം വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ഞാണിലേയ്ക്കുള്ള ലംബം ഞാണിനെ സമഭാഗം ചെയ്യും .

$\therefore$ AD = DB അതിനാൽ AB = 2 × DB

$\triangle ODB$ യിൽ OB = r $\angle BOD = 60^0$, $\angle BDO = 90^0$

$\therefore \angle OBD = 180^0 - (60^0 + 90^0) = 30^0$

അതിനാൽ OD = $\frac{1}{2}$ r   കൂടാതെ DB = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ r

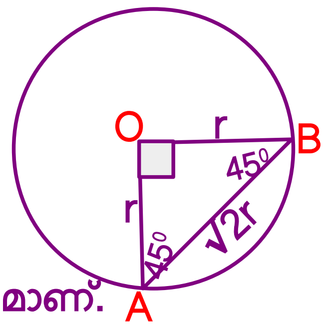
$\therefore$ ഞാൺ AB യുടെ നീളം = 2 × DB = 2 × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ r = $\sqrt{3}$ r

അതിനാൽ കേന്ദ്രകോൺ 120^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങാണ്.

ചോദ്യം

കേന്ദ്രത്തിൽ 90^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

ഉത്തരം



AB എന്ന ഞാണിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ആണ്.

$\triangle AOB$ യിൽ $\angle AOB = 90^0$, OA = OB = r

അതിനാൽ $\triangle AOB$ ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണമാണ്.

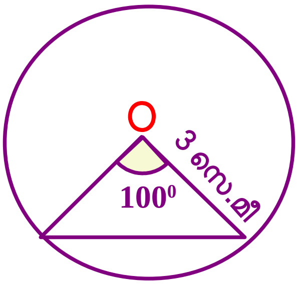
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^0$.   നമുക്കറിയാം കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

ഞാൺ AB യുടെ നീളം = $\sqrt{2}$ r

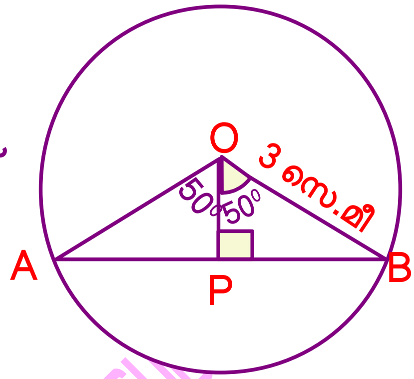
അതിനാൽ കേന്ദ്രകോൺ 90^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം ആരത്തിന്റെ $\sqrt{2}$ മടങ്ങാണ്.

ചോദ്യം

ഈ ചിത്രത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുന്നതെങ്ങനെ?



ഉത്തരം



ഇവിടെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ കേന്ദ്രകോൺ 100^0 യുമാണ്.ഞാൺ AB യ്ക്ക് ലംബമായി വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും OP എന്ന വര വരയ്ക്കുക.

$\triangle BOP$ യിൽ $\angle BOP = 50^0$, $\angle OPB = 90^0$

OB = 3 സെ.മീ .

$$\text{Sin } 50^0 = \frac{PB}{OB}$$

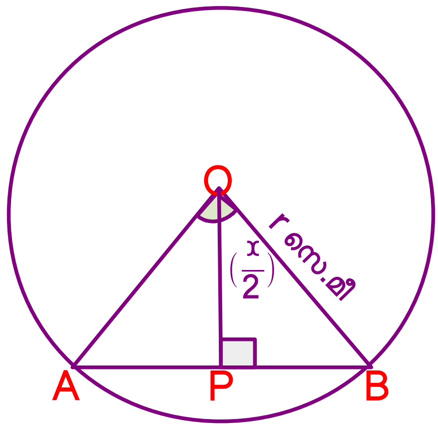
$\therefore PB = OB \times \text{Sin } 50^0 = 3 \times 0.7660 = 2.298$ സെ.മീ

$AB = 2 \times PB = 2 \times 2.298 = 4.596$ സെ.മീ

ചോദ്യം

കേന്ദ്രത്തിൽ x^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

ഉത്തരം



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്ര ത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ x^0 .

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r .AB യ്ക്ക് ലംബമായി OP വരയ്ക്കുക

$\triangle BOP$ യിൽ $\angle BOP = \frac{x}{2}$, $\angle BPO = 90^0$, OB = r സെ.മീ

$$\text{Sin } \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{PB}{OB}$$

$$\therefore PB = OB \times \text{Sin } \left(\frac{x}{2}\right)$$

$$= r \text{ Sin } \left(\frac{x}{2}\right)$$

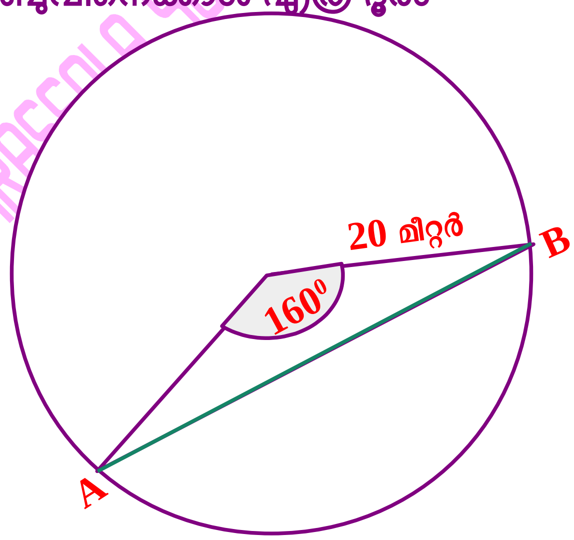
$AB = 2 \times PB = 2\, r\, \text{Sin}\left(\frac{x}{2}\right)$

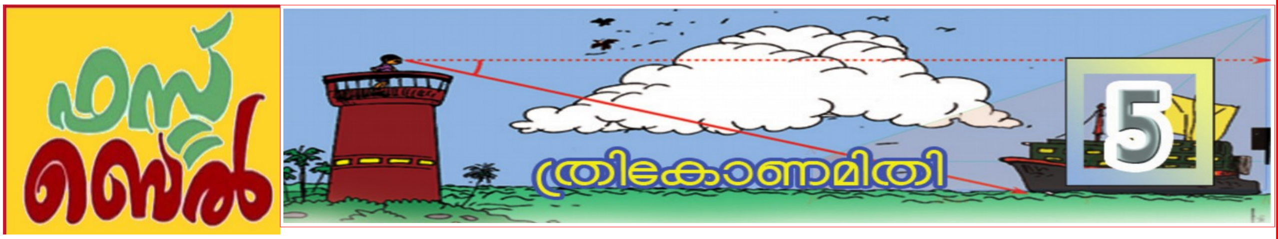
ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ Sin നെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് .

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ Sin നെ വ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്.

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

രാജുവും ബാബുവും 20 മീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയായ ഒരു ട്രാക്കിന്റെ A എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിൽക്കുന്നു . രാജു ചാപം AB യിലൂടെയും ബാബു ഞാൺ AB യിലൂടെയും സഞ്ചരിച്ച് B യിലെത്തുന്നു . ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 160^0 ആയാൽ രാജു ബാബുവിനെക്കാൾ എത്ര ദൂരം കൂടുതൽ സഞ്ചരിച്ചു ?





10 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് → ക്ലിക്ക്

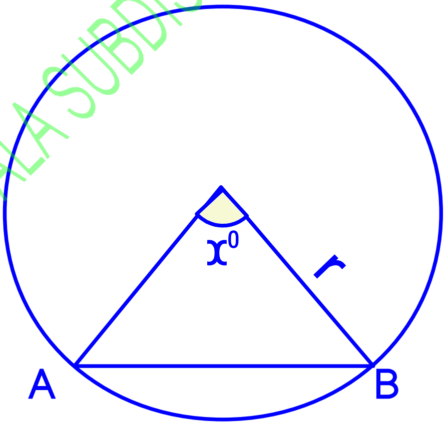
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ Sin നെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് .

മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ,

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും നീളം കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ Sin നെ വ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്.

r യൂണിറ്റ് ആരമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണാണ് AB.ഞാൺ AB യുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ x^0 ആയാൽ AB = 2r Sin $\left(\frac{x}{2}\right)$

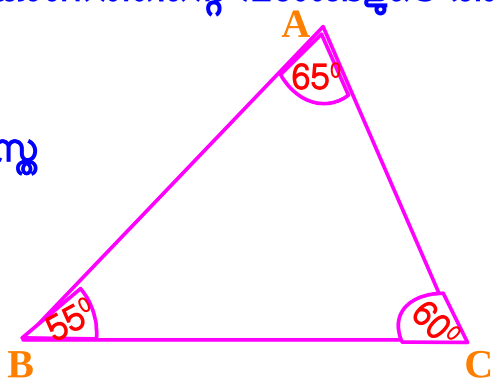


ചോദ്യം

55^0 , 60^0 , 65^0 കോണളവുള്ള ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കാണുന്ന വിധം

ഉത്തരം

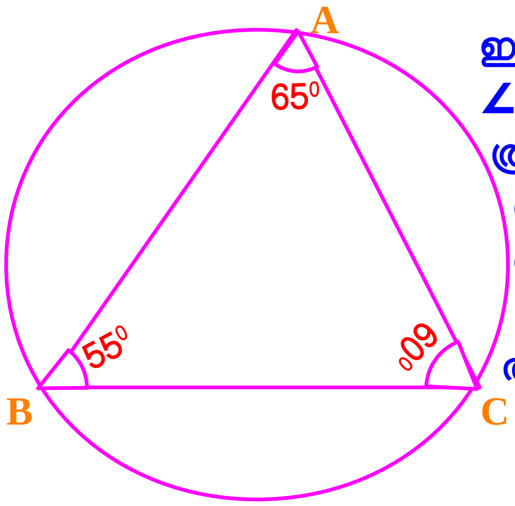
പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കോണളവുള്ള വ്യത്യസ്ത വലിപ്പമുള്ള അനേകം ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാൻ നമുക്ക് സാധിക്കും. എന്നാൽ ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.



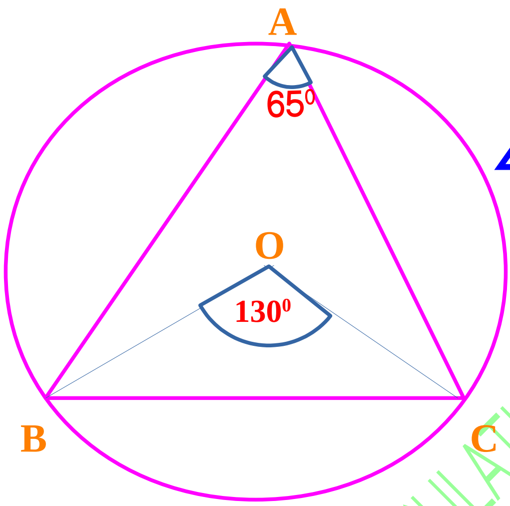
അതായത് ,

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു

ഏതൊരു ത്രികോണത്തിനും നമുക്ക് പരിവൃത്തം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കും .

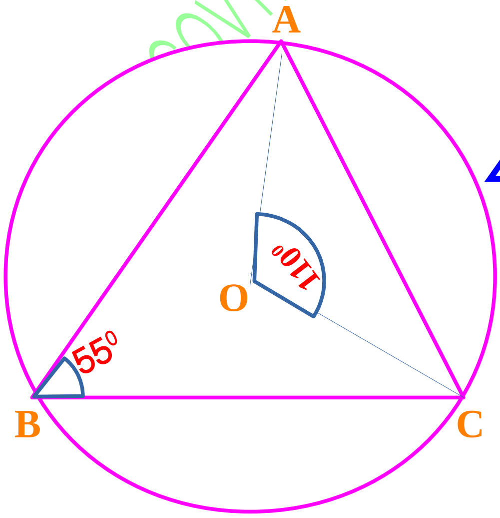


ഇവിടെ $\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 65^0$, $\angle B = 55^0$
$\angle C = 60^0$ [കോണുകളെല്ലാം 90^0 യിൽ കുറവ്]
ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചപ്പോൾ
ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിലെ ഞാണുകളായ് മാറി .
പരിവൃത്തകേന്ദ്രം O എന്നും പരിവൃത്ത ആരം r എന്നുമിരിക്കട്ടെ .



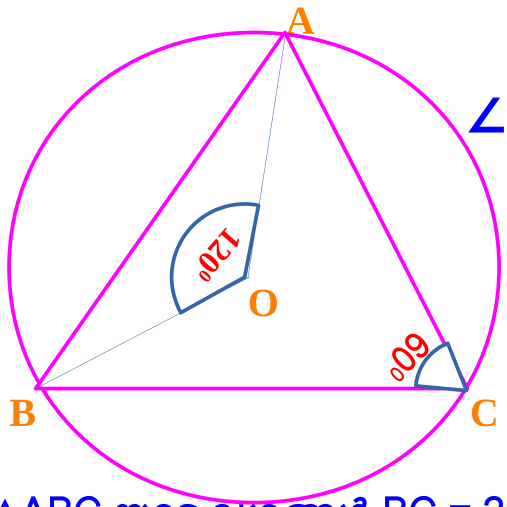
ചിത്രത്തിൽ OB , OC വരയ്ക്കുക.
$\angle A = 65^0$ ആയതിനാൽ $\angle BOC = 2 \times 65^0 = 130^0$

ഞാൺ BC യുടെ നീളം = $2r \text{ Sin } \left(\frac{130}{2}\right)$
$BC = 2r \text{ Sin } 65^0$



ചിത്രത്തിൽ OA , OC വരയ്ക്കുക
$\angle B = 55^0$ ആയതിനാൽ $\angle AOC = 2 \times 55^0 = 110^0$

ഞാൺ AC യുടെ നീളം = $2r \text{ Sin } \left(\frac{110}{2}\right)$
$AC = 2r \text{ Sin } 55^0$



ചിത്രത്തിൽ OA , OB വരയ്ക്കുക.

$\angle C = 60^0$ ആയതിനാൽ $\angle AOC = 2 \times 60^0 = 120^0$

ഞാൺ AB യുടെ നീളം = $2r \text{ Sin } \left(\frac{120}{2}\right)$

$AB = 2r \text{ Sin } 60^0$

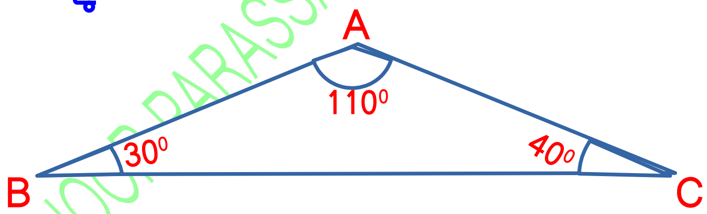
$\triangle ABC$ യുടെ വശങ്ങൾ $BC = 2r \text{ Sin } 65^0$, $AC = 2r \text{ Sin } 55^0$, $AB = 2r \text{ Sin } 60^0$

വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $BC:AB:AC = 2r \text{ Sin } 65^0 : 2r \text{ Sin } 60^0 : 2r \text{ Sin } 55^0$

$= \text{Sin } 65^0 : \text{Sin } 60^0 : \text{Sin } 55^0$

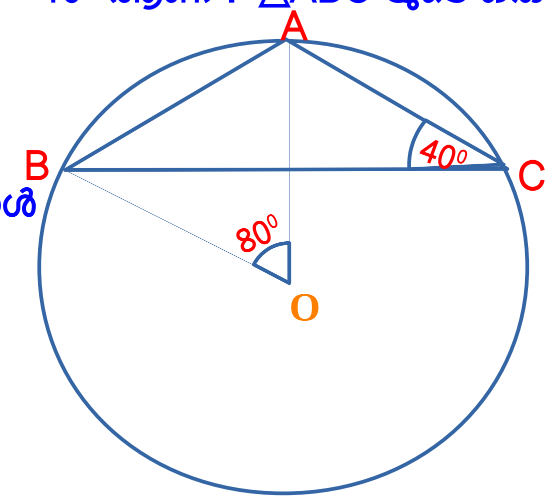
ചോദ്യം

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 110^0$, $\angle B = 30^0$, $\angle C = 40^0$ ആണ്.
ത്രികോണം ABC യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.



ഉത്തരം

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 110^0$, $\angle B = 30^0$, $\angle C = 40^0$ ആണ്. $\triangle ABC$ യുടെ ഒരു കോൺ 90^0 യിൽ കൂടുതലാണ്.
ഏതൊരു ത്രികോണത്തിനും നമുക്ക് പരിവൃത്തം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കും . ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചപ്പോൾ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തിലെ ഞാണുകളായ് മാറി . പരിവൃത്തകേന്ദ്രം O എന്നും പരിവൃത്ത ആരം r എന്നുമിരിക്കട്ടെ .



ചിത്രത്തിൽ OA , OB വരയ്ക്കുക.

$\angle C = 40^0$ ആയതിനാൽ $\angle AOB = 2 \times 40^0 = 80^0$

ഞാൺ AB യുടെ നീളം = $2r \text{ Sin } \left(\frac{80}{2}\right)$

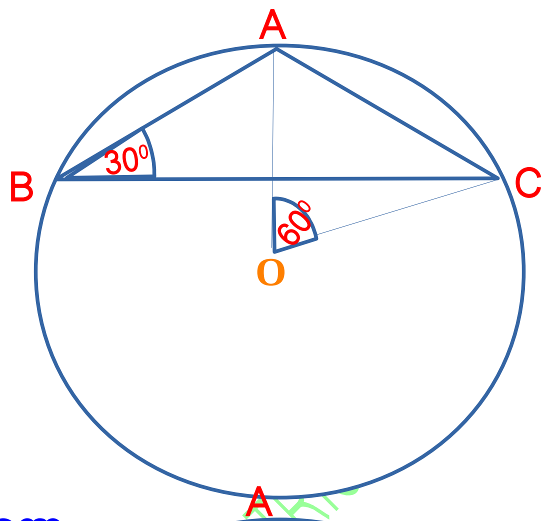
$AB = 2r \text{ Sin } 40^0$

ചിത്രത്തിൽ OA , OC വരയ്ക്കുക.

$\angle B = 30^0$. ∴ $\angle AOC = 2 \times 30^0 = 60^0$

ഞാൺ AC യുടെ നീളം = 2r Sin $\left(\frac{60}{2}\right)$

AC = 2r Sin 30^0



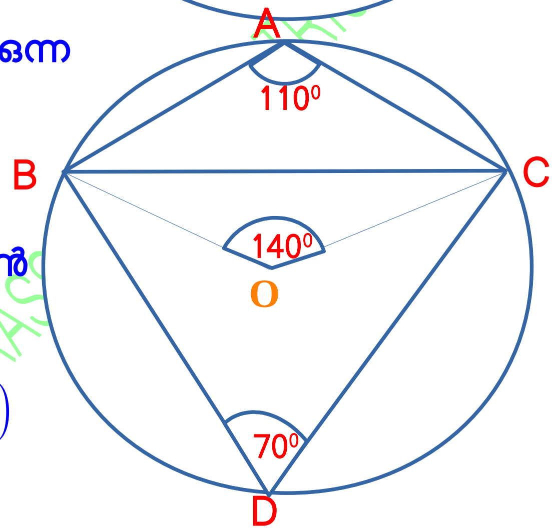
ചിത്രത്തിൽ OB , OC വരയ്ക്കുക.

ഞാൺ BC ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = 110^0.

∴ ഞാൺ BC വലിയ വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = $180^0 - 110^0 = 70^0$

അതിനാൽ ഞാൺ BC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ

$\angle BOC = 2 \times \angle BDC = 2 \times 70^0 = 140^0$



ഞാൺ BC യുടെ നീളം = 2r Sin $\left(\frac{140}{2}\right)$

BC = 2r Sin 70^0

△ABC യുടെ വശങ്ങൾ BC = 2r Sin 70^0 , AC = 2r Sin 30^0 , AB = 2r Sin 40^0

വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം=AC:AB:BC

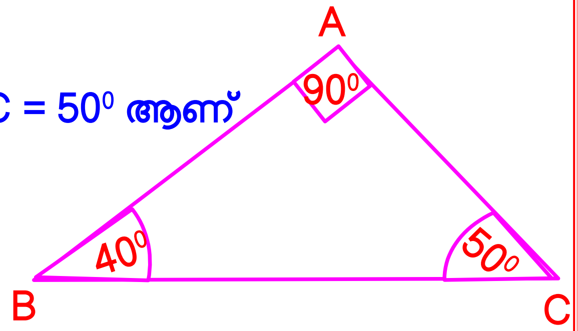
= 2r Sin 30^0 :2r Sin 40^0: 2r Sin70^0

= Sin 30^0 :Sin 40^0 :Sin70^0

[നോട്ട്: ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോണളവ് 90^0 യിൽ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ആ കോണിന്റെ അനുപൂരക കോണാണ് പരിഗണിക്കേണ്ടത്]

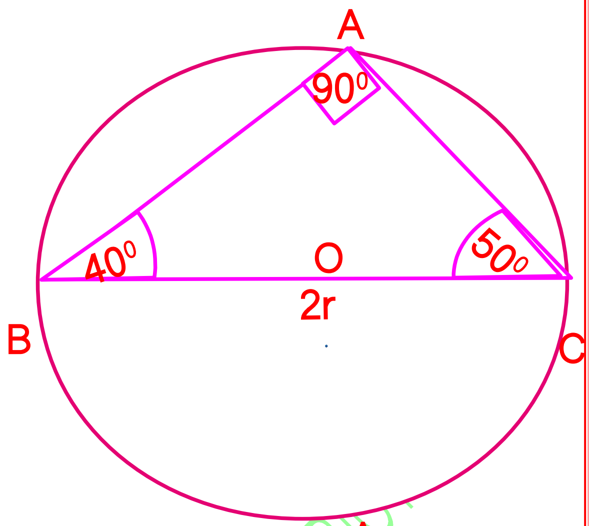
ചോദ്യം

△ABC യിൽ $\angle A = 90^0$, $\angle B = 40^0$, $\angle C = 50^0$ ആണ് ത്രികോണം ABC യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.



ഉത്തരം

$\triangle ABC$ യുടെ പരിവൃത്തം വരച്ചാൽ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കർണത്തിന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവായിരിക്കും .പരിവൃത്ത ആരം r ആയാൽ $BC = 2r$
[90^0 കോണിനെതിരെ വരുന്ന വശം വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമായിരിക്കും]

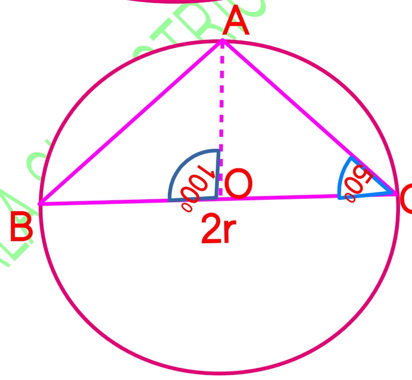


ചിത്രത്തിൽ OA വരയ്ക്കുക.

$\angle C = 50^0$. $\therefore$ $\angle AOB = 2 \times 50^0 = 100^0$

ഞാൺ AB യുടെ നീളം $= 2r \text{ Sin } \left(\frac{100}{2}\right)$

$AB = 2r \text{ Sin } 50^0$

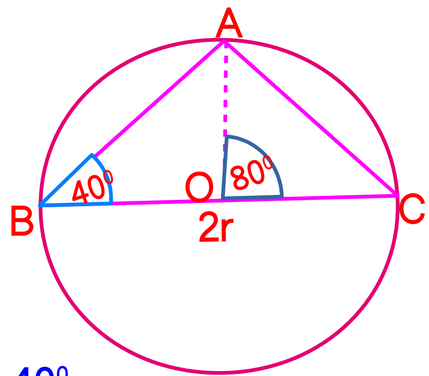


ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്,

$\angle B = 40^0$. $\therefore$ $\angle AOC = 2 \times 40^0 = 80^0$

ഞാൺ AC യുടെ നീളം $= 2r \text{ Sin } \left(\frac{80}{2}\right)$

$AC = 2r \text{ Sin } 40^0$



$\triangle ABC$ യുടെ വശങ്ങൾ $BC = 2r$, $AC = 2r \text{ Sin } 40^0$,
$AB = 2r \text{ Sin } 50^0$

വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = AC:AB:BC

$= 2r : 2r \text{ Sin } 50^0 : 2r \text{ Sin} 40^0$

$= 1 : \text{Sin } 50^0 : \text{Sin} 40^0$

(ത്രികോണമിതി പട്ടികയിൽ $\text{Sin } 90^0 = 1$ എന്നത് കാണാം)

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അവയുടെ എതിർ കോണുകളുടെ sin വിലകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമായിരിക്കും .ഒരു കോൺ 90^0 കൂടുതലായാൽ അതിന്റെ അനുപൂരക കോൺ എടുക്കണം.

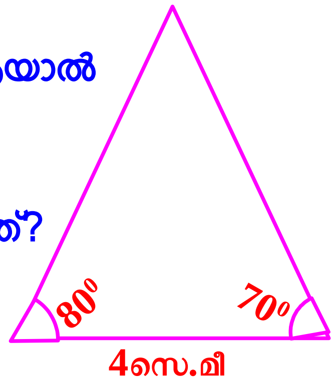
ചോദ്യം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 4 സെ.മീ ഉം അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തെ കോണുകൾ 70^0 ഉം 80^0 യും ആയാൽ

a) അതിന്റെ മൂന്നാമത്തെ കോണിന്റെ അളവെന്ത്?

b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം എത്ര?

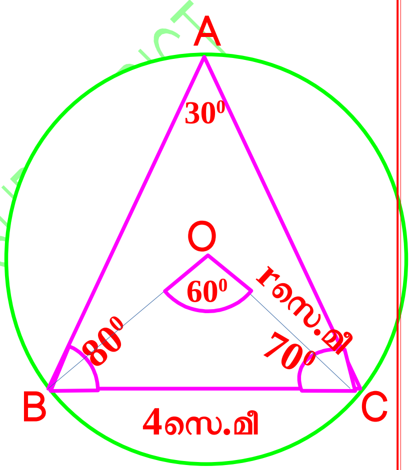
c) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ അളവെന്ത്?



ഉത്തരം

a) $\angle A = 180^0 - (80^0 - 70^0) = 180^0 - 150^0 = 30^0$

b) $\angle A = 30^0$ അതിനാൽ $\angle BOC = 60^0$



$\therefore$ ഞാൺ BC യുടെ നീളം $= 2r \sin \frac{60}{2}$

$BC = 2r \sin 30^0$

$2r \sin 30^0 = 4$

$2r \times \frac{1}{2} = 4$

r = 4 സെ.മീ

പരിവൃത്ത ആരം = 4 സെ.മീ

(c) $AB = 2r \sin 70^0 = 2 \times 4 \times 0.9397 = 7.5176$ സെ.മീ

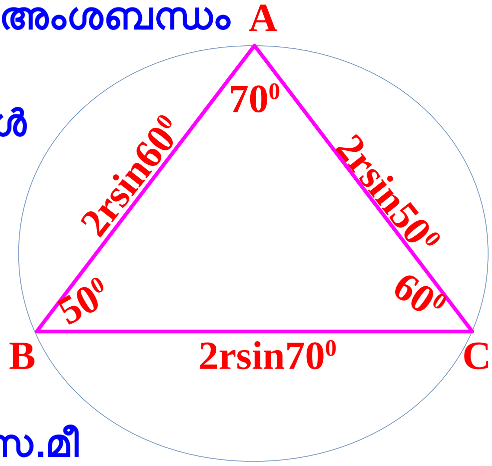
$AC = 2r \sin 80^0 = 2 \times 4 \times 0.9848 = 7.8784$ സെ.മീ

ചോദ്യം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് കോണുകൾ 50^0, 60^0, 70^0 യും പരിവൃത്ത ആരം 5 സെ.മീ ആയാൽ

a) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കണ്ടെത്തുക?

b) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ എഴുതുക?



ഉത്തരം

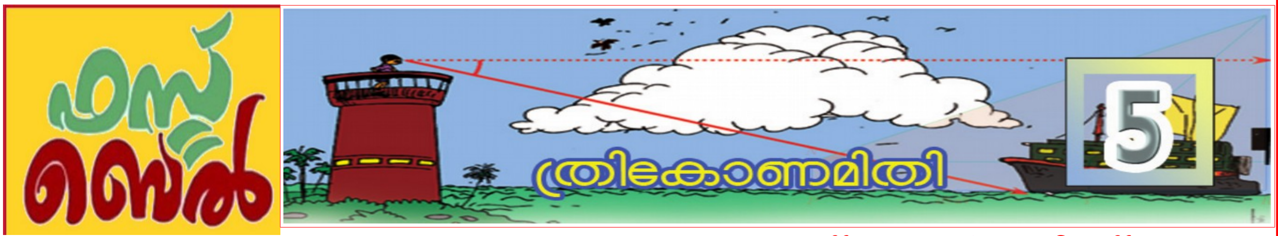
r = 5 സെ.മീ

a) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $= \sin 50^0 : \sin 60^0 : \sin 70^0$

b) $AB = 2r \sin 50^0 = 2 \times 5 \times 0.7660 = 7.660$ സെ.മീ

$AC = 2r \sin 60^0 = 2 \times 5 \times 0.8660 = 8.660$ സെ.മീ

$BC = 2r \sin 70^0 = 2 \times 5 \times 0.9397 = 9.397$ സെ.മീ

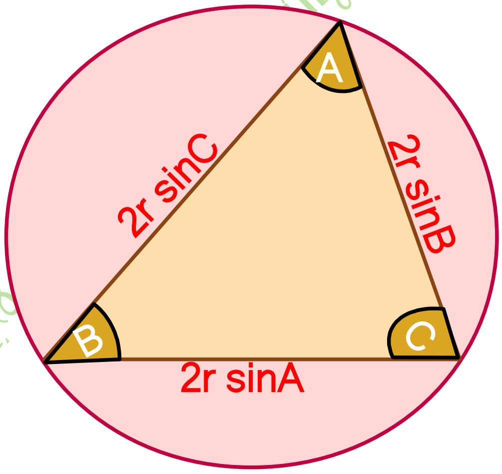


12 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⇨ ക്ലിക്ക്

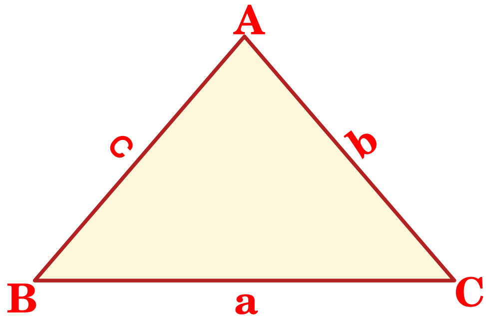
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അവയുടെ എതിർ കോണുകളുടെ sin വിലകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമായിരിക്കും .ഒരു കോൺ 90^0 കൂടുതലായാൽ അതിന്റെ അനുപൂരക കോൺ എടുക്കണം.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ A,B,C യും പരിവൃത്തആരം 'r' ഉം ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 2r sinA , 2r sinB , 2r sinC യും ആയിരിക്കും.



ചിത്രത്തിൽ △ABC യിൽ
∠A യുടെ എതിർവശം a എന്നും
∠B യുടെ എതിർവശം b എന്നും
∠C യുടെ എതിർവശം c എന്നും എടുത്താൽ



$a = 2r \sin A \quad \therefore \frac{a}{\sin A} = 2r$

$b = 2r \sin B \quad \therefore \frac{b}{\sin B} = 2r$

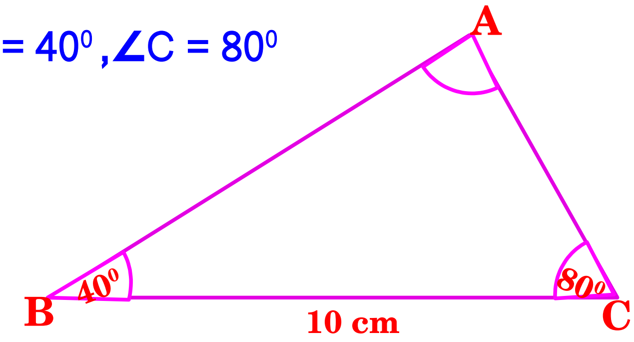
$c = 2r \sin C \quad \therefore \frac{c}{\sin C} = 2r$

ഇതിൽ നിന്നും $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r$ എന്നു കിട്ടും.

(ഇവിടെ 2r എന്നത് പരിവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്)

ചോദ്യം

$\triangle ABC$ യിൽ BC = 10 സെ.മീ , $\angle B = 40^0$, $\angle C = 80^0$ ആയാൽ AB ,AC കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം

$\angle A = 180^0 - (40^0 + 80^0) = 60^0$

AB = c , BC = a , AC = b

എന്നെടുത്താൽ , $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2r$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{10}{\sin 60} = \frac{b}{\sin 40}$$

$$b = \frac{10 \times \sin 40}{\sin 60} = \frac{10 \times 0.6428}{0.8660} = 7.42 \text{ സെ.മീ}$$

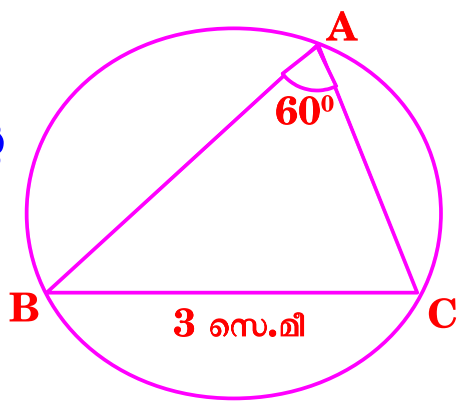
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{10}{\sin 60} = \frac{c}{\sin 80}$$

$$c = \frac{10 \times \sin 80}{\sin 60} = \frac{10 \times 0.9848}{0.8660} = 11.37 \text{ സെ.മീ}$$

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും വരച്ചിരിക്കുന്നു . വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക?



ഉത്തരം

$\angle A = 60^0$, BC = a = 3 സെ.മീ

$2r \sin 60^0 = 3$

$$2r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

$$\sqrt{3}\ r = 3$$

$$r = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ സെ.മീ}$$

ചോദ്യം

5 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു വരയുടെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരക്കണം വരയുടെ ഒരു വശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്തിലെ കോൺ 80^0 ആയിരിക്കുകയും വേണം.വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയായെടുക്കണം .

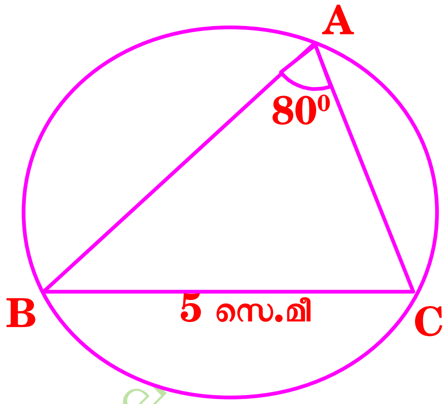
ഉത്തരം

$$2r\sin 80^0 = 5$$

$$r = \frac{5}{2\sin 80}$$

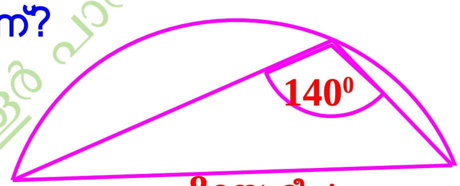
$$r = \frac{5}{2\times 0.9848} = \frac{5}{1.9696}$$

$r = 2.54$ സെ.മീ



ചോദ്യം

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് . വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര സെന്റീമീറ്ററാണ്?



ഉത്തരം

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r

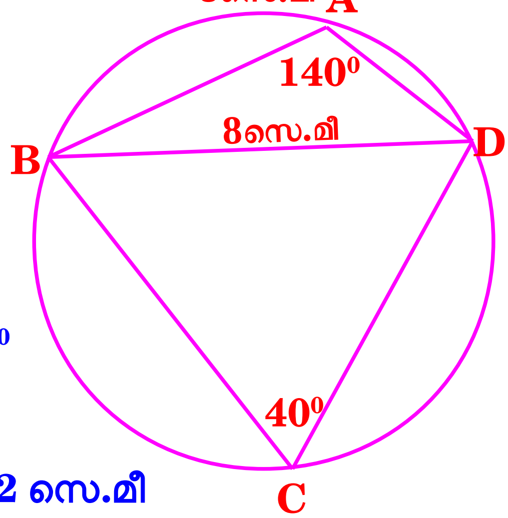
ഒരു കോൺ 90^0 യിൽ കൂടുതലായാൽ അതിന്റെ അനുപൂരക കോൺ എടുക്കണം.

$\angle A = 140^0$

$BD = 2r\sin(180^0 - 140^0) = 2r\sin 40^0$

$2r\sin 40^0 = 8$

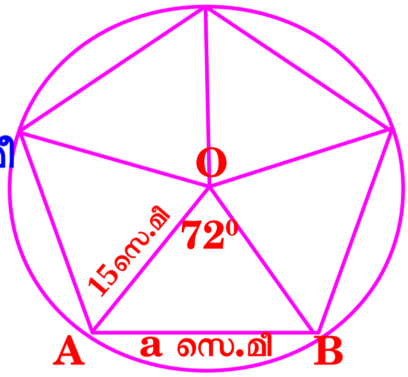
$$r = \frac{8}{2\sin 40} = \frac{4}{0.6428} = 6.22$$ സെ.മീ



ചോദ്യം

ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ മൂലകളല്ലാം 15 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്.ആ സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

ഉത്തരം



വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r =15 സെ.മീ

സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഒരു വശം = a സെ.മീ

AB എന്ന ഞാൺ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ

ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = $\frac{360}{5} = 72^0$

$$a = 2r \sin \frac{72^0}{2} = 2r\sin 36^0$$

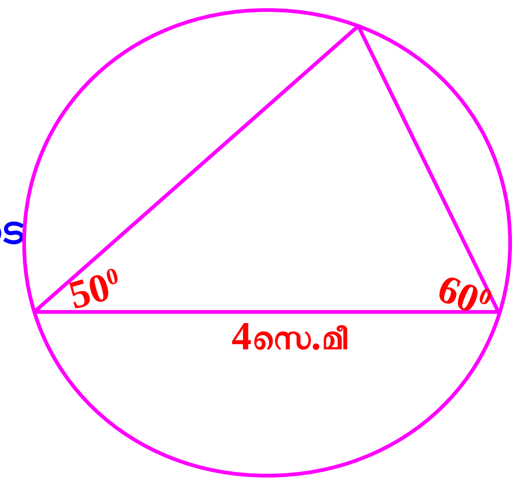
$$a = 2 \times 15 \times \sin 36^0 = 30 \times 0.5878 = 17.634$$ സെ.മീ

സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം = 17.634 സെ.മീ

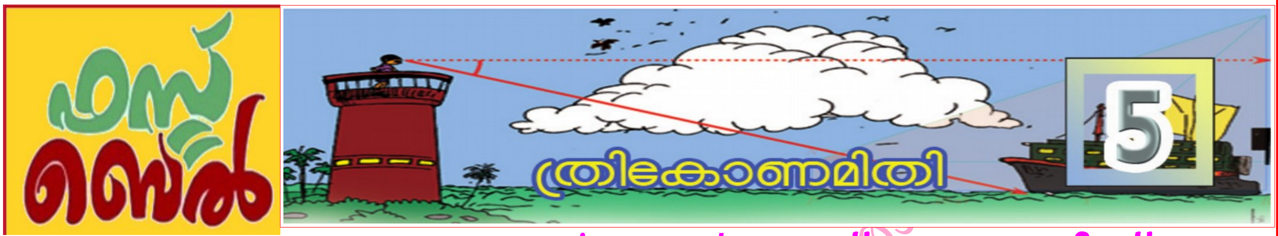
കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

1) വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെന്റീമീറ്ററായ സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം എത്ര സെന്റീമീറ്ററാണ്?

2) ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും കാണിച്ചിരിക്കുന്നു .

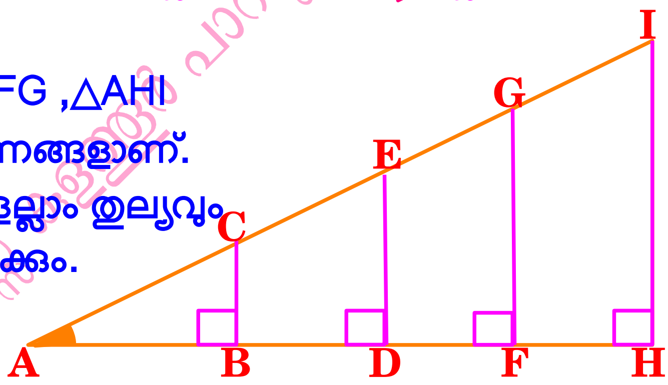


i) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണക്കാക്കുക
ii) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക



13 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

ചിത്രത്തിൽ △ABC ,△ADE ,△AFG ,△AHI
ഇവയെല്ലാം സദൃശ മട്ടത്രികോണങ്ങളാണ്.
അതായത് ഇവയുടെ കോണുകളെല്ലാം തുല്യവും
വശങ്ങൾ ആനുപാതികവുമായിരിക്കും.



$$\sin A = \frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}} = \frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} = \frac{FG}{AG} = \frac{HI}{AI}$$

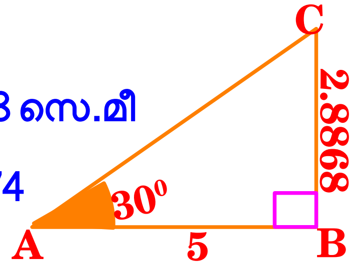
$$\cos A = \frac{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}} = \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AG} = \frac{AH}{AI}$$

ഇനി മറ്റൊരളവ് പരിഗണിക്കാം,
മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു കോണിന്റെ എതിർവശത്തെ സമീപവശം
കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ കോണിന്റെ ടാൻജെന്റ് എന്നാണ്
പറയുന്നത്. ചുരുക്കി tan എന്നാണ് എഴുതുന്നത്. അതായത്

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}$$

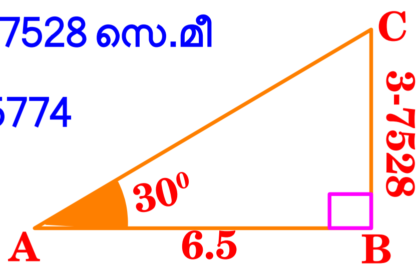
△ABC യിൽ $\angle A = 30^0$, AB = 5 സെ.മീ, BC = 2.8868 സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{2.8868}{5} = 0.5774$$



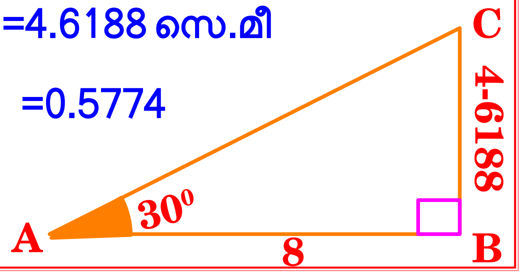
△ABC യിൽ $\angle A = 30^0$, AB = 6.5 സെ.മീ, BC = 3.7528 സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{3.7528}{6.5} = 0.5774$$

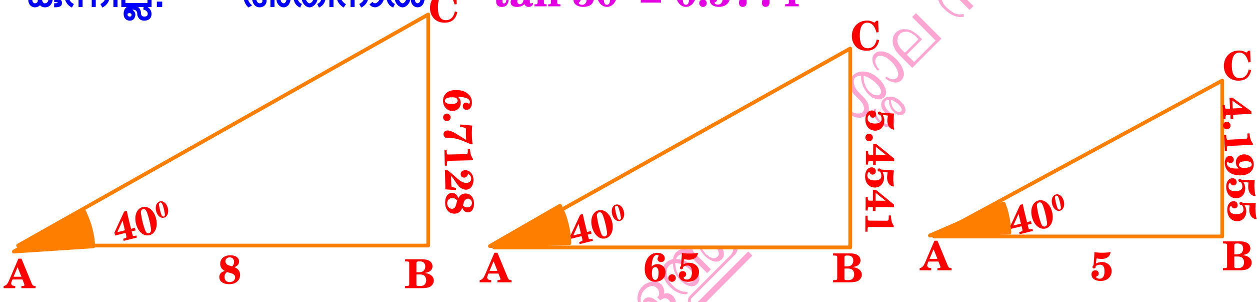


△ABC യിൽ $\angle A = 30^0$, AB = 8 സെ.മീ, BC = 4.6188 സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{4.6188}{8} = 0.5774$$



ഇവിടെ മൂന്നുദാഹരണങ്ങളിലും എതിർവശത്തിനും സമീപവശത്തിനും മാറ്റമുണ്ടായിട്ടും കോണളവിന് മാറ്റമില്ല അതിനാൽ tan വിലയ്ക്കും മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല. അതിനാൽ $\tan 30^0 = 0.5774$



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 40^0, AB = 8$ സെ.മീ, $BC = 6.7128$ സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{6.7128}{8} = 0.8391$$

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 30^0, AB = 8$ സെ.മീ, $BC = 5.4541$ സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{5.4541}{6.5} = 0.8391$$

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 30^0, AB = 8$ സെ.മീ, $BC = 4.1955$ സെ.മീ

$$\frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB} = \frac{4.1955}{5} = 0.8391$$

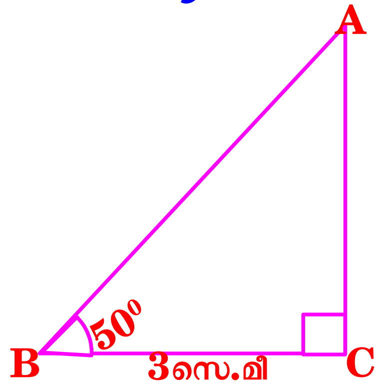
ഇവിടെയുള്ള മൂന്നുദാഹരണങ്ങളിലും എതിർവശത്തിനും സമീപവശത്തിനും മാറ്റമുണ്ടായിട്ടും കോണളവിന് മാറ്റമില്ല അതിനാൽ tan വിലയ്ക്കും മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല. അതിനാൽ $\tan 40^0 = 0.8391$

ചോദ്യം

$\triangle ABC$ യിൽ $\angle C = 90^0$, $\angle B = 50^0, BC = 3$ സെ.മീ ആയാൽ AC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം

രീതി-1



$$\cos 50^0 = \frac{BC}{AB}$$

$$AB = \frac{BC}{\cos 50^0} = \frac{3}{0.6428}$$

$\therefore$ മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ BC=3 സെ.മീ, $AB = \frac{3}{0.6428}$ സെ.മീ

പൈതാഗറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച്,

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$\therefore\ AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$$

രീതി-2

മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $\tan 50^0 = \dfrac{AC}{BC}$

$$AC = BC \times \tan 50^0$$

$$AC = 3 \times 1.1918$$

$$= 3.5754 \text{ സെ.മീ}$$

$$= 3.6 \text{ സെ.മീ}$$

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിൽ കുറെ സ്റ്റെപ്പുകൾ കാണാം .
ഓരോ സ്റ്റെപ്പുകളുടെയും വീതി 20 സെ.മീ
സ്റ്റെപ്പിന്റെ ചരിവ് തറയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന
കോൺ 35^0 യുമാണ്.നിൽക്കുന്ന ആൾ
തറ നിരപ്പിൽ നിന്നും എത്ര ഉയരത്തിലാണ്?

ഉത്തരം

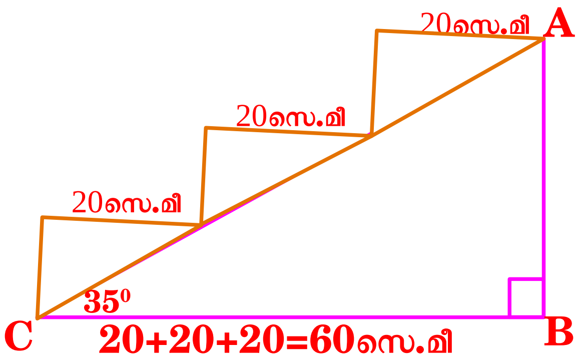
$BC = 20+20+20 = 60$ സെ.മീ

$\tan 35^0 = \dfrac{AB}{BC}$

$AB = BC \times \tan 35^0$

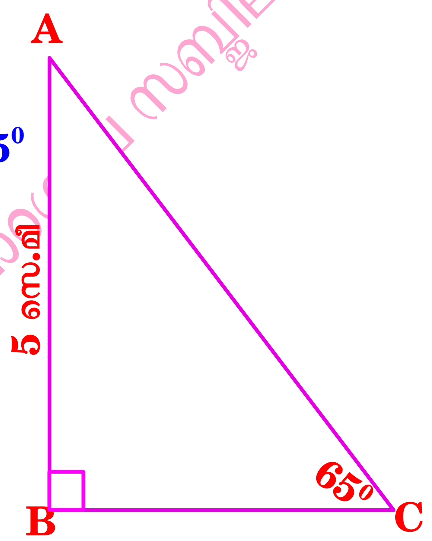
$= 60 \times 0.7002$

$= 42.01$ സെ.മീ



തറയിൽ നിന്ന് ആൾ നിൽക്കുന്ന ഉയരം = 42 സെ.മീ

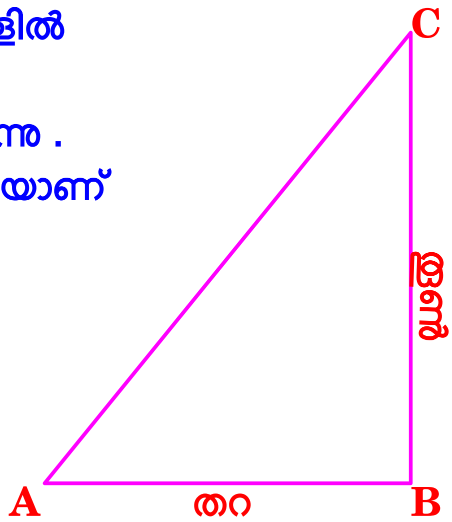
കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം



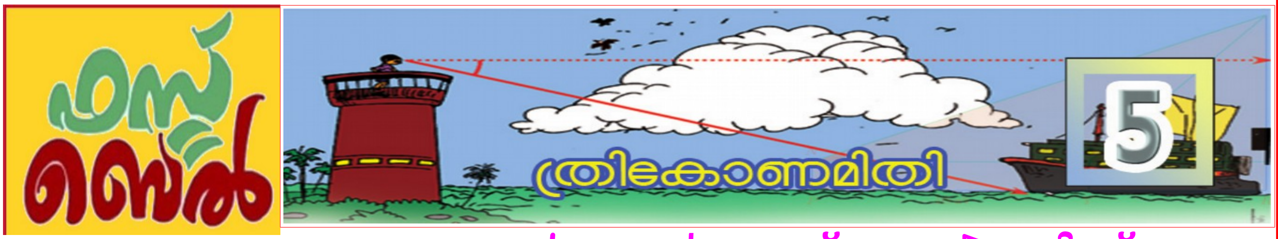
1) **ABC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ ,$\angle C = 65^0$**

AB = 5 സെ.മീ ആയാൽ

BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?



2) **ലംബമായി നിൽക്കുന്ന ഒരു തൂണിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ഒരു കയർ തറയുമായി 50^0 കോൺ വരത്തക്കവിധത്തിൽ വലിച്ചുകെട്ടിയിരിക്കുന്നു . തൂണിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 3 മീറ്റർ അകലെയാണ് കയർ കെട്ടിയിരിക്കുന്നതെങ്കിൽ തൂണിന്റെ ഉയരം കാണുക?**



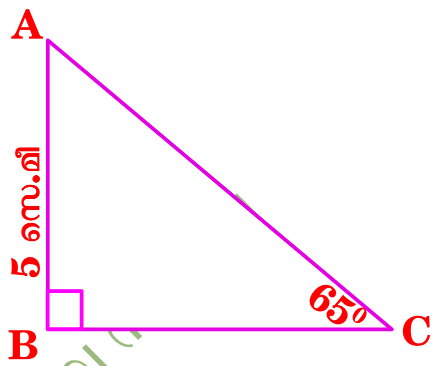
16 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

1) ABC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ , $\angle C = 65^0$

AB = 5 സെ.മീ ആയാൽ

BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?



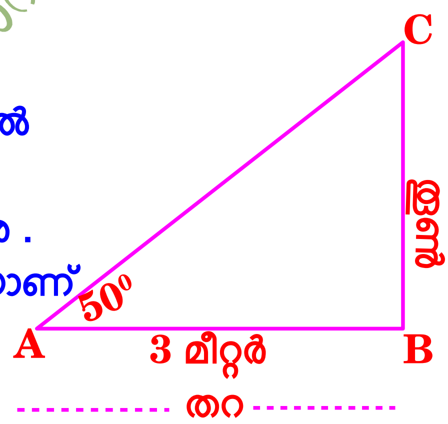
ഉത്തരം

$$\tan C = \frac{\angle C \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle C \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{AB}{BC}$$

$$BC = \frac{AB}{\tan 65^0} = \frac{5}{2.1445} = 2.33 \text{ സെ.മീ}$$

ചോദ്യം

2) ലംബമായി നിൽക്കുന്ന ഒരു തൂണിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ഒരു കയർ തറയുമായി 50^0 കോൺ വരത്തക്കവിധത്തിൽ വലിച്ചുകെട്ടിയിരിക്കുന്നു . തൂണിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 3 മീറ്റർ അകലെയാണ് കയർ കെട്ടിയിരിക്കുന്നതെങ്കിൽ തൂണിന്റെ ഉയരം കാണുക?



ഉത്തരം

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 50^0 = \frac{BC}{3}$$

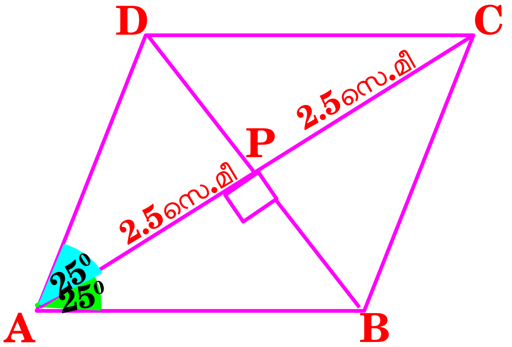
$$\therefore BC = 3 \times \tan 50^0 = 3 \times 1.1918 = 3.5754 \text{ മീറ്റർ}$$

തൂണിന്റെ ഉയരം = 3.58 മീറ്റർ

ചോദ്യം

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 50^0 ആണ്. വലിയ വികർണ്ണം 5 സെന്റീമീറ്ററും.അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

ഉത്തരം



ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ കോൺ സമഭാജികളും പരസ്പരം ലംബസമഭാജികളുമാണ്. അതിനാൽ ,

$PA = PC = \frac{5}{2} = 2.5$ സെ.മീ കൂടാതെ $\angle PAB = \angle PAD = \frac{50^0}{2} = 25^0$

മട്ടത്രികോണം $\triangle APB$ യിൽ , $\tan 25^0 = \frac{PB}{PA} = \frac{PB}{2.5}$

$PB = 2.5 \times 0.4663 = 1.16575 = 1.165$ സെ.മീ

വികർണ്ണം $= BD = 2 \times PB = 2 \times 1.165 = 2.33$ സെ.മീ

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2.33$

$= 2.5 \times 2.33$

$= 5.825$ ച.സെ.മീ

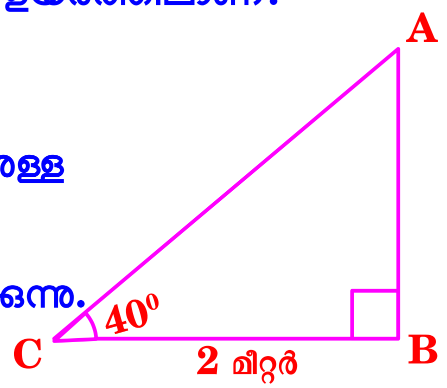
$= 5.83$ ച.സെ.മീ

ചോദ്യം

മതിലിന്മേൽ ഏണി ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു . ഏണിയുടെ ചുവട് മതിലിൽ നിന്ന് 2 മീറ്റർ അകലെയാണ് .ഏണിയും തറയുമായുള്ള കോൺ 40^0 യും ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയിൽ നിന്ന് എത്ര ഉയരത്തിലാണ്?

ഉത്തരം

$\triangle ABC$ യിൽ AC , AB , BC യഥാക്രമം ഏണി ,ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയിൽ നിന്നുള്ള അകലം,ഏണിയുടെ ചുവടും മതിലും തമ്മിലുള്ള അകലം എന്നിവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



BC = 2 മീറ്റർ

$$\tan 40^0 = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{2}$$

AB = 2 × 0.8391= 1.6782 മീറ്റർ

ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയിൽ നിന്നുള്ള അകലം = 1.7 മീറ്റർ

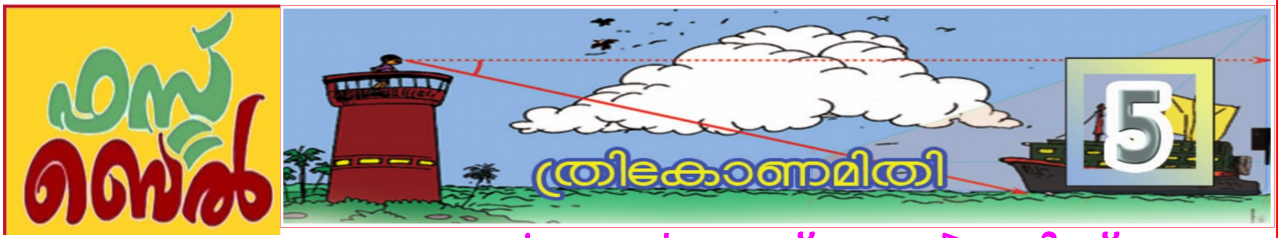
പ്രാക്ടിക്കൽ

sin , cos , tan എന്നിവയുടെ വിവിധ കോണളവുകളുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള ഒരു പഠനോപകരണ നിർമ്മാണം

ഇവിടെ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് കാണുക ക്ലിക്ക്

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ത്രികോണമിതി അളവു പട്ടിക ഉപയോഗിക്കാതെ $\tan 30^0$, $\tan 45^0$, $\tan 60^0$ എന്നീ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുക

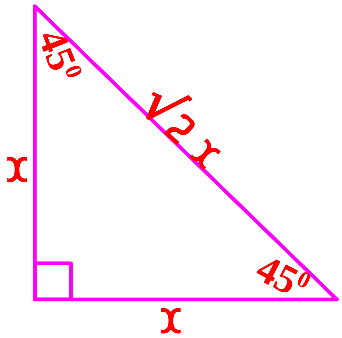


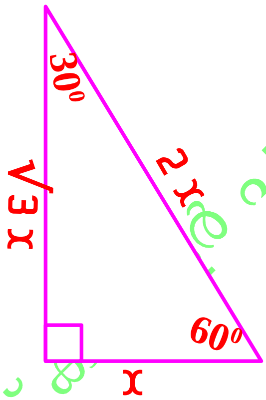
17 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

ത്രികോണമിതി അളവു പട്ടിക ഉപയോഗിക്കാതെ $\tan 30^0$, $\tan 45^0$, $\tan 60^0$ എന്നീ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുക

ഉത്തരം





45^0 ന്റെ എതിർവശം = x

45^0 ന്റെ സമീപവശം = x

30^0 ന്റെ എതിർവശം = x

30^0 ന്റെ സമീപവശം = $\sqrt{3}x$

60^0 ന്റെ എതിർവശം = $\sqrt{3}x$

60^0 ന്റെ സമീപവശം = x

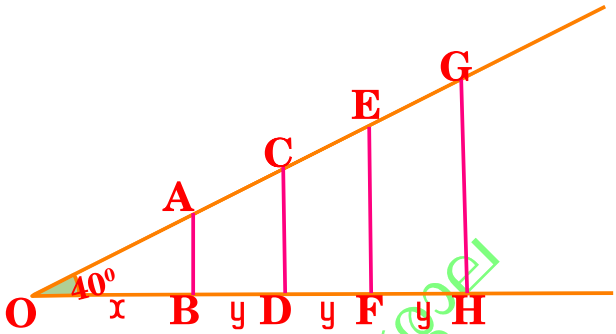
$$\tan 30^0 = \frac{30^0 \text{ യുടെ എതിർവശം}}{30^0 \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 45^0 = \frac{45^0 \text{ യുടെ എതിർവശം}}{45^0 \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{x}{x} = 1$$

$$\tan 60^0 = \frac{60^0 \text{ യുടെ എതിർവശം}}{60^0 \text{ യുടെ സമീപവശം}} = \frac{\sqrt{3}x}{x} = \sqrt{3}$$

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിലെ കുത്തനെയുള്ള വരകൾ ഒരേ അകലം ഇടവിട്ടാണ് വരച്ചിരിക്കുന്നത്.അവയുടെ ഉയരങ്ങൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?



ഉത്തരം

ചിത്രത്തിൽ $\angle O = 40^0$

$OB = x$, $BD = DF = FH = y$ എന്നിരിക്കട്ടെ

$\triangle OAB$ യിൽ , $\tan 40^0 = \frac{AB}{x}$

$$AB = x \times \tan 40^0 = x \tan 40^0$$

ഇതുപോലെ $CD = (x + y) \tan 40^0 = x \tan 40^0 + y \tan 40^0$

$$EF = (x + 2y) \tan 40^0 = x \tan 40^0 + 2y \tan 40^0$$

$$GH = (x + 3y) \tan 40^0 = x \tan 40^0 + 3y \tan 40^0$$

$x \tan 40^0, (x + y) \tan 40^0, (x + 2y) \tan 40^0, (x + 3y) \tan 40^0$ ഇവ

സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ് .പൊതുവ്യത്യാസം $y \tan 40^0$.

$\therefore$ ഉയരങ്ങൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ് .

ചോദ്യം

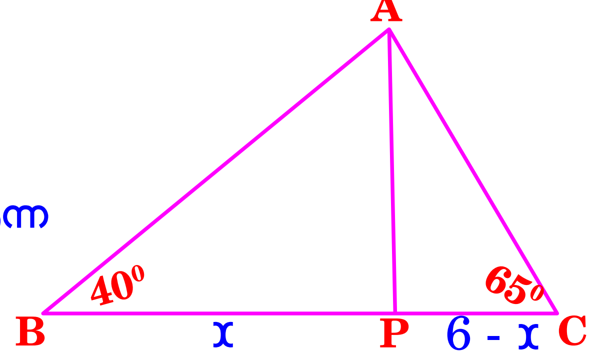
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 സെ.മീ അതിലെ രണ്ട് കോണുകൾ 45^0 യും 65^0 യും ആണ് . ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം

$\triangle ABC$ യിൽ $BC = 6$ സെ.മീ

$\angle B = 40^0$, $\angle C = 65^0$

A യിൽ നിന്നും BC യിലേയ്ക്ക് AP എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക .



മട്ടത്രികോണം APB യിൽ $\tan 40^0 = \frac{AP}{x}$

$$AP = x \tan 40^0 \quad \text{.........} \; 1$$

മട്ടത്രികോണം APC യിൽ $\tan 65^0 = \frac{AP}{6-x}$

$$AP = (6-x)\tan 65^0 \quad \text{.........} \; 2$$

1 , 2 ൽ നിന്നും , $x \tan 40^0 = (6-x)\tan 65^0$

$$x \tan 40^0 = 6\tan 65^0 - x\tan 65^0$$

$$x\tan 40^0 + x\tan 65^0 = 6\tan 65^0$$

$$x(\tan 40^0 + \tan 65^0) = 6\tan 65^0$$

$$x = \frac{6\tan 65^0}{(\tan 40^0 + \tan 65^0)}$$

$$= \frac{6 \times 2.1445}{(0.8391 + 2.1445)}$$

$$= \frac{12.867}{2.9836}$$

= 4.3126 സെ.മീ

$AP = x\tan 40^0 = 4.3126 \times 0.8391 = 3.6187$ സെ.മീ

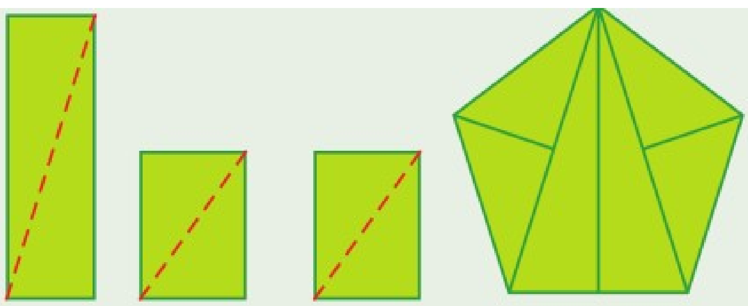
ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AP$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3.6187$$

= 10.86 ച.സെ.മീ

ചോദ്യം

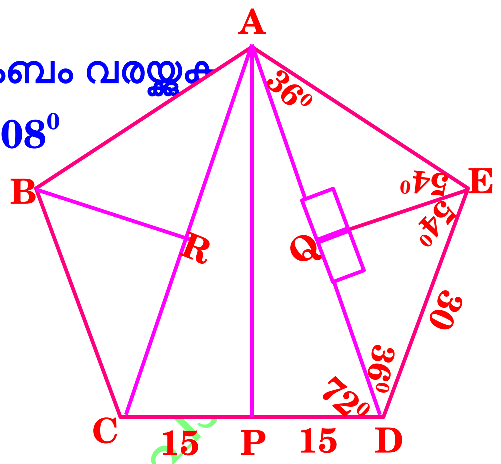
മൂന്നു ചതുരങ്ങൾ വികർണത്തിലൂടെ മുറിച്ചു ത്രികോണങ്ങളാക്കി, ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ചേർത്തുവച്ച്, ഒരു സമപഞ്ചഭുജമുണ്ടാക്കണം.



പഞ്ചഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 30 സെന്റിമീറ്റർ ആകണമെങ്കിൽ, ചതുരങ്ങളുടെ നീളവും വീതിയും എത്രയായിരിക്കണം?

ഉത്തരം

ഒരു വശങ്ങളുടെ നീളം 30 സെ.മീ
ആയ ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ് ABCDE
A യിൽ നിന്നും CD യിലേയ്ക്ക് AP എന്ന
ലംബം വരയ്ക്കുക .
E യിൽ നിന്നും AD യിലേയ്ക്ക് EQ എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക



സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഒരു കോണളവ് = 108^0

$\angle AED$ യുടെ സമഭാജിയാണ് **EQ .**

$\angle AEQ = \angle DEQ = 54^0$

$\angle EDQ = 90 - 54 = 36^0$

$\angle PDA = 108 - 36 = 72^0$

മട്ടത്രികോണം DEQ യിൽ $\cos 54^0 = \frac{QE}{DE} = \frac{QE}{30}$

$QE = 30 \times \cos 54^0$

$= 30 \times 0.5878 = 17.63$ സെ.മീ

$\tan 54^0 = \frac{QD}{QE} = \frac{QD}{17.63}$

$QD = 17.63 \times 1.3764 = 24.27$ സെ.മീ

$CD = 30$ സെ.മീ $\quad PD = 15$ സെ.മീ

മട്ടത്രികോണം APD യിൽ $\tan 72^0 = \frac{AP}{PD} = \frac{AP}{15}$

$AP = 15 \times \tan 72^0$

$= 15 \times 3.0777 = 46.1655$ സെ.മീ

ചെറിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം=24.27 സെ.മീ,വീതി=17.63 സെ.മീ

വലിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം=46.17 സെ.മീ,വീതി=15 സെ.മീ

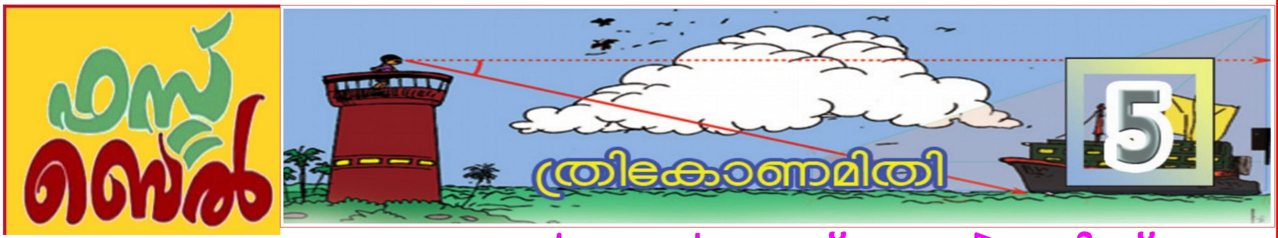
കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

1) ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 140^0.അതിന്റെ ചെറിയ വികർണത്തിന്റെ നീളം 6 സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ പരപ്പളവെന്ത്?

2) $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ ,$\angle A = 50^0$,$\angle B = 70^0$,ആയാൽ

(i) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കാണുക?

(ii) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?

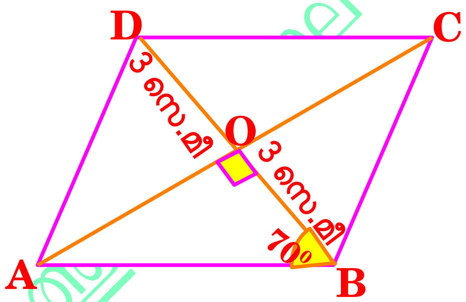


19 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

1) ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ **140^0**.അതിന്റെ ചെറിയ വികർണത്തിന്റെ നീളം **6** സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ പരപ്പളവെന്ത്?

ഉത്തരം



$\triangle OAB$ യിൽ $\angle AOB = 90^0$, $\angle B = 70^0$

$$\tan 70^0 = \frac{OA}{OB} = \frac{OA}{3}$$

$$\therefore OA = 3 \times \tan 70^0 = 3 \times 2.7475$$
$$= 8.2425$$

$AC = 2 \times 8.2425 = 16.485$ സെ.മീ

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AC \times DB = \frac{1}{2} \times 16.485 \times 6 = 49.455$ ച.സെ.മീ

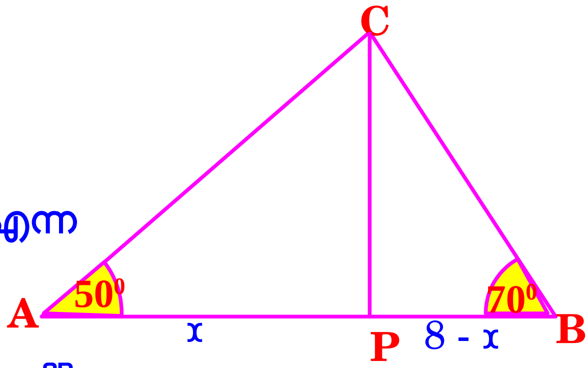
ചോദ്യം

2) $\triangle ABC$ യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ ,$\angle A = 50^0$,$\angle B = 70^0$,ആയാൽ

(i) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കാണുക?

(ii) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?

ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ

$\angle A = 50^0$, $\angle B = 70^0$

C യിൽ നിന്നും AB യിലേയ്ക്ക് CP എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക .

മട്ടത്രികോണം CAP യിൽ $\tan 50^0 = \frac{CP}{x}$

$CP = x \tan 50^0$ ---------- (1)

മട്ടത്രികോണം BPC യിൽ $\tan 70^0 = \frac{CP}{8-x}$

$CP = (8-x) \tan 70^0$.............. (2)

1 , 2 ൽ നിന്നും , $x \tan 50^0 = (8-x) \tan 70^0$

$$x \tan 50^0 = 8\tan 70^0 - x \tan 70^0$$

$$x \tan 50^0 + x \tan 70^0 = 8\tan 70^0$$

$$x (\tan 50^0 + \tan 70^0) = 8\tan 70^0$$

$$x = \frac{8 \tan 70^0}{(\tan 50^0 + \tan 70^0)}$$

$$= \frac{8 \times 2.7475}{(1.1918 + 2.7475)}$$

$$= \frac{21.98}{3.9393}$$

= 5.5796 = 5.58 സെ.മീ

(i) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം $CP = x \tan 50^0 = 5.58 \times 1.1918$

=6.65 സെ.മീ

(ii) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times AB \times CP$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.65 = 26.6$ ച.സെ.മീ

അകലങ്ങളും ഉയരങ്ങളും

സാധാരണയായി നമ്മുടെ നോട്ടത്തിന്റെ പാത നിലത്തിന് സമാന്തരമാണ്. ഉയരത്തിലുള്ളവയെ നോക്കുമ്പോൾ , ഇത് മേൽപ്പോട്ടുയരും . നേരെനോട്ടത്തിനും ഉയർത്തിയനോട്ടത്തിനും ഇടയ്ക്കുള്ള കോണിനെ **മേൽക്കോൺ** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ക്ലൈനോമീറ്റർ

കോണുകൾ അളക്കാനുപയോഗിക്കുന്ന ഉപകരണമാണ് ക്ലൈനോമീറ്റർ.

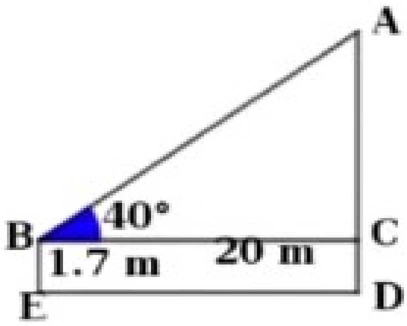
ക്ലൈനോമീറ്ററിന്റെ ലഘുവായ രൂപം ഇതുപോലെ നമുക്കും നിർമ്മിക്കാം. [പാഠപുസ്തകത്തിലെ പേജ് നമ്പർ 119 ലെ സൈഡ് ബോക്സ് നോക്കുക]

ചോദ്യം

ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 20 മീറ്റർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു .ആളുടെ ഉയരം 1.7 മീറ്ററായാൽ മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക?

ഉത്തരം

ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക ചിത്രത്തിൽ AD,BE ഇവ യഥാക്രമം മരത്തിന്റെ ഉയരത്തേയും ആളിന്റെ ഉയരത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



BE = CD = 1.7 മീറ്റർ

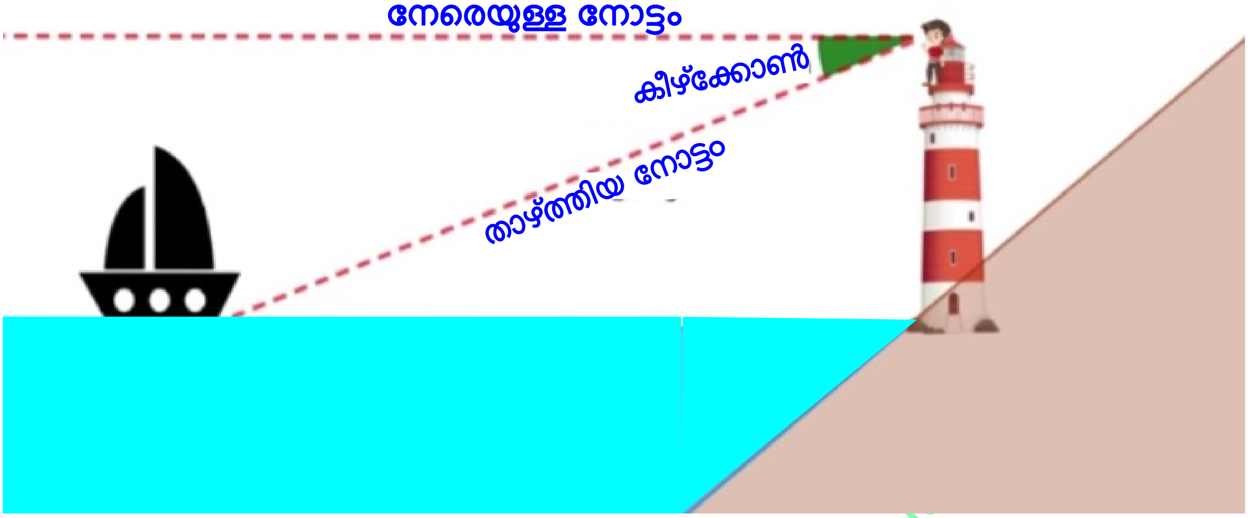
$\triangle ABC$ യിൽ $\angle B = 40^0$ BC = 20 മീറ്റർ

$$\tan 40^0 = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{20}$$

$$AC = 20 \times \tan 40^0 = 20 \times 0.84 = 16.8 \text{ മീറ്റർ}$$

$$AD = AC + CD = 16.8 + 1.7 = 18.5 \text{ മീറ്റർ}$$

$\therefore$ മരത്തിന്റെ ഉയരം = 18.5 മീറ്റർ



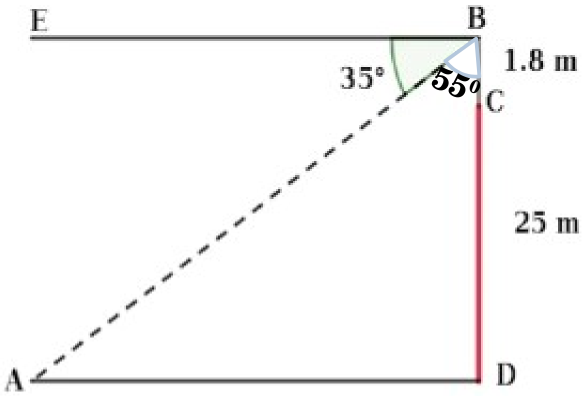
ഉയരത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ താഴെയുള്ളവയെ കാണാൻ നോട്ടം **താഴ്ത്തേണ്ടി** വരും ഇങ്ങനെയുണ്ടാകുന്ന കോണിനെ **കീഴ്ക്കോൺ** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ചോദ്യം

25 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് 1.8 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരാൾ കടലിൽ കിടക്കുന്ന ഒരു കപ്പൽ 35^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു. ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് കപ്പലിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കാണുക?

ഉത്തരം

ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക ചിത്രത്തിൽ CD,BC,AD ഇവ യഥാക്രമം ലൈറ്റ്ഹൗസും , ആളിന്റെ ഉയരവും, ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് കപ്പലിലേയ്ക്കുള്ള അകലത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



$\triangle ADB$ യിൽ ,

BD = BC + CD = 25 + 1.8 =26.8 മീറ്റർ

$\angle EBA = 35^0$, $\angle ABD = 90^0 - 35^0 = 55^0$

$$\tan 55^0 = \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{26.8}$$

$AD = 26.8 \times \tan 55^0 = 26.8 \times 1.4281 = 38.27$ **മീറ്റർ**

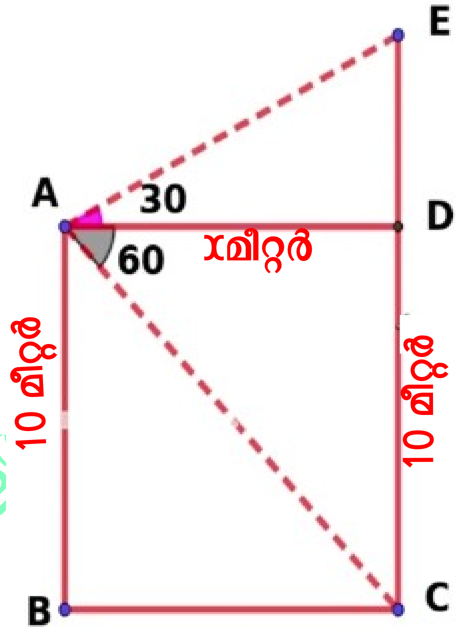
∴**ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കപ്പലിലേയ്ക്കുള്ള അകലം=38.27 മീറ്റർ**

ചോദ്യം

10 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി കുറച്ചകലെയുള്ള ഒരു ടവറിന്റെ മുകളറ്റം 30^0 മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. ടവറിന്റെ കീഴറ്റം 60^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു.എങ്കിൽ ടവറിന്റെ ഉയരവും കെട്ടിടത്തിൽ നിന്നും ടവറിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരവും കാണുക?

ഉത്തരം

ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



AB,CE ഇവ യഥാക്രമം കെട്ടിടത്തെയും ടവറിനെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

AB =CD = 10 മീറ്റർ

$\angle DAE = 30^0$, $\angle DAC = 60^0$

$\angle DCA = 30^0$,

AD = x എന്നിരിക്കട്ടെ

$\triangle CAD$ ലെ കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$

$CD = \sqrt{3}x$

$\sqrt{3}x = 10$

$x = \frac{10}{\sqrt{3}}$ ∴ AD = $\frac{10}{\sqrt{3}}$ മീറ്റർ

$\triangle AED$ ലെ കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$

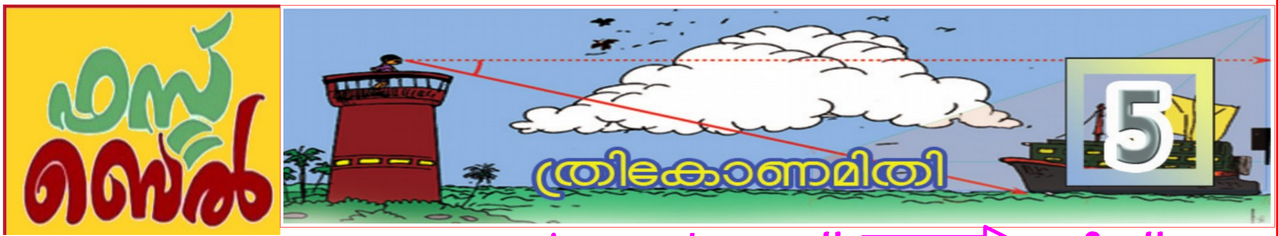
$$DE = \frac{10}{\sqrt{3}} \div \sqrt{3} = \frac{10}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{3} = 3.33 \text{ മീറ്റർ}$$

ടവറിന്റെ ഉയരം = CE = CD + DE = 10 + 3.33 = 13.33 മീറ്റർ

കെട്ടിടത്തിൽ നിന്നും ടവറിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം AD = $\frac{10}{\sqrt{3}}$ മീറ്റർ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

സൂര്യൻ 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുമ്പോൾ ഒരു മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 18 മീറ്റർ നീളമുണ്ട്. മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക?

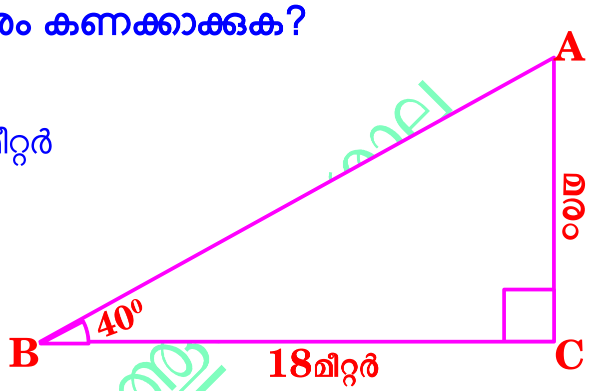


20 – 11 - 2020 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം

സൂര്യൻ 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുമ്പോൾ ഒരു മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 18 മീറ്റർ നീളമുണ്ട് . മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരം



$\triangle ABC$ യിൽ $\angle B = 40^0$ $BC = 18$ മീറ്റർ

$$\tan 40^0 = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{18}$$

$AC = 18 \times \tan 40^0$

$= 18 \times 0.84 = 15.12$ മീറ്റർ

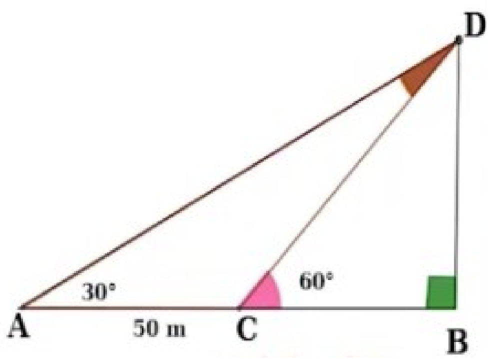
മരത്തിന്റെ ഉയരം = 15.12 മീറ്റർ

ചോദ്യം

ചിത്രത്തിൽ $\angle B = 90^0$, $AC = 50$ മീറ്റർ

$\angle DCB = 60^0, \angle DAB = 30^0$ ആയാൽ

BC , BD യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക?



ഉത്തരം

ചിത്രത്തിൽ $\triangle ACD$ യുടെ ബാഹ്യകോണാണ് $\angle DCB$

$\therefore \angle ADC = \angle DCB - \angle DAC = 60^0 - 30^0 = 30^0$

ഇവിടെ $\angle ADC = \angle DAC$ അതിനാൽ $\triangle ACD$ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്. തുല്യകോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .

$\therefore AC = CD = 50$ മീറ്റർ

$\triangle DCB$ ലെ കോണുകൾ $30^0, 60^0, 90^0$ വീതമാണ്.

$BC = x$ മീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ $BD = \sqrt{3}x$ മീറ്റർ ഉം $CD = 2x$ മീറ്ററുമായിരിക്കും

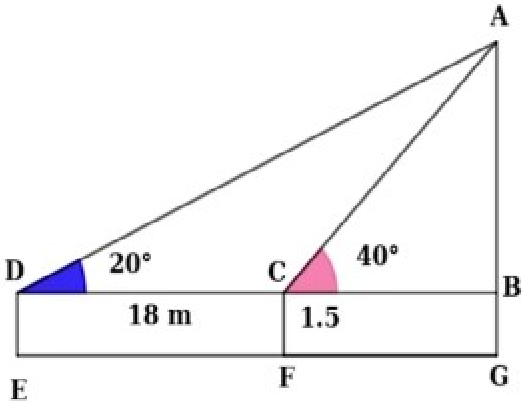
ഇവിടെ $CD = 50$ മീറ്റർ അതായത് $2x = 50$ $\therefore x = \frac{50}{2} = 25$ മീറ്റർ

അതിനാൽ BC = 25 മീറ്റർ BD = $25\sqrt{3}$ മീറ്റർ

ചോദ്യം

1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള മനു അകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 40^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു.18 മീറ്റർ പുറകോട്ടു മാറിനിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ ഇത് 20^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത് .എങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

ഉത്തരം



ആദ്യം ചോദ്യത്തിനനുസരിച്ച് ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക .ഇതിൽ AG മരത്തിന്റെ ഉയരത്തേയും DE CF=BG =1.5 മീറ്റർ മനുവിന്റെ ഉയരത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

DC = 18 മീറ്റർ , $\angle ADC = 20^0$,

$\angle ACB = 40^0$

ചിത്രത്തിൽ $\triangle ACD$ യുടെ ബാഹ്യകോണാണ് $\angle ACB$

$\therefore \angle DAC = \angle ACB - \angle ADC = 40^0 - 20^0 = 20^0$

ഇവിടെ $\angle ADC = \angle DAC$ അതിനാൽ $\triangle ACD$ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്. തുല്യകോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .

$\therefore AC = CD = 18$ മീറ്റർ

$\triangle ACB$ യിൽ $\angle ACB = 40^0$, AC= 18 മീറ്റർ

$$\sin 40^0 = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{18}$$

$AB = 18 \times \sin 40^0 = 18 \times 0.64 = 11.52$ മീറ്റർ

$\therefore AG = AB + BG = 11.52 + 1.5 = 13.02$ മീറ്റർ

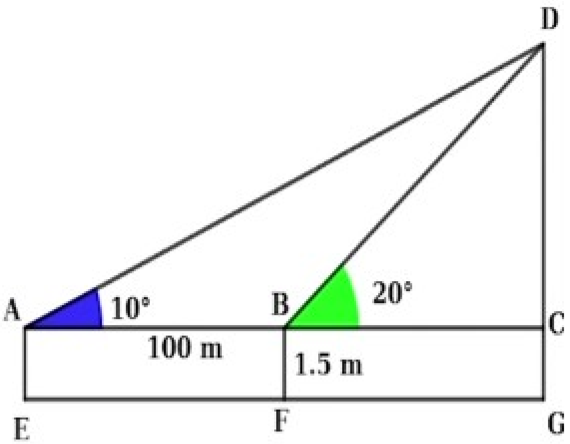
മരത്തിന്റെ ഉയരം = 13.02 മീറ്റർ

ചോദ്യം

1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള മനു , കുറെ അകലെയുള്ള കുന്നിന്റെ മുകളറ്റം 20^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു.പുറകോട്ട് 100 മീറ്റർ മാറി നിന്ന് നോക്കിയപ്പോൾ കുന്നിന്റെ മുകളറ്റം 10^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത് .എങ്കിൽ കുന്നിന്റെ ഉയരം കാണുക ?($\sin 20^0 = 0.342$)

ഉത്തരം

ആദ്യം ചോദ്യത്തിനനുസരിച്ച് ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക .ഇതിൽ DG കുന്നിന്റെ ഉയരത്തെയും **AE=BF=CG=1.5** മീറ്റർ മനുവിന്റെ ഉയരത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



AB =100 മീറ്റർ , $\angle DAB = 10^0$

$\angle DBC = 20^0$

ചിത്രത്തിൽ $\triangle ABD$ യുടെ ബാഹ്യകോണാണ് $\angle DBC$

$\therefore \angle ADB = \angle DBC - \angle DAB = 20^0 - 10^0 = 10^0$

ഇവിടെ $\angle ADB = \angle DAB$ അതിനാൽ $\triangle ADB$ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്. തുല്യകോണുകൾക്കെതിരെ വരുന്ന വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .

$\therefore AB = DB = 100$ മീറ്റർ

$\triangle DBC$ യിൽ $\angle DBC = 20^0$, $BD = 100$ മീറ്റർ

$$\sin 20^0 = \frac{CD}{DB} = \frac{CD}{100}$$

$CD = 100 \times \sin 20^0 = 100 \times 0.342 = 34.2$ മീറ്റർ

$\therefore DG = CD + CG = 34.2 + 1.5 = 35.7$ മീറ്റർ

കുന്നിന്റെ ഉയരം = 35.7 മീറ്റർ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

1.5 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള മനു അക്കരെയോടു ചേർന്നു നിൽക്കുന്ന മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 30^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു.50 മീറ്റർ മാറി നിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 15^0 മേൽക്കോണിൽ കണ്ടു . എങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരവും പുഴയുടെ വീതിയും കാണുക?