

വണ്ടൂർ ഗണിതം - എസ്.എസ്.എൽ.സി പഠനസഹായി 2021

1.സമാന്തരശ്രേണികൾ

പ്രധാനപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ

● ഏതെങ്കിലും നിയമം അനുസരിച്ച് ഒന്നാമത്തേത് , രണ്ടാമത്തേത് , മൂന്നാമത്തേത് , എന്നിങ്ങനെ ക്രമമായി എഴുതുന്ന ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ സംഖ്യാശ്രേണി (Number Sequence) എന്ന് പറയുന്നു.

● ഒരു സംഖ്യാശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ ആ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ (Terms) എന്നാണ് പറയുന്നത് .

● ഒരു ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും അവയുടെ സ്ഥാനവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതരീതിയിൽ പറയുന്നതിനെ ആ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം (Algebraic form) എന്ന് പറയുന്നു.

● ഒരു ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദത്തെയാണ് ആശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപമായി എഴുതുന്നത് .

● ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയെ സമാന്തരശ്രേണി എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

● ഏത് പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി . ഈ സ്ഥിരസംഖ്യയെ ആ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ന് പറയുന്നു.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ രണ്ടാംപദം കിട്ടുന്നു .

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 2 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ മൂന്നാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ നാലാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 4 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ അഞ്ചാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 5 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ ആറാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 6 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ ഏഴാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 7 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ എട്ടാംപദം കിട്ടുന്നു.

● ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 8 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ ഒൻപതാംപദം കിട്ടുന്നു.

SARATH A S , GHS ANCHACHAVADI , MALAPPURM

ആദ്യപദത്തോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 9 മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ പത്താംപദം കിട്ടുന്നു.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d ഉം ആയാൽ

രണ്ടാംപദം = $f + d$	16-ാം പദം = $f + 15 d$
മൂന്നാം പദം = $f + 2 d$	21-ാം പദം = $f + 20 d$
നാലാം പദം = $f + 3 d$	31-ാം പദം = $f + 30 d$
അഞ്ചാം പദം = $f + 4 d$	45-ാം പദം = $f + 44 d$
ആറാം പദം = $f + 5 d$	51-ാം പദം = $f + 50 d$
ഏഴാം പദം = $f + 6 d$	62-ാം പദം = $f + 61 d$
എട്ടാം പദം = $f + 7 d$	76-ാം പദം = $f + 75 d$
ഒൻപതാം പദം = $f + 8 d$	84-ാം പദം = $f + 83 d$
പത്താം പദം = $f + 9 d$	98-ാം പദം = $f + 97 d$

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d ഉം ആയാൽ ആ ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം = $d n + f - d$

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏത് രണ്ട് പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം അവയുടെ സ്ഥാന വ്യത്യാസത്തിന്റെയും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് .

ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തന്നിരുന്നാൽ ,

$$, \quad \text{പൊതുവ്യത്യാസം} = \frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}}$$

ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപത്തിന്റെ പൊതുരൂപം $x_n = a n + b$ എന്നാണ് . a എന്നത് ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും $b = f - d$ ഉം ആയിരിക്കും .

- ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യപദത്തിന്റെ മൂന്ന് മടങ്ങാണ് .
- ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ അഞ്ച് പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യപദത്തിന്റെ അഞ്ച് മടങ്ങാണ് .
- ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ ഏഴുപദങ്ങളുടെ തുക മധ്യപദത്തിന്റെ ഏഴുമടങ്ങാണ് .
- ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ ഒൻപതു പദങ്ങളുടെ തുക മധ്യപദത്തിന്റെ ഒൻപതുമടങ്ങാണ് .

n ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ ,

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക = $n \times$ മധ്യപദം

- ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങൾ എടുത്താൽ ആദ്യപദത്തിന്റെയും അവസാനപദത്തിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യപദം .
- ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത അഞ്ച് പദങ്ങൾ എടുത്താൽ ആദ്യപദത്തിന്റെയും അവസാനപദത്തിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യപദം .
- ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത ഏഴു പദങ്ങൾ എടുത്താൽ ആദ്യപദത്തിന്റെയും അവസാനപദത്തിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യപദം .
- ഏത് സമാന്തരശ്രേണിയിലും അടുത്തടുത്ത ഒൻപതുപദങ്ങൾ എടുത്താൽ ആദ്യപദത്തിന്റെയും അവസാനപദത്തിന്റെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യപദം .

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളെടുത്താൽ , ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ജോടി സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ , ആ സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായിരിക്കും

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 4 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_4 = x_2 + x_3$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 5 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_5 = x_2 + x_4$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 6 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_6 = x_2 + x_5 = x_3 + x_4$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 7 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_7 = x_2 + x_6 = x_3 + x_5$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 8 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_8 = x_2 + x_7 = x_3 + x_6 = x_4 + x_5$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 9 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_9 = x_2 + x_8 = x_3 + x_7 = x_4 + x_6$$

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 10 പദങ്ങൾ എടുത്താൽ

$$x_1 + x_{10} = x_2 + x_9 = x_3 + x_8 = x_4 + x_7 = x_5 + x_6$$

ഒന്നുമുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക അവസാനസംഖ്യയുടെയും അതിനടുത്ത എണ്ണൽസംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \times 6}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + 8 = \frac{8 \times 9}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10 \times 11}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = \frac{15 \times 16}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times 101}{2}$

- $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ കുറേ പദങ്ങളുടെ തുക , ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ് .

$$S_n = \frac{n}{2} (x_1 + x_n)$$



സംഖ്യാപാറ്റേൺ 1.

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കൂ.

```

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
... ..
... ..
```

ഇവിടെ ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ ഒരു സംഖ്യ , രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ 2 സംഖ്യകൾ , മൂന്നാമത്തെ വരിയിൽ 3 സംഖ്യകൾ , നാലാമത്തെ വരിയിൽ 4 സംഖ്യകൾ , എന്ന ക്രമത്തിലാണ് സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്നത് . n -) മത്തെ വരിയിൽ n സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാകും .

====> ആകെ n വരിയിലും കൂടി $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$ സംഖ്യകളുണ്ടാകും.

കൂടാതെ ,

ഒന്നാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 1

രണ്ടാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 3 = 1 + 2

മൂന്നാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 6 = 1 + 2 + 3

നാലാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 10 = 1 + 2 + 3 + 4

.....
.....
.....

n -) മത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

n -) മത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ = $\frac{n(n+1)}{2}$

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
.....
.....
..... $\frac{n(n+1)}{2}$

സംഖ്യാപാറ്റേൺ 2.

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കൂ.

1
2 3 4
5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16
.....
.....

ഇവിടെ ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ ഒരു സംഖ്യ , രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ 3 സംഖ്യകൾ , മൂന്നാമത്തെ വരിയിൽ 5 സംഖ്യകൾ , നാലാമത്തെ വരിയിൽ 7 സംഖ്യകൾ , എന്ന ക്രമത്തിലാണ് സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്നത് . n -) മത്തെ വരിയിൽ $(2n - 1)$ സംഖ്യകളുണ്ടാകും .

കൂടാതെ ,

- ഒന്നാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 1 = 1^2
- രണ്ടാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 4 = 2^2
- മൂന്നാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 9 = 3^2
- നാലാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 16 = 4^2

.....
.....

n -) മത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ = n^2

n -) മത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ = n^2

