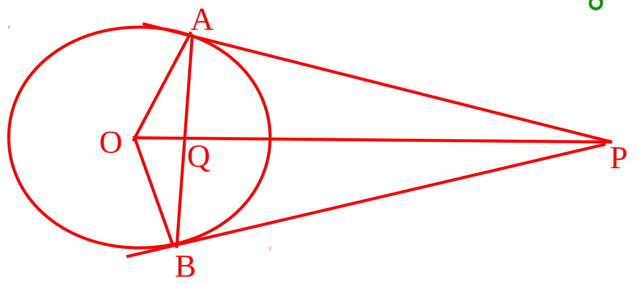
7 തൊട്ടുവരകൾ

1



* തൊട്ടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ആരവും പരസ്പരം ലംബമാണ്.(<PAO = <PBO =90^0)

* വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊട്ടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമാണ്.(PA = PB)

* OP എന്ന വര <APB യെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു. (<APO = <BPO)

* OP എന്ന വര <AOB യെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു. (<AOP = <BOP)

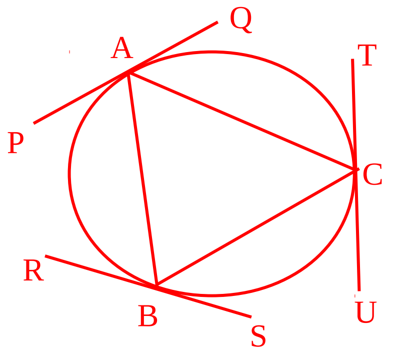
* തൊട്ടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണും ചെറിയചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും അനുപൂരകമാണ് .(<AOB + <APB = 180^0)

* വൃത്തത്തിലെ ഏത് രണ്ട് തൊട്ടുവരകളും ,തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന
കോണുകൾ തുല്യമാണ്. (<PAB = <PBA)

* OP എന്ന വര AB എന്ന വരയെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു. (AQ = BQ)

* AB എന്ന വരയെ OP എന്ന വര Q ൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ OQ X OP = r^2

2 വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് കൂടിയുള്ള തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും , ആ ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിനു തുല്യമാണ്.

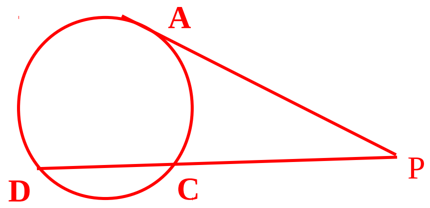


* <PAB = <RBA = <ACB

* <SBC = <UCB = <BAC

* <TCA = <QAC = <ABC

3 ചിത്രത്തിൽ P യിൽ നിന്നുള്ള തൊട്ടുവരയാണ് PA . PC X PD = PA^2



4 * ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ സമഭാജികൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

* ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരവും അന്തർവൃത്ത ആരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2:1

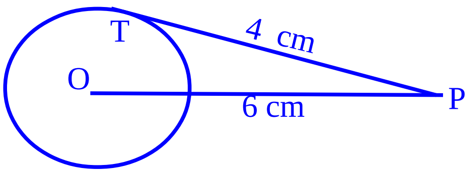
5 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തആരം r ഉം ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് A യും ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി s ഉം ആയാൽ A = rs

6 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തആരം R ഉം ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ a,b,c എന്നിവയും ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = abc/4R

JITHESH P/HSA MATHS/GGVHSS WANDOOR

1 **2** സെ .മി ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് **5** സെ മി അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപെടുത്തുക. ആ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊട്ടുവരകൾ വരച്ച് അതിന്റെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

2 ചിത്രത്തിൽ **O** വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.കൂടാതെ **PT** തൊട്ടുവരയാണ്.തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളിൽ ചിത്രം പൂർത്തിയാക്കുക.

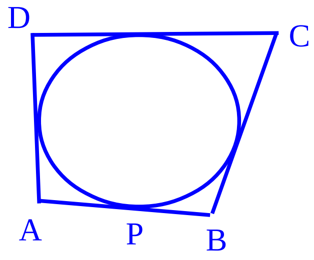


3 **3** സെ .മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഒരു കോൺ **40^0** ആയ ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികം വശങ്ങളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന രീതിയിൽ വരയ്ക്കുക.

4 **4** സെ .മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വശങ്ങളെല്ലാം അതിനെ തൊടുന്ന ഒരു സമപഞ്ചഭുജം വരയ്ക്കുക.

5 വശങ്ങളുടെ നീളം **4** സെ .മി ,**5** സെ. മി,**6** സെ .മി ആയ ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.

6 ചിത്രത്തിൽ **$<D = 90^0$ BC = 38** സെ.മീ **CD =25** സെ.മി. **BP = 27** സെ.മീ ആയാൽ അന്തർവൃത്ത ആരം എത്ര **?**



7 **Δ ABC** യിൽ **AB = 6** സെ.മി **, BC = 7** സെ.മി **$< A = 40^0$** ആയ ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.ആരം അളന്നെഴുതുക.

8 **Δ ABC** യിൽ **AB = 7** സെ.മി **, $< A = 70^0$ $<B = 40^0$** ആയ ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.ആരം അളന്നെഴുതുക.

9 **6** സെ.മി വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.ആരം അളന്നെഴുതുക.

10 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം **2.5** സെ.മി ആണ്.ത്രികോണത്തിന്റെ **2** കോണുകൾ **70^0,40^0** എന്നിവയാണ്.ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

11 ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം **5** സെ.മി ആയ സമചതുരം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തവും പരിവൃത്തവും വരയ്ക്കുക.

12 ഒരു കോൺ **50^0** യും ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം **5** സെ.മി ഉം വരുന്ന സമഭുജസാമാന്തരികം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ വശങ്ങൾ തൊട്ടുവരകളാകുന്ന വിധത്തിൽ വൃത്തം നിർമ്മിക്കുക.ആരം അളന്നെഴുതുക.

13 **3** സെ .മി ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.വൃത്തത്തിൽ **P** എന്ന ബിന്ദു അടയാളപെടുത്തുക.**P** യിലും അതിന്റെ എതിർബിന്ദുവായ **Q** വും തൊടുന്ന വിധത്തിൽ തൊട്ടുവര നിർമ്മിക്കുക.തൊട്ടുവരകളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത് **?**

14 **3** സെ .മി ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

(a) ഈ വൃത്തം പരിവൃത്തമായി വരത്തക്കവിധം ,കോണളവുകൾ **50^0,60^0,70^0** വരുന്ന ത്രികോണം **ABC** വരയ്ക്കുക.

(b) A,B,C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വൃത്തത്തിനു തൊട്ടുവരകൾ വരച്ച് വൃത്തത്തിനു പുറത്ത് ഒരു ത്രികോണം **PQR** വരയ്ക്കുക. **(c)** ത്രികോണം **PQR** ന്റെ കോണളവുകൾ കണക്കാക്കുക.

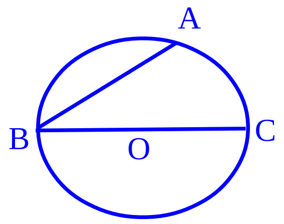
JITHESH P/HSA MATHS/GGVHSS WANDOOR

15 **3.5** സെ.മി ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ലംബമല്ലാത്ത രണ്ട് വ്യാസങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.വ്യാസങ്ങളിലെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിലെ തൊട്ടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.ഈ തൊട്ടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ പേരെന്ത് **?**

16 ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിലൂടെ തൊട്ടുവര വരയ്ക്കുക.

17 **<ABC =75⁰** ആകത്തക്കവിധം **AB ,AC** എന്നീ വരകൾ വരയ്ക്കുക. **AB,AC** എന്നിവ തൊട്ടുവരകളാകുന്ന വിധത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

18 ചിത്രത്തിൽ **O** വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.**BC = 6 cm** **<ABC =30⁰** ആകത്തക്കവിധം ചിത്രം വരച്ച് **A** എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ തൊട്ടുവര വരയ്ക്കുക.



19 ഇഷ്ടമുള്ള ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സഹായമില്ലാതെ അതിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിലൂടെ തൊട്ടുവര വരയ്ക്കുക.

20 **O** കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ **T** എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊട്ടുവരയാണ് **PT.** താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ പ്രസ്താവനയ്ക്കും കാരണം എഴുതുക.

1. <BAC = 60⁰

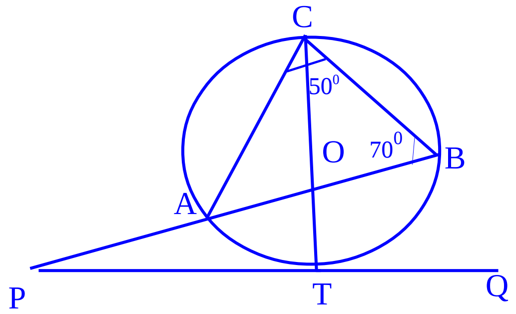
2. <BTC = 60⁰

3. <BTQ = 30⁰

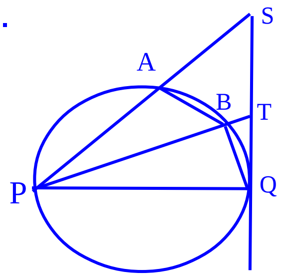
4. <BCT = 30⁰

5. <ACT = 20⁰

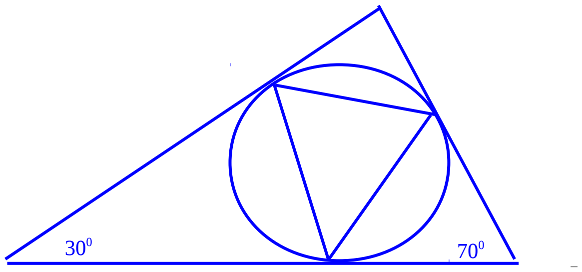
6. <PBT = 20⁰



21 ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിലെ **PQ** ഒരു വ്യാസമാണ് **. S,T** ഇവ **Q** വിൽ കൂടിയുള്ള തൊട്ടുവരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്.**PS,PT** ഇവ വൃത്തത്തെ **A,B** എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.**ABTS** ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

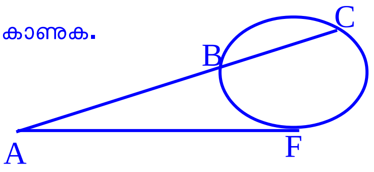


22 ചിത്രത്തിലെ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലാണ്.വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു.ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ കാണുക.

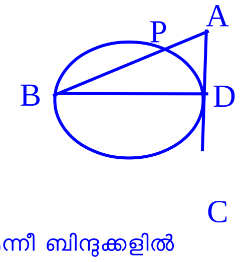


23 ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് **48π** ച. സെ.മി.ആയാൽ ആ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

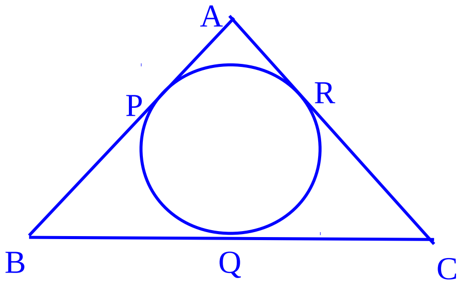
24 **O** കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ **AF = 12 cm BC = 7 cm** ആയാൽ **AB** കാണുക.



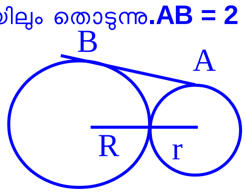
25 ചിത്രത്തിൽ **AB** യും **AC** യും തുല്ല്യ നീളമുള്ള വരകളാണ്.**CD = 10** സെ.മി ഉം **AB = 20** സെ.മി. ഉം ആയാൽ **AP** യുടെ നീളം കാണുക.



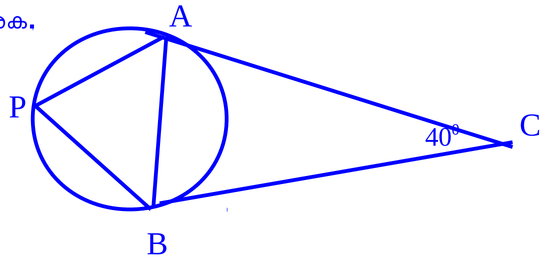
26 ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം **ABC** യുടെ അന്തർവൃത്തം **AB,BC,AC** എന്നീ വശങ്ങളെ **P,Q,R** എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. **AB = 10** സെ.മി. ,**BC = 12** സെ.മി. ,**AC = 16** സെ.മി. ആയാൽ ,**AP,BQ,CR** കാണുക.



27 **R,r** എന്നിവ ആരങ്ങളായ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ തൊടുന്നു.വൃത്തങ്ങളുടെ ഒരു പൊതു തൊടുവര വൃത്തങ്ങളെ **A** യിലും **B** യിലും തൊടുന്നു.**AB = $2\sqrt{Rr}$** ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



28 ചിത്രത്തിൽ **CA,CB** ഇവ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്.**PA=PB , <C =40^0**,ത്രികോണം **PAB** യുടെ കോണളവുകൾ കാണുക.

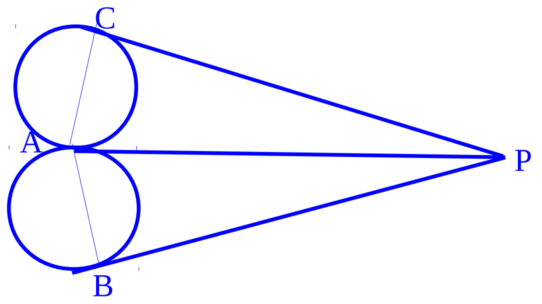


29 ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പാദകോണുകൾ **50^0** വീതമാണ്.ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം **3.5** സെന്റീമീറ്റർ ആയാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

30 **O** എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായ രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടെ ആരങ്ങങ്ങൾ **8 cm , 10 cm** എന്നിങ്ങനെയാണ്.വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ഞാൺ **AB,**ചെറിയവൃത്തത്തെ **P** യിൽ തൊടുന്നു.ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.ഞാൺ **AB** യുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.

31 ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ **A** യിൽ തൊടുന്നു.**A** യിൽ കൂടിയുളള തൊടുവരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് **P**

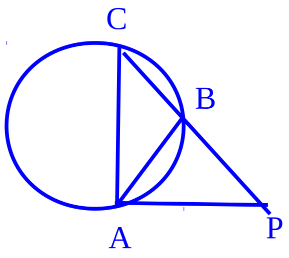
PB,PC എന്നിവ തൊടുവരകളും **<BPC** യുടെ സമഭാജി **PA** യുമാണ്.എങ്കിൽ **AB = AC** എന്ന് തെളിയിക്കുക.



32 ചിത്രത്തിൽ **AP** വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയും ത്രികോണം **APB** ഒരു

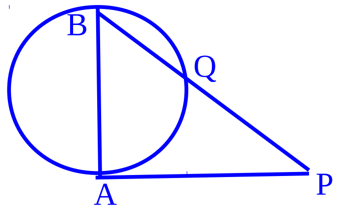
സമപാർശ്വത്രികോണവും ആണ്.കൂടാതെ **<APB = 50^0** . ത്രികോണം **ABC,**

ത്രികോണം **APB,** ഇവയുടെ കോണളവുകൾ കാണുക.



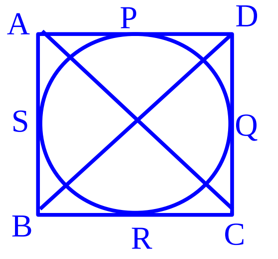
33 ചിത്രത്തിൽ **AB** വൃത്തത്തിന്റ വ്യാസവും **AP** തൊടുവരയുമാണ്.**PB = 9** സെന്റീമീറ്റർ **,PQ = 4**സെന്റീമീറ്റർ

ആയാൽ **AP** യുടെ നീളം കാണുക.വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്. **?**



34 ചിത്രത്തിൽ അന്തർവൃത്തം **AB,BC,CD,DA** എന്നീ വശങ്ങൾ **P,Q,R,S** എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

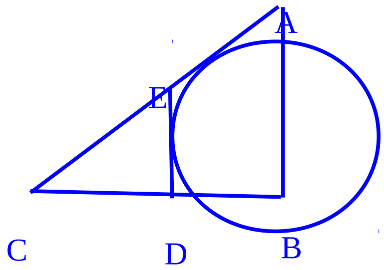
AB+CD = AD + BC എന്ന് തെളിയിക്കുക.



35 ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം **ABC** മട്ടത്രികോണമാണ്.**AB** വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം **AC** യെ **E** യിൽ.

ഖണ്ഡിക്കുന്നു **.E** യിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവര **BC** യെ **D** യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.**<BEA** യുടെ അളവ് എത്ര **?**

<CED = <ECD എന്ന് തെളിയിക്കുക.



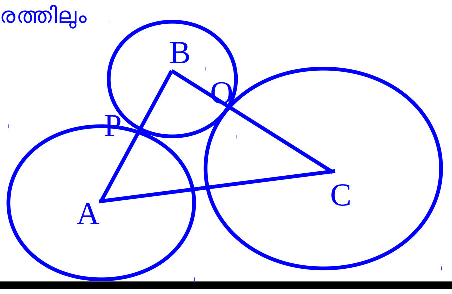
36 ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം **ABC** മട്ടത്രികോണമാണ്.**A** കേന്ദ്രമായി **7** സെന്റീമീറ്റർ ആരത്തിലും

C കേന്ദ്രമായി **11** സെന്റീമീറ്റർ ആരത്തിലും വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നു.**B** കേന്ദ്രമായി

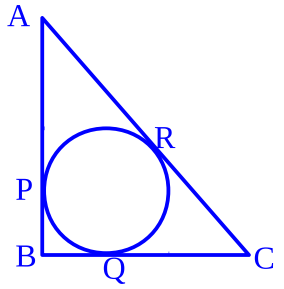
വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം ആദ്യത്തെ വൃത്തങ്ങളെ **P,Q**എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

(a) B കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം **r** ആയാൽ **AB** എത്രയാണ് **?**

(b) AC =20 സെന്റീമീറ്റർ ആയാൽ **r** കണ്ടുപിടിക്കുക.

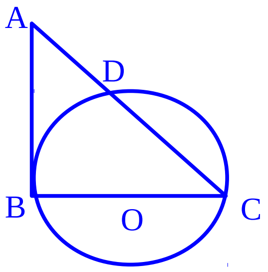


37 ചിത്രത്തിൽ **ΔABC** മട്ടത്രികോണമാണ്.**BC = 5 cm ,AB = 12 cm ,<B = 90^0. ΔABC** യുടെ അന്തർവൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക.

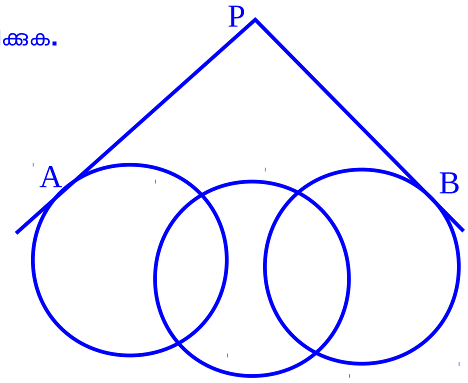


38 **ΔABC** യിൽ **AB = 12 cm** .ഇതിന്റെ അന്തർവൃത്തം **AB** യുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ തൊടുന്നു.ഇതിന്റെ ആരം **3 cm** ആണ്. **AC,BC** എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

39 ചിത്രത്തിൽ **ABC** എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണമായ **AC** യിലേക്ക് **BD** എന്ന ലംബം വരച്ചിരിക്കുന്നു. **AC x CD = BC^2** എന്നു തെളിയിക്കുക.



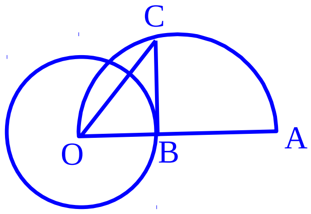
40 **C_1,C_3** കേന്ദ്രമായ വൃത്തങ്ങളിലേക്ക് **P** എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകളാണ് **PA,PB** എന്നിവ.**PA = PB** എന്ന് തെളിയിക്കുക.



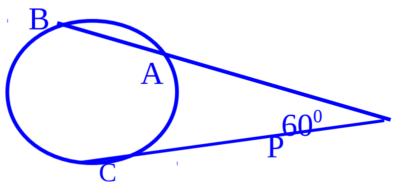
41 ചിത്രത്തിൽ **O** വൃത്തകേന്ദ്രവും **OA** അർധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവമാണ്.**OB = 1 cm,AB = 3 cm. B** എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള തൊടുവര അർധവൃത്തത്തെ **C** യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

(a) BC യുടെ നീളമെത്ര **?**

(b) ΔOBC യുടെ കോണുകൾ കാണുക.



42 ചിത്രത്തിൽ **PC** വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ്. **PA = 16 cm , AB = 9 cm** ആയാൽ

(a) PC എത്ര **?**

(b) ΔPCB യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.