05 – 01 - 2021 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

ബഹുപദങ്ങൾ

ഒരു ബീജഗണിതവാചകം ബഹുപദമാകുന്നത് ,അതിൽ എല്ലാ പദങ്ങളിലും ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത് ഒരേ ചരമാകുമ്പോഴാണ് . ആ ചരങ്ങളുടെ കൃതി ന്യൂനമല്ലാത്ത പൂർണ സംഖ്യയുമാകണം .

ഉദാഹരണം : $x^2 - 3x + 2$. ഇതൊരു ബഹുപദമാണ് കാരണം ഇതിൽ എല്ലാ പദങ്ങളിലും ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത് x എന്ന ചരമാണ് .ചരങ്ങളുടെ കൃതിയും ന്യൂനമല്ലാത്ത പൂർണസംഖ്യകളുമാണ് . ഇതിനെ ഇവിടത്തെ ചരം x ആയതിനാൽ ഈ ബഹുപദത്തെ $p(x)$ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം .

അതായത് $p(x) = x^2 - 3x + 2$. ബഹുപദത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന ചരം y ആയാൽ അത്തരം ബഹുപദങ്ങളെ $p(y)$ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം .

നമുക്കറിയാം $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ ഇതുപയോഗിച്ച് ,

$x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$

$x^2 - 1$, $x^2 - 4$, $x^2 - 3x + 2$ ഇവയെല്ലാം രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളാണ് .

ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി

ഒരു ബഹുപദത്തിന്റെ കൃതി എന്നത് അതിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന പദങ്ങളിലെ ഏറ്റവും വലിയ കൃതി ആണ്.

$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ ഇതിൽ $x^2 - 1$ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദമാണ് . കൂടാതെ $(x - 1)$, $(x + 1)$ ഇവ ഓരോന്നും ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളാണ് .

ഘടകങ്ങളും പരിഹാരങ്ങളും

ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയെ രണ്ടു എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ , ഗുണിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ ഘടകങ്ങളെന്നാണ് പറയുന്നത് .

ഉദാഹരണം : $10 = 2 \times 5$ ആയതിനാൽ 2 , 5 നെ 10 ന്റെ ഘടകങ്ങളായി പറയാം .

$p(x) = q(x) \times r(x)$ ആയാൽ $q(x)$, $r(x)$ നെ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളെന്നാണ് പറയുന്നത് .

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$ എന്ന സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്

$(x+3)(x+1) = x^2+(3+1)x+3\times1 = x^2+4x+3$

$(x-1)(x-2) = x^2+(-1+-2)x+-1\times-2 = x^2-3x+2$ എന്ന് എഴുതാം .

$x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$ എന്നതിൽ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളായ $(x-1)$, $(x-2)$ എന്നത് രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദമായ x^2-3x+2 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് .

$p(x) = x^2-3x+2$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(1)$ എത്രയാണ് ?

$p(x) = x^2-3x+2$ എന്നതിൽ $x = 1$ കൊടുത്താൽ $p(1)$ കണക്കാക്കാം .

$p(1) = (1)^2-3(1)+2 = 1-3+2 = 0$ എന്ന കിട്ടും .

മറ്റൊരു രീതിയിൽ ,

$p(x) = x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$

∴ $p(1) = (1-1)(1-2) = 0\times-1 = 0$ കൂടാതെ **$p(x)$** ന്റെ ഒരു ഘടകവുമാണ് **$(x-1)$.**

$p(x)$ ന്റെ മറ്റൊരു ഘടകമാണ് **$(x-2)$**

$p(2) = (2-1)(2-2) = 1\times0 = 0$ എന്നും കിട്ടും.

അതായത്

$(x-1),(x-2)$ ഇവ **$p(x)$** ന്റെ ഘടകമായതു കൊണ്ടാണ് **$p(1)=0$, $p(2)=0$** എന്നു കിട്ടിയത് .

$p(x) = x^2-3x+2$ എന്ന ബഹുപദം എപ്പോഴാണ് **0** ആകുന്നത് ?

$x^2-3x+2 = 0$

$(x-1)(x-2)= 0$

ഇതിൽ നിന്ന് ഒന്നുകിൽ **$(x-1)=0$** അല്ലെങ്കിൽ **$(x-2)=0$**

$(x-1)=0$ എങ്കിൽ **$x=1$** ആയിരിക്കും

അല്ലെങ്കിൽ

$(x-2)=0$ എങ്കിൽ **$x=2$** ആയിരിക്കും

x ന് **1 , 2** എന്നീ വിലകൾ നൽകുമ്പോൾ **$x^2-3x+2=0$** എന്ന സമവാക്യം സത്യമാകും .

ഇത്തരം സംഖ്യകളെ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എന്നാണ് പറയുന്നത് .

$x-a$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം, $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ, $p(a)=0$ ആണ്. അഥവാ a എന്ന സംഖ്യ, $p(x)=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണ്.

പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ,

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി

$$p(x)=(x-a_1)(x-a_2)\dots(x-a_n)$$

എന്നു പിരിച്ചെഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ, $a_1, a_2, \dots, a_n$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x)=0$ എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ്.

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$ എന്ന സർവ്വസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

<u>പ്രവർത്തനം</u>

$p(x) = x^2-7x+12$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

<u>ഉത്തരം</u>

നമുക്കറിയാം **$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$**

$x^2-7x+12 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ **$ab = 12$** ഉം **$a+b = -7$** ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം **12** ഉം അവയുടെ തുക **-7** ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരധിസംഖ്യയും അവയുടെ തുക ഒരു ന്യൂനസംഖ്യയുമായതിനാൽ സംഖ്യകൾ രണ്ടും ന്യൂനസംഖ്യകളായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ **-3 , -4**

അതായത് **a =-3 , b=-4 (a=-4 , b=-3** എന്നും ആകാം)

$x^2-7x+12 = x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)= (x-3)(x-4)$

$p(x) = x^2-7x+12 =(x-3)(x-4)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2-7x+12 = 0$

$(x-3)(x-4)= 0$

$(x-3)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x-4)= 0$

$x = 3$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 4$

$x = 3 , x = 4$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം

$p(x) = x^2-12x-13$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

ഉത്തരം

നമുക്കറിയാം $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2-12x-13 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ $ab = -13$ ഉം $a+b = -12$ ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം **-13** ഉം അവയുടെ തുക **-12** ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ന്യൂനസംഖ്യയും അവയുടെ തുകയും ഒരു ന്യൂനസംഖ്യയായതിനാൽ സംഖ്യകളിൽ ഒന്ന് അധിസംഖ്യയും ഒന്ന് ന്യൂനസംഖ്യയുമായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ **1 , -13**

$x^2-12x-13 =(x+1)(x-13)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2-12x-13 = 0$

$(x+1)(x-13) = 0$

$(x+1)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x-13) = 0$

$x = -1$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 13$

$x = 13 , x = -1$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. ഓരോന്നിലും $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളും കണക്കാക്കുക.

1) $p(x) = x^2+7x+12$ 2) $p(x) = x^2-8x+12$

3) $p(x) = x^2+13x+12$ 4) $p(x) = x^2+12x-13$

07 – 01 - 2021 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

<u>കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം</u>

ചുവടെയുള്ള രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. ഓരോന്നിലും $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളും കണക്കാക്കുക.

1) $p(x) = x^2+7x+12$ 2) $p(x) = x^2-8x+12$

3) $p(x) = x^2+13x+12$ 4) $p(x) = x^2+12x-13$

<u>ഉത്തരം</u>

1) $p(x) = x^2+7x+12$

നമുക്കറിയാം $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+7x+12 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ $ab = 12$ ഉം $a+b = 7$ ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം **12** ഉം അവയുടെ തുക **7** ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരധിസംഖ്യയും അവയുടെ തുകയും ഒരധിസംഖ്യയായതിനാൽ സംഖ്യകൾ രണ്ടും അധിസംഖ്യകളായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ **3 , 4**

അതായത് $a = 3$, $b=4$ ($a=4$, $b=3$ എന്നും ആകാം)

$x^2+7x+12 = x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)= (x+3)(x+4)$

$p(x) = x^2+7x+12 =(x+3)(x+4)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2+7x+12 = 0$

$(x+3)(x+4)= 0$

$(x+3)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x+4)= 0$

$x = -3$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -4$

$x = -3$, $x = -4$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ.

2) $p(x) = x^2-8x+12$

നമുക്കറിയാം $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2-8x+12 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ $ab = 12$ ഉം $a+b = -8$ ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം **12** ഉം അവയുടെ തുക **-8** ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരധിസംഖ്യയും അവയുടെ തുക ഒരു ന്യൂനസംഖ്യയായതിനാൽ സംഖ്യകൾ രണ്ടും ന്യൂനസംഖ്യകളായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ **-2 , -6**

അതായത് $a =-2$, $b=-6$ ($a=-6$, $b=-2$ എന്നും ആകാം)

$x^2-8x+12 = x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)= (x-2)(x-6)$

$p(x) = x^2-8x+12 =(x-2)(x-6)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2-8x+12 = 0$

$(x-2)(x-6)= 0$

$(x-2)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x-6)= 0$

$x = 2$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 6$

$x = 2$, $x = 6$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ

3) $p(x) = x^2+13x+12$

നമുക്കറിയാം $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+13x+12 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ $ab = 12$ ഉം $a+b = 13$ ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 12 ഉം അവയുടെ തുക -8 ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരധിസംഖ്യയും അവയുടെ തുക ഒരു അധിസംഖ്യയായതിനാൽ സംഖ്യകൾ രണ്ടും അധിസംഖ്യകളായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ 1 , 12

അതായത് $a =1$, $b=12$ ($a=12$, $b=1$ എന്നും ആകാം)

$x^2+13x+12 = x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)= (x+1)(x+12)$

$p(x) = x^2+13x+12 =(x+1)(x+12)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2+13x+12 = 0$

$(x+1)(x+12)= 0$

$(x+1)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x+12)= 0$

$x = -1$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -12$

$x = -1, x = -12$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ

4) $p(x) = x^2+12x-13$

നമുക്കറിയാം $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+12x-13 = x^2+(a+b)x+ab$ എന്നെടുത്താൽ $ab = -13$ ഉം $a+b = 12$ ഉം ആണ് .

അതായത് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം -13 ഉം അവയുടെ തുക 12 ഉം ആണ് .

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ന്യൂനസംഖ്യയും അവയുടെ തുകയും ഒരധിസംഖ്യയുമായതിനാൽ സംഖ്യകൾ ഒന്ന് അധിസംഖ്യയും ഒന്ന് ന്യൂനസംഖ്യയുമായിരിക്കും .

സംഖ്യകൾ -1 , 13

$x^2+12x-13 =(x-1)(x+13)$

$p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുന്നതിന് ,

$x^2+12x-13 = 0$

$(x-1)(x+13) = 0$

$(x-1)= 0$ അല്ലെങ്കിൽ $(x+13) = 0$

$x = 1$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -13$

$x = -13$, $x = +1$ ഇവയാണ് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ .

നോട്ട്

നമുക്കറിയാം $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$

അതിനാൽ $x^2 - a^2$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-a)$.

$p(x) = x^2$

$p(a) = a^2$

$p(x) - p(a) = x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$

അതിനാൽ $p(x) - p(a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-a)$

പ്രവർത്തനം

$p(x) = 3x^2+2x-1$

$p(a) = 3a^2+2a-1$

$$\begin{aligned} p(x) - p(a) &= 3x^2+2x-1 -(3a^2+2a-1) \\ &= 3x^2+2x-1-3a^2-2a+1 \\ &= 3x^2-3a^2+2x-2a \\ &= 3(x^2-a^2)+2(x-a) \\ &= 3(x+a)(x-a)+2(x-a) \\ &= (x-a)(3(x+a)+2)=(x-a)(3x+(3a+2)) \end{aligned}$$

അതിനാൽ $p(x) - p(a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-a)$

പ്രവർത്തനം

$p(x) = lx^2+mx+n$

$p(a) = la^2+ma+n$

$$\begin{aligned} p(x) - p(a) &= lx^2+mx+n -(la^2+ma+n) \\ &= lx^2+mx+n-la^2-ma+n \\ &= lx^2-la^2+mx-ma \\ &= l(x^2-a^2)+m(x-a) \\ &= l(x+a)(x-a)+m(x-a) \\ &= (x-a)(l(x+a)+m)=(x-a)(lx+(la+m)) \end{aligned}$$

അതിനാൽ $p(x) - p(a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-a)$

$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദവും ' a 'എന്ന സംഖ്യയും എടുത്താൽ , $(x-a)$എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x) - p(a)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് .

$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ x ആയി a എന്ന സംഖ്യ എടുക്കുമ്പോൾ $p(a) = 0$ ആണെങ്കിൽ, $x - a$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്.

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ഓരോ ജോടി ബഹുപദങ്ങളിലും, ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിൽനിന്ന് ഏതു സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് രണ്ടാമത്തെ ബഹുപദം ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നതെന്നു കണക്കാക്കുക. ഇങ്ങനെ കുറച്ചുകിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) x^2-3x+5 , $x-4$ **(iii)** x^2+4x+6 , $x+1$

(ii) x^2-3x+5 , $x+4$

(i) x^2-3x+5 , $x-4$

$p(x) = x^2-3x+5$

$p(x) - p(4)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-4)$

$p(4) = (4)^2-3(4)+5 = 16-12+5=9$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യ $=9$

$p(x) - p(4) = p(x) - 9 = x^2-3x+5-9 = x^2-3x-4$

x^2-3x-4 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-4)$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2-3x-4 = x^2+(a+b)x+ab$

$(a+b) = -3$ $\quad ab = -4$

$-4+1 = -3$ $\quad -4\times1= -4$

$\therefore\ a = -4$, $b = 1$

$x^2-3x-4 = (x-4)(x+1)$

(ii) x^2-3x+5 , $x+4$

$p(x) = x^2-3x+5$

$p(x) - p(-4)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x+4)$

$p(-4) = (-4)^2-3(-4)+5 = 16+12+5 = 33$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യ $= 33$

$p(x) - p(-4)= x^2-3x+5-33 = x^2-3x-28$

$x^2-3x-28$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x+4)$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2-3x-28 = x^2+(a+b)x+ab$

$(a+b) = -3$ $\quad ab = -28$

$4 -7 = -3$ $\quad 4\times-7= -28$

$\therefore\ a = 4$, $b = -7$

$x^2-3x-28 = (x+4)(x-7)$

(iii) x^2+4x+6 , $x+1$

$p(x) = x^2+4x+6$

$x+1 = x-(-1)$

$p(x) - p(-1)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x+1)$

$p(-1) = (-1)^2+4(-1)+6 = 1-4+6 = 3$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യ = 3

$p(x) - p(-1) = x^2+4x+6-3 = x^2+4x+3$

x^2+4x+3 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x+1)$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+4x+3 = x^2+(a+b)x+ab$

$a+b = 4 \qquad ab = 3$

$1+3 = 4 \qquad 1\times3 = 3$

$\therefore\ a = 1,\ b = 3$

$x^2+4x+3 = (x+1)(x+3)$

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ഓരോ ജോടി ബഹുപദങ്ങളിലും, ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിൽനിന്ന് ഏതു സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് രണ്ടാമത്തെ ബഹുപദം ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നതെന്നു കണക്കാക്കുക. ഇങ്ങനെ കുറച്ചുകിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) x^2+5x-7 , $x-1$

(ii) x^2-4x-3 , $x-1$

$11 - 01 - 2021$ ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

<u>കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം</u>

ചുവടെയുള്ള ഓരോ ജോടി ബഹുപദങ്ങളിലും, ആദ്യത്തെ ബഹുപദത്തിൽനിന്ന് ഏതു സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് രണ്ടാമത്തെ ബഹുപദം ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നതെന്നു കണക്കാക്കുക. ഇങ്ങനെ കുറച്ചുകിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) x^2+5x-7 , $x-1$

(ii) x^2-4x-3 , $x-1$

<u>ഉത്തരം</u>

(i) x^2+5x-7 , $x-1$

$p(x) = x^2+5x-7$

$p(x) - p(1)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$

$p(1) = (1)^2+5(1)-7 = 1 + 5 - 7 = 6 - 7 = -1$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യ = -1

$p(x) - p(1) = x^2+5x-7 -(-1) = x^2+5x-7+1 = x^2+5x-6$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+5x-6 = x^2+(a+b)x+ab$

$a+b = 5$ $ab = -6$ സംഖ്യകൾ $= -1 , 6$

$x^2+5x-6 = (x-1)(x+6)$

(ii) x^2-4x-3 , $x-1$

$p(x) = x^2-4x-3$

$p(x) - p(1)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$

$p(1) = (1)^2-4(1)-3 = 1-4-3 = 1 - 7 = -6$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യ = -6

$p(x) - p(1) = x^2-4x-3-(-6) = x^2-4x-3+6 = x^2-4x+3$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$x^2-4x+3 = x^2+(a+b)x+ab$

$a+b = -4$ $ab = 3$ സംഖ്യകൾ $= -1 , -3$

$x^2-4x+3 = (x-1)(x-3)$

നമുക്കറിയാം , $p(x) - p(a)$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x-a)$. അതുകൊണ്ട് $p(x) - p(a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ , $(x-a)$ യുടെയും $q(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമായി എഴുതാം .

$$p(x) - p(a) = (x-a)\,q(x)$$
$$p(x) = (x-a)\,q(x) + p(a)$$

$$\begin{array}{r|l} & 6 \\ \hline 3 & 20 \\ & 18 \\ \hline & 2 \end{array}$$

ഇതിൽ നിന്നും $20 = 3\times6+2$

ഇവിടെ **20** നെ **3** കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം = **6** ഉം ശിഷ്ടം = **2** ഉം കിട്ടി

$p(x) = (x-a)\,q(x) + p(a)$ ആയതിനാൽ

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(a)$ ആയിരിക്കും .

നോട്ട്

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(a)$ ആയിരിക്കും .

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x+a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(-a)$ ആയിരിക്കും .

പ്രവർത്തനം

$x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ , k ആയി ഏതു സംഖ്യ എടുത്താലാണ് $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത് **?** ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക .

ഉത്തരം

$p(x) = x^2 + kx + 6$

$(x-1)$, $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആകണമെങ്കിൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കും .

$$p(1) = 0$$
$$1^2 + k\times1 + 6 = 0$$
$$1 + k + 6 = 0$$
$$k + 7 = 0$$
$$k = -7$$
$$\therefore\ p(x) = x^2 - 7x + 6$$
$$x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x-6)$$

പ്രവർത്തനം

$kx^2 + 2x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ , k ആയി ഏതു സംഖ്യ എടുത്താലാണ് $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത് **?** ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം കണ്ടുപിടിക്കുക

ഉത്തരം

$p(x) = kx^2 + 2x - 5$

$(x-1)$, $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആകണമെങ്കിൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കും

$$p(1) = 0$$
$$k(1)^2 + 2\times1 - 5 = 0$$
$$K + 2 - 5 = 0$$
$$k - 3 = 0$$
$$k = 3$$

പ്രവർത്തനം

$p(x) = x^{75} + 2x^{50} + x^2 + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം കാണുക ?

ഉത്തരം

നമുക്കറിയാം $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(a)$ ആയിരിക്കും .

അതിനാൽ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(1)$ ആയിരിക്കും .

ശിഷ്ടം $= p(1) = (1)^{75} + 2(1)^{50} + (1)^2 + 1 = 1 + 2 + 1 + 1 = 5$

പ്രവർത്തനം

$p(2)=0$ ഉം $p(-2)=0$ ഉം ആയ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ കണ്ടെത്തുക ?

ഉത്തരം

$p(2)=0$

$\therefore p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $(x-2)$

$p(-2)=0$

$\therefore p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $[x-(-2)]=(x+2)$

$$\therefore p(x) = (x-2)(x+2)$$
$$= x^2 - 2^2$$
$$= x^2 - 4$$

പ്രവർത്തനം

$x^2 - 1$ ഘടകമായ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദം ലഭിക്കുന്നതിന് $3x^3 - 2x^2$ നോട് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദമാണ് കൂട്ടേണ്ടത് .

ഉത്തരം

കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $= ax+b$ എന്നിരിക്കട്ടെ

$\therefore p(x) = 3x^3 - 2x^2 + ax + b$

$p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $x^2 - 1$

$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

$p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x-1)$ ഉം $(x+1)$ ഉം

ഇവിടെ $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$

$\therefore p(1) = 0$

$$3(1)^3 - 2(1)^2 + a(1) + b = 0$$
$$3\times1 - 2\times1 + a\times1 + b = 0$$
$$3 - 2 + a + b = 0$$
$$1 + a + b = 0$$
$$a + b = -1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$p(x)$ ന്റെ മറ്റൊരു ഘടകമാണ് $(x+1)$

$\therefore p(-1) = 0$

$$3(-1)^3 - 2(-1)^2 + a(-1) + b = 0$$
$$3 \times -1 - 2 \times 1 + a \times -1 + b = 0$$
$$-3 - 2 - a + b = 0$$
$$-5 - a + b = 0$$
$$-a + b = 5 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ 2$$

1 + 2 $\longrightarrow$

$$\begin{array}{r} a + b = -1 \quad + \\ -a + b = 5 \\ \hline 2b = 4 \end{array}$$

$$b = \frac{4}{2} = 2$$

1 $\longrightarrow$ $a + b = -1$

$$a + 2 = -1$$
$$a = -1 - 2 = -3$$

അതിനാൽ കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $= -3x + 2$

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

1) $p(x) = 3x^2 - 5x + k$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x-2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടെത്തുക

2) $x^2 + ax + b = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ് 3 ഉം -4 ഉം

   a) $x^2 + ax + b$ യെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

   b) a , b യുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുക

12 – 01 - 2021 ലെ ഓൺലൈൻ ക്ലാസ് ⟹ ക്ലിക്ക്

<u>കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിലെ ചോദ്യം</u>

1) $p(x) = 3x^2 - 5x + k$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x-2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടെത്തുക

<u>ഉത്തരം</u>

$p(x) = 3x^2 - 5x + k$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x-2)$

$\therefore p(2)=0$

$3(2)^2 - 5(2) + k = 0$

$3\times4 - 5\times2 + k = 0$

$12 - 10 + k = 0$

$2 + k = 0$

$k = -2$

2) $x^2 + ax + b = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ് 3 ഉം -4 ഉം

a) $x^2 + ax + b$ യെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

b) a , b യുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുക

<u>ഉത്തരം</u>

a) $x^2 + ax + b = 0$ ന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ $3 , -4$

a , b ഇവ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണെങ്കിൽ $(x-a) , (x-b)$ ഇവ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് .

3 ഒരു പരിഹാരമായതിനാൽ $(x – 3)$ ഒരു ഘടകമാണ് .

-4 ഒരു പരിഹാരമായതിനാൽ $(x + 4)$ ഒരു ഘടകമാണ് .

$x^2 + ax + b = (x – 3)(x + 4)$

b) $x^2 + ax + b = (x – 3)(x + 4) = x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2 + x – 12$

ഇരുവശങ്ങളിലും ഉള്ള x ന്റെ ഗുണോത്തരങ്ങൾ , സ്ഥിരസംഖ്യകൾ ഇവ താരതമ്യം ചെയ്താൽ $a = 1 , b = -12$ എന്നും കിട്ടും .

നമുക്കറിയാം ,

$(x-a) , (x-b)$ ഇവ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളായാൽ a , b ഇവ $p(x)= 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ് . കൂടാതെ

a , b ഇവ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണെങ്കിൽ $(x-a) , (x-b)$ ഇവ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് .

അതായത് ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് കൊണ്ട് അതിന്റെ ഘടകങ്ങളെ കണ്ടെത്താം .

പ്രവർത്തനം

$p(x) = x^2 - 30x + 221$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക .

ഉത്തരം

$p(x) = 0$

$x^2 - 30x + 221 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4 \times 1 \times 221}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 884}}{2} = \frac{30 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{30 \pm 4}{2}$$

$$= \frac{34}{2} \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \frac{26}{2}$$

$$= 17 , 13$$

$\therefore \; x^2 - 30x + 221 = (x-17)(x-13)$

പ്രവർത്തനം

$p(x) = x^2 + 5x - 84$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക .

ഉത്തരം

$p(x) = x^2 + 5x - 84$

$p(x) = 0$ അതായത് $x^2 + 5x - 84 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 1 \times -84}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-5 \pm 19}{2}$$

$$= \frac{14}{2} \text{ അല്ലെങ്കിൽ } \frac{-24}{2}$$

$$= 7 , -12$$

$\therefore \; x^2 - 30x + 221 = (x-7)(x+12)$

പ്രവർത്തനം

$p(x) = 4x^2 - 16x + 15$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക .

ഉത്തരം

$p(x) = 4x^2 - 16x + 15$;

$p(x) = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 4 \times 15}}{2 \times 4} = \frac{16 \pm \sqrt{16}}{8} = \frac{16 \pm 4}{8}$$

$$x = \frac{16+4}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{16-4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = x^2 + \left(\frac{-5}{2} + \frac{-3}{2}\right)x + \frac{-5}{2} \times \frac{-3}{2}$$

$$= x^2 - \frac{8}{2}x + \frac{15}{4}$$

$$p(x) = x^2 - 4x + \frac{15}{4}$$

$$4x^2 - 16x + 15 = 4\left(x^2 - 4x + \frac{15}{4}\right)$$

$$= 4\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$= 4\left(\frac{2x-5}{2}\right)\left(\frac{2x-3}{2}\right)$$

$$= (2x-5)(2x-3)$$

ഇതിൽ നിന്നും ,

- $x = \frac{a}{b}$ എന്നത് $p(x) = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണെങ്കിൽ , $(bx - a)$ എന്നത് $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമായിരിക്കും .
- $x = \frac{-a}{b}$ എന്നത് $p(x) = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണെങ്കിൽ , $(bx + a)$ എന്നത് $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമായിരിക്കും .

<u>പ്രവർത്തനം</u>

$x^2 - x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക .

<u>ഉത്തരം</u>

$$p(x) = x^2 - x - 1$$

$$p(x) = 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times -1}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$$

പ്രവർത്തനം

$x^2 - x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ലെന്നു തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം

$p(x) = x^2 - x + 1$

$p(x) = 0$

$x^2 - x + 1 = 0$

നമുക്കറിയാം ,

$b^2 - 4ac \geq 0$ ആയാൽ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമുണ്ട് .

$b^2 - 4ac < 0$ ആയാൽ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ല .

ഇവിടെ $a = 1 , b = -1 , c = 1$

$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4\times1\times1 = 1 - 4 = -3 < 0$

അതിനാൽ $x^2 - x + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ല .

$x^2 - x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല .

പ്രവർത്തനം

$p(x) = x^2 + 4x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ , k എന്ന സംഖ്യ ഏതു സംഖ്യവരെ എടുത്താലാണ് $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയുക ?

ഉത്തരം

$p(x) = x^2 + 4x + k$

$p(x) = 0$

$x^2 + 4x + k = 0$

$b^2 - 4ac \geq 0$ ആയാൽ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമുണ്ടെന്ന് നമുക്കറിയാം .

ഇവിടെ $a = 1 , b = 4 , c = k$

$b^2 - 4ac = 4^2 - 4\times1\times k \geq 0$

$16 - 4k \geq 0$

$16 \geq 4k$

$\frac{16}{4} \geq k$

$4 \geq k$ അതായത് $k \leq 4$

അതായത് k യുടെ വില നാലോ അതിൽ കുറവോ ആയാൽ മാത്രമേ $b^2 - 4ac \geq 0$ എങ്കിൽ മാത്രമേ $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ സാധിക്കൂ .

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

1) $x^2 - 20x + 91$

2) $x^2 - 20x + 51$