

സമാന്തരശ്രേണി

1

ഒരു സംഖ്യയിൽ തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കൂട്ടി എഴുതുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി . കൂട്ടി എഴുതുന്ന സംഖ്യയാണ് പൊതു വ്യത്യാസം.

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \dots$ എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസം. $d = x_2 - x_1$

Eg: 8, 13, 18 എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം. $d = 13 - 8 = 5$

2

ആദ്യ പദം f, പൊതു വ്യത്യാസം d , $AS = f, f+d, f+2d, f+3d, f+4d, \dots$

$AS = x - d, x, x + d$, n -ാം പദം $= dn + f - d$

Eg : AS 8, 13, 18 എന്ന ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദവും 18 -ാം പദവും കാണുക.

$$\begin{aligned} n\text{-ാം പദം } (x_n) &= dn + f - d \\ &= 5n + 8 - 5 = 5n + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18\text{-ാം പദം } (x_{18}) &= f + 17d \\ &= 8 + 17 \times 5 = 8 + 85 = 93 \end{aligned}$$

3

n -ാം പദത്തിൽ നിന്ന് m -ാം പദം കിട്ടാൻ (m-n) പൊതുവ്യത്യാസം n -ാം പദത്തോട് കൂട്ടണം.

ie, $x_m = x_n + (m-n)d$

Eg : 15-ാം പദം 95 ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 7 ഉം ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 26 -ാം പദം എന്ത്?

$$x_{26} = x_{15} + 11d = 95 + 11 \times 7 = 172$$

4

m -ാം പദവും n -ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം $= (m-n)d$ ie , $x_m - x_n = (m-n)d$

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാണ്

Eg : 8, 13, 18, എന്ന ശ്രേണിയുടെ 12 -ാം പദവും 25 -ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

$$x_{25} - x_{12} = 13d = 13 \times 5 = 65$$

Eg: 8, 13, 18..... എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ 100 ?

Ans: അല്ല , $100 - 8 = 92$ പൊതു വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമല്ല.

5

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 2 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ പദസമാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൊതു വ്യത്യാസം ലഭിക്കും. $d = \frac{x_m - x_n}{m - n}$

Eg: ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യ പദം 8, 15 -ാം പദം 78. പൊതു വ്യത്യാസം എന്ത്?

$$\text{Ans: } d = \frac{78 - 8}{15 - 1} = \frac{70}{14} = 5$$

6

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളെ പൊതു വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്യം തുല്യമായിരിക്കും.

Eg: 8, 13, 18..... എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ 100 ?

Ans: 100 നെ പൊതുവ്യത്യാസമായ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്യം = 0

ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതു വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്യം = 3

100 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല.

7

AS = $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n$ എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$n = \frac{x_n - x_1}{d} + 1$$

Eg: 8,13,18, ,158 എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ?

$$n = \frac{158 - 8}{5} + 1 = \frac{150}{5} + 1 = 30 + 1 = 31$$

8

a, b, c എന്നിവ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 3 പദങ്ങൾ ആയാൽ $2b = a + c$

Eg: 8, x, 18 എന്നിവ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 3 പദങ്ങൾ ആയാൽ x ന്റെ വില ?.

$$2 \times x = 8 + 18$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

9

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ,

$$\text{മധ്യപദം} = \frac{\text{ആദ്യപദം} + \text{അവസാന പദം}}{2}$$

Eg: ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 8 , 15 -ാം പദം 78.8 -ാം പദം എന്ത് ?

$$8 \text{ -ാം പദം } (x_8) = \text{മധ്യപദം} = \frac{x_1 + x_{15}}{2} = \frac{8 + 78}{2} = 43$$

Eg: ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 9 -ാം പദം 43 , 17 -ാം പദം 83 .13 -ാം പദം എന്ത് ?

$$13 \text{ -ാം പദം } (x_{13}) = \frac{x_9 + x_{17}}{2} = \frac{43 + 83}{2} = 63$$

10

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ, തുക = മധ്യപദം \times പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

Eg: ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 8 -ാം പദം 43 ആയാൽ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക ?

മധ്യ പദം 8 -ാം പദമാണ്

$$\text{ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക.} = 43 \times 15 = 645.$$

Eg: ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 645 . 8 -ാം പദം എന്ത്?

മധ്യ പദം 8 -ാം പദമാണ്

$$8 \text{ -ാം പദം} = \text{മധ്യപദം} = \frac{645}{15} = 43$$

11

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളിൽ ഓരോ അറ്റത്തു നിന്നുമുള്ള തുല്യ അകലത്തിലുള്ള പദങ്ങളുടെ ജോടികളുടെ തുക തുല്യമായിരിക്കും

$$10 \text{ പദങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ, } x_1 + x_{10} = x_2 + x_9 = x_3 + x_8 = x_4 + x_7 = x_5 + x_6$$

$$9 \text{ പദങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ, } x_1 + x_9 = x_2 + x_8 = x_3 + x_7 = x_4 + x_6 = 2 \times x_5$$

Eg: ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 4 -ാം പദം പദത്തിന്റേയും 11 -ാം പദത്തിന്റേയും തുക 100 ആണ്.

7 -ാം പദത്തിന്റേയും 8 -ാം പദത്തിന്റേയും തുക ?

$$x_7 + x_8 = x_4 + x_{11} = 100$$

12

ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{n(n+1)}{2}$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Eg : ആദ്യത്തെ 50 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക ?

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 = \frac{50 \times 51}{2} = 1275$$

Eg : 4 + 8 + 12 + + 120 എത്ര ?

$$\begin{aligned} 4 + 8 + 12 + \dots + 120 &= 4 (1 + 2 + 3 + \dots + 30) \\ &= 4 \times \frac{30 \times 31}{2} = 1860 \end{aligned}$$

13

ആദ്യത്തെ n ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക = n^2

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

Eg: ആദ്യത്തെ 30 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക ?

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2 \times 30 - 1) = 30^2 = 900$$

Eg : 1 + 3 + 5 + + 99 എത്ര ?

$$\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം (n)} = \frac{99 - 1}{2} + 1 = 49 + 1 = 50$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 50^2 = 2500$$

14

ആദ്യത്തെ n ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക = $n(n+1)$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

Eg : ആദ്യത്തെ 40 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക. ?

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2 \times 40 = 40 \times 41 = 1640$$

Eg : 2 + 4 + 6 + + 40 എത്ര ?

$$\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം (n)} = \frac{40 - 2}{2} + 1 = 19 + 1 = 20$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 40 = 20 \times 21 = 420$$

15

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക ആദ്യ പദത്തിന്റേയും അവസാന പദത്തിന്റേയും തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ്.

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \frac{n}{2} [x_1 + x_n]$$

Eg : 8, 13, 18,.....,78 എന്ന ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

$$x_1 = 8 , x_n = 78 , \quad n = \frac{78-8}{5} + 1 = 14 + 1 = 15$$

$$\text{ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക} = \frac{15}{2} [8 + 78] = 645$$

16

ആദ്യ പദം f ഉം പൊതു വ്യത്യാസം d യും ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$$f +(f+d)+(f+2d)+ \dots+n \text{ പദങ്ങൾ} = \frac{n}{2}[2f +(n-1)d]$$

Eg : 8, 13, 18,.....,78 എന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക ?

$$f = 8 ,d = 5$$

$$\text{ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക} = \frac{15}{2} [2 \times 8+(15-1)5]= 645$$

17

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം (n-ാം പദം) $an + b$ എന്ന രൂപത്തിലാണ്

പൊതു വ്യത്യാസം (d) = n ന്റെ ഗുണോത്തരം = a

ആദ്യ പദം (f) = ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുക. = a + b

Eg : ബീജഗണിത രൂപം , $x_n = 5n + 3$ ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദവും

പൊതുവ്യത്യാസവും എന്ത്?,

$$\text{ആദ്യ പദം} = 5 + 3 = 8 \qquad \text{പൊതു വ്യത്യാസം} = 5$$

18

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയും അതിനടുത്ത n പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള

വ്യത്യാസം = n^2d , d= പൊതു വ്യത്യാസം

Eg : 8,13, 18,..... എന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയും അതിനടുത്ത 25

പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്ത്?

$$d= 5 , n = 25$$

$$\text{വ്യത്യാസം} = n^2d = 25^2 \times 5 = 3125$$

19

സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദത്തിൽ നിന്ന് ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക.

$$n \text{ -ാം പദം} = an + b$$

Eg : ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $4n + 3$.ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയെന്ത്?

$$n \text{ -ാം പദം} = 4n + 3$$

$$\text{ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക} = 4 \times \frac{20 \times 21}{2} + 3 \times 20 = 900$$

പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

f			
f + d	f + 2d		
f + 3d	f + 4d	f + 5d	
.....			
.....			

ബീജഗണിത രൂപം = $an + b$ n -ാം വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = n

n -ാം വരിയിലെ അവസാന പദം = $a \frac{n(n+1)}{2} + b$,

Eg : പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

5			
8	11		
14	17	20	
.....			
.....			

20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യപദവും അവസാന പദവും കാണുക.

ബീജഗണിത രൂപം = $3n + 2$

20 -ാം വരിയിലെ അവസാന പദം = $3 \times \frac{20 \times 21}{2} + 2 = 630 + 2 = 632$

20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യപദം = $632 - 19d = 632 - 19 \times 3 = 575$

പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

f					
f + d	f + 2d	f + 3d			
f + 4d	f + 5d	f + 6d	f + 7d	f + 8d	
.....					
.....					

ബീജഗണിത രൂപം = $an + b$ n -ാം വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = $2n - 1$

n -ാം വരിയിലെ അവസാന പദം = $an^2 + b$

Eg : പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കുക.

5				
8	11	14		
17	20	23	26	29
.....				
.....				

20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യപദവും അവസാന പദവും കാണുക..

ബീജഗണിത രൂപം = $3n + 2$

20-ാം വരിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = $2 \times 20 - 1 = 39$

20 -ാം വരിയിലെ അവസാന പദം = $3 \times 20^2 + 2 = 1200 + 2 = 1202$

20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യപദം = $1202 - 38d = 1202 - 38 \times 3 = 1088$