



**കോഴിക്കോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്  
എഡ്യൂക്കെയർ സമഗ്ര പഠന പരിരക്ഷാ പദ്ധതി**

**അക്കാദമിക സഹായം:  
ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന കേന്ദ്രം,  
കോഴിക്കോട് (ഡയറ്റ്)  
District Institute of Education and Training (DIET), Kozhikode.**

**എസ്.എസ്.എൽ.സി വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള  
പഠനസഹായി - മാർച്ച് 2021  
Support Material for SSLC Students - March 2021**

**പ്രസിദ്ധീകരിച്ചത് : 2021 ജനുവരി**

**ശ്രീമതി. വി.പി മിനി.**

വിദ്യാഭ്യാസ ഉപഡയറക്ടർ & കൺവീനർ, എഡ്യൂക്കെയർ പദ്ധതി  
**വി.പി പ്രേമരാജൻ**  
പ്രിൻസിപ്പാൾ, ഡയറ്റ് കോഴിക്കോട്

**നിർമ്മാണ ചുമതല:**

സി.എം.ഡി.ഇ. വിഭാഗം ഡയറ്റ്  
അബ്ദുനാസർ. യു.കെ. സീനിയർ ലക്ചറർ &  
കോഡിനേറ്റർ, എഡ്യൂക്കെയർ പദ്ധതി  
പ്രബീഷ്. എം. ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്

**എഡിറ്റിംഗ് ചുമതല:**

ഡോ. സി. ഭാമിനി, സീനിയർ ലക്ചറർ  
എൻ. അബ്ദുറഹിമാൻ, സീനിയർ ലക്ചറർ  
ഡോ. കെ.എസ്. വാസുദേവൻ, സീനിയർ ലക്ചറർ  
കെ.പി പുഷ്പ, സീനിയർ ലക്ചറർ  
ഡോ. ബാബു വർഗ്ഗീസ്, സീനിയർ ലക്ചറർ  
ഡോ. അശോകൻ നൊച്ചാട്, സീനിയർ ലക്ചറർ  
സാജു തോമസ്, സീനിയർ ലക്ചറർ

**വിഷയം: ഗണിതം**

വിഷയ ചുമതല:  
പ്രൊജിക്ട് വി.ആർ  
ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്

**ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ:**

ജോൺ. പി.എ (റിട്ട. എച്ച്.എസ്.ടി)  
എച്ച്.എ.ബി.എച്ച്.എസ്.എസ്. വാരാപ്പുഴ  
രമ വി. (റിട്ട. എച്ച്.എം)  
എസ്.പി ബി.എച്ച്.എസ്.എസ്. രാമനാട്ടുകര  
ഫിറോസ മൊയ്തു  
കലിക്കറ്റ് ഗേൾസ് വി.എച്ച്.എസ്.എസ്.  
ഉബൈദുള്ള കെ.സി.  
എസ്.ഒ.എച്ച്.എസ്.എസ്. അരീക്കോട്  
മധു ആനന്ദ് എ  
പന്തീരാകാവ് എച്ച്.എസ്.എസ്.

ലേ ഔട്ട്, കവർ ഡിസൈനിംഗ് :

**മുഹമ്മദ് ബഷീർ കെ.എം.**

സേതു സീതാറാം എ.എൽ.പി.സ്കൂൾ, എലത്തൂർ.

കോപ്പികളുടെ എണ്ണം: 1000



ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്, കോഴിക്കോട്



പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

ഒരു അതിസൂക്ഷ്മ വൈറസ് സൃഷ്ടിച്ച ഭയാശങ്കകൾ നിറഞ്ഞ ദിനങ്ങളിലൂടെയാണ് ലോകമിപ്പോൾ ഇടറി നീങ്ങുന്നത്. വിദ്യാഭ്യാസം, വിനോദം, തൊഴിൽ, വ്യാപാരം തുടങ്ങി ജീവിതത്തിന്റെ സമസ്തമേഖലകളെയും പ്രതിസന്ധിയിലാക്കി കോവിഡ് 19. എന്നാൽ പ്രതിസന്ധികൾക്കു മുമ്പിൽ പകച്ചുനിൽക്കുന്നവരല്ല, മറിച്ച് അവയെ വിവേകപൂർവ്വം അഭിമുഖീകരിക്കുന്നവരാണ് ചരിത്രം നിർമ്മിക്കുന്നതെന്ന യാഥാർത്ഥ്യം സാക്ഷ്യപ്പെടുത്തുകയാണ് കേരളമിപ്പോൾ.

ഫസ്റ്റ് ബെൽ ഓൺലൈൻ ക്ലാസുകൾ സജീവമാണ്. സ്കൂൾ ദിനങ്ങൾ പതുക്കെ പൂർവസ്ഥിതി പ്രാപിക്കുക തന്നെ ചെയ്യും. എസ്.എസ്.എൽ.സി പരീക്ഷ വരുന്നു. ജീവിതം ക്രമേണ സാധാരണ നില കൈവരിയ്ക്കുന്നു. സഹവർത്തിത്വത്തിന്റെ ഗാഥകൾ പാടി നാം ഈ കോവിഡ് ഉയർത്തിയ പ്രതിസന്ധികളും മറികടക്കുകയാണ്.

2021 മാർച്ചിൽ നടക്കാനിരിക്കുന്ന എസ്.എസ്.എൽ.സി പരീക്ഷയ്ക്കായി ഓരോ വിഷയത്തിനും ഉന്നത മേഖലകൾ (Focus Area) എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി നിജപ്പെടുത്തിയിരിക്കുകയാണ്. ഈ പശ്ചാത്തലത്തിൽ ഉന്നത മേഖലകൾ അടിസ്ഥാനമാക്കി കോഴിക്കോട് ജില്ലാവിദ്യാഭ്യാസ മിഷൻ നിർദ്ദേശിച്ചതനുസരിച്ച് ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് 'എഡ്യൂക്കെയർ' പദ്ധതിയിലുൾപ്പെടുത്തി കുട്ടികൾക്കായി പ്രത്യേക പഠന പിന്തുണാസാമഗ്രികൾ (Support Materials) അച്ചടിച്ചു നൽകുകയാണ്.

ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന കേന്ദ്രത്തിന്റെ (DIET) അക്കാദമിക പിന്തുണയോടെ തയ്യാറാക്കിയ ഈ പഠനസഹായികൾ കുട്ടികളിലേക്കെത്തിക്കുക മാത്രമല്ല അധ്യാപകർക്ക് ആവശ്യമായ പരിശീലനം നൽകുകയും ചെയ്യുന്നുണ്ട്. പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ മേഖലയിൽ കോഴിക്കോട് ജില്ലയുടെ ഒരു തനതു മാതൃകയായി നമുക്കിത് വളർത്തിയെടുക്കാം.

കോവിഡ് സൃഷ്ടിച്ച പരിമിതികൾ മറികടന്ന് അഭിമാനകരമായ വിജയം കരസ്ഥമാക്കിയ കുട്ടികൾ എന്ന് 2020 - 21 എസ്. എസ് എൽ.സി ബാച്ചിനെ ചരിത്രം രേഖപ്പെടുത്തുക തന്നെ ചെയ്യും.

എല്ലാവർക്കും മികച്ച വിജയം ആശംസിക്കുന്നു.

കോഴിക്കോട്  
12 - 01 - 2021

**കാനത്തിൽ ജമീല**  
പ്രസിഡണ്ട്,  
ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്, കോഴിക്കോട്



**ശ്രീമതി. വി.പി മിനി.**  
 വിദ്യാഭ്യാസ ഉപഡയറക്ടർ &  
 കൺവീനർ, എഡ്യൂക്കെയർ പദ്ധതി



**വി.വി പ്രേമരാജൻ**  
 പ്രിൻസിപ്പാൾ  
 ഡയറ്റ് കോഴിക്കോട്

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

2020 - 21 അധ്യയനവർഷം ഇതുവരെയുള്ള അധ്യയന വർഷങ്ങളിൽ നിന്നും തികച്ചും ഭിന്നമാണ്. സാധാരണപോലെ സ്കൂളിൽ പോയി സഹപാഠികളോടൊപ്പമിരുന്ന് അധ്യാപകരുടെ നേതൃത്വത്തിൽ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടാൻ ഈ വർഷം കുട്ടികൾക്കാർക്കും സാധിച്ചിട്ടില്ല. പകരം സംസ്ഥാനതലത്തിൽ സംപ്രേഷണം ചെയ്യുന്ന വീഡിയോ ക്ലാസുകൾ വീട്ടിലിരുന്ന് കാണുകയും അധ്യാപകരുടെ സഹായത്തോടെ പഠനം മുന്നോട്ടു പോവുകയുമായിരുന്നു ഇതുവരെ. ഇനി കുട്ടികൾക്ക് സംശയങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും പരീക്ഷയ്ക്ക് തയ്യാറെടുക്കുന്നതിനുമുള്ള സമയമാണ്. എസ്എസ്എൽസി പൊതു പരീക്ഷാഫലം എല്ലാവരും ഉറ്റു നോക്കുന്നതിനാൽത്തന്നെ കുട്ടികൾ ആശങ്കാകുലരാണ്. ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ പരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്നതിന് അവരെ പ്രാപ്തരാക്കേണ്ടതുണ്ട്. പരീക്ഷയ്ക്ക് പാഠഭാഗങ്ങൾ ഒന്നും ഒഴിവാക്കിയിട്ടില്ലെങ്കിലും കൂടുതൽ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട പാഠഭാഗങ്ങൾ എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഓരോ വിഷയവും ഫലപ്രദമായി വിനിയമം ചെയ്യുന്നതിന് ആവശ്യമായ സവിശേഷമായ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളും അനുബന്ധ നിർദ്ദേശങ്ങളും കോഴിക്കോട് ഡയറ്റിന്റെ അക്കാദമിക് നേതൃത്വത്തിൽ കോഴിക്കോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ തയ്യാറാക്കി നൽകുകയാണ്. വിദ്യാർത്ഥികൾ സ്കൂളിലെത്തുന്ന സാഹചര്യത്തിൽ അധ്യാപകരുടെ സഹായത്തോടെ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടാനും സംശയനിവാരണം നടത്താനും ഇവ ഫലപ്രദമായി ഉപയോഗിക്കുമല്ലോ.

എല്ലാവർക്കും വിജയാശസംകൾ

കോഴിക്കോട്  
 12 - 01 - 2021

# അധ്യായം: 1

## സമാന്തരശ്രേണി

### Focus Points

- \* ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്നും തുടങ്ങി ഒരു സംഖ്യ ആവർത്തിച്ച് കൂട്ടി സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുന്നു. സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം  $an + b$  എന്ന മാതൃകയിലാണ് . ഇതിൽ  $a$  പൊതുവ്യത്യാസവും  $a + b$  ആദ്യപദവുമാണ് .
- \* ആദ്യപദം  $f$  എന്നും പൊതുവ്യത്യാസം  $d$  എന്നും എടുത്താൽ ബീജഗണിതരൂപം  $x_n = dn + (f - d)$
- \* ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- \* പദങ്ങളെല്ലാം എണ്ണൽസംഖ്യകളായ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യയായിരിക്കും ശിഷ്യമായി കിട്ടുന്നത് .
- \* ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണം പദങ്ങളുള്ള സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടറ്റത്തുനിന്നും ഒരേ അകലെയുള്ള പദങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ് . പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ നടുവിൽ ഒരു പദമുണ്ടായിരിക്കും. രണ്ടറ്റത്തുനിന്നും തുല്യ അകലെയുള്ള പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ പകുതിയായിരിക്കും നടുവിലെ പദം.
- \*  $f$  ആദ്യപദവും  $d$  പൊതുവ്യത്യാസവുമായാൽ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം  $x_n = dn + (f - d)$  ആണ്.
- \* ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ  $n = 1, 2, 3 \dots$  എന്നിങ്ങനെ നൽകി എല്ലാ പദങ്ങളും എഴുതാം.
- \*  $1, 2, 3, 4 \dots$  എന്ന സംഖ്യാശ്രേണിയാണ് എണ്ണൽസംഖ്യാശ്രേണി
- \* ആദ്യത്തെ  $n$  എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക  $= \frac{n(n+1)}{2}$
- \*  $2, 4, 6, 8 \dots$  എന്ന ശ്രേണിയാണ് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി . ആദ്യത്തെ  $n$  ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക  $n(n + 1)$
- \*  $1, 3, 5, 9 \dots$  എന്ന ശ്രേണിയാണ് ഒറ്റസംഖ്യാശ്രേണി. ആദ്യത്തെ  $n$  ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക  $= n^2$
- \* ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം  $x_1$ ,  $n$  മത്തെ പദം  $x_n$  ആയാൽ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക  $(x_1 + x_n) \times \frac{n}{2}$  ആണ് .
- \*  $1, 2, 3, 4 \dots$  എന്ന സംഖ്യാശ്രേണിയാണ് എണ്ണൽസംഖ്യാശ്രേണി
- \* ആദ്യത്തെ  $n$  എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക  $= \frac{n(n+1)}{2}$
- \*  $2, 4, 6, 8 \dots$  എന്ന ശ്രേണിയാണ് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി . ആദ്യത്തെ  $n$  ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക  $n(n + 1)$
- \*  $1, 3, 5, 9 \dots$  എന്ന ശ്രേണിയാണ് ഒറ്റസംഖ്യാശ്രേണി. ആദ്യത്തെ  $n$  ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക  $= n^2$

1) 1, 3, 5, 7... എന്ന് തുടരുന്ന സംഖ്യാശ്രേണിയിൽ

- a) അടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങൾ കൂടി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏറ്റവും ചെറിയ രണ്ടു സംഖ്യാപദം ഏതാണ്?
- c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടു സംഖ്യാപദം എഴുതുക
- d) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ 75 കിട്ടുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

**Answers**

- a) 9, 11
- b) 11
- c) 99
- d) ഇല്ല. കാരണം പദങ്ങളെല്ലാം ഒറ്റസംഖ്യകളാണ്. രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യ ആയിരിക്കും .

- 2) a) ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് 1 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടു സംഖ്യാപദം ഏതാണ്?
  - c) 100 ൽ താഴെ ഇത്തരം എത്ര സംഖ്യകളുണ്ടെന്ന് പറയാമോ?

**Answers**

- a) 1, 11, 21, 31...
- b) 91
- c) 10

3) 1, 4, 9, 16... എന്ന ശ്രേണി എഴുതുന്നതിനായി ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന നിയമം തിരിച്ചറിഞ്ഞ്

- a) അടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങൾ എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയുടെ പത്താമത്തെ പദം എഴുതുക
- c) 900 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? ആണെങ്കിൽ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?
- d) 1000 ഈ ശ്രേണിയുടെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

**Answers**

- a) 25, 36, 49
- b)  $10^2 = 100$
- c) 900 ഈ ശ്രേണിയുടെ മൂപ്പതാം പദമാണ്
- d) 1000 ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമല്ല. അതിനാൽ പദമല്ല.

4) 3കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്യം 1 വരുന്ന സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക

- a) ഈ സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ രണ്ടു സംഖ്യ ഏത്?
- c) 25 വരെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാകും?
- d) ഒരു സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഏതൊക്കെ സംഖ്യകളാണ് ശിഷ്യമായി വരാവുന്നത്?

**ഉത്തരങ്ങൾ**

- a) 1, 4, 7, 10...
- b) 10
- c) 9 എണ്ണം. എണ്ണി നോക്കി ഉറപ്പാക്കുക
- d) 0, 1, 2

- 5) a) സമഭജ്യത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം, സമഷഡ്ഭുജം എന്നിങ്ങനെയുള്ള സമബഹുഭുജങ്ങളുടെ ശ്രേണി വരയ്ക്കുക
- b) അകക്കോൺ തുകയുടെ ശ്രേണി എഴുതുക
  - c) ഒരോ അകക്കോണുകളുടെയും ശ്രേണി എഴുതുക
  - d) പുറം കോണുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക

**Answers**

- a) ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) 180, 360, 540, 720...
- c) 60, 90, 108, 120...
- d) 120, 90, 72, 60...

- 6) a) 3ൽ നിന്നും തുടങ്ങി 2വീതം തുടർച്ചയായി കൂട്ടി കിട്ടുന്ന സംഖ്യാശ്രേണി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയിൽ മൂന്നിനോട് എത്ര കൂട്ടുമ്പോഴാണ് 17 കിട്ടുന്നത്?
  - c) 17 ഈ ശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?
  - d) 3 നോട് എത്ര പ്രാവശ്യം 2 കൂട്ടിയാൽ  $n$  മത്തെ പദം കിട്ടും?
  - e) ഈ ശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം  $2n + 1$  ആണെന്ന് കാണിക്കുക

**Answers**

- a) 3, 5, 7, ...
- b)  $7 \times 2 = 14$
- c) 8 മത്തെ പദം
- d)  $(n - 1) \times 2 + 3 = x_n$  എന്നത്  $n$  മത്തെ പദമാണ്.
- e) ലഘൂകരിച്ചാൽ,  $x_n = 2n - 2 + 3 = 2n + 1$

- 7) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 2, പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയാൽ
- a) ശ്രേണി എഴുതുക

- b) ആദ്യപദത്തോട് എത്ര തവണ പൊതുവ്യത്യാസമായ 3 കൂട്ടുമ്പോൾ 25 മത്തെ പദം കിട്ടും?
- c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഇരുപത്തിയഞ്ചാം പദം എത്ര?
- d) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

**Answers**

- a) 2, 5, 8, 11...
- b) 24 തവണ 3 കൂട്ടണം.
- c)  $x_{25} = 2 + 24 \times 3 = 2 + 72 = 74$
- d)  $x_n = dn + (f - d) = 3n - 1$

- 8) 1, 5, 9, 13... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക
- a) ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - b) പത്താംപദം കിട്ടാൻ 1 നോട് എത്ര തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടണം ?
  - c) ആദ്യപദമായ 1 നോട് എത്ര തവണ 3 കൂട്ടിയാൽ  $n$  മത്തെ പദം കിട്ടും?
  - d) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക .

**Answers**

- a)  $d = 5 - 1 = 4$
- b) 9 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടണം.
- c)  $(n - 1)$  തവണ 3 കൂട്ടണം
- d)  $x_n = dn + (f - d) = 4n - 3$

- 9) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം  $3n + 7$  ആണ്.
- a) ശ്രേണി എഴുതുക
  - b) ശ്രേണിയുടെ ഇരുപതാം പദം എത്ര?
  - c) അഞ്ചാം പദത്തോട് എത്ര കൂട്ടിയാൽ പത്താം പദം കിട്ടും?

**Answers**

- a) ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ 1, 2, 3... എന്നീ വിലകൾ  $n$  ന് കൊടുത്താൽ 10, 13, 16... എന്നീ പദങ്ങൾ കിട്ടും.
- b)  $x_{20} = 3 \times 20 + 7 = 67$
- c) 5 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടണം . അത്  $5 \times 3 = 15$  ആണ്

- 10) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം  $\frac{1}{2}n + 3$  ആണ്.
- a)  $n$  ന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഏത് വിലയ്ക്കാണ് ആദ്യത്തെ എണ്ണൽസംഖ്യാപദം കിട്ടുന്നത് ?
  - b) എണ്ണൽസംഖ്യാപദങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക
  - c) എണ്ണൽ സംഖ്യാപദങ്ങൾ മറ്റൊരു സമാന്തരശ്രേണി രൂപീകരിക്കുന്നു. ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
  - d) ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യാപദം ഏത് ?
  - e) 100 ൽ താഴെ എത്ര എണ്ണൽസംഖ്യാപദങ്ങളുണ്ട് ?

**Answers**

- a)  $n = 2$
- b) 2, 4, 6, 8... എന്നീ വിലകൾ  $n$  ന് നൽകിയാൽ 4, 5, 6, 7... എന്ന ശ്രേണി കിട്ടുന്നു
- c)  $x_n = n + 3$
- d) 99
- e) 96

11) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അഞ്ചാംപദം 10ഉം പത്താം പദം 5ഉം ആയാൽ

- a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- b) ആദ്യപദം എത്ര?
- c) പതിനഞ്ചാം പദം എത്ര?
- d) ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എത്ര?

**Answers**

- a)  $5d = 5 - 10 = -5, d = -1$
- b)  $x_1 = x_5 - 4 \times d = 10 - (-1) \times 4 = 14$
- c)  $x_{15} = f + 14d = 14 + 14 \times (-1) = 14 - 14 = 0$
- d) 0

12) 1, 8, 15, 22... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

- a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- b) പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്യമെത്ര?
- c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങളുടെ ആകെത്തുക എത്ര?
- d) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- e) 100ൽ താഴെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?

**Answers**

- a)  $d = 8 - 1 = 7$
- b) 1
- c) 106
- d)  $x_n = dn + (f - d) = 7n + (1 - 7) = 7n - 6$
- e)  $7n - 6 < 100, 7n < 106, n < 15.1, n = 15$   
ആയിരിക്കാൻ താഴെ 15 പദങ്ങളുണ്ട്.

13) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം  $7n + 3$  ആണ്.

- a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
- b) ആദ്യപദം എത്ര?
- c) 171 ഈ ശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?
- d) 248 ഈ ശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?
- e) 171 മുതൽ 248 വരെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?



**Answers**

- a) 7
- b)  $7 \times 1 + 3 = 10$
- c)  $7n + (10 - 7) = 171$   
 $7n + 3 = 171, 7n = 168, n = 24$   
 ഇരുപത്തി നാലാമത്തെ പദമാണ് 171
- d)  $7n + 3 = 248, 7n = 245, n = 37$
- e)  $37 - 24 + 1 = 14$

14) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ ഓരോന്നും സമാന്തരശ്രേണിയാക്കാൻ ചതുരങ്ങളിൽ ഉചിതമായ സംഖ്യകൾ എഴുതുക

- a)  $\boxed{5}, \bigcirc, \boxed{11}, \bigcirc, \boxed{17}$
- b)  $\boxed{13}, \boxed{9}, \bigcirc, \bigcirc, \boxed{-3}, \boxed{-7}$
- c)  $\bigcirc, \bigcirc, \boxed{6}, \boxed{10}, \bigcirc, \bigcirc$
- d)  $\boxed{7}, \boxed{15}, \bigcirc, \bigcirc, \boxed{39}, \boxed{47}$

**Answers**

- a) 5, 8, 11, 14, 17
- b) 13, 9, 5, 1, -3, -7
- c) -2, 2, 6, 10, 14, 18
- d) 7, 15, 23, 31, 39, 47

15) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ ക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലായിരിക്കും .

- a) നടുവിലെ കോൺ എത്ര?
- b) മൂന്ന് കോണുകളും എഴുതുക

**Answers**

- a)  $x_2 = \frac{180}{3} = 60$
- b)  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

16) ഒരു ചതുർഭുജത്തിലെ കോണളവുകൾ ക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.

- a) പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര?
- b) ആദ്യത്തെ പദത്തിന്റെയും നാലാമത്തെ പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര?
- c) രണ്ടാമത്തെ പദത്തിന്റെയും മൂന്നാമത്തെ പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര?
- d) ഇത്തരം ചതുർഭുജങ്ങളെ പൊതുവെ വിളിക്കുന്ന പേരെന്ത്?

**Answers**

- a)  $360^\circ$
- b)  $x_1 + x_4 = 180^\circ$
- c)  $x_2 + x_3 = 180^\circ$
- d) ആന്തരസഹകോണുകളുടെ തുക  $180^\circ$  ആയതിനാൽ രണ്ട് വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളാണ്. ഇത് ലംബകമാണ്.

- 17) ഒരു പഞ്ചഭുജത്തിലെ കോണളവുകൾ ക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ സമാന്തരശ്രോണിയിലാണ്.
- കോൺ തുക എത്ര?
  - നടുവിലെ കോൺ എത്ര?
  - ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ  $40^\circ$  ആയാൽ അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് കോണുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?
  - കോണുകൾ എല്ലാം ശ്രോണിയായി എഴുതുക

**Answers**

- $(5 - 2) \times 180 = 540^\circ$
- $x_3 = \frac{540}{5} = 108^\circ$
- $108 - 40 = 2d, d = 34^\circ$
- $40^\circ, 74^\circ, 108^\circ, 142^\circ, 176^\circ$

- 18) ഒൻപത് പദങ്ങളുള്ള ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ ആദ്യപദത്തിന്റെയും ഒൻപതാം പദത്തിന്റെയും തുക 32 ആയാൽ
- രണ്ടാമത്തെയും എട്ടാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?
  - അഞ്ചാമത്തെ പദം എത്ര?
  - ആറാം പദം 19 ആയാൽ ശ്രോണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - ശ്രോണിയുടെ ആദ്യപദം എത്ര?

**Answers**

- $x_2 + x_8 = 32$
- $\frac{32}{2} = 16^\circ$
- $d = x_6 - x_5 = 3$
- $x_1 = x_5 - 4d = 16 - 12 = 4$

- 19) ഒരു സമാന്തരശ്രോണിയുടെ പതിമൂന്നാംപദം 48, പതിനേഴാം പദം 64 ആയാൽ
- പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - പതിനഞ്ചാം പദം എത്ര?
  - ഈ ശ്രോണിയുടെ ആദ്യപദം കണക്കാക്കുക
  - ശ്രോണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
  - ആദ്യം മുതലുള്ള നിശ്ചിത എണ്ണം പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എത്ര?

**Answers**

- $x_{17} - x_{13} = 4d, 4d = 64 - 48 = 16$   
 $d = 4$
- $x_{15} = \frac{48+64}{2} = 56$   
or  
 $x_{15} = x_{13} + 2d = 48 + 2 \times 4 = 48 + 8 = 56$   
or  
 $x_{15} = x_{17} - 2d = 64 - 8 = 56$
- $x_1 = x_{13} - 12 \times d = 48 - 12 \times 4 = 48 - 48 = 0$
- $x_n = dn + (f - d) = 4n - 4$
- ആദ്യപദം 0 ആയതിനാൽ ആദ്യം മുതലുള്ള കറേ പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 0 ആയിരിക്കും

- 20) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക 70. ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക 286 എങ്കിൽ
- ശ്രേണിയുടെ മൂന്നാം പദം എത്ര?
  - ശ്രേണിയുടെ ആറാം പദമെത്ര?
  - ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക
  - ആദ്യപദം എത്ര?
  - ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

**Answers**

- $x_3 = \frac{70}{5} = 14$
- $x_6 = \frac{286}{11} = 26$
- $x_6 - x_3 = 26 - 14$   
 $3d = 12, d = 4$
- $x_1 = x_3 - 2d = 14 - 2 \times 4 = 14 - 8 = 6$
- $x_n = dn + (f - d) = 4n + (6 - 4) = 4n + 2$

- 21) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏഴാംപദം 21 ആണ്.
- ആറാം പദത്തിന്റെയും എട്ടാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര?
  - ഒന്നാം പദത്തിന്റെയും പതിമൂന്നാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര?
  - എട്ടാം പദം 25 ആയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?
  - ആദ്യപദം എത്ര?
  - ഈ ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 45 ആകുമോയെന്ന് എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?

**Answers**

- $x_6 + x_8 = 21 \times 2 = 42$
- $x_1 + x_{13} = 42$
- $d = x_8 - x_7 = 25 - 21 = 4$
- $x_1 = x_7 - 6d = 21 - 6 \times 4 = 21 - 24 = -3$
- 45 എന്ന സംഖ്യ 4ന്റെ ഗുണിതമല്ല.  
 $\therefore$  45 രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ആകുന്നില്ല

- 22) 11, 15, 19...327 എന്നത് ഒരു സമാന്തരശ്രേണി
- ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
  - ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്
  - പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
  - ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും 25 പദങ്ങളുടെ തുക 2020 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

**Answers**

- $x_n = dn + (f - d), x_n = 4n + (11 - 4) = 4n + 7$
- $4n + 7 = 327, 4n = 320, n = 80$
- തുക =  $(x_1 + x_n) \times \frac{n}{2} = (11 + 327) \times \frac{80}{2} = 13520$
- പദങ്ങളെല്ലാം ഒറ്റസംഖ്യയാണ്. 25 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക ഇരട്ടസംഖ്യയായ 2020 ആകില്ല.

- 23) 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്യം 3 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

- a) ഈ ശ്രേണി എഴുതുക
- b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- c) 100ന് തൊട്ടുതാഴെയുള്ള ഈ ശ്രേണിയുടെ പദമെത്ര?
- d) 100ൽ താഴെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?
- e) നൂറിൽ താഴെയുള്ള പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) 3, 7, 11, ...
- b)  $x_n = dn + (f - d) = 4n + (3 - 4) = 4n - 1$
- c) 99
- d)  $4n - 1 = 99, 4n = 100, n = 25$
- e)  $തുക = (x_1 + x_n) \times \frac{n}{2} = (3 + 99) \times \frac{25}{2} = 1275$

24) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തരത്തിൽ ശ്രേണിയെഴുതി ക്രിയചെയ്യുക

- a) ആദ്യപദം 2, പൊതുവ്യത്യാസം 4ആയ സമാന്തരശ്രേണി എഴുതി ആദ്യത്തെ 2പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക
- b) ആദ്യപദം 3, പൊതുവ്യത്യാസം 6ആയ സമാന്തരശ്രേണി എഴുതി ആദ്യത്തെ 3പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക
- c) ആദ്യപദം 4, പൊതുവ്യത്യാസം 8ആയ സമാന്തരശ്രേണി എഴുതി ആദ്യത്തെ 4പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക
- d) ആദ്യപദം 5, പൊതുവ്യത്യാസം 10ആയ സമാന്തരശ്രേണി എഴുതി ആദ്യത്തെ 5പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക
- e) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം  $n$ , പൊതുവ്യത്യാസം  $2n$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ  $n$ പദങ്ങളുടെ തുക  $n^3$  എന്ന് തെളിയിക്കുക

**Answers**

- a) 2, 6  
 $തുക = 2 + 6 = 8$
- b) 3, 9, 15  
 $തുക = 3 + 9 + 15 = 27$
- c) 4, 12, 20, 28  
 $തുക = 4 + 12 + 20 + 28 = 64$
- d) 5, 15, 25, 35, 45  
 $തുക = 5 + 15 + 25 + 35 + 45 = 125$
- e)  $n, 3n, 5n, 7n, \dots, (2n - 1) \times n$   
 $x_1 = n, x_n = (2n - 1)n$   
 $തുക = (x_1 + x_n) \times \frac{n}{2} = n^3$

25) പൊട്ടുകൾ കൊണ്ട് രൂപീകരിക്കുന്ന ഒരു ശ്രേണിയാണ് താഴെ കാണുന്നത് .



- a) പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക

- b) ആറാമത്തെ സമചതുരചിത്രത്തിൽ എത്ര പൊട്ടുകളുണ്ടാകും ?
- c) നൂറ് പൊട്ടുകളുള്ള സമചതുരചിത്രം ശ്രേണിയിൽ എത്രാമത്തെ സ്ഥാനത്താണ് വരുന്നത്
- d) പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- e) 1000ത്തിന് തൊട്ടുതാഴെ എത്ര പൊട്ടുകളുള്ള സമചതുരമാണ് ഉണ്ടാകുന്നത് ?

**Answers**

- a) 1, 4, 9, 16, 25 ...
- b) 36
- c) 10th position
- d)  $x_n = n^2$
- e) 961 dots . It is  $31^2$

- 26)  $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7} \dots$  എന്ന ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക
- a) ഈ ശ്രേണിയുടെ അടുത്തപദം ഏത് ?
  - b) ആദ്യത്തെ എണ്ണൽ സംഖ്യയായ പദമേത് ?
  - c) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക
  - d) 2 ഈ ശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമായിരിക്കും ?
  - e) ശ്രേണിയിൽ ഏതൊക്കെ സ്ഥാനങ്ങളിലാണ് എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ക്രമത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്നത് ?

**Answers**

- a)  $\frac{5}{7}$
- b)  $\frac{7}{7} = 1$
- c)  $x_n = \frac{n}{7}$
- d) 14 th position
- e) 7, 14, 21, 28 ...

- 27) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തുകകൾ കണക്കാക്കുക
- a) 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
  - b) 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
  - c) 3, 4, 5 ... എന്ന 1 വീതം കൂട്ടിയെഴുതുന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 48 പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
  - d) 10 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) തുക =  $(n + 1) \times \frac{n}{2} = (10 + 1) \times \frac{10}{2} = 55$
- b) തുക =  $(100 + 1) \times \frac{100}{2} = 5050$
- c) തുക =  $(1 + 2 + 3 + 4 \dots 50) - (1 + 2) = (50 + 1) \times \frac{50}{2} - 3 = 1272$
- d) 10 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക = 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള തുക - 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള തുക  
 $= (20 + 1) \times \frac{20}{2} - (9 + 1) \times \frac{9}{2} = 165$

- 28) ആദ്യത്തെ  $n$  എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക  $(n+1) \times \frac{n}{2}$  ആണല്ലോ. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതാൻ ഉചിതമായ രീതിയിൽ ഉപയോഗിക്കുക
- a) 3, 6, 9 ... എന്ന മൂന്നിന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടാമത്തെ പദം ഏത്?

- b) 100ൽ താഴെ ഈ ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
- c) 100ൽ താഴെയുള്ള ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
- d) 100ൽ താഴെയുള്ള 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) 99
- b)  $3 + 6 + 9 + \dots + 99 = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 33) = 3 \times (33 + 1) \times \frac{33}{2} = 1683$
- c)  $2 + 4 + 6 + \dots + 98 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 49) = 2 \times (49 + 1) \times \frac{49}{2} = 2450$
- d)  $7 + 14 + 21 + \dots + 98 = 7(1 + 2 + 3 + \dots + 14) = 7 \times (14 + 1) \times \frac{14}{2} = 735$

29) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക

- a) ആദ്യത്തെ 10ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക
- b) ആദ്യത്തെ 25 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക
- c) 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എത്ര ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് 1225?
- d)  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1$  എന്ന തുക 900 നും 1000ത്തിനും ഇടയിലായാൽ  $n$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $s_n = n^2, s_{10} = 10^2 = 100$
- b)  $s_n = n^2, s_{25} = 25^2 = 625$
- c) ആദ്യത്തെ  $n$ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക  $= n^2$ .  
 $n = \sqrt{1225} = 35$
- d) 900ത്തിനും 1000ത്തിനും ഇടയിലുള്ള പൂർണ്ണവർഗ്ഗം 961 ആണ്.  $n^2 = 961, n = 31$

30) ത്രികോണസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയെക്കുറിച്ച് കേട്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ

$$1, 3, 6, 10, 15, 21 \dots$$

ത്രികോണസംഖ്യകൾ രൂപീകരിക്കുന്ന പാറ്റേൺ കാണുക

$$1 = 1$$

$$3 = 1 + 2$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

- a) പത്താമത്തെ ത്രികോണസംഖ്യ ഏത്?
- b) ത്രികോണസംഖ്യാശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം എഴുതുക
- c) ഏറ്റവും വലിയ രണ്ടാമത്തെ ത്രികോണസംഖ്യ എഴുതുക
- d) അൻപതാമത്തെ ത്രികോണസംഖ്യ ഏത്?

**Answers**

- a)  $T_{10} = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = (10 + 1) \frac{10}{2} = 55$
- b)  $(n + 1) \times \frac{n}{2}$
- c)  $T_{13} = (13 + 1) \times \frac{13}{2} = 91$
- d)  $T_{50} = (50 + 1) \times \frac{50}{2} = 1275$

31) പാറ്റേൺ നോക്കുക

1  
 3 5 7  
 9 11 13 15 17  
 19 21 23 25 27 29 31  
 -----

- a) ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- c) 20മത്തെ വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?
- d) 20മത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ ഏത്?
- e) ഇരുപതാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ ഏത്?
- f) 20വരി എഴുതാൻ എത്ര സംഖ്യകൾ വേണം?

Answers

- a) 1, 3, 5, 7...
- b)  $x_n = dn + (f - d) = 2n - 1$
- c)  $x_{20} = 2 \times 20 - 1 = 39$
- d) അവസാനസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി: 1, 7, 17, 31...  
 $x_n = 2n^2 - 1, x_{20} = 2 \times 20^2 - 1 = 799$ .  
 ഇരുപതാംവരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ = 799
- e)  $2 \times 19^2 - 1 + 2 = 723$ . (പത്തൊൻപതാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയോട് 2 കൂട്ടിയത്)
- f)  $20^2 = 400$  സംഖ്യകൾ വേണം

32) പാറ്റേൺ നോക്കുക

1  
 2 3 4  
 5 6 7 8 9  
 -----

- a) ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- c) 20മത്തെ വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?
- d) 20മത്തെ വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ ഏത്?
- e) ഇരുപതാം വരിയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ ഏത്?
- f) ഇരുപത് വരികളുണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യമായ സംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക

Answers

a)  $1, 3, 5, 7 \dots$

b)  $x_n = 2n - 1$

c) 39

d)  $20^2 = 400$

(അവസാന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി  $1, 4, 9, 16 \dots$ )

e)  $19^2 + 1 = 362$

f)  $1, 2, 3, 4 \dots 400$  എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുക  $= (400 + 1) \times \frac{400}{2} = 80200$

33)  $3, 5, 7, 9 \dots$  എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ആദ്യപദത്തോട് 4തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ എത്രാമത്തെ പദമാണ് കിട്ടുന്നത്?

c) ഈ ശ്രേണിയുടെ പത്താമത്തെ പദം എത്രയാണ്?

d) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

34) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പതിനഞ്ചാം പദം 40ഉം ഇരുപതാം പദം 60ഉം ആയാൽ

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ പദം എത്ര?

c) ശ്രേണിയുടെ പത്താമത്തെ പദം എത്ര?

d) ഈ ശ്രേണിയുടെ  $n$ മത്തെ പദം എത്ര?

i



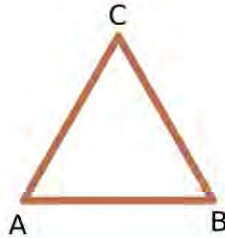
## അധ്യായം: 2

# വൃത്തങ്ങൾ

### Focus Points

- a) അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോണിന്റെ അളവ്  $90^\circ$  ആയിരിക്കും.
- b) അർദ്ധവൃത്തത്തിന് പുറത്തെ കോണിന്റെ അളവ്  $90^\circ$  യിൽ കുറവായിരിക്കും
- c) അർദ്ധവൃത്തത്തിന് അകത്തെ കോണിന്റെ അളവ്  $90^\circ$  യിൽ കൂടുതലായിരിക്കും.
- d) വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം മൂന്ന് തരം കോണുകൾ രൂപീകരിക്കുന്നു. ചാപം അതിൽ തന്നെയുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ. ചാപം വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ചാപം മറ്റുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ
- e) ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറ്റുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ
- f) ചാപത്തിലെ കോണിന്റെയും മറ്റുചാപത്തിലെ കോണിന്റെയും തുക  $180^\circ$  ആണ്.
- g) ഒരു ചാപത്തിൽ വരക്കുന്ന എല്ലാ കോണുകളും തുല്യ അളവുള്ളതാണ്
- h) ശീർഷങ്ങളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായ ചതുർഭുജമാണ് ചക്രിയചതുർഭുജം.
- i) ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകളുടെ തുക  $180^\circ$  ആണ്.
- j) എതിർപ്രസ്താവനയും ശരിയാണ്. എതിർകോണുകളുടെ തുക  $180^\circ$  ആയ ചതുർഭുജം ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്
- k) സമചതുരവും ചതുരവും സമപാർശ്വലംബകവും ചക്രിയചതുർഭുജങ്ങളാണ് .
- l) വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ  $AB$  യും  $CD$  യും വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ  $P$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $PA \times PB = PC \times PD$  എന്ന് തെളിയിക്കാൻ സാധിക്കും
- m) ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ് കൂട്ടിമുട്ടുന്നതെങ്കിലും ഈ ബന്ധം നിലനിൽക്കുന്നു.  $PA \times PB = PC \times PD$
- n) വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന രണ്ട് ഞാണുകളിൽ ഒന്ന് വ്യാസമാകുകയും മറ്റേ ഞാൺ വ്യാസത്തിന് ലംബമാകുകയും ചെയ്താൽ  $PA \times PB = PC^2$
- o) ഈ ബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമായ പരപ്പുള്ള സമചതുരം വരക്കാം . ഈ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് അടിനകസംഖ്യാനീളങ്ങളുള്ള വരകൾ വരക്കാം

1) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AB = AC = BC$  ആയാൽ



- a) ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ എത്ര ഡിഗ്രി വിതമാണ്?
- b)  $AB$  വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ  $C$  യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് അകത്താണോ, പുറത്താണോ, വൃത്തത്തിലാണോ ഉണ്ടാകുന്നത്.

**Answers**

- a)  $60^\circ$
- b) വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ്.

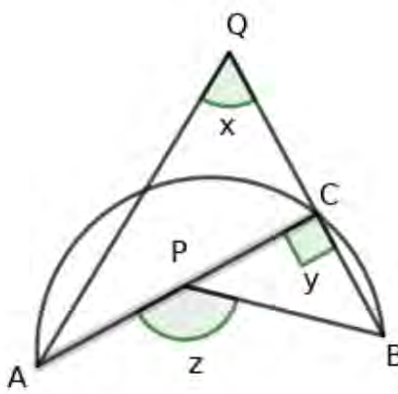
2)  $ABC$  എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ  $AB = 5$  സെന്റിമീറ്റർ,  $AC = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $BC = 13$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ

- a) ത്രികോണം  $ABC$  ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്?
- b)  $BC$  വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി  $A$  യുടെ സ്ഥാനം എവിടെയാണ്?
- c)  $AB$  വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി  $C$  യുടെ സ്ഥാനം എവിടെയാണ്?
- d)  $AC$  വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി  $B$  യുടെ സ്ഥാനം എവിടെയാണ്?

**Answers**

- a)  $5^2 + 12^2 = 13^2$   
മട്ടത്രികോണമാണ്
- b) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ കോൺ  $A = 90^\circ$  .  $A$  എന്ന ശീർഷം വൃത്തത്തിലാണ്
- c) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടകോൺ ഒഴികെയുള്ള കോണുകൾ  $90^\circ$  യിൽ കുറവാണ്.  $\angle C < 90^\circ$  അതിനാൽ  $C$  യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ്
- d)  $\angle B < 90^\circ$  . അതിനാൽ  $B$  യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ്.

3) ചിത്രത്തിൽ  $AB$  അർദ്ധവൃത്തമാണ്.  $x, y, z$  എന്നീ കോണുകൾ അർദ്ധവൃത്തത്തിന് പുറത്തും അർദ്ധവൃത്തത്തിലും അർദ്ധവൃത്തത്തിന് അകത്തുമാണ്



- a)  $y$  എത്ര?
- b)  $x, y, z$  സമാന്തരശ്രോണിയിലായാൽ  $x + z$  എത്ര??
- c) സമാന്തരശ്രോണിയുടെ പൊതുവ്യത്യസം 50 ആയാൽ  $x, z$  എത്രയാണ്?

**Answers**

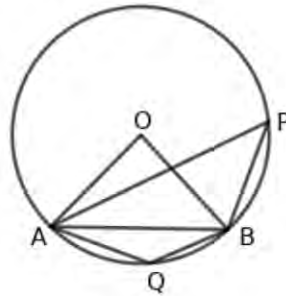
- a)  $y = 90^\circ$
- b)  $x + z = 2 \times 90 = 180^\circ$  (സമാന്തരരേണിയുടെ പ്രത്യേകത )
- c)  $d = 50 \therefore x = 90 - 50 = 40^\circ, z = 90 + 50 = 140^\circ$

- 4) a) 3സെ.മീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക.വൃത്തത്തിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരുന്ന സമചതുരം വരക്കുക  
 b) വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?  
 c) സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

**Answers**

- a) 3സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക . വ്യാസം  $AB$  വരക്കുക.  $AB$ യ്ക്ക് ലംബമായി  $CD$  എന്ന വ്യാസം വരക്കുക. വ്യാസാഗ്രങ്ങൾ ക്രമത്തിൽ യോജിപ്പിക്കുക.  $ACBD$  സമചതുരമാണ്
- b) സമചതുരത്തിന്റെ വശം  $AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ cm.
- c) പരപ്പളവ്  $= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18$ ച.സെമീറ്റർ

- 5) ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം  $OAB$  ഒരു സമളളത്രികോണമാണ്.

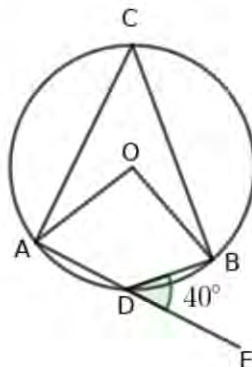


- a) കോൺ  $AOB$ യുടെ അളവ് എത്ര?
- b) കോൺ  $APB$ യുടെ അളവെത്ര?
- c) കോൺ  $AQB$ യുടെ അളവെത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle AOB = 60^\circ$
- b)  $\angle APB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
- c)  $\angle AQB = 180 - 30 = 150^\circ$

- 6) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ കോൺ  $BDE = 40^\circ$  ആയാൽ



- a) കോൺ  $ADB$  എത്ര?
- b) കോൺ  $ACB$  എത്ര?
- c) കോൺ  $AOB$  എത്ര?

**Answers**

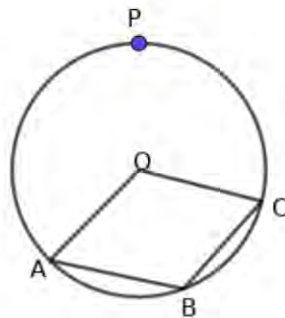
- a)  $\angle ADB = 180 - 40 = 140^\circ$
- b)  $\angle ACB = 180 - 140 = 40^\circ$
- c)  $\angle AOB = 2 \times 40 = 80^\circ$

7) ദ്വൈബാഹു മൂർത്തം ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരുന്ന  $30^\circ$  കോണം  $150^\circ$  കോണം കോമ്പസസ്സം സ്തൂയിലും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുക. നിർമ്മിതിയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന ജ്യോമിതീയതത്വം എഴുതുക

**Answers**

- \* ദ്വൈബാഹു മൂർത്തം ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക .കേന്ദ്രം  $O$  എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- \* വൃത്തത്തിൽ  $A$  എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.  $OA$  എന്ന ആരം വരക്കുക
- \*  $A$  കേന്ദ്രമായി  $OA$  ആരമായി വരക്കുന്ന ചാപം വൃത്തത്തെ  $B$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $OB$  വരക്കുക.  $\angle AOB = 60^\circ$
- \* കേന്ദ്രത്തിൽ  $60^\circ$  കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന  $AB$  എന്ന ചാപത്തിന്റെ മറ്റുചാപത്തിൽ  $P$  അടയാളപ്പെടുത്തുക.  $\angle APB = \frac{1}{2} \times 60 = 30^\circ$
- \*  $Q$  എന്ന ഒരു ബിന്ദു ചാപം  $AB$  യിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.  $\angle AQB = 180 - 30 = 150^\circ$

8)  $OABC$  ഒരു സാമാന്തരീകമാണ്. ഒരു ശീർഷം വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിലും മറ്റ് മൂന്ന് ശീർഷങ്ങൾ വൃത്തത്തിലുമാണ്. വൃത്തത്തിൽ  $P$  എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

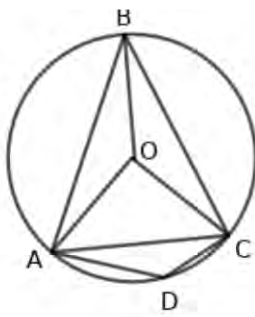


- a)  $AP, CP$  വരച്ച് കോൺ  $APC = x$  എന്നെടുത്താൽ കോൺ  $AOC$  എത്ര?
- b) കോൺ  $ABC$  എത്ര?
- c)  $x$  ന്റെ വില കണക്കാക്കുക
- d) സാമാന്തരീകത്തിന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a)  $\angle AOC = 2x$
- b)  $\angle ABC = 2x$  സാമാന്തരീകത്തിന്റെ എതിർ കോണുകൾ തുല്യം
- c)  $\angle APC + \angle ABC = 180^\circ, x + 2x = 180, 3x = 180, x = 60$
- d) കോണുകൾ  $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 60^\circ$

9) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $\angle BAO = 20^\circ, \angle BCO = 10^\circ$  ആയാൽ

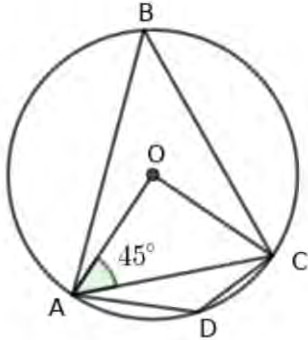


- a) കോൺ  $ABC$  എത്ര?
- b) കോൺ  $AOC$  എത്ര?
- c) കോൺ  $ADC$  എത്ര?
- d) ത്രികോണം  $AOC$  യുടെ കോണുകൾ എത്രവീതമാണ്
- e) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം 10 സെന്റിമീറ്ററായാൽ  $AC$  എന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

**Answers**

- a) ത്രികോണം  $OAB$  യിൽ  $OA = OB$ . തുല്യവശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം. ഇതപോലെ ത്രികോണം  $OBC$  യിലും.  
 $\angle ABC = 20 + 10 = 30^\circ$
- b)  $\angle AOC = 2 \times 30 = 60^\circ$
- c)  $\angle ADC = 180 - 30 = 150^\circ$
- d) Triangle  $AOC$ ,  $OA = OC$ ,  $\angle OAC = \angle OCA = \frac{180-60}{2} = 60^\circ \triangle OAC$  സമളള ത്രികോണം. കോണുകൾ  $60^\circ$  വീതം.
- e)  $OA = AC = OC = 5\text{cm}$ , ആരം 5 സെ.മീറ്റർ.

10) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. കോൺ  $AOC = 45^\circ$  ആയാൽ



- a) ത്രികോണം  $OAC$  ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്?
- b) കോൺ  $ABC$  യുടെ അളവ് എത്ര?
- c) കോൺ  $ADC$  യുടെ അളവ് എത്ര?
- d) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെന്റിമീറ്ററായാൽ  $AC$  എന്ന ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര?

**Answers**

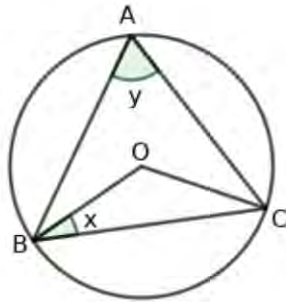
- a)  $OA = OC, \angle OAC = \angle OCA = 45^\circ, \angle AOC = 90^\circ$ .  $\triangle OAC$  ഒരു സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണം
- b)  $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$
- c)  $\angle ADC = 180 - 45 = 135^\circ$
- d)  $AC = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{cm}$

11) ട്രൈസെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരുന്ന സമളളത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം അളന്നെഴുതുക

**Answers**

- \*  $O$  കേന്ദ്രമാക്കി ട്രൈസെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. അതിൽ  $A$  എന്നൊരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി ആരം  $OA$  വരക്കുക.
- \* കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ  $120^\circ$  വീതം മൂന്നായി ഭാഗിച്ച്  $B, C$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- \* ത്രികോണം  $ABC$  വരക്കുക. കോൺ  $120^\circ$  യുടെ പകുതി  $60^\circ$  വീതമാണ് . ഇത് സമളളത്രികോണമാകുന്നു.
- \* വശത്തിന്റെ നീളം =  $3\sqrt{3}$  സെ.മീറ്റർ

12) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രമാണ്  $O$ .  
 $\angle BAC = y, \angle OBC = x$  ആയാൽ



- a)  $\angle BCO$  യുടെ അളവ് എത്ര?
- b)  $\angle BOC$  യുടെ അളവ് എത്ര?
- c)  $x + y = 90^\circ$  എന്ന് തെളിയിക്കുക

**Answers**

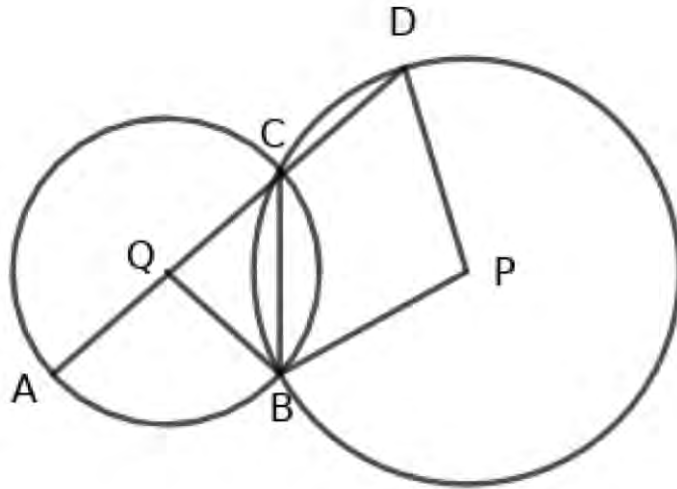
- a)  $OB = OC$  ആയതിനാൽ ത്രികോണം  $OBC$  യുടെ തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്.  
 $\angle BCO = x$ .
- b)  $\angle BOC = 180 - 2x$
- c)  $\angle BOC = 2 \times \angle BAC$   
 $180 - 2x = 2y, 2x + 2y = 180, x + y = 90^\circ$

13) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $\angle A = 70^\circ, \angle B = 80^\circ$ . ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ ട്രൈസെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. ത്രികോണം വരക്കുക.

**Answers**

- \* 3ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക , കേന്ദ്രം  $O$  എന്നും വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു  $A$  എന്നും അടയാളപ്പെടുത്തുക. ആരം  $OA$  വരക്കുക
- \* വൃത്തത്തിൽ  $B$  എന്ന ബിന്ദു  $\angle AOB = 2 \times 70 = 140^\circ$  ആകുന്ന വിധം അടയാളപ്പെടുത്തുക
- \* വൃത്തത്തിൽ  $C$  എന്ന ബിന്ദു  $\angle BOC = 2 \times 80 = 160^\circ$  ആകുന്ന വിധം അടയാളപ്പെടുത്തുക
- \*  $ABC$  വരക്കുക . അതിൽ  $\angle C = 70^\circ$   $\angle A = 60^\circ$  ആയിരിക്കും

14) ചിത്രത്തിൽ  $P, Q$  എന്നിവ വൃത്തകേന്ദ്രങ്ങളാണ്. വൃത്തങ്ങൾ  $B, C$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $\angle AQB = 130^\circ$  ആയാൽ

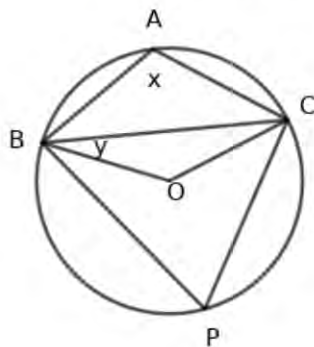


- a)  $\angle ACB$  എത്ര?
- b)  $\angle BCD$  എത്ര?
- c)  $\angle BPD$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 130 = 65^\circ$
- b)  $\angle BCD = 180 - 65 = 115^\circ$
- c) ചാപം  $BCD$  യുടെ മറുചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $2 \times 115 = 230^\circ$ . അതുകൊണ്ട്  $\angle BPD = 360 - 230 = 130^\circ$

15) ചിത്രത്തിൽ  $\angle BAC = x$ ,  $\angle CBO = y$ ,  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രം ആയാൽ



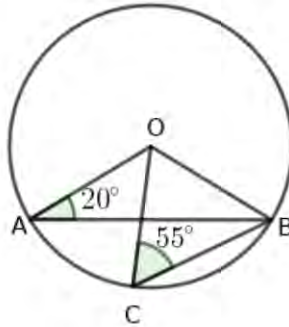
- a)  $\angle BCO$  എത്ര?

- b)  $\angle BOC$  എത്ര?
- c)  $\angle BPC$  എത്ര?
- d)  $x - y = 90^\circ$  എന്ന് തെളിയിക്കുക.

**Answers**

- a)  $\angle BCO = y$   
(In triangle  $BCO$ ,  $OB = OC$ . Angles opposite to equal sides are equal.)
- b)  $\angle BOC = 180 - 2y$
- c)  $\angle BPC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = \frac{1}{2} \times (180 - 2y) = 90 - y$
- d)  $\angle BAC + \angle BPC = 180$ ,  $x + 90 - y = 180$ ,  $x - y = 180 - 90 = 90^\circ$

16) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $\angle BCO = 55^\circ$ ,  $\angle BAO = 20^\circ$  ആയാൽ

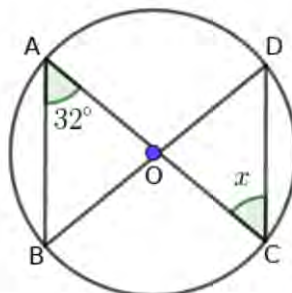


- a)  $\angle OBC$  യുടെ അളവ് എത്ര?
- b)  $\angle BOC$  യുടെ അളവെത്ര?
- c)  $\angle AOC$  യുടെ അളവെത്ര?
- d)  $\angle ABC$  യുടെ അളവെത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle OBC = 55^\circ$   
(ത്രികോണം  $OBC$ ,  $OB = OC$ . തുല്യവശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം.)
- b)  $\angle BOC = 180 - (55 + 55) = 180 - 110 = 70^\circ$
- c) ത്രികോണം  $AOB$ ,  $\angle B = 20^\circ$ ,  $\angle AOB = 180 - 40 = 140^\circ$   
 $\angle AOC = 140 - 70 = 70^\circ$
- d)  $\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70 = 35^\circ$

17) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $\angle BAC = 32^\circ$  ആയാൽ



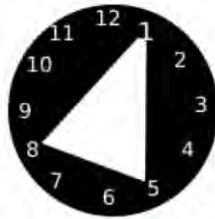


- a) ത്രികോണം  $OAB$ യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക
- b) കോൺ  $DOC$  എത്ര?
- c)  $x$  കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) In triangle  $OAB, OA = OB$ . അതുകൊണ്ട്  $\angle B = 32^\circ, \angle AOB = 180 - 64 = 116^\circ$
- b)  $\angle DOC = 116^\circ$   
(എതിർകോണുകൾ തുല്യം)
- c) ത്രികോണം  $OCD$ യിൽ,  $\angle D = x$   
 $x + x + 116 = 180, 2x = 64, x = 32$

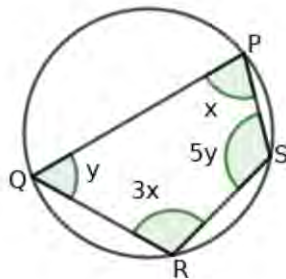
18) ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത് ഒരു ക്ലോക്ക് മുഖത്തിന്റെ ചിത്രമാണ്. 1, 8, 5 എന്നീ സംഖ്യകളെ ചേർത്ത് വരച്ചിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക



**Answers**

- \* അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലെ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ (say 1, 2)  
 $\frac{1}{12} \times 360 = 30^\circ$  ആണ്.  
1 നും 5 നും ഇടയിലുള്ള ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $4 \times 30 = 120^\circ$ .  
ത്രികോണത്തിന്റെ 8ലെ കോൺ  $\frac{1}{2} \times 120 = 60^\circ$
- \* 8 നും 5 നും ഇടയിലുള്ള ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $3 \times 30 = 90^\circ$ .  
1 ലെ ശീർഷകോൺ  $\frac{1}{2} \times 90 = 45^\circ$
- \* 8 നും 1 നും ഇടയിലുള്ള ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $5 \times 30 = 150^\circ$ .  
5 ലെ ശീർഷകോൺ  $\frac{1}{2} \times 150 = 75^\circ$

19) ചിത്രത്തിൽ  $PQRS$  ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്.  $\angle P = x, \angle Q = y, \angle R = 3x, \angle S = 5y$  ആയാൽ

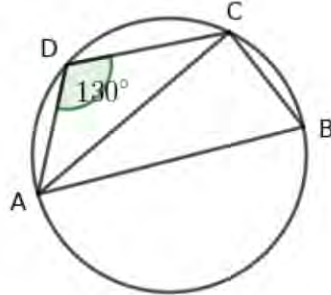


- a)  $x, y$  കണക്കാക്കുക
- b) ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a)  $\angle P + \angle R = 180^\circ$   
 $x + 3x = 180, 4x = 180, x = 45$   
 $\angle Q + \angle S = 180^\circ, y + 5y = 180, 6y = 180, y = 30$
- b)  $\angle P = 45^\circ, \angle R = 3 \times 45 = 135^\circ \angle Q = 30^\circ, \angle S = 5 \times 30 = 150^\circ$

20)  $ABCD$  ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്.  $AB$  വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം,  $AD = CD$ ,  $\angle ADC = 130^\circ$  ആയാൽ

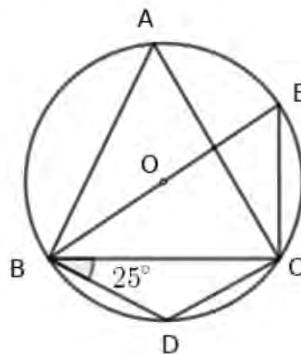


- a)  $\angle ACB$ യുടെ അളവെത്ര??  
 b)  $\angle ABC$ യുടെ അളവെത്ര??  
 c)  $\angle DCB$ യുടെ അളവെത്ര?  
 d)  $\angle BAD$ യുടെ അളവെത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle ACB = 90^\circ$  (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആണ് )  
 b)  $\angle ABC = 180 - 130 = 50^\circ$   
 c)  $CD = AD$  ആയതിനാൽ ത്രികോണം  $ADC$  യുടെ ഈ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്.  
 $\angle DCA = 25^\circ, \angle DCB = 90 + 25 = 115^\circ$   
 d)  $\angle BAD = 180 - 115 = 65^\circ$

21 ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്  $BD = CD, \angle DBC = 25^\circ$  ആയാൽ

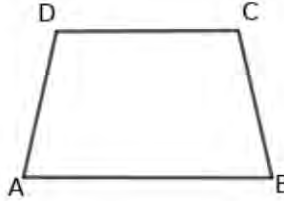


- a)  $\angle BDC$  യുടെ അളവെത്ര??  
 b)  $\angle BAC$ യുടെ അളവെത്ര??  
 c)  $\angle EBC$  അളവെത്ര?

**Answers**

- a) ത്രികോണം  $BDC$ യിൽ  $BD = CD$ . ഈ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം  
 $\angle BCD = 25^\circ$   
 $\angle BDC = 180 - (25 + 25) = 130^\circ$
- b)  $\angle BAC = 180 - 130 = 50^\circ$
- c)  $\angle BEC = \angle BAC = 180 - 130 = 50^\circ$ ,  $\angle EBC = 180 - (90 + 50) = 180 - 140 = 40^\circ$

22)  $ABCD$  എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ  $AB$  എന്ന വശം  $CD$ യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്.  $AD = BC$  ആയാൽ

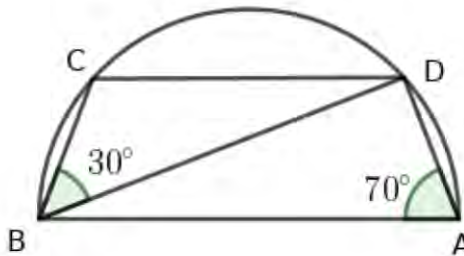


$ABCD$  ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

**Answers**

- \*  $AB$  എന്ന വശം  $CD$ യ്ക്ക് സമാന്തരമായതിനാൽ  $\angle A + \angle D = 180^\circ$
- \*  $AD = BC$  ആയതിനാൽ  $ABCD$  ഒരു സമപാർശ്വലംബകം.  $\angle A = \angle B$
- \* ഇതിൽനിന്നും  $\angle B + \angle D = 180^\circ$  എന്നെഴുതാം.  $ABCD$  ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്.

23)  $AB$  വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്  $C, D$ .  
 $\angle BAD = 70^\circ$ ,  $\angle DBC = 30^\circ$  ആയാൽ



- a)  $\angle BCD$  എത്ര?
- b)  $\angle CDB$  എത്ര?
- c)  $\angle ADC$  എത്ര?
- d)  $\angle ABD$  എത്ര?

**Answers**

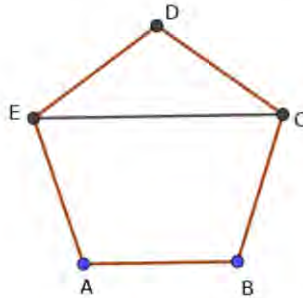
- a)  $\angle BCD = 180 - 70 = 110^\circ$
- b)  $\angle CDB = 180 - (30 + 110) = 180 - 140 = 40^\circ$
- c)  $\angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 90 + 40 = 130^\circ$
- d)  $\angle ABD = 180 - (90 + 70) = 180 - 160 = 20^\circ$

24) ചതുരമല്ലാത്ത സാമാന്തരീകം ചക്രിയചതുർഭുജമാകുമോ? നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം സമർത്ഥിക്കുക

**Answers**

- ★  $ABCD$  ഒരു സാമാന്തരീകം. (വരച്ച്  $ABCD$  എന്ന് ക്രമത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.  
 $\angle A = \angle C$
- ★  $ABCD$  ചതുരം അല്ലാത്തതിനാൽ  $\angle A \neq 90^\circ, \angle C \neq 90^\circ$
- ★  $\angle A + \angle C \neq 180^\circ$ .  
 $\therefore ABCD$  ചതുരമല്ല

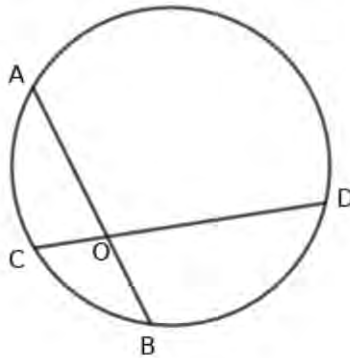
25) ചിത്രത്തിൽ  $ABCDE$  ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്.  $ABCE$  ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക



**Answers**

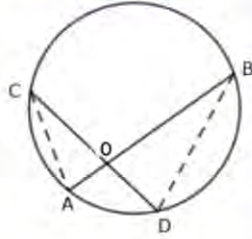
- ★ സമപഞ്ചഭുജത്തിലെ ഒരു കോൺ =  $\frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$
- ★ ത്രികോണം  $EDC$  യിൽ  $ED = CD$  ആയാൽ  $\angle DEC = \angle DCE = \frac{180-108}{2} = 36^\circ$
- ★  $\angle ECB = 108 - 36 = 72^\circ$ . ചതുർഭുജം  $ABCE$  യിൽ  $\angle A + \angle C = 108 + 72 = 180^\circ$ .  
 $ABCE$  ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്.

26) ചിത്രത്തിൽ  $AB$  എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം 8 സെ.മീറ്റർ,  $OA = 5$  സെ.മീറ്റർ



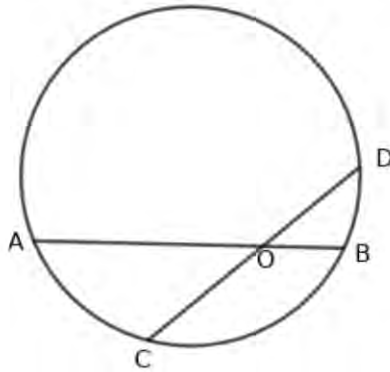
- a)  $OB$  യുടെ നീളമെത്ര?
- b)  $OC = 2.5$  സെ.മീറ്റർ ആയാൽ  $OD$  യുടെ നീളമെത്ര?

**Answers**



- a)  $OB = 8 - 5 = 3\text{cm}$
- b)  $OA \times OB = OC \times OD$   
 $5 \times 3 = 2.5 \times OD, OD = \frac{15}{2.5} = 6\text{cm}$

27)  $AB, CD$  എന്നീ ഞാണുകൾ  $O$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ഈ ബിന്ദു ഞാണുകൾ ഓരോന്നിനെയും രണ്ടായി ഭാഗിക്കുന്നു.

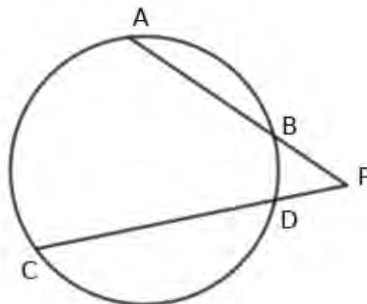


- a) ഞാൺ ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b)  $CD = 10$  സെന്റിമീറ്റർ,  $OD = 4$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ  $OC$  എത്ര?
- c)  $OA = 8$  സെന്റിമീറ്റർ,  $OC = 6$  സെന്റിമീറ്റർ,  $OD = 4$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ  $OB$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $OA \times OB = OC \times OD$
- b)  $OC = CD - OD = 10 - 4 = 6$  സെ.മീറ്റർ
- c)  $8 \times OB = 6 \times 4, OB = 3$  സെ.മീറ്റർ

28)  $AB, CD$  എന്നീ ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിന് പുറത്ത്  $P$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

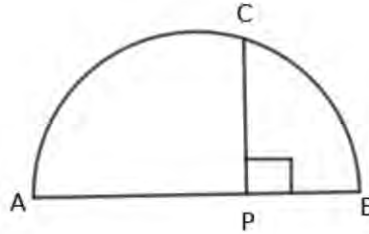


- a)  $PA, PB, PC, PD$  എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b)  $AB = 5$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PB = 3$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PD = 2$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ  $CD$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $PA \times PB = PC \times PD$
- b)  $(5 + 3) \times 3 = (PD + CD) \times PD$   
 $(5 + 3) \times 3 = (2 + CD) \times 2$   
 $2 + CD = 12, CD = 10$  സെന്റിമീറ്റർ

29)  $AB$  ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്,  $P$  എന്ന ബിന്ദു  $AB$  യിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്, കൂടാതെ  $PC$  എന്ന വര  $AB$  യ്ക്ക് ലംബവുമാണ്. എങ്കിൽ

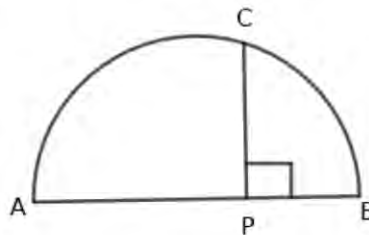


- a)  $PA \times PB = PC^2$  എന്ന് തെളിയിക്കുക
- b)  $PA = 9$  സെ.മീറ്റർ,  $PB = 4$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ  $PC$  യുടെ നീളമെത്ര?
- c)  $PC$  വശമായ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

**Answers**

- a)  $AC, BC$  എന്നിവ വരക്കുക. ത്രികോണം  $APC$ , ത്രികോണം  $BPC$  ഇവ പരിഗണിക്കുക. ഇതിൽ  $\angle PAC = x$  ആയാൽ  $\angle PCA = 90 - x, \angle PCB = 90 - (90 - x) = x, \angle PBC = 90 - x$  ഈ ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശത്രികോണങ്ങൾ ആണ്. തുല്യമായ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ ആനുപാതികം.  $\frac{PC}{PB} = \frac{PA}{PC}$   
 $PA \times PB = PC^2$ .
- b)  $PC^2 = 9 \times 4 = 36, PC = 6$  cm
- c) പരപ്പളവ്  $PC^2 = 36$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

30)  $AB$  ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്,  $AB$  യിലെ ബിന്ദുവാണ്  $P$ , കൂടാതെ  $AB$  യ്ക്ക് ലംബമാണ്  $PC$

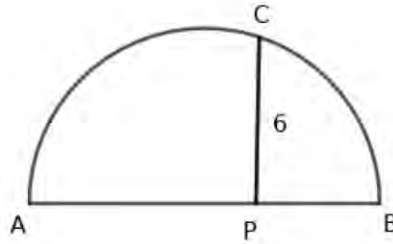


- a)  $PC = 6$  സെ.മീറ്റർ,  $PB = 3$  സെ.മീറ്റർ ആയാൽ  $PA$  എത്ര?
- b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര??
- c)  $PC$  വശമായി വരക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര??

**Answers**

- a)  $PA \times PB = PC^2$   
 $PA \times 3 = 6^2, PA = 12$  സെ.മീറ്റർ
- b)  $AB = 12 + 3 = 15$  സെന്റിമീറ്റർ. ആരം  $7.5$  സെന്റിമീറ്റർ.
- c) പരപ്പളവ്  $PC^2 = 36$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

31) ചിത്രത്തിൽ  $AB$  അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്,  $PC$  വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.  $PA : PB = 2 : 1$ ,  $PC = 6$  സെ.മീറ്റർ ആയാൽ



- $PA, PB$  and  $PC$  എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?
- $PA, PB$  എന്നീ നീളങ്ങൾ കാണുക
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

**Answers**

- $PA \times PB = PC^2$
- $PB = x$  ആയാൽ  $2x \times x = 6^2, 2x^2 = 36, x^2 = 18, x = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$   
 $PA = 6\sqrt{2}, PB = 3\sqrt{2}$
- $AB = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$   
ആരം =  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$  സെന്റിമീറ്റർ

32) വശങ്ങൾ 5 സെന്റിമീറ്റർ, 3 സെന്റിമീറ്റർ വിതമുള്ള ചതുരം വരച്ച് തുല്യപരപ്പുള്ളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

**Answers**

- \*  $ABCD$  എന്ന ചതുരം വരക്കുക.  $AB = 5$  സെന്റിമീറ്റർ,  $BC = 3$  സെന്റിമീറ്റർ.
- \*  $AB$  നീട്ടി അതിൽ  $BC = BE$  ആകുന്നവിധം  $E$  അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- \*  $AE$  വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരക്കുക.  $BC$  നീട്ടിയത് അർദ്ധവൃത്തത്തെ  $F$  ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.
- \*  $BA \times BE = BF^2$  എന്ന ബന്ധം  $AB \times BC = BF^2$  എന്നെഴുതാം. ഇതിൽ  $AB \times BC$  ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ്.
- \*  $BF$  വശമായി സമചതുരം വരക്കുക. അതിന്റെ പരപ്പളവ് ചതുരത്തിന് പരപ്പളവ് ആണെന്ന്  $AB \times BC = BF^2$  എന്ന ബന്ധത്തിൽ നിന്നും വ്യക്തമാണ്

33) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം  $\sqrt{18}$  സെന്റിമീറ്റർ ഉള്ള സമളജന്ത്രികോണം വരക്കുക

<sup>1</sup>കോഴിക്കോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് - ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ സമിതി

അധ്യായം: 3

# സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

## Focus Points

- a) അനഗുണമായ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണവും ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതസംഖ്യയെ സാധ്യതയായി കണക്കാക്കുന്നു
- b) ഫലം മുൻകൂട്ടി നിശ്ചയിക്കാൻ സാധിക്കാത്ത പരീക്ഷണങ്ങളാണ് സാധ്യതാപരീക്ഷണങ്ങൾ
- c) പരപ്പളവുകളുടെ അനുപാതസംഖ്യയായി സാധ്യത അളക്കാം.
- d) ഒരു സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ചിത്രത്തിൽ അതിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ കത്ത് വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കാം. അത് വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവും സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതസംഖ്യയാണ് .
- e) എണ്ണലിന്റെ അടിസ്ഥാനപ്രമാണം എന്ന പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്ന ഒരാശയമുണ്ട് . ഒരു കാര്യം  $m$  തരത്തിലും മറ്റൊരു കാര്യം  $n$  തരത്തിലും ചെയ്യാൻ സാധ്യമാണെങ്കിൽ രണ്ട് കാര്യങ്ങളും ഒന്നിന് പിറകെ മറ്റൊന്നായി  $m \times n$  തരത്തിൽ ചെയ്യാം.

1) ഒരു പാത്രത്തിൽ 3 കറുത്ത മുത്തുകളും 2 വെളുത്തമുത്തുകളും ഉണ്ട് . പാത്രത്തിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒന്നെടുക്കുന്നു

- a) കിട്ടുന്നത് കറുത്തമുത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- b) കിട്ടുന്നത് വെളുത്തമുത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

## Answers

- a) കറുത്തമുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{3}{5}$
- a) വെളുത്തമുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{2}{5}$

2) ഒരു പെട്ടിയിൽ 10 ചെറിയ കാർഡുകൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ കാർഡിലും 1, 2, 3...10 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നുവീതം എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. അതിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരേണ്ണമെടുത്താൽ

- a) കിട്ടുന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- b) കിട്ടുന്നത് ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) കിട്ടുന്നത് അഭാജ്യസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) കിട്ടുന്നത് പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?



**Answers**

- a) ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{5}{10}$
- b) ഒറ്റസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{5}{10}$
- c) അഭാജ്യസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{4}{10}$   
അഭാജ്യസംഖ്യകൾ 2, 3, 5, 7
- d) പൂർണ്ണവർഗ്ഗം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{3}{10}$   
പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങൾ 1, 4, 9

3) 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ചെറിയ കടലാസ് കഷണങ്ങളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. അതിൽനിന്നും നോക്കാതെ ഒന്നെടുക്കുന്നു.

- a) എത്ര പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങൾ എഴുതിയിട്ടിരിക്കും ?
- b) കിട്ടുന്നത് പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) കിട്ടുന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യയായ പൂർണ്ണവർഗ്ഗം ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) ഒറ്റസംഖ്യയായ പൂർണ്ണവർഗ്ഗം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- e) പൂർണ്ണവർഗ്ഗം അല്ലാത്ത ഒരു സംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങൾ 10 എണ്ണം ഉണ്ടായിരിക്കും
- b) പൂർണ്ണവർഗ്ഗം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
- c) ഇരട്ടസംഖ്യയായ പൂർണ്ണവർഗ്ഗം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$
- d) ഒറ്റസംഖ്യയായ പൂർണ്ണവർഗ്ഗം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$
- e) പൂർണ്ണവർഗ്ഗം അല്ലാത്ത സംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത  $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

4) 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ മുഖങ്ങളിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്ന ഒരു പകിടയുണ്ട്. അത് എറിഞ്ഞാൽ

- a) ഇരട്ടസംഖ്യാമുഖം മുകളിലായി വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- b) ഒറ്റസംഖ്യാമുഖം മുകളിലായി വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) അഭാജ്യസംഖ്യാമുഖം വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ഇരട്ടസംഖ്യാമുഖം വീഴാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- b) ഒറ്റസംഖ്യാമുഖം വീഴാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- c) അഭാജ്യസംഖ്യാമുഖം ആകാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

5) ഒരു പാത്രത്തിൽ ചെറിയ കടലാസ് കഷണങ്ങളിൽ രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. അതിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒന്നെടുക്കുന്നു

- a) പാത്രത്തിൽ അഞ്ചിന്റെ എത്ര ഗുണിതങ്ങളുണ്ട് ?
- b) കിട്ടുന്നത് അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

c) കിട്ടുന്നത് അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതം ആകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) 10, 11, 12... 99 വരെയാണ് രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ. രണ്ടക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം 90 അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 10, 15, 20... 95 എണ്ണം = 18
- b) അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{18}{90}$
- c) അഞ്ചിന്റെ ഗുണിതം ആകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത  $1 - \frac{18}{90} = \frac{72}{90}$

6) 1, 2, 3... 17 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ചെറിയ കാർഡുകളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടിരിക്കുന്നു. അതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു കാർഡ് എടുത്താൽ

- a) കിട്ടുന്നത് ഒറ്റസംഖ്യ എഴുതിയ കാർഡ് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- b) കിട്ടുന്നത് ഒരു അഭാജ്യസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) 3ന്റെ ഗുണിതം ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) 2ന്റെയും 3ന്റെയും ഗുണിതം ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a)  $\frac{9}{17}$
- b)  $\frac{7}{17}$
- c)  $\frac{5}{17}$
- d)  $\frac{2}{17}$

7) 1 മുതൽ 6 വരെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്ന ഒരു പകിട എറിയുന്നു.

- a) 4ൽ താഴെയുള്ള സംഖ്യ വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- b) 2ന്റെ ഗുണിതം വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) 2ന്റെയും 3ന്റെയും ഗുണിതം വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) അഭാജ്യസംഖ്യ വീഴാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a)  $\frac{3}{6}$
- b)  $\frac{3}{6}$
- c)  $\frac{1}{6}$
- d)  $\frac{3}{6}$

8) ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 5 തിങ്കളാഴ്ചകൾ ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക

**Answers**

ഡിസംബറിൽ 31 ദിവസങ്ങളുണ്ട് . 28തീർച്ചയായും 4ആഴ്ചകളും നാല് തിങ്കളാഴ്ചകളും നിർണ്ണയിക്കുന്നു.ബാക്കി വരുന്ന മൂന്ന് ദിവസങ്ങളാണ് അഞ്ചാമത്തെ തിങ്കളാഴ്ച നിർണ്ണയിക്കുന്നത് .

ഇവ (ഞായർ, തിങ്കൾ ,ചൊവ്വ),(തിങ്കൾ, ചൊവ്വ ,ബുധൻ ),(ചൊവ്വ, ബുധൻ ,വ്യാഴം ), (ബുധൻ , വ്യാഴം വെള്ളി ),(വ്യാഴം , വെള്ളി ,ശനി ),(വെള്ളി , ശനി ,ഞായർ ), (ശനി , ഞായർ , തിങ്കൾ ) എന്നിവയാകാം.

തിങ്കൾ വരുന്ന മൂന്ന് കോമ്പിനേഷൻ ഉണ്ട് . അഞ്ചാമത്തെ തിങ്കൾ ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{3}{7}$

9) 1, 2, 3, 4എന്നീ സംഖ്യകൾ മാത്രമുപയോഗിച്ച് രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ചെറിയ കാർഡുകളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടിരിക്കുന്നു.

- a) ആകെ എത്ര കാർഡുകളുണ്ടായിരിക്കും?
- b) അതിൽ നിന്ന് നോക്കാതെ ഒന്നെടുത്താൽ കിട്ടുന്നത് ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) നോക്കാതെ ഒന്നെടുത്താൽ കിട്ടുന്നത് ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) അക്കങ്ങൾ തുല്യമായ സംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) സംഖ്യകൾ  
11, 12, 13, 14  
21, 22, 23, 24  
31, 32, 33, 34  
41, 42, 43, 44  
ആകെ എണ്ണം = 16

- b) ഇതിൽ എട്ടെണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യകളാണ് . ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
- c) എട്ടെണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യകളാണ് . ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
- d) 11, 22, 33, 44എന്നിവയാണ് അക്കങ്ങൾ തുല്യമായ സംഖ്യകൾ. സാധ്യത  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

10) രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ഓരോ സ്ലിപ്പുകളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടിരിക്കുന്നു.

- a) ആകെ എത്ര സ്ലിപ്പുകൾ ഈ പെട്ടിയിലുണ്ടാകും ?
- b) അതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒന്നെടുത്താൽ അക്കങ്ങൾ തുല്യമായ സംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) അതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒന്നെടുത്താൽ അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം അഭാജ്യസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) അഭാജ്യസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) 10, 11, 12...99 വരെയാണ് രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ. ആകെ 90 സ്ഥിപ്പുകൾ ഉണ്ടാകും
- b) സംഖ്യകൾ 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99  
ആകെ 9 സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാകും.  
സാധ്യത =  $\frac{9}{90} = \frac{1}{10}$
- c) അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം അഭാജ്യസംഖ്യ ആകുന്ന രണ്ടക്കസംഖ്യകളിൽ ഒരക്കം 1 ഉം മറ്റേ അക്കം 2, 3, 5, 7 ഇവയിൽ ഒരെണ്ണവുമാകണം.  
സംഖ്യകൾ 12, 13, 15, 17, 21, 31, 51, 71 എന്നിവയാണ്.  
സാധ്യത =  $\frac{8}{90}$
- d) 100 ൽ താഴെ 25 അഭാജ്യസംഖ്യകളുണ്ട്. അതിൽ നിന്നും 4 ഒറ്റ അക്ക അഭാജ്യസംഖ്യകൾ മാറ്റിയാൽ ബാക്കി 21 അഭാജ്യസംഖ്യകൾ രണ്ടക്കസംഖ്യകളാണ്.  
സാധ്യത =  $\frac{21}{90}$

11) 1, 2, 3, 4, 5, 6 എന്നീ സംഖ്യകൾ മുഖങ്ങളിൽ എഴുതിയ രണ്ട് പകിടകൾ എറിയുന്നു. വീഴുന്ന മുഖങ്ങളിലെ സംഖ്യകൾ ജോടിയായി എഴുതുന്നു.

- a) ആകെ എത്ര ജോടികൾ ഉണ്ടായിരിക്കും ?
- b) തുക 2 ആകുന്ന സംഖ്യകളുള്ള ജോടികൾ, തുക മൂന്ന് ആകുന്ന സംഖ്യകളുള്ള ജോടികൾ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിച്ച് എഴുതുക
- c) ഏറ്റവും കൂടിയ തുക വരുന്ന ജോടി ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം  $6 \times 6 = 36$
- b) (1, 1) → തുക = 2  
(1, 2), (2, 1) → തുക = 3  
(1, 3), (2, 3), (3, 1) → തുക = 4  
(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2) → തുക = 5  
(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3) → തുക = 6  
(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3) → തുക = 7  
തുകയായി വരുന്നത് 2, 3, 4, 5, 6, 7...12 വരെ ആകാം. ഏറ്റവും കൂടിയത് 12 ആണ്
- c) ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ തുക 12 വരുന്ന 1 എണ്ണം ഉണ്ടാകും. 12 ആണ് ഏറ്റവും വലിയ തുക.  
സാധ്യത  $\frac{1}{36}$

12) 1 മുതൽ 6 വരെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്ന രണ്ട് പകിടകൾ ഒന്നിച്ച് എറിയുന്നു.

- a) കിട്ടാവുന്ന ഫലങ്ങൾ ജോടിയായി എഴുതുക
- b) ഉല്പമായ സംഖ്യകൾ ഒന്നിച്ച് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) ഒരേ സമയം വീഴുന്ന സംഖ്യകൾ രണ്ടും പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- d) ഒരു പകിടയിൽ 2 ന്റെ ഗുണിതവും മറ്റേ പകിടയിൽ 3 ഗുണിതവും വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)  
 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)  
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)  
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)  
 (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)  
 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)
- b)  $\frac{6}{36}$
- c) (1, 1), (1, 4), (4, 1), (4, 4).  
 സാധ്യത  $\frac{4}{36}$
- d) (2, 3), (4, 3), (6, 3), (2, 6), (4, 6), (6, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (6, 2), (6, 4)  
 സാധ്യത  $\frac{11}{36}$

13) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ കാണാം. ഒരു വൃത്തത്തിനുള്ളിലാണ് മറ്റേ വൃത്തം. ചെറുതിന്റെ ആരം വലുതിന്റെ ആരത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.

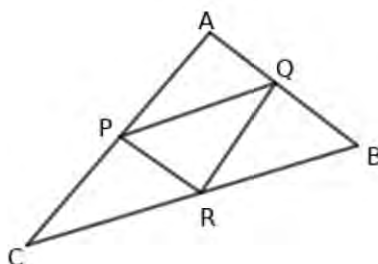


- a) ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം  $r$  ആയാൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടെയും പരപ്പളവ് എഴുതുക
- b) ഈ ചിത്രത്തിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ ആ കത്ത് കുറുത്തവൃത്തത്തിൽ തന്നെ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) കത്ത് മഞ്ഞ നിറത്തിൽ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\pi r^2$   
 വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$
- b) കത്ത് കുറുത്ത വൃത്തത്തിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{4}$
- c) കത്ത് മഞ്ഞ ഷേഡിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

14) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ചേർത്ത് ത്രികോണം  $PQR$  വരച്ചിരിക്കുന്നു.



- a) ചിത്രത്തിൽ എത്ര തുല്യത്രികോണങ്ങളുണ്ട്?
- b) ചിത്രത്തിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ ആ കത്ത്  $PQR$  എന്ന ത്രികോണത്തിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) ചിത്രത്തിൽ എത്ര സാമാന്തരീകങ്ങളുണ്ട്?
- d) നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ ആ കത്ത്  $PQRC$  എന്ന സാമാന്തരീകത്തിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യതയെത്ര?

**Answers**

- a) 4 എണ്ണം.  
 $\triangle PQR, \triangle APQ, \triangle PCR, \triangle QRB$  എന്നിവ തുല്യത്രികോണങ്ങളാണ്.
- b)  $\frac{1}{4}$  (തുല്യത്രികോണങ്ങൾക്ക് തുല്യപരപ്പളവായിരിക്കും )
- c) 3 സാമാന്തരീകങ്ങൾ.  
 $PQRC, PQBR, PRQA$  എന്നിവ തുല്യസാമാന്തരീകങ്ങളാണ്.
- d)  $PQRC$  എന്ന സാമാന്തരീകത്തിൽ കത്ത് വിഴാൻ ത്രികോണം  $PCR$  ലോ ത്രികോണം  $PQR$  ലോ ആയാൽ മതി.  
സാധ്യത  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

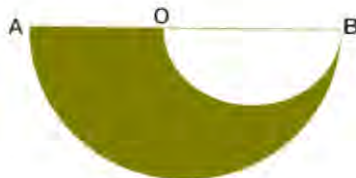
15) വൃത്തത്തിൽ ശീർഷങ്ങളുള്ള സമചതുരം വരച്ച് ഷേഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്നു. ഇതിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ ആ കത്ത് സമചതുരത്തിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?



**Answers**

- \* സമചതുരത്തിന്റെ വശം  $a$  ആയാൽ വികർണ്ണം  $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$   
വൃത്തത്തിന്റെ ആരം  $\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$
- \* സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $a^2$ , വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\pi \times \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{2}$
- \* കത്ത് സമചതുരത്തിൽ വീഴാനുള്ള സാധ്യത  $= a^2 \div \frac{\pi a^2}{2} = \frac{2}{\pi}$

16)  $O$  കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്  $AB$ .  
 $OB$  വ്യാസമായ മറ്റൊരു വൃത്തമുണ്ട്. ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം  $r$  ആയാൽ



- a) വലിയവൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവും എഴുതുക
- c) ചിത്രത്തിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കത്തിട്ടാൽ ആ കത്ത് നിറം കൊടുത്ത ഭാഗത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a)  $2r$
- b) ചെറിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\frac{\pi r^2}{2}$   
 വലിയ അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\frac{\pi(2r)^2}{2} = 2\pi r^2$
- c) നിറം കൊടുത്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $2\pi r^2 - \frac{\pi r^2}{2} = 3\frac{\pi r^2}{2}$   
 സാധ്യത =  $\frac{3}{4}$

17) ഒരു പെട്ടിയിൽ 2, 3, 4 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഓരോ ചെറിയ കാർഡുകളിൽ എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$  എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളും ഇതുപോലെ കാർഡുകളിലെഴുതി മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ പെട്ടിയിൽനിന്നും നോക്കാതെ ഓരോന്നെടുത്ത് സംഖ്യകൾ ജോടിയായി എഴുതുന്നു.

- a) എത്ര ജോഡികൾ ഉണ്ടായിരിക്കും ?
- b) എടുക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എണ്ണൽസംഖ്യ ആകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ജോടികളുടെ എണ്ണം =  $3 \times 3 = 9$   
 $(2, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{3}), (2, \frac{1}{4})$   
 $(3, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (3, \frac{1}{4})$   
 $(4, \frac{1}{2}), (4, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4})$
- b) ഗുണനഫലം എണ്ണൽസംഖ്യ വരുന്ന ജോടികൾ  $(2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4}), (4, \frac{1}{2})$   
 ഗുണനഫലം എണ്ണൽസംഖ്യ വരുന്ന 4 ജോടികളുണ്ട്.  
 ഗുണനഫലം എണ്ണൽസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $\frac{4}{9}$
- c) ഗുണനഫലം എണ്ണൽസംഖ്യ കിട്ടാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത  $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

18) മഞ്ജുവിന് പച്ച, ചുവപ്പ്, നീല എന്നീ നിറങ്ങളിലുള്ള കമ്മലുകളും മാലകളും ഉണ്ടായിരുന്നു. അവൾ പല തരത്തിൽ ഈ ആഭരണങ്ങൾ അണിഞ്ഞിരുന്നു.

- a) എത്രതരത്തിൽ മഞ്ജുവിന് ആഭരണങ്ങൾ അണിയാൻ കഴിയും ?
- b) ഒരേ നിറത്തിലുള്ള മാലയും കമ്മലും അണിയാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?
- c) വ്യത്യസ്ത നിറത്തിലുള്ള മാലയും കമ്മലും അണിയാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ആദരണങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കാവുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം  $3 \times 3 = 9$   
 (പച്ച, പച്ച), (പച്ച, ചുവപ്പ്), (പച്ച, നീല)  
 (നീല, പച്ച), (നീല, ചുവപ്പ്), (നീല, നീല)  
 (ചുവപ്പ്, പച്ച), (ചുവപ്പ്, ചുവപ്പ്), (ചുവപ്പ്, നീല)
- b) (പച്ച, പച്ച), (ചുവപ്പ്, ചുവപ്പ്), (നീല, നീല)  
 സാധ്യത =  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
- c) വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

19) ഒരു പെട്ടിയിൽ 4കറുത്ത പന്തുകളും 3വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 5കറുത്ത പന്തുകളും 3വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. നോക്കാതെ രണ്ടിൽനിന്നും ഓരോന്നെടുക്കുന്നു.

- a) ആകെ എത്ര തരത്തിൽ എടുക്കാം?  
 b) രണ്ടും കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?  
 c) രണ്ടും വെളുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?  
 d) വ്യത്യസ്ത നിറത്തിലുള്ള പന്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ആകെ തെരഞ്ഞെടുപ്പുകളുടെ എണ്ണം =  $(3 + 4) \times (5 + 3) = 7 \times 8 = 56$
- b) രണ്ടും കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{4 \times 5}{56} = \frac{20}{56}$
- c) രണ്ടും വെളുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{3 \times 3}{56} = \frac{9}{56}$
- d) രണ്ടും വ്യത്യസ്ത നിറത്തിലുള്ള പന്തുകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $\frac{(4 \times 3) + (3 \times 5)}{56} = \frac{27}{56}$

20) ഒരു പെട്ടിയിൽ 1, 2, 3, 4 എന്നീ സംഖ്യകളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1, 2, 3 എന്നീ സംഖ്യകളും ചെറിയ കടലാസ് കഷണങ്ങളിൽ എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ടിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോന്നെടുത്ത് ജോടിയായി എഴുതുന്നു.

- a) ആകെ എത്ര ജോടികൾ സാധ്യമാണ്?  
 b) ജോടിയിലെ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?  
 c) ജോടിയിലെ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

- a) ജോടികളുടെ എണ്ണം  $4 \times 3 = 12$   
 (1, 1), (1, 2), (1, 3)  
 (2, 1), (2, 2), (2, 3)  
 (3, 1), (3, 2), (3, 3)  
 (4, 1), (4, 2), (4, 3)
- b) ഒറ്റസംഖ്യകൾ ഗുണനഫലം കിട്ടുന്നത് (1, 1)(1, 3), (3, 1)(3, 3)  
 സാധ്യത  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
- c) ഗുണനഫലം ഇരട്ടസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത =  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$



21) 10Aയിൽ 30ആൺകുട്ടികളും 20പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. 10Bയിൽ 15ആൺകുട്ടികളും 25പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്.

രണ്ട് ക്ലാസിൽനിന്നും ഓരോന്ന് വീതം നോക്കാതെ സെലക്ട് ചെയ്യാം.

- a) ആകെ എത്ര തരത്തിൽ സെലക്ട് ചെയ്യാം?
- b) കിട്ടുന്നത് രണ്ടുപേരും ആൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
- c) കിട്ടുന്നത് രണ്ട് പേരും പെൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

**Answers**

a) ആകെ ജോടികൾ  $(20 + 30) \times (15 + 25) = 50 \times 40 = 2000$

b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $= \frac{30 \times 15}{2000} = \frac{450}{2000} = \frac{9}{40}$

c) രണ്ടും പെൺ കുട്ടികൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത  $= \frac{20 \times 25}{2000} = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$

അധ്യായം: 4

# രണ്ടാംക്രമി സമവാക്യങ്ങൾ

Focus Points

- a) എല്ലായുണിറ്റുകളിലെയും പ്രശ്നപരിഹാരത്തിന് ഒരു ടൂൾ ആയി രണ്ടാംക്രമിസമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.സമവാക്യങ്ങളെക്കുറിച്ചല്ല യൂണിറ്റിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്.സമവാക്യങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകളും സൈദ്ധാന്തിക വിശകലനങ്ങളും ഇവിടെത്തെ ചർച്ചാവിഷയമല്ല. സമവാക്യം രൂപപ്പെടുന്ന സാഹചര്യങ്ങളും , സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരരീതികളും , പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുമാണ് ഈ യൂണിറ്റിൽ പഠിക്കുന്നത്.
- b)  $x^2 + ax = b$  എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന  $x$ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഇരുവശത്തും  $(\frac{a}{2})^2$  കൂട്ടിയാൽ മതി.

- 1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സാഹചര്യങ്ങൾ വിലയിരുത്തി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുക
  - a) ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വർഗ്ഗത്തിന്റെയും തുക 12 ആണ് .
  - b) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിൽനിന്നും ആ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ 20 കിട്ടും.
  - c) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തോട് ആ സംഖ്യയുടെ രണ്ട് മടങ്ങ് കൂട്ടിയാൽ 63 കിട്ടും.
  - d) അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 63 ആണ് .
  - e) ഒരു സംഖ്യയുടെയും വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക  $\frac{10}{3}$  ആണ് .

Answers

- a) സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ  $x^2 + x = 12$
- b) സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ  $x^2 - x = 20$
- c) സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ  $x^2 + 2x = 63$
- d) സംഖ്യകൾ  $x, x + 2$  ആയാൽ  $x(x + 2) = 63, x^2 + 2x = 63$
- e) സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ  $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$   
 $\frac{x^2+1}{x} = \frac{10}{3}$   
 $3(x^2 + 1) = 10x,$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

2) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം 16 ആണ്.

- a) സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?
- b) സംഖ്യ  $x$  എന്തെടുത്ത് ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
- c) വർഗ്ഗം -16 ആയ രേഖീയസംഖ്യ ഉണ്ടാകുമോ?

Answers

a) സംഖ്യകൾ 4, -4

b) സംഖ്യ  $x$  ആയാൽ  $x^2 = 16$

c) വർഗ്ഗം ന്യൂനസംഖ്യയായ രേഖീയസംഖ്യ ഉണ്ടാകുകയില്ല. -4ന്റെ വർഗ്ഗവും +4ന്റെ വർഗ്ഗവും 16 ആണ്.

3)  $x$  ഒന്നിനേക്കാൾ വലിയ ഒരു ഒറ്റസംഖ്യ ആണ്

- a)  $x$  നോട് ഏറ്റവും അടുത്ത രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) അവയുടെ ഗുണനഫലം 45 ആയാൽ സമവാക്യരൂപത്തിൽ ഈ ആശയം എഴുതുക
- c) സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

Answers

a) ഒറ്റസംഖ്യ  $x$  തൊട്ടടുത്ത ഒറ്റസംഖ്യകൾ  $x - 2, x + 2$

b)  $(x - 2)(x + 2) = 45$   
 $x^2 - 4 = 45, x^2 = 49$

c)  $x = 7$   
 സംഖ്യകൾ 5, 9

4) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 1 വീതം കുറച്ചാൽ പരപ്പളവ് 100 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആകും .

- a) വശം  $x$  ആയാൽ ഈ ആശയം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- b) സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) വശത്തിന്റെ നീളം 1 കുറച്ചാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന് എന്ത് മാറ്റം ഉണ്ടാകും ?

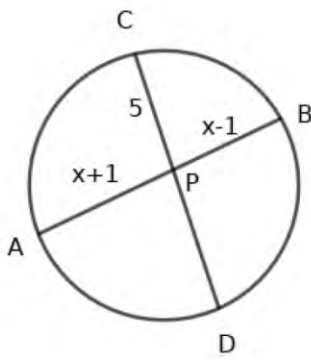
Answers

a) ഒരു വശം  $x$  ആയാൽ  $(x - 1)^2 = 100$

b)  $x - 1 = \sqrt{100} = 10, x = 11$

c) ചുറ്റളവ് 4 കറയുന്നു.

5) ചിത്രത്തിൽ  $AB, CD$  എന്നീ ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ  $P$  യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.  $CD = 21$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PC = 5$  സെന്റിമീറ്റർ .



- a)  $PD$  എത്ര?
- b)  $PA = x + 1, PB = x - 1$  ആയാൽ ഞാൻ ഖണ്ഡങ്ങളുടെ നീളങ്ങളെ ബന്ധിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- c)  $PA, PB$  എന്നീ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a)  $PD = 21 - 5 = 16$  സെന്റിമീറ്റർ
- b)  $PA \times PB = PC \times PD$   
 $(x + 1)(x - 1) = 5 \times 16 = 80$   
 $x^2 - 1^2 = 80, x^2 - 1 = 80$
- c)  $x^2 - 1 = 80 \rightarrow x^2 = 81, x = 9$
- d)  $PA = 9 + 1 = 10$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PB = 9 - 1 = 8$  സെന്റിമീറ്റർ

6) തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 360 ആണ്.

- a) ഈ സംഖ്യകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള ഒറ്റസംഖ്യ  $x$  ആയാൽ സംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
- c) സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) സംഖ്യകൾ  $x - 1, x + 1$
- b)  $(x - 1)(x + 1) = 360, x^2 - 1 = 360$
- c)  $x^2 = 361, x = \sqrt{361} = 19$ . സംഖ്യകൾ  $19 - 1 = 18, 19 + 1 = 20$

7) 5, 9, 13, 17, 21... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

- a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം 625 ആയാൽ അത് എത്രാമത്തെ പദമായിരിക്കും?
- c) 36 എന്ന പൂർണ്ണവർഗ്ഗസംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിൽ ഉണ്ടാകുമോ. എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?
- d) 49 ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

**Answers**

- a)  $x_n = dn + (f - d) = 4n + (5 - 4) = 4n + 1$
- b)  $(4n + 1)^2 = 625, 4n + 1 = \sqrt{625} = 25, 4n = 24, n = 6$
- c) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെല്ലാം ഒറ്റസംഖ്യകളാണ്. 36 എന്ന ഇരട്ടസംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിൽ ഉണ്ടാകില്ല
- d)  $4n + 1 = 49, 4n = 48, n = 12$ . പന്ത്രണ്ടാമത്തെ പദമാണ് 49

8) തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക.

- a) അവയിലൊന്ന്  $x$  ആയാൽ മറ്റേ സംഖ്യ എന്താണ്?
- b) ഈ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 120 ആയാൽ സമവാക്യം എഴുതുക
- c) സമവാക്യത്തിൽ അനുയോജ്യമായ മാറ്റം വരുത്തി വർഗ്ഗരൂപത്തിൽ എഴുതുക
- d) സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക

Answers

- a)  $x + 2$
- b)  $x(x + 2) = 120$   
 $x^2 + 2x = 120$
- c) ഇരുവശത്തും 1 കൂട്ടിയാൽ  $x^2 + 2x + 1 = 120 + 1$   
 $(x + 1)^2 = 121$
- d)  $x + 1 = \sqrt{121} = 11, 11, x + 1 = 11, x = 10$   
ഇരുട്ടസംഖ്യകൾ 10, 12

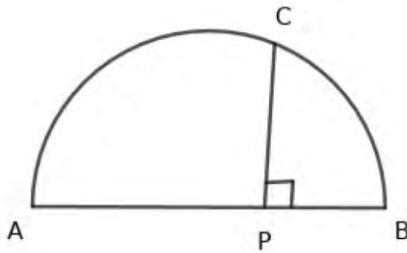
9) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 8 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലാണ്.

- a) വീതി  $x$  ആയാൽ നീളമെത്ര?
- b) പരപ്പളവ് 240 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വശങ്ങളെയും പരപ്പളവിനെയും ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- c) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കണക്കാക്കുക

Answers

- a) നീളം  $= x + 8$
- b)  $x(x + 8) = 240, x^2 + 8x = 240$
- c) സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും  $(\frac{8}{2})^2$  ആയ 16 കൂട്ടിയാൽ  
 $x^2 + 8x + 16 = 240 + 16$   
 $(x + 4)^2 = 256, x + 4 = \sqrt{256} = 16, x = 16 - 4 = 12$   
വീതി 12 സെന്റിമീറ്റർ, നീളം  $12 + 8 = 20$  സെന്റിമീറ്റർ

10) ചിത്രത്തിൽ  $AB$  അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്.  $AB$  യ്ക്ക് ലംബമാണ്  $PC$ .  
 $AP = BP + 5, PC = 6$  ആയാൽ



- a)  $PA, PB, PC$  എന്നീ നീളങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- b)  $PB = x$  ആയി കണക്കാക്കി സമവാക്യം മാറ്റിയെഴുതുക
- c)  $PB$  യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- d) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

Answers

- a)  $PA \times PB = PC^2$
- b)  $(x + 5) \times x = 6^2, x^2 + 5x = 36$   
 $x^2 + 5x + (\frac{5}{2})^2 = 36 + (\frac{5}{2})^2$   
 $(x + \frac{5}{2})^2 = 36 + \frac{25}{4}$   
 $(x + \frac{5}{2})^2 = \frac{169}{4}$   
 $(x + \frac{5}{2}) = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2}$   
 $x = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4$
- c)  $PB = 4$   
 $AP = 4 + 5 = 9, AB = 9 + 4 = 13$   
 ആരം = 12 സെന്റിമീറ്റർ

- 11) 2, 4, 6, 8... എന്ന ഇരട്ടസംഖ്യാശ്രേണി പരിഗണിക്കുക
- a) ഈ ശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
- b) ആദ്യത്തെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 210 എന്ന് കണക്കാക്കുക

Answers

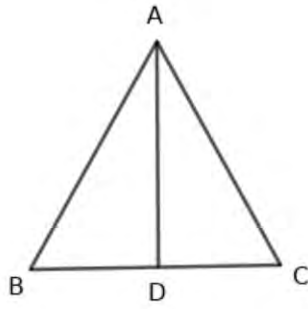
- a)  $x_n = 2n$
- b)  $n(n + 1) = 210, n^2 + n = 210$   
 $n^2 + n + \frac{1}{4} = 210 + \frac{1}{4}$   
 $(n + \frac{1}{2})^2 = \frac{841}{4}$   
 $n + \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{841}{4}} = \frac{29}{2}$   
 $n = \frac{29}{2} - \frac{1}{2} = 14$   
 ആദ്യത്തെ 14 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് 210

- 12) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തേക്കാൾ 4 കറവാൻ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം. ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 2 കൂടുതലാണ് മൂന്നാമത്തെ വശം.
- a) ഏറ്റവും ചെറിയ വശം  $x$  ആയാൽ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളവും മൂന്നാം വശത്തിന്റെ നീളവും എഴുതുക
- b) വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളെ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- c) ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റ് വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

Answers

- a) ഏറ്റവും ചെറിയ വശം  $x$  ആയാൽ കർണ്ണം =  $x + 4$ , മൂന്നാമത്തെ വശം  $x + 2$
- b)  $(x + 4)^2 = (x + 2)^2 + x^2, x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$   
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
- c)  $x^2 - 4x = 12, x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$   
 $(x - 2)^2 = 16, x - 2 = 4, x = 6$   
 ഏറ്റവും ചെറിയ വശം 6
- d) വശങ്ങൾ 6, 8, 10

- 13) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AB = AC$   
 $A$  യിൽനിന്നും  $BC$  യിലേയ്ക്കുള്ള ലംബമാണ്  $AD$ . ഈ ലംബനീളം  $BC$  യേക്കാൾ 2 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലാണ്.  
 ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 60 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ



- a)  $BC = x$  ആയാൽ  $AD$  യുടെ നീളമെത്ര?
- b)  $BC, AD$ , പരപ്പളവ് എന്നിവയെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.
- c)  $BC$  യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- d)  $AD$  എന്ന ഉന്നതി എത്ര?
- e) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a)  $AD = x + 2$
- b)  $\frac{1}{2} \times x \times (x + 2) = 60$   
 $x(x + 2) = 120, x^2 + 2x = 120$
- c)  $x^2 + 2x + 1 = 121, (x + 1)^2 = 121, (x + 1) = \sqrt{121} = 11, x = 11 - 1 = 10$  സെന്റിമീറ്റർ
- d)  $AD = 10 + 2 = 12$
- e)  $AB^2 = BD^2 + AD^2$   
 $AB^2 = 5^2 + 12^2 = 169, AB = \sqrt{169} = 13$  സെന്റിമീറ്റർ.  
 ചുറ്റളവ് =  $13 + 13 + 10 = 36$  സെന്റിമീറ്റർ

14) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 4 കൂടുതലാണ്. പരപ്പളവ് 357 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്.

- a) വീതി  $x$  ആയാൽ നീളമെത്ര?
- b) വശങ്ങളുടെ നീളവും പരപ്പളവും തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- c) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കണക്കാക്കുക

**Answers**

- a) നീളം  $x + 4$
- b)  $x(x + 4) = 357, x^2 + 4x = 357$
- c)  $x^2 + 4x + 4 = 357 + 4 = 361, (x + 2)^2 = 361, x + 2 = \sqrt{361} = 19, x = 19 - 2 = 17$
- d) വീതി 17 സെന്റിമീറ്റർ, നീളം  $17 + 4 = 21$  സെന്റിമീറ്റർ.

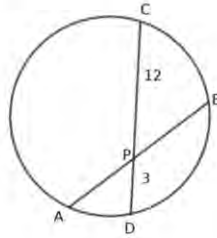
15) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങിനേക്കാൾ 1 കറവാണ്. മൂന്നാമത്തെ വശം ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 1 കൂടുതലാണ്.

- a) ഏറ്റവും ചെറിയ വശം  $x$  ആയാൽ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളവും മൂന്നാം വശത്തിന്റെ നീളവും എത്രവീതമാണ്?
- b) വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളെ തമ്മിൽ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക
- c) മൂന്ന് വശങ്ങളുടെയും നീളം കണക്കാക്കുക

Answers

- a) കർണ്ണം =  $2x - 1$ , മൂന്നാമത്തെ വശം =  $x + 1$
- b)  $(2x - 1)^2 = x^2 + (x + 1)^2$ ,  $4x^2 - 4x + 1 = x^2 + x^2 + 2x + 1$   
 $2x^2 - 6x = 0$
- c)  $x = 3$ . വശങ്ങൾ :  
 കർണ്ണം  $2x - 1 = 6 - 1 = 5$  സെന്റിമീറ്റർ .  
 മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ, 4 സെന്റിമീറ്റർ.

16) ചിത്രത്തിൽ  $AB, CD$  എന്നീ ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ  $P$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $AB = 13$  സെന്റിമീറ്റർ  $PC = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PD = 3$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ



- a)  $PA, PB, PC, PD$  എന്നീ ഭാഗങ്ങൾ എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു
  - b)  $PA = x$  ആയി കണക്കാക്കി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
  - c)  $PA, PB$  എന്നീ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- 17) 7, 9, 11, 13... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 40
- a) ഈ ആശയത്തിൽ നിന്നും രണ്ടാംക്രമി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
  - b) എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 40
  - c) മറ്റൊരു രീതിയിൽ  $n$  കണക്കാക്കുക
- 18) ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 18 ആണ്. സംഖ്യയിൽ നിന്നും 63 കുറച്ചാൽ അക്കങ്ങൾ സ്ഥാനം മാറ്റിയ രണ്ടക്കസംഖ്യ കിട്ടും.
- a) പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം  $x$  ആയാൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഏത്?
  - b) അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് സംഖ്യയെ പിരിച്ചെഴുതുക
  - c) തന്നിരിക്കുന്ന വ്യവസ്ഥ അനുസരിച്ച് സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
  - d) സംഖ്യ കണക്കാക്കുക
- 19) 16 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പ് രണ്ട് ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ വർഗ്ഗത്തിന്  $F$  ന്റെ രണ്ട് മടങ്ങ് ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ വർഗ്ഗത്തേക്കാൾ 164 കൂടുതലാണ്.
- a) വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം  $x$  ആയാൽ ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
  - b) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക
  - c) രണ്ട് ഭാഗങ്ങളുടെയും നീളം കണക്കാക്കുക



# ത്രികോണമിതി

## Focus Points

- a) ചില പ്രത്യേക തരം മട്ടത്രികോണങ്ങളുണ്ട്. സമചതുരത്തിന് ഒരു വികർണ്ണം വരച്ചാൽ കാണുന്ന രണ്ട് മട്ടത്രികോണങ്ങൾ ഇവ സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണങ്ങളാണ്. കോണുകൾ  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  വീതമാണ്.
- b)  $45^\circ$  കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 1 ആയാൽ  $90^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള  $\sqrt{2}$  ആയിരിക്കും.  
 $1 : 1 : \sqrt{2}$  എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും വശങ്ങൾ.
- c) സമളംബത്രികോണത്തിന് ഒരു ഉന്നതി വരക്കുമ്പോൾ രണ്ട് മട്ടത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടുന്നു. ഇവയുടെ കോണുകൾ  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  വീതമാണ്.  
 $30^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം 1 ആയാൽ അതിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്  $90^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം.  
 $30^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം 1 ആയാൽ  $90^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം 2,  $60^\circ$  കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം  $\sqrt{3}$  ആയിരിക്കും.  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  മട്ടത്രികോണത്തിൽ ഈ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ  
 $1 : \sqrt{3} : 2$  എന്ന അംശബന്ധം നിൽനിർത്തുന്നു. ത്രികോണത്തിന്റെ വലുപ്പം എത്രയായാലും ഈ അംശബന്ധത്തിന് മാറ്റമുണ്ടാകുന്നില്ല.
- d) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു ന്യൂനകോൺ പരിഗണിച്ച് അതിന്റെ എതിർവശവും ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണവും ചേർത്ത്  $\sin$  അളവ് മനസിലാക്കുന്നു.  
 ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $A, B, C$  എന്നീ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളാണ്  $a, b, c$ , കോൺ  $B = 90^\circ$  എങ്കിൽ  
 $\sin A = \frac{a}{b}, \cos A = \frac{c}{b}, \tan A = \frac{a}{c}$
- e)  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .  
 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \tan 45^\circ = 1$
- f) ഗ്രൗണ്ടിൽ നിന്ന് കുറച്ചകലെയുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളറ്റത്തേയ്ക്ക് നോക്കുന്നു. നോക്കുന്ന ദിശയും ഗ്രൗണ്ടും തമ്മിലുള്ള കോൺ ആണ് മേൽക്കോൺ .
- g) ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും താഴെ ഒരു സ്ഥാനത്തേയ്ക്ക് നോക്കുന്നു. നോക്കുന്ന ദിശയും , ഗ്രൗണ്ടിന് സമാന്തരമായ വരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ ആണ് കീഴ്കോൺ.

1) ചുറ്റളവ് 40സെന്റിമീറ്റർ ഉള്ള സമചതുരം പരിഗണിക്കുക

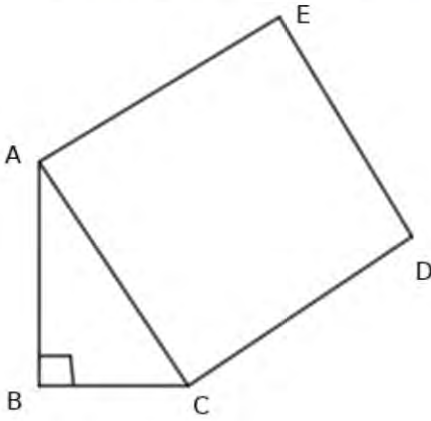
- a) വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
- c) വികർണ്ണം വശമാക്കി വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

a) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം  $= \frac{40}{4} = 10$ സെ.മീറ്റർ

b) രണ്ട് വശങ്ങളും വികർണ്ണവും  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  മട്ടത്രികോണമുണ്ടാക്കുന്നു.  
 $45^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള കോൺ 10സെ.മീറ്റർ .  
 $\therefore 90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള കോൺ  $10\sqrt{2}$ സെ.മീറ്റർ

c) പരപ്പളവ്  $= (10\sqrt{2})^2 = 100 \times 2 = 200$  സെ.മീറ്റർ

2) ചിത്രത്തിൽ ABCഒരു മട്ടത്രികോണം.  $\angle A = 30^\circ, BC = 10$ സെന്റിമീറ്റർ



- a) ABഎത്ര?
- b) ACഎത്ര?
- c) ACവശമാക്കി വരച്ചിരിക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- d) സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?

a)  $30 - 60 - 90$  ത്രികോണത്തിൽ  $30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 10സെന്റിമീറ്റർ  
 $60^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $10\sqrt{3}$ സെന്റിമീറ്റർ

b)  $90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 20സെ.മീറ്റർ

c) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം  $20\sqrt{2}$ cm

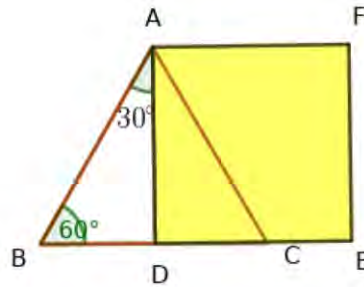
d) ചുറ്റളവ്  $4 \times 20\sqrt{2} = 80\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്റർ.

3) 10സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമഭജത്രികോണം പരിഗണിച്ചാൽ

- a) ഉന്നതി എത്രയായിരിക്കും?
- b) ഉന്നതി വശമായുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- c) ഈ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- d) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

a)  $\triangle ABD$  ഒരു  $30 - 60 - 90$  മട്ടത്രികോണമാണ്.  $AD$  വികർണ്ണം.  $AD = 5\sqrt{3}$ സെ.മീറ്റർ

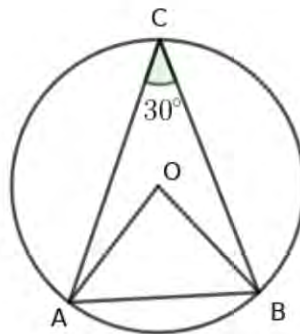
b) ചിത്രം



c) പരപ്പളവ്  $= (5\sqrt{3})^2 = 25 \times 3 = 75$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

d) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം  $5\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{6}$ cm

4) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $\angle ACB = 30^\circ$  ആയാൽ

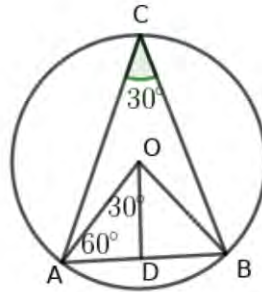


- a)  $\angle AOB$  എത്ര?
- b) ത്രികോണം  $OAB$  ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്?
- c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 12 സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ ത്രികോണം  $OAB$  യുടെ ഉന്നതി എത്ര?
- d) ത്രികോണം  $OAB$  യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര?

a)  $\angle AOB = 60^\circ$

b)  $OA = OB$ , ത്രികോണം  $OAB$ യുടെ തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം. മൂന്ന് കോണുകളും  $60^\circ$  വീതം. സമഭജത്രികോണമാണ്.

c) ചിത്രം നോക്കുക



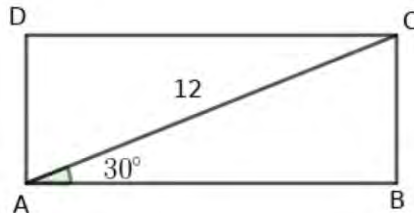
$AB$ യ്ക്ക് ലംബമായി  $OD$  വരക്കുക.

ത്രികോണം  $ODA$  ഒരു  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണമാണ്.

$90^\circ$  എതിരെയുള്ള വശം 12 സെ.മീറ്റർ.  $30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $6\sqrt{3}$  സെ.മീറ്റർ.  $OD = 6\sqrt{3}$  സെ.മീറ്റർ

d) പരപ്പളവ്  $\frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

5)  $ABC$  എന്ന ചതുരത്തിൽ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ,  $\angle BAC = 30^\circ$



- a)  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b)  $BC$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

a) ത്രികോണം  $ABC$  ഒരു  $30^\circ - 60^\circ, 90^\circ$  ത്രികോണമാണ്.

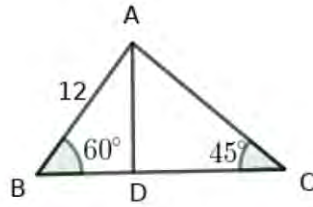
$90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 12 സെ.മീറ്റർ

$30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 6 സെ.മീറ്റർ,  $AB = 6\sqrt{3}$  സെ.മീറ്റർ

b)  $BC = 6$  സെന്റിമീറ്റർ

c) പരപ്പളവ്  $AB \times BC = 36\sqrt{3}$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

6) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AD$  എന്ന വര  $BC$  ലേക്കുള്ള ഉന്നതിയാണ്.  $AB = 12$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ



- a)  $AD$  യുടെ നീളമെത്ര?
- b)  $AC$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c)  $BC$  എത്ര?
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

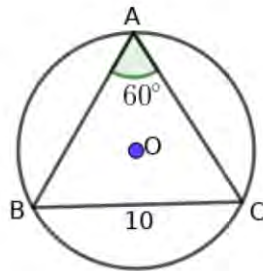
a)  $\triangle ADB$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  triangle.  
 $\angle A = 30^\circ$ .  $90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 12 സെ.മീറ്റർ.  
 $30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 6 സെന്റിമീറ്റർ  
 $BD = 6$  സെ.മീ,  $AD = 6\sqrt{3}$  സെ.മീ

b)  $\triangle ADC$  ഒരു  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം  
 $AC = 6\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{6}$  സെ.മീ

c)  $CD = 6\sqrt{3}$  സെ.മീ,  $BC = 6 + \sqrt{3}$  സെ.മീ

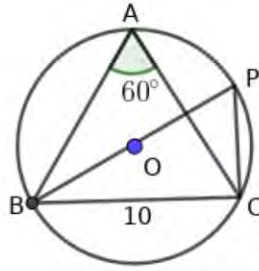
d) പരപ്പളവ്  $A = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times (6+6\sqrt{3}) \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$  sq.cm

7) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $BC = 10$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ



- a)  $B$  യിൽ നിന്ന് വ്യാസം വൃത്തത്തെ  $P$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നതായി അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b) ത്രികോണം  $BPC$  വെച്ച്  $\angle BPC$  യുടെ അളവ് എഴുതുക
- c) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമെത്ര? ആരമെത്ര?
- d) ത്രികോണം  $BPC$  യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) ചിത്രം



$BP$  വരക്കുക,  $PC$  വരക്കുക

b)  $\angle BPC = 60^\circ$ . (ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ)

c)  $\triangle BPC$  ഒരു  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .

$60^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $10\text{cm}$

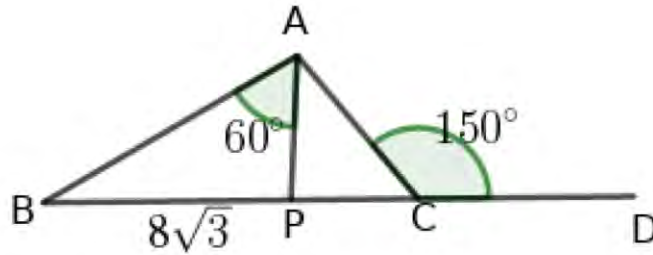
$30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $\frac{10}{\sqrt{3}}$  സെ.മീ

$90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $2 \times \frac{10}{\sqrt{3}}$

വ്യാസം =  $\frac{20}{\sqrt{3}}\text{cm}$ , ആരം =  $\frac{10}{\sqrt{3}}$  സെ.മീറ്റർ

d) പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{2} \times BC \times PC = \frac{50}{\sqrt{3}}$  ചതുരശ്രസെന്റി മീറ്റർ

8) ചിത്രത്തിൽ  $BC$  യ്ക്ക് ലംബമാണ്  $AP$ ,  $\angle ACD = 150^\circ$ ,  $\angle BAP = 60^\circ$



a)  $AP$ ,  $AB$  എന്നീ നീളങ്ങളെത്ര?

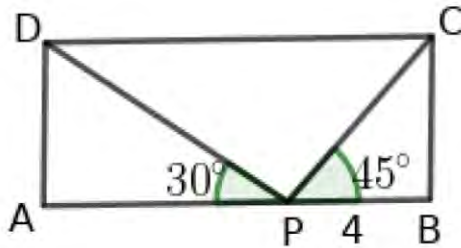
b) കോൺ  $ACP$  എത്ര?

c)  $PC$  യുടെ നീളമെത്ര?

d) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവെത്ര?

- a)  $\triangle APB$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .  
 $60^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം  $8\sqrt{3}\text{cm}$   
 $30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 8സെ.മീറ്റർ  
 $90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 16സെ.മീറ്റർ .  
 $AP = 8\text{cm}, AB = 16\text{സെ.മി}$
- b)  $\angle ACP = 180 - 150 = 30^\circ$
- c)  $AP = 8\text{cm}, PC = 8\sqrt{3}\text{cm}$
- d) പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{2} \times BC \times AP = \frac{1}{2} \times 16\sqrt{3} \times 8 = 64\sqrt{3}$   
ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

9) ചിത്രത്തിൽ ABCD ചതുരമാണ്.  $\angle DPA = 30^\circ, \angle CPB = 45^\circ, PB = 4$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ

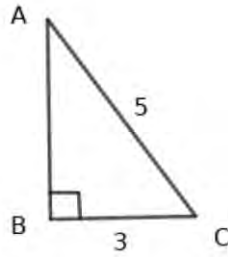


- a) BC എത്ര?
- b) AP എത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) PD, PC എന്നീ നീളങ്ങൾ എത്രവീതമാണ്?

- a)  $\triangle PBC$  ഒരു  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .  
 $BC = 4\text{സെ.മീറ്റർ}$
- b)  $\triangle APD$  ഒരു  $30^\circ - 30^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .  
 $AD = 4\text{cm}, AP = 4\sqrt{3}\text{സെ.മി.}$
- c)  $AB = 4 + 4\sqrt{3}\text{cm}, BC = 4\text{cm}$   
പരപ്പളവ് =  $4(4 + 4\sqrt{3}) = 16(1 + \sqrt{3})$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- d)  $PD = 8\text{സെ.മീറ്റർ}, PC = 4\sqrt{2}\text{സെ.മീറ്റർ}$

10) ത്രികോണം ABC യിൽ  $\angle B = 90^\circ, \sin A = \frac{3}{5}$  ആയാൽ

- a) ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b)  $\cos A, \tan A$  എന്നീ അളവുകളെഴുതുക
- c)  $\cos C, \tan C$  എന്നീ അളവുകളെഴുതുക



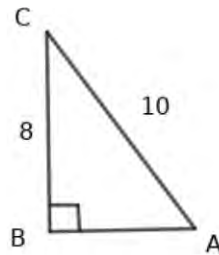
a) See the diagram

b)  $AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$   
 $\cos A = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3}{4}$

d)  $\cos C = \frac{3}{5}, \tan C = \frac{4}{3}$

11) ത്രികോണം ABC യിൽ  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\sin A = 0.8$  ആയാൽ

- a) ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b)  $\cos A$ ,  $\tan A$  എന്നീ അളവുകളെഴുതുക
- c)  $\cos C$ ,  $\tan C$  എന്നീ അളവുകളെഴുതുക

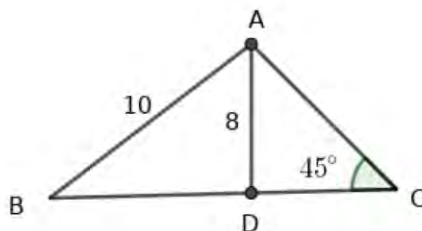


a) See the diagram

b)  $\sin A = 0.8 = \frac{8}{10}$   
 $AB = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$   
 $\cos A = \frac{6}{10} = 0.6, \tan A = \frac{8}{6}$

d)  $\cos C = \frac{8}{10}, \tan C = \frac{6}{8}$

12) ചിത്രത്തിൽ  $AB = 10$  സെന്റിമീറ്റർ, A യിൽ നിന്നും BC യിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതി 8 സെന്റിമീറ്റർ,  $\angle C = 45^\circ$  ആയാൽ

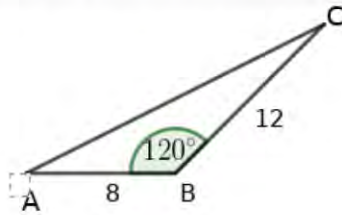




- a)  $BD$  എത്ര?
- b)  $\sin B$ ,  $\cos B$ ,  $\tan B$  എന്നിവ എഴുതുക
- c)  $BC$  യുടെ നീളം കാണുക
- d) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവെത്ര?
- e) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ ചുറ്റളവെത്ര?

- a)  $BD = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ cm}$
- b)  $\sin B = \frac{8}{10}$   
 $\cos B = \frac{6}{10}$   
 $\tan B = \frac{8}{6}$
- c)  $\triangle ADC$  is a  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  triangle.  
 $AD = CD = 8 \text{ cm}$   
 $BC = 6 + 8 = 14 \text{ cm}$
- d) പരപ്പളവ്  $= \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 14 \times 8 = 56$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- e) ചുറ്റളവ്  $= AB + AC + BC = 10 + 8\sqrt{2} + 14 = 24 + 8\sqrt{2}$  സെ.മീറ്റർ

13) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AB = 8$  സെന്റിമീറ്റർ,  $BC = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $\angle B = 120^\circ$

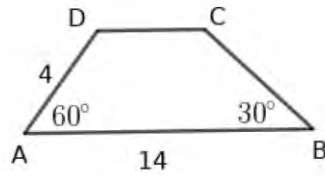


- a)  $C$  യിൽ നിന്നും  $AB$  യിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതി എത്ര?
- b) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

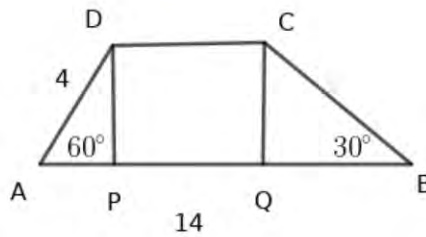
The diagram shows triangle ABC with side AB = 8 and side BC = 12. The angle at B is 120 degrees. A dashed line is drawn from vertex C perpendicular to the extension of side AB at point P. The angle ABP is labeled as 60 degrees.

- a)  $\angle ABP = 180 - 120 = 60^\circ$   
 $\sin 60^\circ = \frac{AP}{AB}$   
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AP}{12}$   
 $AP = 6\sqrt{3} \text{ cm}$
- b) പരപ്പളവ്  $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ sq.cm}$

14) ചിത്രത്തിൽ  $ABCD$  ലംബകമാണ്.  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $AB = 14$  സെന്റിമീറ്റർ,  $AD = 4$  സെന്റിമീറ്റർ



- സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- $CD$  യുടെ നീളമെത്ര?
- ലംബകത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?
- ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



a)  $DP, CQ$  എന്നീ വരകൾ  $AB$  യ്ക്ക് ലംബമായി വരക്കുക  
 $\triangle APD$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .  
 $90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 4cm.  
 $AP = 2\text{cm}, PD = 2\sqrt{3}$  സെ.മീറ്റർ

b)  $\triangle CQB$  is a  $30 - 60 - 90$  ത്രികോണം .  
 $QC = 2\sqrt{3}\text{cm}, QB = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6\text{cm}$   
 $PQ = 14 - (2 + 6) = 6\text{cm}$   
 $CD = 6\text{cm}$

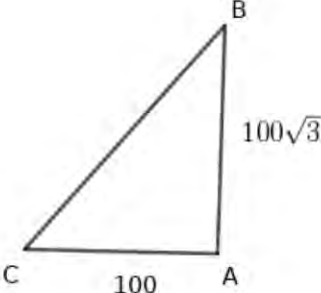
c)  $CB = 4\sqrt{3}\text{cm}$ .  
 ചുറ്റളവ് =  $14 + 4 + 6 + 4\sqrt{3} = 24 + 4\sqrt{3}\text{cm}$

d) പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{2} \times h \times (a + b) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (14 + 6) = 20\sqrt{3}$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

15) ഒരു കെട്ടിടത്തിന്  $100\sqrt{3}$ മീറ്റർ ഉയരമുണ്ട് .ചുവട്ടിൽ നിന്നും 100മീറ്റർ അകലെ നിന്നും കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റത്തേയ്ക്ക് നോക്കുന്നു.

- a) ഈ ആശയം വ്യക്തമാക്കുന്ന ചിത്രം വരയ്ക്കുക. b) മേൽക്കോൺ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ് ?
- c) മേൽക്കോൺ  $45^\circ$  ആകാൻ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും എത്ര അകലെ നിന്ന് നോക്കണം ?

a) ചിത്രം



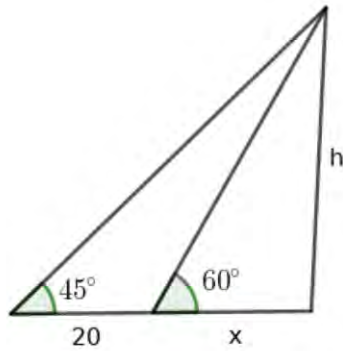
b) മേൽക്കോൺ  $x$  ആയാൽ  
 $\tan x = \frac{AB}{AC} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3}$   
 $\tan x = \sqrt{3} \rightarrow x = 60^\circ$

c) മേൽക്കോൺ  $45^\circ$  ആയാൽ  $AB = AC$ . അകലം =  $100\sqrt{3}m$

16) ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കുറച്ചുകൊള്ള നിന്നും നോക്കുമ്പോൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം  $45^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കെട്ടിടത്തിന്റെ അടുത്തേയ്ക്ക് 20മീറ്റർ നടന്നശേഷം നോക്കുമ്പോൾ മേൽക്കോൺ  $60^\circ$  ആകുന്നു

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുക
- c) കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും നോക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
- d) കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

a) Diagram.



b) ഉയരം  $h$  ആയാൽ

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x+20}, \frac{h}{x+20} = 1, h = x + 20, x = h - 20.$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}, \sqrt{3} = \frac{h}{x}, h = \sqrt{3}x.$$

$$c) h = \sqrt{3}(h - 20) = \sqrt{3}h - 20\sqrt{3}$$

$$20\sqrt{3} = \sqrt{3}h - h = h(\sqrt{3} - 1)$$

$$h = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = 10(3 + \sqrt{3}) \text{metre.}$$

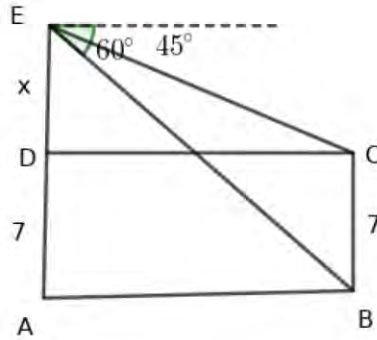
$$d) x = h - 20 = 10(3 + 1.732) - 20 = 47.32 - 20 = 27.32\text{m}$$

അകലം  $20 + x = 47.32$  മീറ്റർ ,  $27.32$  മീറ്റർ

17) 7 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗവും ചുവടും ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും  $45^\circ$  കീഴോണിലും  $60^\circ$  കീഴോണിലും കാണാം.

- ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക
- ഗോപുരവും കെട്ടിടവും തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?

a) ചിത്രം .



\* Let  $AB = CD = d, \tan 45^\circ = \frac{x}{d}, 1 = \frac{x}{d}, x = d$

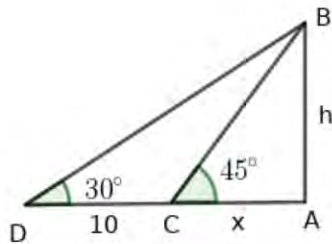
\*  $\tan 60^\circ = \frac{7+x}{d}$   
 $\sqrt{3} = \frac{7+x}{x}, \sqrt{3}x = 7 + x, \sqrt{3}x - x = 7$   
 $x(\sqrt{3} - 1) = 7, x = \frac{7}{\sqrt{3}-1} = \frac{18}{.73} = 9.6\text{m}$   
 ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം  $x + 7 = 9.6 + 7 = 16.5\text{m}$

d)  $d = x, \text{അകലം} = 9.5\text{m}$

18) സൂര്യൻ കാണപ്പെടുന്ന മേൽക്കോണു 45° യിൽ നിന്നും 30° യിലേയ്ക്ക് മാറുമ്പോൾ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ നിഴലിന് 10മീറ്റർ നീളം കൂടുന്നു.

- a) ഈ ആശയം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

a) Diagram



b)  $\tan 45 = \frac{AB}{AC}, 1 = \frac{h}{x}, h = x$   
 $\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+10}$   
 $x + 10 = \sqrt{3}h, h = 13.65\text{metre.}$

19) ഉയരം കൂടിയതും ഉയരം കുറഞ്ഞതുമായ രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾ നിരപ്പായ ഒരു ഗ്രൗണ്ടിൽ നിൽക്കുന്നു. ഉയരം കൂടിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും നോക്കുമ്പോൾ ഉയരം കുറഞ്ഞ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 30° മേൽക്കോണിൽ

കാണുന്നു.

ഉയരം കുറഞ്ഞ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ ഉയരം കൂടിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം  $60^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. വലിയ കെട്ടിടത്തിന് 50മീറ്റർ ഉയരമുണ്ട്.

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) കെട്ടിടങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?

**a) Diagram**

**b)  $\tan 60^\circ = \frac{50}{x}, \sqrt{3} = \frac{50}{x}$   
 $x = \frac{50}{\sqrt{3}} = \frac{50}{1.73} = 28.9\text{m}$   
 The distance between the buildings = 28.9m**

**c)  $\tan 30 = \frac{h}{x}, \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{28.9}, \sqrt{3}h = 28.9, h = \frac{28.9}{1.73} = 16.7\text{m}$**

20) 30മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കുറച്ചകലെ നിന്നും നോക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം  $30^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കെട്ടിടത്തിന് അടുത്തേയ്ക്ക് കുറച്ചുദൂരം നീങ്ങി നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ മുകളറ്റം  $60^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു.

- a) ഈ ആശയം വ്യക്തമാക്കുന്ന ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും രണ്ടാമത്തെ സ്ഥാനത്തേയ്ക്കുള്ള അകലമെത്ര?
- c) നോക്കുന്ന രണ്ട് സ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- d) കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും ആദ്യം നോക്കിയ സ്ഥാനത്തേയ്ക്കുള്ള അകലമെത്ര?

21) ഒരു വലിയ കെട്ടിടത്തിന് മുകളിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ കെട്ടിടത്തിനടുത്തേയ്ക്ക് ഒരേ വേഗതയിൽ വരുന്ന കാറിനെ  $30^\circ$  കീഴോണിൽ കാണുന്നു. സെക്കന്റ് കഴിയുമ്പോൾ കീഴോൺ  $60^\circ$  ആകുന്നു.

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) കാർ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ എത്താൻ എത്ര സമയം കൂടി വേണം .

22) ഒരു ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കുന്ന ഒരാൾ തീരത്തേയ്ക്ക് അടുത്തുവരുന്ന ബോട്ടിനെ  $30^\circ$  കീഴ് കോണിൽ കാണുന്നു. 6 മിനിറ്റ് കഴിഞ്ഞപ്പോൾ കീഴ് കോൺ  $60^\circ$  ആയി.

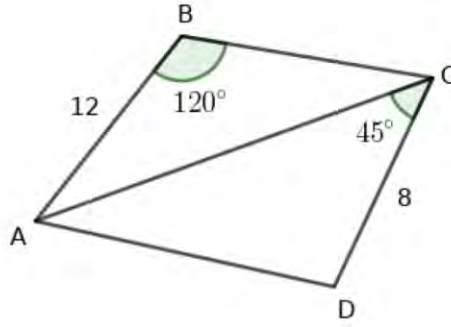
- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) ബോട്ട് തീരത്തെത്താൻ എത്ര സമയം വേണം
- c) ബോട്ടിന്റെ വേഗത മണിക്കൂറിൽ 25 കിലോമീറ്റർ ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ സ്ഥാനത്തിനിന്നും തീരത്തേയ്ക്കുള്ള ദൂരമെത്ര?

23) കടലിലേയ്ക്ക് പോകുന്ന ഒരു ബോട്ടിൽ നിന്നും നോക്കുന്ന ഒരാൾ 100 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു ലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളറ്റം  $60^\circ$  മേൽക്കോണിൽ കണ്ടു. 2 മിനിറ്റ് കഴിഞ്ഞപ്പോൾ മേൽക്കോൺ  $45^\circ$  ആയി.

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) നോക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?

c) ബോട്ടിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക

24) ചിത്രത്തിൽ  $AB = BC = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $\angle B = 120^\circ$ ,  $\angle ACD = 45^\circ$ ,  $CD = 8$  സെന്റിമീറ്റർ

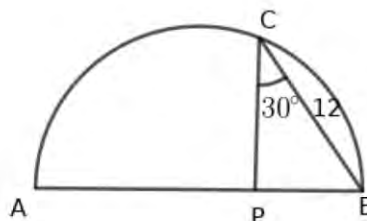


- a)  $AC$  എത്ര?
- b)  $B$  യിൽ നിന്നും  $D$  യിൽ നിന്നും  $AC$  യിലേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതി എത്ര?
- c)  $ABCD$  യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

c

- a)  $AB = BC$  ആയതിനാൽ,  $\triangle ABC$  സമപാർശ്വത്രികോണം .  
 $BP$  എന്ന വര  $AC$  യ്ക്ക് ലംബമാണ് .  
 $\triangle ABP$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  triangle.  
 $AP = 6\sqrt{3}\text{cm}$ ,  $PC = 6\sqrt{3}\text{cm}$   
 $AC = 12\sqrt{3}\text{cm}$ .
- b)  $PB = 6\text{cm}$ ,  $\triangle AQC$  is a  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  triangle.  $DC = 8\text{cm}$   
 $DQ = \frac{8}{\sqrt{2}}\text{cm}$
- c) പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times (6 + 4\sqrt{2}) = 6\sqrt{3}(6 + 4\sqrt{2})$  sq.cm

25) ചിത്രത്തിൽ  $AB$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $AB$  യ്ക്ക് ലംബമാണ്  $PC$ .  
 $BC = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $\angle PCB = 30^\circ$  ആയാൽ



- a)  $PB, PC$  എന്നീ നീളങ്ങൾ എത്ര?
- b)  $AP$ യുടെ നീളമെത്ര?
- c) അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

a)  $\triangle CPB$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  triangle. Since  $BC = 12\text{cm}$ ,  $PB = 6\text{cm}$ ,  $PC = 6\sqrt{3}\text{cm}$

b)  $PA \times PB = PC^2$ ,  
 $PA \times 6 = (6\sqrt{3})^2$   
 $6 \times PA = 36 \times 3, PA = 18\text{cm}$

c) ആരം =  $12\text{cm}$

1



അധ്യായം: 6

# സൂചകസംഖ്യകൾ

**Focus Points**

- ★ പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകൾ ഒരു പ്രതലത്തെ നാല് ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവായി കണക്കാക്കി ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം.
- ★ രണ്ട് രേഖീയസംഖ്യകൾ ജോടിചേർത്ത് പ്രതലത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം.  $P(x, y)$  ഒരു ബിന്ദുവായാൽ  $x$  ആ ബിന്ദുവിന്റെ  $x$  സൂചകസംഖ്യയും  $y$  ആ ബിന്ദുവിന്റെ  $y$  സൂചകസംഖ്യയുമാണ്.
- ★ ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ  $(0, 0)$  ആണ്.
- ★  $x$  അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ  $0$  ആണ്.  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.
- ★  $y$  അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ  $0$  ആണ്.  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.
- ★  $x$  അക്ഷത്തിലെയും  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വിലയാണ്.
- ★  $y$  അക്ഷത്തിലെയും  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വിലയാണ്.
- $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്  $P, Q$ . ഇവയുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. ഇത്തരം ബിന്ദുക്കളെ പൊതുവായി  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_1)$  എന്ന് പരിഗണിക്കാം.
- $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്  $P, Q$ . ഇവയുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. ഇത്തരം ബിന്ദുക്കളെ പൊതുവായി  $P(x_1, y_1), Q(x_1, y_2)$  എന്ന് പരിഗണിക്കാം.
- ചരിഞ്ഞ വരകളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകളും  $y$  സൂചകസംഖ്യകളും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇവയെ  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  എന്നെടുക്കാം.
- $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം =  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

- 1) a) സൂചകാക്ഷങ്ങൾ വരച്ച്  $A(-2, -2), B(-2, 2), C(2, 2), D(2, -2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b)  $ABCD$  എന്ന ജ്യാമിതീയരൂപത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത്?
- c) ഈ രൂപത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?

2)  $A(1, 1), B(-3, 1), C(-3, -4), D(1, -4)$  എന്നത് ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a)  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b)  $AD$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എഴുതുക

a)  $AB = |1 - (-3)| = 4$   
 b)  $AD = |1 - (-4)| = 5$   
 c) ചുറ്റളവ്  $= 2(4 + 5) = 18$   
 Area  $= 4 \times 5 = 20$

3) ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ഒരു വൃത്തം വരക്കുന്നു. ആ വൃത്തം  $(5, 0)$  എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു.

- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഈ വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- c)  $(3, 4)$  ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്? എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?

---

a) 5  
 b)  $A(5, 0), B(0, 5), C(-5, 0), D(0, -5)$   
 c) ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്നും  $(3, 4)$  ലേയ്ക്കുള്ള അകലം  $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ , ഇത് ആരമാണ്. വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്

4) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ ശീർഷങ്ങൾ  $A(1, 3), B(7, 3), C(4, 11)$  ആയാൽ

- a)  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b)  $AB$  എന്ന വശത്തേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതിയെത്ര?
- c) ത്രികോണം  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a)  $AB = |7 - 1| = 6$
- b)  $h = |11 - 3| = 8$
- c)  $\text{Area} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ sq.cm}$

5)  $ABC$  എന്ന സമളംബത്രികോണത്തിന്റെ  $AB$  എന്ന വശം  $x$  അക്ഷത്തോട് ചേർന്നിരിക്കുന്നു.  $A(-1, 0), B(5, 0)$  ആയാൽ

- a)  $AB$ യുടെ നീളമെത്ര?
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര?
- c)  $C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകളായി വരാവുന്ന ജോടികൾ ഏതെല്ലാം?

- a)  $AB = |5 - (-1)| = 6$
- b)  $\text{Altitude} = 3\sqrt{3}$
- c)  $C(2, 3\sqrt{3}), (C(2, -3\sqrt{3}))$

6)  $ABCD$  എന്ന ചതുരത്തിന്റെ മൂന്ന് ശീർഷങ്ങളാണ്  $A(0, 0), B(8, 0), C(8, 4)$

- a)  $D$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക
- c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

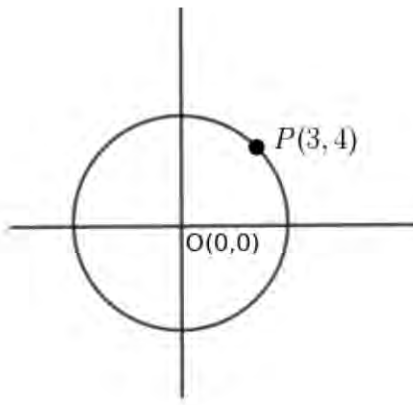
- a)  $D(0, 4)$
- b)  $AB = CD = 8, BC = AD = 4$   
 $\text{Perimetre} = 2(8 + 4) = 24$
- c)  $\text{Area} = 8 \times 4 = 32 \text{ sq.unit}$

7) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $A(1, 2), B(7, 2)$  ആണ്

- a)  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $\angle A = 90^\circ$  ആകുന്ന വിധം  $C$  യുടെ ഒരു ജോടി സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ത്രികോണത്തിന്റെ  $AC$ യുടെ നീളമെത്ര?
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

- a)  $AB = |7 - 1| = 6$
- b)  $C(1, 5)$  or  $x$ സൂചകസംഖ്യ 1 ആയ ഏത് ജോടിയും
- c)  $C(1, 5)$  ആയാൽ  $AC = |5 - 2| = 3$
- d) മട്ടത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $A(1, 2), B(7, 2)$  and  $C(1, 5)$   
 $\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ sq.unit}$

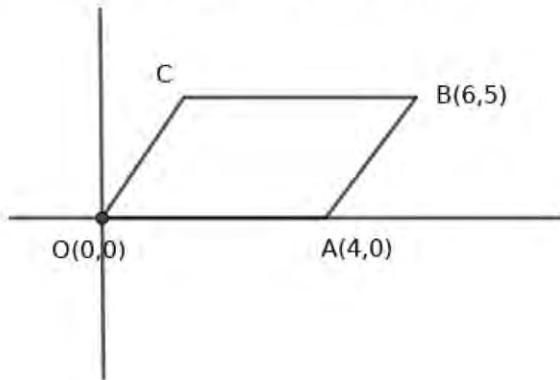
8) ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്  $P(3, 4)$ .



- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഈ വൃത്തത്തിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരുന്ന PQRS എന്ന ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്ര?

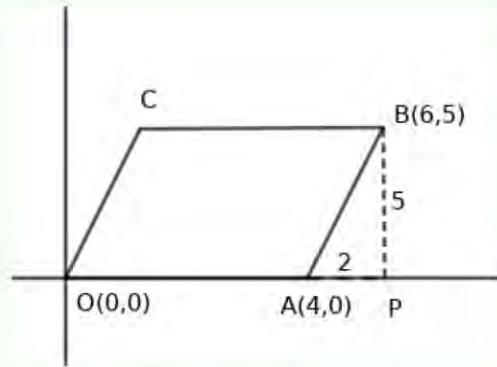
- a) ആരം  $OP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- b)  $Q(-3, 4), R(-3, -4), S(3, -4)$
- c)  $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- d) നീളം  $QR = PS = 8$ , വീതി  $PQ = RS = 6$   
 ചുറ്റളവ്  $= 2(8 + 6) = 28$ , പരപ്പളവ്  $= 48$

9)  $OABC$  എന്ന സാമാന്തരീകത്തിൽ  $O(0, 0), A(4, 0), B(6, 5)$  ആയാൽ



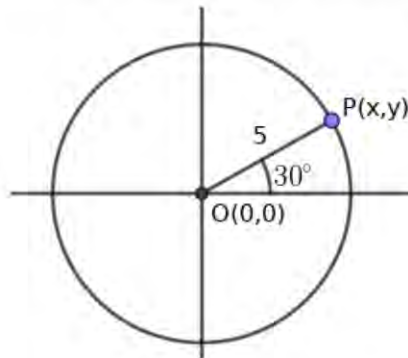
- a)  $C$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- b)  $OA, BC$  എന്നീ സമാന്തര വശങ്ങളുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഈ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- d) സമാന്തരീകത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്ര?



- a)  $OA = 4 \rightarrow BC = 4, C(6 - 4, 5) = C(2, 5)$
- b)  $OA = 4, BC = 4$
- c) സമാന്തരവശങ്ങളായ  $OA$  യും  $BC$  യും തമ്മിലുള്ള അകലം 5
- d) കർണ്ണം  $AB = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$   
 ചുറ്റളവ് =  $8 + 2\sqrt{29}$   
 പരപ്പളവ് =  $4 \times 5 = 20$

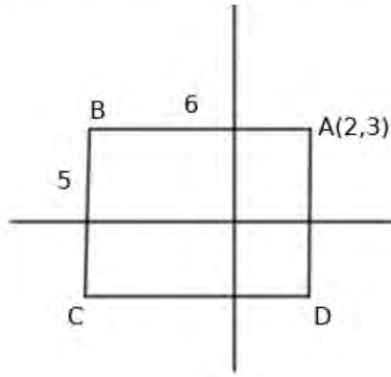
10) ആധാരബിന്ദു  $O$  കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണു്  $P$ .  $OP$  എന്ന വര  $x$  അക്ഷവുമായി രൂപീകരിക്കുന്ന കോൺ  $30^\circ$ , വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെന്റിമീറ്റർ.



- a) വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- b)  $P$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $PQRS$  എന്ന ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ വൃത്തത്തിലാണ്, വശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരം .ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- a)  $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- b) Draw a line perpendicular to  $x$  axis .Let it be  $PN. \triangle ONP$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം  
 $90^\circ$  ൽ എതിരെ യുള്ള വശം = 5.  
 $PN = \frac{5}{2}, ON = \frac{5}{2}\sqrt{3}$   
 $P(\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2})$ .
- c)  $Q(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2}), R(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, -\frac{5}{2}), S(\frac{5}{2}\sqrt{3}, -\frac{5}{2})$

11)  $ABCD$  എന്ന ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്.  $A(3, 2), AB = 6, BC = 5$  ആയാൽ



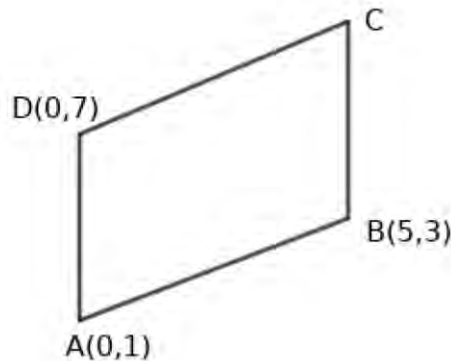
- a)  $B, C, D$  എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a)  $B(2 - 6, 3) = B(-4, 3)$   
 $C(-4, -2), D(2, -2)$

b)  $AB = 6, BC = 5$   
 Perimetre = 22

c) പരപ്പളവ് =  $6 \times 5 = 30$

12)  $ABCD$  എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ  $A(0, 1), B(5, 3), D(0, 7)$  ആയാൽ



- a)  $C$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b)  $AD, BC$  എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a)  $AD$  എന്ന വശ  $BC$  യ്ക്ക് സമാന്തരം  
 $A$  യുടെയും  $D$  യുടെയും  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ്  $B$  യുടെയും  $C$  യുടെയും  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. ഇതുപോലെ തന്നെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകളുടെയും.

$C(5, 3 + 6) = C(5, 9)$

b) Distance =  $|5 - 0| = 5$

c) Area =  $6 \times 5 = 30$

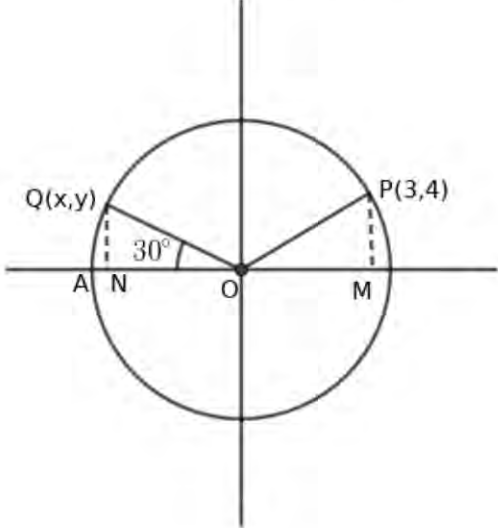
- 13) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങളോട് ചേർന്നിരിക്കുന്നു, മട്ട ശീർഷം ആധാരബിന്ദുവിലാണ് . കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു(6, 8) ആണ് . ലംബവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക 28 ആയാൽ
- പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
  - കർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
  - ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം  $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

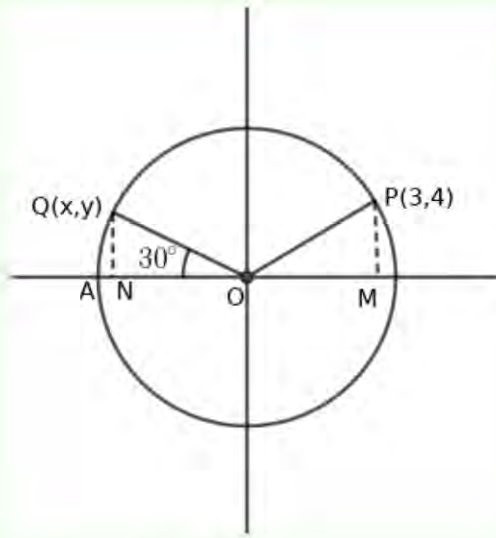
b) കർണ്ണം  $= 20$

c)  $OP = PA = 10, \triangle POA$  ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം .  $OM = 6, OA = 12$   
ഇതുപോലെ ,  $\triangle OPB$  സമപാർശ്വത്രികോണം ,  $ON = 8, OB = 16$   
പരപ്പളവ്  $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$  .

- 14) ആധാരബിന്ദു O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P(3, 4). Q(x, y) ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു.  $\angle AOQ = 30^\circ$  ആയാൽ

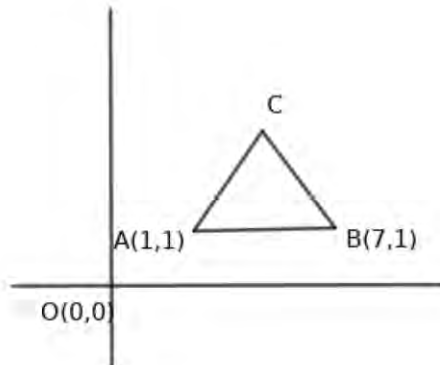


- വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക



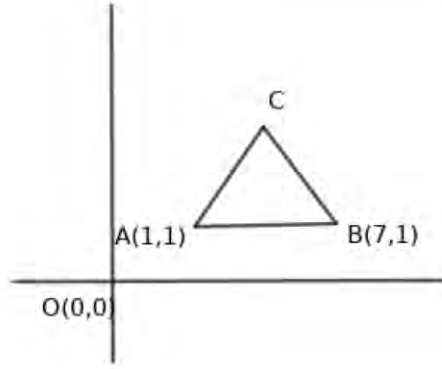
- a)  $OP = \sqrt{OM^2 + PM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- b)  $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- c)  $\triangle ONQ$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  triangle  
 $OQ = 5, \therefore QN = \frac{5}{2}, ON = \frac{5}{2}\sqrt{3}$   
 $Q(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2})$
- d)  $(-3, 4), (-3, -4), (3, -4)$

15) ത്രികോണം ABC ഒരു സമളജ ത്രികോണമാണ്.  $A(1,1), B(7,1)$  ആയാൽ



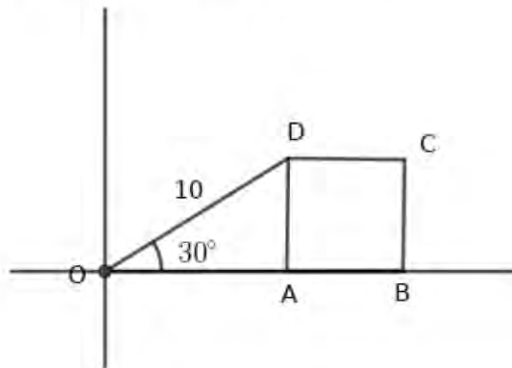
- a) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര?
- c) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകളാകുന്ന രണ്ട് ജോടികൾ എഴുതുക
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക





- a)  $AB = |7 - 1| = 6$
- b)  $3\sqrt{3}$
- c)  $C(1 + 3, 1 + 3\sqrt{3})$
- d)  $\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

16) ചിത്രത്തിൽ ABCD സമചതുരമാണ്.  $OD = 10$ ,  $\angle AOD = 30^\circ$ .



- a) Aയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- a)  $OA = 5\sqrt{3}$   
 $A(5\sqrt{3}, 0)$
- b)  $AD = 5$ , Side is 5 unit
- c)  $A(5\sqrt{3}, 0), B(5 + 5\sqrt{3}, 0), C(5 + 5\sqrt{3}, 5), D(5\sqrt{3}, 5)$

17) അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക

- a)  $P(6, 7), Q(1, 5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
- b) ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും  $(-5, 12)$  ലേയ്ക്കുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
- c)  $P(-7, -3), Q(-5, -11)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക

$$a) PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(6 - 1)^2 + (7 - 5)^2}$$

$$PQ = \sqrt{5^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$$

$$b) O(0, 0), A(-5, 12)$$

$$OA = \sqrt{(-5 - 0)^2 + (12 - 0)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$c) PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-5 - -7)^2 + (-11 - -3)^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$$

18)  $A(1, -1), B(5, 2), C(9, 5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

a)  $AB, BC, AC$  എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

b) ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിൽ തന്നെയുള്ള ബിന്ദുക്കളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

c)  $AC$  എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു ഏത്?

$$a) AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, AB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (2 - -1)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, BC = \sqrt{(9 - 5)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, AC = \sqrt{(9 - 1)^2 + (5 - -1)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$$

$$b) AB + BC = 10, AC = 10 \rightarrow AB + BC = AC$$

$A, B, C$  ഒരു വരയിലാണ്

$$c) AB = 5, BC = 5 \text{ അതിനാൽ } B \text{ എന്ന ബിന്ദു } AC \text{ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. } B(5, 2)$$

19)  $A(4, 2), B(7, 5), C(9, 7)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

a)  $AB, BC, AC$  എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

b) ത്രികോണം  $ABC$  വരക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

c) ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ പ്രത്യേകത എഴുതുക

$$a) AB = \sqrt{(7 - 4)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(9 - 7)^2 + (7 - 5)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(9 - 4)^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

b) രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തേക്കാൾ കൂടുതലല്ല. അതിനാൽ ത്രികോണം വരക്കാൻ സാധ്യമല്ല. (ത്രികോണത്തിന്റെ ഏത് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുകയും മറ്റേ വശത്തേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും)

$$c) AB + BC = AC \text{ ആയതിനാൽ ഇവ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്}$$

20)  $A(0, 1), B(1, 4), C(4, 3), D(3, 0)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

a)  $ABCD$  എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

b) വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

c) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേര് നിർദ്ദേശിക്കുക

a)  $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$   
 $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$   
 $CD = \sqrt{(3-4)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$   
 $AD = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

b)  $AC = \sqrt{(4-0)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$   
 $BD = \sqrt{(3-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

c) വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് . വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യം . അതിനാൽ  $ABCD$  സമചതുരമാണ്

21)  $A(2, 3), B(3, 4), C(5, 6), D(4, 5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a)  $AB, CD$  എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b)  $AD, BC$  എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- c)  $ABCD$  എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- d) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത് ?

a)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .  
 $AB = \sqrt{(3-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2}$ .  
 $CD = \sqrt{(4-5)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{2}$

b)  $AD = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$   
 $BC = \sqrt{(5-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

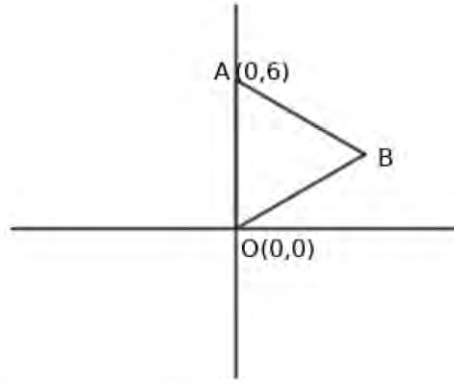
c)  $AC = \sqrt{(5-2)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$   
 $BD = \sqrt{(4-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{2}$

d)  $AB = CD, AD = BC$  എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .  
 $AC \neq BD$  വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമല്ല.  $ABCD$  സാമാന്തരികമാണ് .

22)  $\triangle OAB$  സമഭുജത്രികോണമാണ്.  $O(0, 0), A(0, 6)$  ആയാൽ

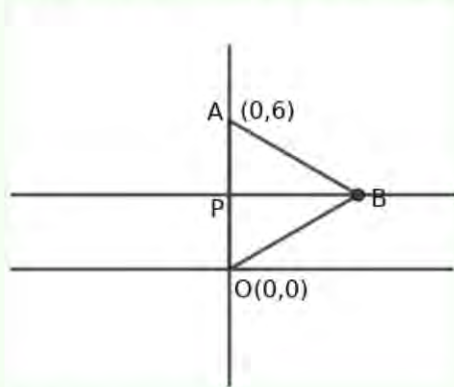
- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക
- c)  $B$  യുടെ ഒരു ജോടി സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) ഈ വ്യവസ്ഥ അനുസരിക്കുന്ന എത്ര സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാകും?

a) ചിത്രം കാണുക



b)  $OA = |6 - 0| = 6$

c)  $OA$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണു്  $P(0, 3)$   
 $\triangle BAP$  ഒരു  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം.  $PA = 3, PB = 3\sqrt{3}$



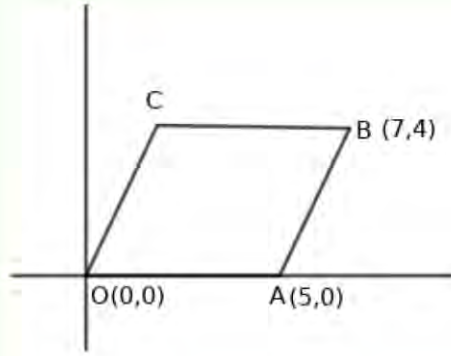
$B$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ  $B(3\sqrt{3}, 3)$

d) രണ്ട് സമജ്ജതരികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാകും.  $O(0, 0), B(0, 6), C(3\sqrt{3}, 3)$  എന്ന ത്രികോണവും  $O(0, 0), B(0, 6), C(-3\sqrt{3}, 3)$  എന്ന ത്രികോണവും സാധ്യമാണു്

23)  $OABC$  ഒരു സാമാന്തരീകമാണു്.  $O(0, 0), A(5, 0), B(7, 4)$  ആയാൽ

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b)  $C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) ചിത്രം നോക്കുക



b)  $OA$  എന്ന വശം  $BC$  യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ് . അതിനാൽ  $O, A$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ്  $B, C$  എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

അതുപോലെ , അതിനാൽ  $O, A$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ്  $B, C$  എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

$$C(7 - 5, 4) = C(2, 4)$$

c) പരപ്പളവ് =  $5 \times 4 = 20$

24)  $ABCD$  എന്ന ലംബകത്തിൽ  $A(8, 5), B(-8, 5), C(-5, -3), D(5, -3)$  ആയാൽ

- a) സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- b) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a)  $A$  യുടെയും  $B$  യുടെയും  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. അതിനാൽ  $AB$  എന്ന വശ  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്.  $C$  യുടെയും  $D$  യുടെയും  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. അതിനാൽ  $CD$  എന്ന വശ  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്.

$$AB \text{ എന്ന വശ } CD \text{ യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്. } AB = |8 - (-8)| = 16, CD = |-5 - 5| = 10$$

b)  $AB$  യും  $CD$  യും തമ്മിലുള്ള അകലം  $|5 - (-3)| = 8$

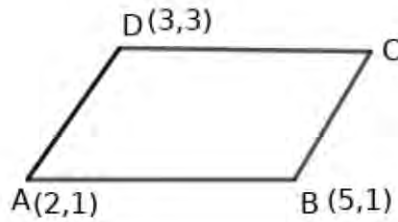
c) പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{2} \times 8(16 + 10) = 4 \times 26 = 104$

25)  $P(2, -1), Q(3, 4), R(-2, 3), S(-3, -2)$  ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a) വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- b) വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത്?
- d) പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a)  $PQ = \sqrt{(3-2)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{26}$   
 $QR = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{26}$   
 $RS = \sqrt{(-3+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{26}$   
 $SP = \sqrt{(-3-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{26}$
- b) വികർണ്ണങ്ങൾ  $PR = \sqrt{(-2-2)^2 + (3+1)^2} = 4\sqrt{2}$   
 $QS = \sqrt{(-3-3)^2 + (-2-4)^2} = 6\sqrt{2}$
- c)  $PQ = QR = RS = SP$  വശങ്ങൾ തുല്യം  
 $PR \neq QS$  വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമല്ല. ഇത് സമഭജസാമാന്തരികം.
- d) പരപ്പളവ്  $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 24$  ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

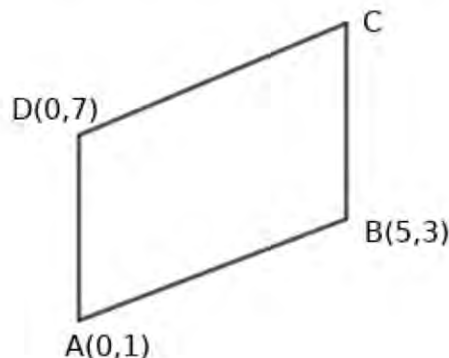
26) ചിത്രത്തിൽ  $ABCD$  ഒരു സാമാന്തരികമാണ്.  $A(2,1), B(5,1), D(3,3)$  ആയാൽ



- a)  $C$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക  
b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ നീളവും, അതിന് സമാന്തരമായ വശത്തേയ്ക്കുള്ള അകലവും എഴുതുക  
c) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a)  $AB$  എന്ന വശ  $CD$  യ്ക്ക് സമാന്തരം  
 $A, B$  എന്നിവയുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ്  $C, D$  എന്നിവയുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. അതുപോലെ തന്നെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും  
 $C(3+3, 3) = C(6, 3)$
- b)  $AB = |5-2| = 3$   
സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം  $= |3-1| = 2$
- c) പരപ്പളവ്  $= 3 \times 2 = 6$

27)  $ABCD$  എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ  $A(0,1), B(5,3), D(0,7)$  ആയാൽ



- a)  $C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b)  $AD, BC$  എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a)  $AD$  എന്ന വശ  $BC$ യ്ക്ക് സമാന്തരം  
 $A$ യുടെയും  $D$ യുടെയും  $x$ സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ്  $B$ യുടെയും  $C$ യുടെയും  $x$ സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം .ഇതുപോലെ തന്നെ  $y$ സൂചകസംഖ്യകളുടെയും .  
 $C(5, 3 + 6) = C(5, 9)$

b) Distance =  $| 5 - 0 | = 5$

c) Area =  $6 \times 5 = 30$

## അധ്യായം: 7

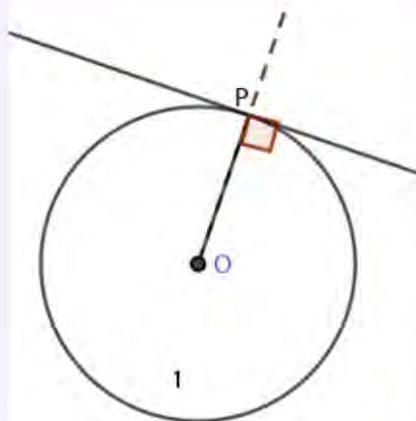
# തൊടുവരകൾ

### Focus Points

- \* ഒരു വര വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുമ്പോൾ അത് വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാകുന്നു.
- \* തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന ആരം തൊടുവരയ്ക്ക് ലംബമാണ്.
- \* വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരക്കുമ്പോൾ ആരവും വരയും പിന്നെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തെയും പുറത്തെ ബിന്ദുവിനെയും ചേർക്കുന്ന വരയും ഒരു മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.
- \* വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള ആരങ്ങളും ചേർന്ന് ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജം രൂപീകരിക്കുന്നു
- \* ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന തൊടുവരകൾ തുല്യനീളമുള്ളതാണ്
- \* വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ഞാണം തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ് .
- \* വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും ഒരേ നീളമുള്ളവയാണ് .
- \* വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വരക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും , തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള ആരങ്ങളും ചേർന്ന് ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജം രൂപീകരിക്കുന്നു.

- 1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കടന്ന് നിർമ്മിതി പൂർത്തിയാക്കുക
- a) 3സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ  $P$  എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക
  - b) വൃത്തകേന്ദ്രം  $O$  എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തി  $OP$  എന്ന ആരം വരക്കുക
  - c)  $P$  യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരക്കുക
  - d) ഈ തൊടുവരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ മറ്റൊരു തൊടുവര വരക്കുക

### Answers



ആരം നീട്ടി വ്യാസമാക്കുക. വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തുകൂടി തൊടുവര വരക്കുക



2) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് ഉത്തരമെഴുതുക

- a) 5 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം 12 സെന്റീമീറ്ററായാൽ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും പുറത്തെ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലമെത്ര?
- b) 6 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 10 സെന്റീമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 26 സെന്റീമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരച്ചിരിക്കുന്നു. തൊടുവരയുടെ നീളം 24 സെന്റീമീറ്ററായാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

**Answers**

ചിത്രങ്ങൾ സ്വയം വരക്കുക

- a) തൊടുവരയുടെ നീളം =  $l$  , ആരം =  $r$  , അകലം =  $d$   
 $d^2 = l^2 + r^2$   
 $d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169, d = \sqrt{169} = 13\text{cm}$
- b) തൊടുവരയുടെ നീളം =  $l$  , ആരം =  $r$  , അകലം =  $d$   
 $d^2 = l^2 + r^2$   
 $10^2 = l^2 + 6^2, l^2 = 100 - 36 = 64, l = \sqrt{64} = 8\text{cm}$
- c) തൊടുവരയുടെ നീളം =  $l$  , ആരം =  $r$  , അകലം =  $d$   
 $d^2 = l^2 + r^2$   
 $26^2 = 24^2 + r^2, r^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100, r = \sqrt{100} = 10\text{cm}$

3)  $O$  കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ  $P$  എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയും  $OP$  എന്ന ആരവും  $O$  യിൽ നിന്ന് തൊടുവരയെ  $A$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന മറ്റൊരു വരയുമുണ്ട്

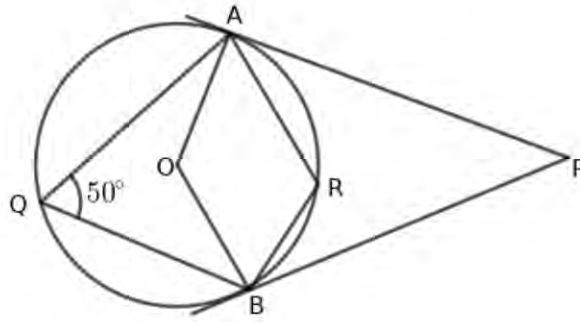
- a) ഏകദേശചിത്രം വരക്കുക
- b)  $\angle POA = 60^\circ$  ആയാൽ ത്രികോണം  $OAP$  യുടെ മറ്റ് രണ്ട് കോണുകളും എത്രവിതമാണ്
- c)  $\angle POA = 60^\circ$  , വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 10 സെന്റീമീറ്റർ ആയാൽ തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- d)  $OP$  എന്ന വരയുടെ നീളമെത്ര?

**Answers**

a) see the diagram

- b) കോണുകൾ :  $\angle OAP = 90^\circ, \angle POA = 60^\circ \angle OPA = 30^\circ$
- c)  $\triangle OPA$  is a  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം  
 $30^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 10cm  
 $90^\circ$  യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 20cm.  
 തൊടുവരയുടെ നീളം =  $10\sqrt{3}\text{cm}$
- d)  $OP = 20\text{cm}$

4) ചിത്രത്തിൽ  $PA, PB$  എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്,  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രം, കോൺ  $AQB = 50^\circ$  ആയാൽ



- a)  $\angle AOB$  എത്ര?
- b)  $\angle ARB, \angle APB$  എന്നിവ എത്രവീതമാണ്?

**Answers**

- a)  $\angle AOB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
- b)  $QARB$  ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്.  $\angle ARB = 180 - 50 = 130^\circ$
- c)  $OAPB$  ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്.  $\angle APB = 180 - 100 = 80^\circ$

5) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ  $40^\circ, 60^\circ$  വീതമാണ്. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

**Answers**

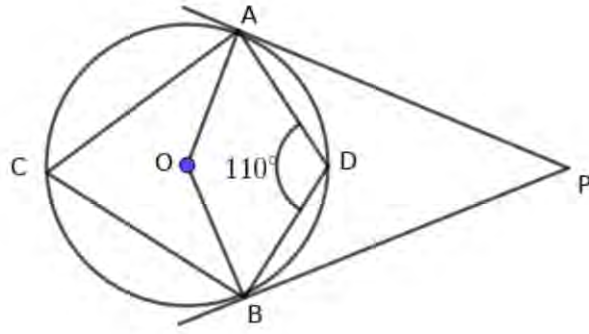
- \* 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക.
- \* ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ  $40^\circ, 60^\circ$  വീതമായതിനാൽ അവയുടെ അനുപുരകകോണുകൾ  $180 - 40 = 140^\circ, 180 - 60 = 120^\circ$  വീതമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് ആരങ്ങൾ വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള  $360^\circ$  യെ  $140^\circ, 120^\circ, 100^\circ$  എന്നിങ്ങനെ ഭാഗിക്കുക
- \* ആരത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക.

6) ഒരു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

**Answers**

- \* 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക.  $O$  കേന്ദ്രമായി അടയാളപ്പെടുത്താം.
- \* സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ  $60^\circ$  വീതമായതിനാൽ  $180 - 60 = 120^\circ$  വീതമുള്ള മൂന്ന് ഭാഗമായി കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള  $360^\circ$  യെ ഭാഗിക്കുക
- \* ഇതിനായി  $OA, OB, OC$  എന്നീ ആരങ്ങൾ വരക്കുക.
- \*  $A, B, C$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരക്കുക. അവ  $P, Q, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ത്രികോണം  $PQR$  സമഭുജ ത്രികോണം

7) ചിത്രത്തിൽ  $O$  വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.  $PA, PB$  എന്നിവ  $P$  യിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകളാണ്.  $\angle ADB = 110^\circ$  ആയാൽ



- a)  $\angle ACB$  എത്ര?
- b)  $\angle AOB$  എത്ര?
- c)  $\angle APB$  എത്ര?

**Answers**

a)  $\angle ACB = 180 - 110 = 70^\circ$   
 b)  $\angle AOB = 2 \times 70 = 140^\circ$   
 c)  $\angle APB = 180 - 140 = 40^\circ$

8) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ  $120^\circ, 40^\circ$  വീതമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

**Answers**

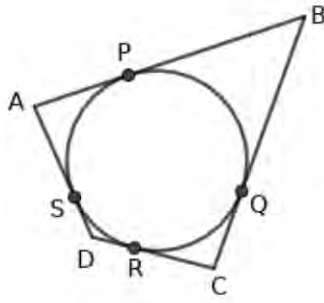
- \* 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക
- \* ആരങ്ങൾ വെച്ച് കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ  $180 - 120 = 60^\circ, 180 - 40 = 140^\circ, 160^\circ$  എന്ന അളവിൽ ഭാഗിക്കുക
- \* ആരത്തിന്റെ അഗ്രങ്ങളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വെച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക

- 9)  $O$  കേന്ദ്രമായ, 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വെച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവാണ്  $P$
- a)  $P$  യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരക്കുക
  - b) തൊടുവരകളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക
  - c) ഈ നിർമ്മിതിയുടെ ജ്യാമിതീയ തത്വം എഴുതുക

**Answers**

- a) \* 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വെച്ച് കേന്ദ്രം  $O$  അടയാളപ്പെടുത്തുക.  $O$  നിന്നും 7 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദു  $P$  എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- \*  $OP$  വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരക്കുക. ഈ വൃത്തം ആദ്യം വെച്ച വൃത്തത്തെ  $A, B$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.
- \*  $PA, PB$  എന്നീ വരകൾ വരക്കുക. ഇവ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരകളായിരിക്കും.
- b) പടം വെച്ച്  $PA, PB$  എന്നിവ അളന്നെഴുതുക.  $PA = PB = \sqrt{40}$  സെ.മീറ്റർ
- c) അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ  $90^\circ$  ആണ്, ആരവും തൊടുവരയും പരസ്പരം ലംബമാണ്.

10)  $ABCD$  എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ഒരു വൃത്തം  $P, Q, R, S$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.



- a)  $AB + CD = AD + BC$  എന്ന് തെളിക്കുക  
 b)  $AB = 12$  സെന്റിമീറ്റർ,  $CD = 8$  സെന്റിമീറ്റർ,  $AD = 14$  ആയാൽ  $BC$  എത്ര?

Answers

a)

$$AP = AS \quad (1)$$

$$BP = BQ \quad (2)$$

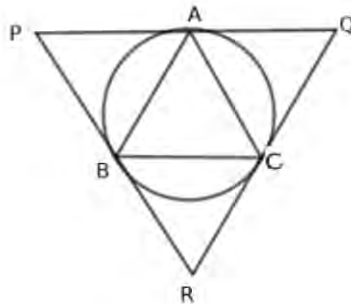
$$DR = DS \quad (3)$$

$$CR = CQ \quad (4)$$

Adding these equations ,  $AP + BP + DR + CR = AS + BQ + DS + CQ$   
 $(AP + BP) + (DR + CR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)$   
 $AB + CD = AD + BC$

b)  $12 + 8 = 14 + BC, BC = 20 - 14 = 6\text{cm}$

- 11)  $ABC$  ഒരു സമളളത്രികോണമാണ്. ശീർഷങ്ങളിലൂടെ പരിവൃത്തത്തിന് തൊട്ടുവരകൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. തൊട്ടുവരകൾ ചേർന്ന്  $PQR$  എന്ന ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.

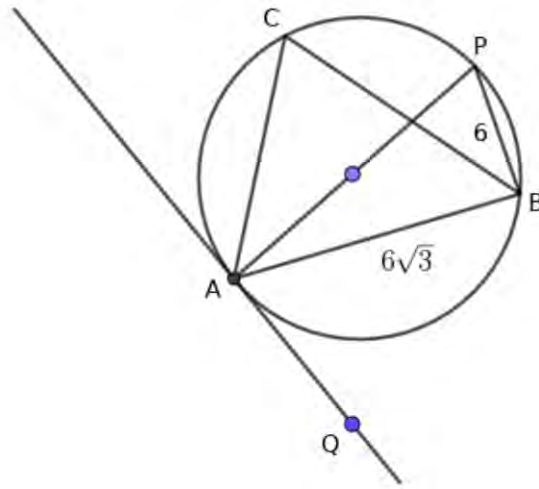


- a) ത്രികോണം  $PQR$  ഒരു സമളളത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക  
 b)  $ABC$  യുടെ ചുറ്റളവ് 12 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായാൽ  $PQR$  ന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക  
 c)  $ABC$  യുടെ പരപ്പളവിന്റെ എത്രമടങ്ങാണ്  $PQR$  ന്റെ പരപ്പളവ്?

Answers

- a)  $\triangle ABC$  സമളംബത്രികോണമാണ് .  
 $\angle A = \angle CBR = \angle BCR = 60^\circ$  ,  $\angle R = 60^\circ$   
 $\angle B = \angle CAQ = \angle ACQ = 60^\circ$  ,  $\angle Q = 60^\circ$  ,  $\angle P = 60^\circ$  .  $\triangle PQR$  സമളംബത്രികോണം
- b)  $PACB$  സമാന്തരികം .  $BC = PA$   
 $QABC$  സമാന്തരികം  $BC = AQ$   $\therefore PQ = 2 \times BC$  ,  
ഇതുപോലെ  $PR = 2 \times AC$  ,  $QR = 2 \times AB$   
ചുറ്റളവ്  $\triangle PQR = 2 \times 12 = 24\text{cm}$
- c)  $PACB$  ,  $QABC$  ,  $RBAC$  എന്നിവ തുല്യസമാന്തരികങ്ങളാണ് . ഓരോന്നിനെയും രണ്ട് തലയത്രികോണങ്ങളാക്കാം . ചിത്രത്തിൽ നാല് തുല്യത്രികോണങ്ങൾ കാണാം .  
പരപ്പളവ്  $\triangle PQR = 4 \times$  പരപ്പളവ്  $\triangle ABC$

12) ചിത്രത്തിൽ  $AP$  വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് .  $AB = 6\sqrt{3}$  സെന്റിമീറ്റർ ,  $PB = 6$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ

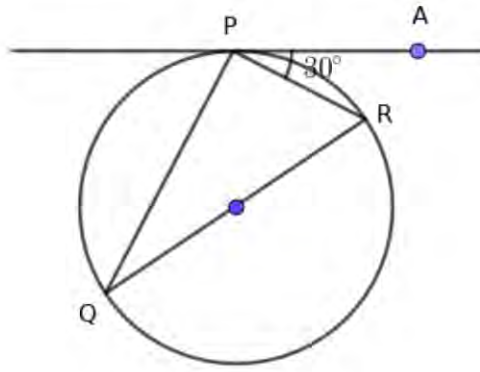


- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?  
b) ത്രികോണം  $APB$  യുടെ കോണുകളെത്രവിതമാണ് ?  
c)  $\angle ACB$  എത്ര?  
d)  $\angle BAQ$  എത്ര?

Answers

- a)  $AP = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2} = 12$  . Radius of the circle is 6 സെന്റിമീറ്റർ
- b)  $AP$  വ്യാസമായതിനാൽ  $\angle B = 90^\circ$  .  $\triangle APB$  യുടെ വശങ്ങൾ  $1 : \sqrt{3} : 2$  എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് . ഇത് ഒരു  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  ത്രികോണം .  
 $\angle A = 30^\circ$  ,  $\angle P = 60^\circ$  ,  $\angle B = 90^\circ$
- c)  $\angle ACB = 60^\circ$  (angle in the same arc)
- d)  $60^\circ$

13) ചിത്രത്തിൽ  $QR$  വ്യാസവും  $PA$  തൊട്ടുവരയുമാണ് .  $\angle RPA = 30^\circ$  ആയാൽ

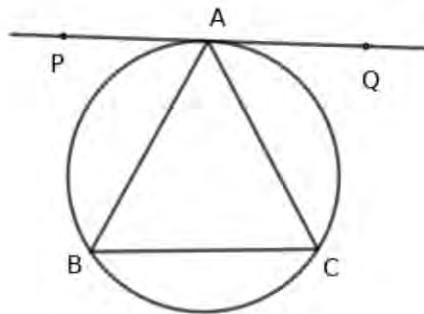


- a)  $\angle PQR$  എത്ര?  
 b)  $\angle PRQ$  എത്ര?  
 c)  $PA$  എന്ന തൊടുവര  $PQ$  എന്ന ഞാണമായി രൂപീകരിക്കുന്ന ന്യൂനകോൺ എത്ര?

Answers

a)  $\angle PQR = 30^\circ$   
 b)  $\angle PRQ = 60^\circ$   
 c) ന്യൂനകോൺ  $60^\circ$

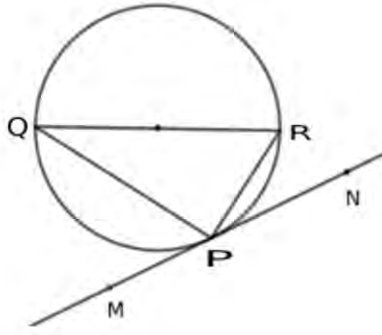
- 14) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AB = AC$  ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന്  $A$  യിലൂടെ തൊടുവര  $PQ$  വരച്ചിരിക്കുന്നു.  $PQ$  എന്ന വര  $BC$  യ്ക്ക് സമാന്തരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക



Answers

- \*  $AB = AC$  ആയതിനാൽ ഈ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം.  $\angle B = \angle C$
- \*  $\angle PAB = \angle C$  (ഞാണം തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യം)
- \*  $\angle B = \angle C$  ആയതിനാൽ  $\angle PAB = \angle B$ . മറ്റുകോണുകൾ തുല്യമാകുന്നതിനാൽ  $BC$  എന്ന വശം  $A$  യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയ്ക്ക് സമാന്തരം.  $PQ$  സമാന്തരം  $BC$

- 15) ചിത്രത്തിൽ  $QR$  വ്യാസവും  $MN$  എന്ന വര  $P$  യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയുമാണ്.  $\angle RPN = 50^\circ$  ആയാൽ

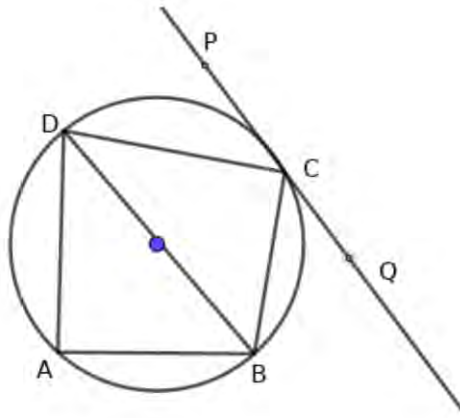


- a)  $\angle PQR$  എത്ര?
- b)  $\angle PRQ$  എത്ര?
- c)  $\angle QPM$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle PQR = 50^\circ$   
(വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണം ഞാണിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിൽ ഒരു വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ് )
- b)  $\angle QPR = 90^\circ, \angle PRQ = 90 - 50 = 40^\circ$
- c)  $\angle QPM = \angle PRQ = 40^\circ$

16)  $ABCD$  ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. വൃത്തത്തിൽ  $C$  എന്ന ശീർഷത്തിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയാണ്  $PQ$ .  $BD$  വ്യാസമാണ്  $\angle DCP = 40^\circ, \angle ABD = 60^\circ$  ആയാൽ

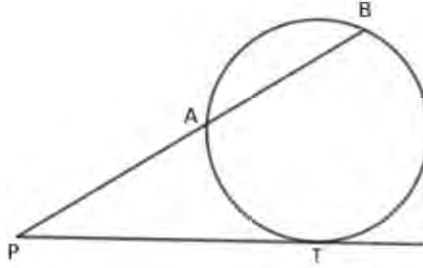


- a) കോൺ  $DBC$  എത്ര?
- b) കോൺ  $BCQ$  എത്ര?
- c) കോൺ  $BDC$  എത്ര?
- d) കോൺ  $ADB$  എത്ര?

**Answers**

- a)  $\angle DBC = 40^\circ$
- b)  $\angle BCD = 90^\circ, \angle BDC = 90 - 40 = 50^\circ, \angle BCQ = 50^\circ$
- c)  $\angle BDC = 50^\circ$
- d)  $\angle DAB = 90^\circ$  ആയതിനാൽ  $\angle ADB = 90 - 60 = 30^\circ$

- 17) ചിത്രത്തിൽ  $P$  യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയാണ്  $PT$ .  $P$  യിൽ നിന്നുള്ള മറ്റൊരു വര വൃത്തത്തെ  $A, B$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $AB$  എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം 7 സെന്റിമീറ്റർ,  $PB = 16$  സെന്റിമീറ്റർ

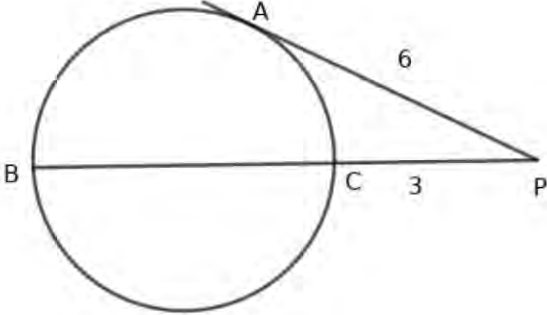


- $PA$  എത്ര?
- $PA, PB, PT$  എന്നീ നീളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെഴുതുക
- $PT$  എന്ന തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- $P$  യിൽ നിന്നും ഈ വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന മറ്റൊരു തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

**Answers**

- $PA = 16 - 7 = 9$  സെന്റിമീറ്റർ
- $PA \times PB = PT^2$
- $9 \times 16 = PT^2, PT = 3 \times 4 = 12$  സെന്റിമീറ്റർ
- 12 സെന്റിമീറ്റർ

- 18)  $BC$  വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്.  $BC$  നീട്ടിയതിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്  $P$ .  $P$  യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക്  $PA$  എന്ന തൊടുവര വരച്ചിരിക്കുന്നു.  $PA = 6$  സെന്റിമീറ്റർ,  $PC = 3$  സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ



- $PB$  എത്ര?
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

**Answers**

- $PB \times PC = PA^2$   
 $PB \times 3 = 6^2, PB = 12$  സെന്റിമീറ്റർ
- $BC = 12 - 3 = 9$  സെന്റിമീറ്റർ  
ആരം  $\frac{9}{2} = 4.5$  സെന്റിമീറ്റർ

<sup>1</sup>കോഴിക്കോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് - ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ സമിതി



## അധ്യായം: 8

# ഘനരൂപങ്ങൾ

### Focus Points

- a) വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം. ഇപ്രകാരം വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവാകുന്നു, വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവാകുന്നു.
- b) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് ചരിവുയരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന  $l$  തന്നെ വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരമായ് എടുക്കാം.
- c) വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവാകുന്നതിൽ നിന്നും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധം ഒരു ബന്ധം രൂപീകരിക്കാം.

$$\frac{2\pi l}{360}x = 2\pi r$$

ഇതിൽ  $l$  വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരവും  $x$  വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണുമാണ്.  $r$  വൃത്താംശം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമാണ്.

ഇതിൽ നിന്നും  $lx = 360r$  എന്നെഴുതാം.

- d) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖ(വക്രമുഖ)പരപ്പളവാകുന്നു. സ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുന്നതിന് ഒരു സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കാം.

വക്രമുഖപരപ്പളവ് = വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$$\text{വക്രമുഖപരപ്പളവ്} = \frac{\pi r^2}{360}x = \frac{\pi \times l \times l \times x}{360}$$

$$lx = 360r \text{ ആയതിനാൽ}$$

$$\text{വക്രമുഖപരപ്പളവ്} = \frac{\pi \times l \times 360r}{360} = \pi rl$$

- e) വൃത്തസ്തൂപികയ്ക്ക് മൂന്ന് അടിസ്ഥാന അളവുകളുണ്ട്. ആരം( $r$ ), ഉയരം( $h$ ), ചരിവുയരം ( $l$ ). ഇവ ഒരു മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു

$$l^2 = r^2 + h^2$$

- f) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ്  $2\pi r$ , പാദപരപ്പളവ്  $\pi r^2$
- g) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $\pi rl$ , ഉപരിതലപരപ്പളവ്  $\pi r^2 + \pi rl$
- h) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

- 1)  $120^\circ$  കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം 12 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. ഇത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു.

- a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്രയായിരിക്കും?
- b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) ചരിവുയരം  $l = 12$  സെന്റീമീറ്റർ
- b)  $lx = 360r$   
 $12 \times 120 = 360 \times r, r = 4$  സെന്റീമീറ്റർ
- c) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $= \pi rl = \pi \times 4 \times 12 = 48\pi$  ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ

2) ഒരു അർദ്ധവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ലോഹത്തകിട് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. അർദ്ധവൃത്തത്തകിടിന്റെ ആരം 10 സെന്റീമീറ്ററായാൽ

- a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?
- b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- c) സ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) ഒരു വൃത്തത്തകിട് പാദം പൊതിയുന്നു. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ഘനരൂപത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) ചരിവുയരം  $l = 10$  സെന്റീമീറ്റർ
- b)  $lx = 360r$   
 $10 \times 180 = 360 \times r, r = 5$  സെന്റീമീറ്റർ
- c) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $= \pi rl = \pi \times 5 \times 10 = 50\pi$  ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ
- d) ഉപരിതലപരപ്പളവ്  $=$  പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $+ പാദപരപ്പളവ് = 50\pi + 25\pi = 75\pi$  ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ

3) 12 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള കാർഡ് ബോഡിനെ  $120^\circ, 240^\circ$  വീതമുള്ള രണ്ട് വൃത്താംശങ്ങളാക്കുന്നു. ഓരോന്നും മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു.

- a) രണ്ട് സ്തൂപികകൾക്കും പൊതുവായ അളവേത്?
- b) ചെറിയസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്ര?
- c) വലിയസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- d) രണ്ട് സ്തൂപികകളുടെയും ആരങ്ങൾ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള കാർഡ് ബോഡിന്റെ ആരവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

Answers

- a) ചരിവുയരം = 12 സെന്റീമീറ്റർ
- b)  $lx = 360r_1 \rightarrow 12 \times 120 = 360 \times r_1$   
 $r_1 = \frac{12 \times 120}{360} = 4$  സെന്റീമീറ്റർ
- c)  $lx = 360r_2 \rightarrow 12 \times 240 = 360 \times r_2$   
 $r_2 = \frac{12 \times 240}{360} = 8$  സെന്റീമീറ്റർ
- d)  $r_1 + r_2 = 12$ . അതായത് സ്തൂപികകളുടെ പാദ ആരങ്ങളുടെ തുക വൃത്തത്തിന്റെ ആരമാണ്.

4) 16 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിൽ നിന്നും  $90^\circ$  കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. ഇത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു

- a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് എത്ര?
- b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- c) വൃത്തത്തിൽ ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശഭാഗം മടക്കി മറ്റൊരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഈ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- d) ഏത് സ്തൂപികയാണ് ഉയരം കൂടുതൽ

Answers

- a) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ  $\frac{1}{4}$  ഭാഗമാണ് വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.  
 വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് =  $\frac{1}{4} \times \pi \times 16^2 = 64\pi$  ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ
- b)  $lx = 360r \rightarrow 16 \times 90 = 360 \times r$   
 $r = \frac{16 \times 90}{360} = 4$  സെന്റീമീറ്റർ
- c)  $lx = 360r \rightarrow 16 \times 270 = 360 \times r$   
 $r = \frac{16 \times 270}{360} = 12$  സെന്റീമീറ്റർ
- d) ആരം, ഉയരം, ചരിവുയരം എന്നിവ ചേർന്ന് മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു. രണ്ട് സ്തൂപികകളുടെയും ചരിവുയരം തുല്യമാണ്. ഇത് മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണമാണ്. കർണ്ണം മാറ്റമില്ലാതിരുന്നാൽ ഒരു ലംബവശത്തിന്റെ നീളം കൂടുമ്പോൾ മറ്റേ ലംബ വശത്തിന്റെ നീളം കുറയുന്നു. കൂടിയ ആരമുള്ള സ്തൂപികയ്ക്ക് കുറഞ്ഞ ഉന്നതിയായിരിക്കും.  $270^\circ$  കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം മടക്കി ഉണ്ടാക്കുന്ന സ്തൂപികയാണ് കുറഞ്ഞ ഉയരമുള്ളത്

5) ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി സ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം പാദ ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്.

- a) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവും പാദപരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) പാദച്ചുറ്റളവ്  $20\pi$  സെന്റീമീറ്ററായാൽ പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?
- c) ഈ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- d) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശം മടക്കി സ്തൂപികയുണ്ടാക്കിയാൽ രണ്ട് സ്തൂപികകളുടെയും ഉന്നതികൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

Answers

- a)  $l = 2r \rightarrow$  പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $= \pi r l = \pi \times r \times 2r = 2\pi r^2 = 2 \times$  പാദപരപ്പളവ്
- b)  $2\pi r = 20\pi \rightarrow r = 10$  സെന്റിമീറ്റർ  
 $l = 20$  സെന്റിമീറ്റർ . പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $\pi \times 10 \times 20 = 200\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- c)  $lx = 360r \rightarrow 2r \times x = 360 \times r$   
 $x = 180^\circ$
- d) ഇത് അർദ്ധവൃത്തമാണ്. അതിനാൽ ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശവും അർദ്ധവൃത്തമാണ്. ഉയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1 : 1

6) ഒരു വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി വൃത്തസ്തുപികയുണ്ടാക്കുന്നു. ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം 10 സെന്റിമീറ്ററും ചരിവുയരം 25 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് .

- a) വൃത്തത്തകിടിന്റെ ആരം എത്ര?
- b) മുറിച്ചെടുക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- c) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- d) ബാക്കിവരുന്ന ഭാഗം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം എത്രയാണ് ?

Answers

- a) 25 സെന്റിമീറ്റർ
- b)  $lx = 360r \rightarrow 25 \times x = 360 \times 10, x = \frac{360 \times 10}{25} = 144^\circ$
- c) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $= 360 - 144 = 216^\circ$
- d) രണ്ടാമത്തെ വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം  $25 - 10 = 15$  സെന്റിമീറ്റർ

7) പാദച്ചുറ്റളവ്  $20\pi$  സെന്റിമീറ്ററും ചരിവുയരം 18 സെന്റിമീറ്ററുമുള്ള വൃത്തസ്തുപിക ഒരു വൃത്താംശം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്നു.

- a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
- b) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരം എത്ര?
- c) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- d) വൃത്തസ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) 18 സെന്റിമീറ്റർ
- b)  $2\pi r = 20\pi, r = 10$  സെന്റിമീറ്റർ
- c)  $lx = 360r \rightarrow 18 \times x = 360 \times 10, x = \frac{360 \times 10}{18} = 200^\circ$
- d) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $\pi r l = 180\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

8)  $288^\circ$  കേന്ദ്രകോണം 25 സെന്റിമീറ്റർ ആരവുമുള്ള വൃത്താംശം ഒരു വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a) സ്തുപികയുടെ ആരം എത്ര?
- b) സ്തുപികയുടെ ഉയരം കണക്കാക്കുക
- c) സ്തുപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

d) ബാക്കിവരുന്ന ഭാഗം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയാക്കിയാൽ അതിന്റെ ആരമെത്ര?

**Answers**

a)  $lx = 360r \rightarrow 288 \times 25 = 360 \times r, r = \frac{288 \times 25}{360} = 20$  സെന്റിമീറ്റർ

b)  $l^2 = h^2 + r^2, 25^2 = h^2 + 20^2 \rightarrow h^2 = 625 - 400 = 225, h = \sqrt{225} = 15$  സെന്റിമീറ്റർ

c) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ്  $\pi rl = \pi \times 20 \times 25 = 500\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

d) ബാക്കി വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ആരം  $25 - 20 = 5$  സെന്റിമീറ്റർ

9) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 5 സെന്റിമീറ്ററാണ്. ഉയരം 12 സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക
- d) ആരവും ഉയരവും ഒരേ സംഖ്യയായ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും വക്രമുഖപരപ്പളവും തുല്യമായാൽ ആരം എത്ര? ചരിവുയരം എത്ര?

**Answers**

a)  $l^2 = r^2 + h^2 \rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$  സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉപരിതലപരപ്പളവ്  $\pi r^2 + \pi rl = \pi \times 5^2 + \pi \times 5 \times 13 = 25\pi + 65\pi = 90\pi$

c) വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi$  ഘനസെന്റിമീറ്റർ

d)  $r = h$  ആയാൽ ചരിവുയരം  $l = \sqrt{2}r$ . വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times r = \frac{1}{3}\pi \times r^3$   
 വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ്  $= \pi \times r \times \sqrt{2}r$ .  
 $\frac{1}{3}\pi r^3 = \pi r \times \sqrt{2}r \rightarrow r = 3\sqrt{2}$  സെന്റിമീറ്റർ  
 ചരിവുയരം  $= \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$  സെന്റിമീറ്റർ

10) ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക പാത്രത്തിന്റെ പാദചുറ്റവ്  $30\pi$  സെന്റിമീറ്ററാണ്. സ്തൂപികയുടെ ഉയരം 20 സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തമെത്ര?
- d) ഇതേ ആരവും ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്രയായിരിക്കും?

**Answers**

a)  $2\pi r = 30\pi, r = 15$  സെന്റിമീറ്റർ  
 ചരിവുയരം  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$  സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉപരിതലപരപ്പളവ്  $\pi r^2 + \pi rl = 225\pi + 375\pi = 600\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 15^2 \times 20 = 1500\pi$  ഘനസെന്റിമീറ്റർ

d) വ്യാപ്തം 3 മടങ്ങാകുന്നു. വ്യാപ്തം  $= 4500\pi$  ഘന സെന്റിമീറ്റർ

11) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാസവും ഉയരവും തുല്യമാണ്.

- a) ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) ആരം , ഉയരം , ചരിവുയരം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുക

- c) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക
- d) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

**Answers**

a)  $h = 2r, l = \sqrt{r^2 + (2r)^2} = \sqrt{5r^2} = \sqrt{5}r$

b)  $r : h : l = r : 2r : \sqrt{5}r$   
 $r : h : l = 1 : 2 : \sqrt{5}$

c) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ ഉന്നതി 10 സെന്റീമീറ്റർ. വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$  ഘനസെന്റീമീറ്റർ

d) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ  $l = \sqrt{5} \times 6 = 6\sqrt{5}$  സെന്റീമീറ്റർ.  
 ഉപരിതലപരപ്പളവ്  $= \pi \times 6^2 + \pi \times 6 \times 6\sqrt{5} = 36 + 36\sqrt{5}$   
 $= 36(1 + \sqrt{5})$  ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ

12) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം  $r$ , ഉയരം  $h$  ആണ്.

- a) ആരവും ഉയരവും ഇരട്ടിയായാൽ വ്യാപ്തത്തിന് എന്ത് മാറ്റം ഉണ്ടാകും ?
- b) ആരം രണ്ട് മടങ്ങാകുകയും ഉയരം പകുതിയാകുകയും ചെയ്താൽ വ്യാപ്തത്തിന് എന്ത് മാറ്റം ഉണ്ടാകും ?
- c) 10 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും 6 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ലോഹം ഉരുക്കി പകുതി 5 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും 3 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

**Answers**

a)  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .  
 ആരം  $2r$ , ഉയരം  $2h$  ആയാൽ വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi (2r)^2 \times (2h) = 8 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h = 8V$   
 വ്യാപ്തം 8 മടങ്ങാകും .

b) ആരം  $2r$  ആകുകയും ഉയരം  $\frac{h}{2}$  ആകുകയും ചെയ്താൽ  
 വ്യാപ്തം  $\frac{1}{3}\pi \times (2r)^2 \times \frac{h}{2} = 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h = 2V$   
 വ്യാപ്തം രണ്ട് മടങ്ങാകുന്നു

c) ആരവും ഉയരവും പകുതിയാകുമ്പോൾ വ്യാപ്തം  $\frac{1}{8}$  ആകും. എട്ട് സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം.

13)  $288^\circ$  കേന്ദ്രകോണം 10 സെന്റീമീറ്റർ ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള അളവുപാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a) അളവുപാത്രത്തിന്റെ സ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- b) ഉന്നതി കണക്കാക്കുക
- c) ഈ പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

**Answers**

a)  $lx = 360r \rightarrow 10 \times 288 = 360 \times r$   
 $r = \frac{10 \times 288}{360} = 8$  സെന്റീമീറ്റർ

b)  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$  സെന്റീമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 6 = 128\pi$  ഘനസെന്റീമീറ്റർ  
 1000 ഘന സെന്റീമീറ്റർ = 1 ലിറ്റർ  
 വ്യാപ്തം  $= \frac{128 \times 3.14}{1000} = 0.4$  ലിറ്റർ

14) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 21 സെന്റീമീറ്റർ, ഉയരം 28 സെന്റീമീറ്റർ

- a) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ കണക്കാക്കുക
- d) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

**Answers**

a)  $l^2 = r^2 + h^2, l^2 = 21^2 + 28^2 = 1225, l = \sqrt{1225} = 35$  സെന്റിമീറ്റർ

b) പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ  $= \pi r l = \pi \times 21 \times 35 = 735\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

c) ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ  $= \pi r^2 + \pi r l = \pi \times 21^2 + \pi \times 21 \times 35 = 441\pi + 735\pi = 1176\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

d) വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 21^2 \times 28 = 4116\pi$  cubic cm

15) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 4 ആണ്. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം  $96\pi$  ഘനസെന്റിമീറ്റർ

- a) ആരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉയരമെത്ര?
- c) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- d) സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ കണക്കാക്കുക

**Answers**

a)  $r : h = 3 : 4, r = 3x, h = 4x$   
 $\frac{1}{3} \times \pi r^2 h = 96\pi, \frac{1}{3} \times \pi \times (3x)^2 \times (4x) = 96\pi$   
 $x^3 = \frac{96\pi \times 3}{\pi \times 9 \times 4} = 8$   
 $x = 2, r = 3x = 6$  സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉന്നതി  $h = 4x = 8$  സെന്റിമീറ്റർ

c)  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{100} = 10$  സെന്റിമീറ്റർ

d) പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ  $= \pi \times r \times l = 60\pi$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

16) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ  $4070$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്. വ്യാസം  $70$  സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതിയെത്ര?
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

**Answers**

a)  $\pi r l = 4070, \frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070, l = \frac{4070 \times 7}{22 \times 35} = 37$  സെന്റിമീറ്റർ

b)  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{144}, h = 12$  സെന്റിമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം  $= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 35^2 \times 12 = 4900\pi$  ഘനസെന്റിമീറ്റർ

17)  $24$  സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ  $550$  ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്.

- a) സ്തൂപികയുടെ ആരം കണക്കാക്കുക

- b) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമെത്ര?
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

**Answers**

a)  $\pi r l = 550, \frac{22}{7} \times r l = 550, r l = 175.$   
 $r^2 l^2 = 175^2, r^2(r^2 + h^2) = 175^2$   
 $r^2 = x$  ആയാൽ  $x(x + 24^2) = 175^2$   
 $x^2 + 576x = 30625, x^2 + 576x - 30625 = 0$   
 $x = 49 \rightarrow r^2 = 49, r = 7$

b)  $r l = 175, l = \frac{175}{7} = 25$  സെന്റീമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 24 = 49 \times 8 \times \pi = 392\pi$  ഘനസെന്റീമീറ്റർ

18) 28 സെന്റീമീറ്റർ വ്യാസമുള്ള ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തകിട് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള അളവുപാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a) അളവുപാത്രത്തിന്റെ ചരിവുയരമെത്ര?
- b) ആരം കണക്കാക്കുക
- c) പാത്രത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര?
- d) വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

**Answers**

a) ചരിവുയരം = 14 സെന്റീമീറ്റർ

b)  $l x = 360r \rightarrow 14 \times 180 = 360 \times r, r = \frac{14 \times 180}{360} = 7$  സെന്റീമീറ്റർ

c)  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{14^2 - 7^2} = 14\sqrt{3}. h = \sqrt{147} = 12.12$  സെന്റീമീറ്റർ

d) വ്യാപ്തം =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 12.12 = 621.6$  ഘനസെന്റീമീറ്റർ

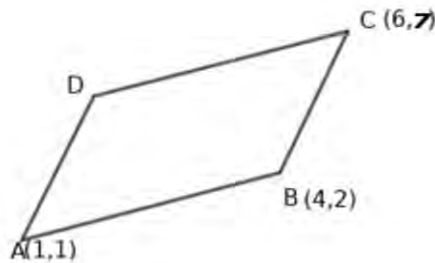


## അധ്യായം: 9 ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

### Focus Points

- a)  $ABCD$  എന്ന സാമാന്തരീകത്തിൽ  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$  ആയാൽ  $x_3 = x_2 + x_4 - x_1, y_3 = y_2 + y_4 - y_1$  ആയിരിക്കും.  
ഈ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എളുപ്പത്തിൽ കണക്കാക്കാം.
- b) ഒരു വരയുടെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  ആയാൽ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ  $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$  ആയിരിക്കും.
- c) ഒരു വര  $x$  സൂചകാക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന ചരിവ് അളന്നെടുക്കുന്നത് കൂടുതൽ പഠനങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമാണ്. ഏതൊരു വരയ്ക്കും ഒരു നിശ്ചിത ചരിവ് ഉണ്ടായിരിക്കും. എന്നാൽ ചരിവ് മാത്രം കൊണ്ട് ഒരു വരയെ നിർണ്ണയിക്കുക സാധ്യമല്ല. ഒരേ ചരിവുള്ള അനേകം വരകളുണ്ടായിരിക്കും.
- d) ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെടുക്കുക.  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  ആയാൽ വരയുടെ ചരിവ്  $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$  എന്നത് ചരിവിന്റെ അളവാണ്.
- e)  $x$  അക്ഷത്തിന്റെ ചരിവും അതിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവും പൂജ്യമാണ്. ചരിവുകൾ തുല്യമായ വരകൾ സമാന്തരവരകളാണ്.
- f) ഒരു വര  $x$  അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് ദിശയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ  $\tan$  അളവ് തന്നെയാണ് വരയുടെ ചരിവ്.

1)  $ABCD$  ഒരു സാമാന്തരീകമാണ്.  $A(1, 1), B(4, 2), C(6, 7)$  ആയാൽ

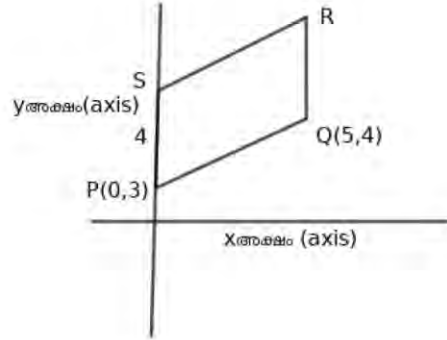


- a)  $A$  യുടെയും  $B$  യുടെയും  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?
- b)  $A$  യുടെയും  $B$  യുടെയും  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?
- c)  $D$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

### Answers

- a)  $A$  യുടെയും  $B$  യുടെയും  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം =  $4 - 1 = 3$
- b)  $A$  യുടെയും  $B$  യുടെയും  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം =  $2 - 1 = 1$
- c)  $D(6 - 3, 7 - 1) = D(3, 6)$

2) ചിത്രത്തിൽ  $PQRS$  ഒരു സമാന്തരീകം.  $P(0, 3)$ ,  $PS = 4$ ,  $Q(5, 4)$  ആയാൽ



- $S$  എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- $R$  എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

#### Answers

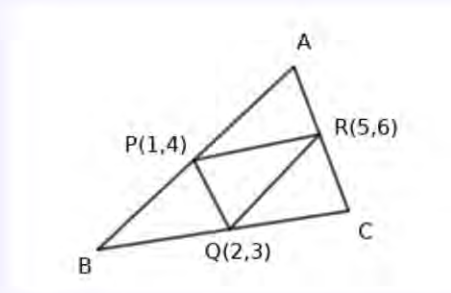
- $S(0, 3 + 4) = S(0, 7)$
- $R(5, 4 + 4) = R(5, 8)$
- $PQ = \sqrt{(5 - 0)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$   
 $PQ = RS = \sqrt{26}$ ,  $PS = QR = 4$

3) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $AB$  യുടെ മധ്യബിന്ദു  $P(1, 4)$ ,  $BC$  യുടെ മധ്യബിന്ദു  $Q(2, 3)$ ,  $AC$  യുടെ മധ്യബിന്ദു  $R(5, 6)$

- ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഉചിതമായ ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- $B$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
- $C$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
- $A$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക

Answers

a) ചിത്രം കാണുക



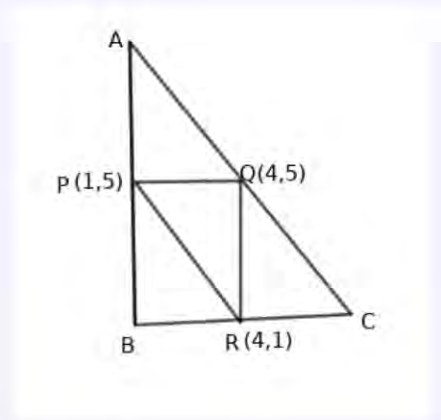
- b)  $BPRQ$  സമാന്തരീകം.  $P, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4  
 $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2  
 $B(2 - 4, 3 - 2) = B(-2, 1)$
- c)  $PRCQ$  സമാന്തരീകം.  $P, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4  
 $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2  
 $C(2 + 4, 3 + 2) = C(6, 5)$
- d)  $PQRA$  സമാന്തരീകം.  $Q, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3  
 $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3  
 $A(1 + 3, 4 + 3) = A(4, 7)$

4)  $(1, 5), (4, 1), (4, 5)$  എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

- a) ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് മധ്യബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ഈ ത്രികോണം ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

a) ചിത്രം



- b)  $PQRB$ യിൽ  $P, Q$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3.  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0. അതിനാൽ  $B(4 - 3, 1) = B(1, 1)$   
 $PQCR$ ൽ  $P, Q$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3.  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0. അതിനാൽ  $C(4 + 3, 1) = C(7, 1)$   
 $APRQ$ ൽ  $Q, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0.  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4. അതിനാൽ  $A(1, 5 + 4) = A(1, 9)$

c)  $AB = 8, BC = 6, AC = 10. \quad AB^2 + BC^2 = AC^2.$   
 ത്രികോണം  $ABC$  മട്ടത്രികോണമാണ്.

d) പരപ്പളവ്  $= \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$  ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

5)  $ABC$  എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു  $P(1, 1)$ ,  $BC$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു  $(5, 4)$ ,  $AC$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു  $(7, 4)$  ആയാൽ

- a)  $A$  എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b)  $B$  എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $C$  എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a)  $A(1 + 7 - 5, 1 + 4 - 4) \rightarrow A(3, 1)$
- b)  $B(1 + 5 - 7, 1 + 4 - 4) \rightarrow B(-1, 1)$
- c)  $C(7 + 5 - 1, 4 + 4 - 1) \rightarrow C(11, 7)$

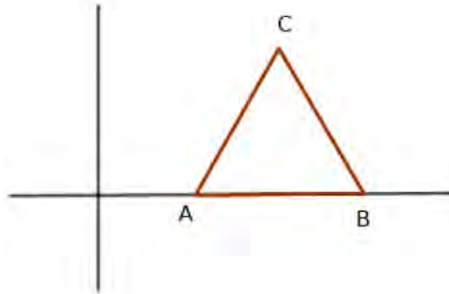
6) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $A(-3, 2), B(1, 5), C(3, -4)$  ആയാൽ

- a)  $AB$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b)  $BC$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $AC$  എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a)  $AB$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $(\frac{-3+1}{2}, \frac{2+5}{2}) = (-1, \frac{7}{2})$
- b)  $BC$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $(\frac{1+3}{2}, \frac{5+-4}{2}) = (2, \frac{1}{2})$
- c)  $AC$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $(\frac{-3+3}{2}, \frac{2+-4}{2}) = (0, -1)$

7) ത്രികോണം  $ABC$  ഒരു സമഭജത്രികോണമാണ്.  $A(1, 0), B(5, 0)$  ആയാൽ

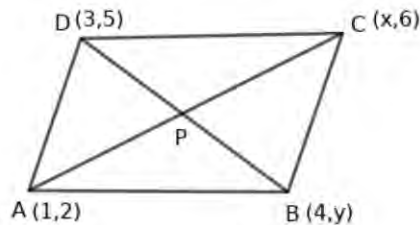


- a) വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b)  $AB$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a)  $AB = |5 - 1| = 4$
- b)  $AB$  യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്  $M$ .  
 $M(\frac{1+5}{2}, 0) \rightarrow M(3, 0)$
- c)  $C(3, 2\sqrt{3})$

8)  $ABCD$  എന്ന സാമാന്തരീകത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ  $A(1, 2), B(4, y), C(x, 6), D(3, 5)$  വിതമാണ്.



- a)  $BD$  എന്ന വികർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ  $x$  സൂചകസംഖ്യ എത്ര?
- b)  $C$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $AC$  എന്ന വികർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ  $y$  സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക
- d)  $B$ യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

**Answers**

- a) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.  $BD$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ  $x$ സൂചകസംഖ്യ  $\frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$
- b)  $\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2}, 1+x=7, x=6$   $C(6, 6)$
- c)  $AC$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ  $y$ സൂചകസംഖ്യ  $\frac{2+6}{2} = 4$
- d)  $\frac{5+y}{2} = 4, 5+y=8, y=3$   $B(4, 3)$

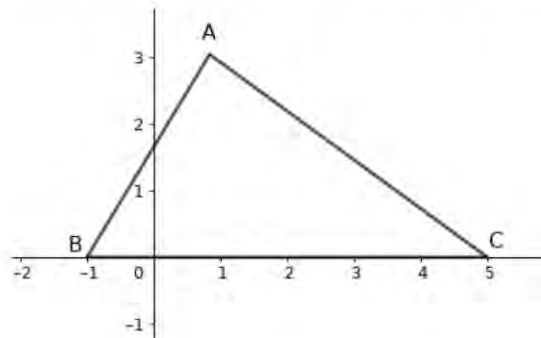
9) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം  $O(2, -3)$  ആണ്. വ്യാസം  $AB$  യിൽ  $B(4, -3)$  ആയാൽ

- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) വ്യാസത്തിന്റെ  $A$  എന്ന അറ്റത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ആ വ്യാസത്തിന് ലംബമായ വ്യാസമാണ്  $CD$ .  $C, D$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d)  $ACBD$  എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?

**Answers**

- a)  $AB$  എന്ന വര  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്. ആരം  $OB = |4 - 2| = 2$
- b)  $A(2 - 2, -3) \rightarrow A(0, -3)$
- c)  $CD$  എന്ന വര  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്.  $C(2, -3 + 2) \rightarrow C(2, -1)$   
 $D(2, -3 - 2) \rightarrow D(2, -5)$
- d)  $ABCD$  എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $\frac{d^2}{2} = \frac{4^2}{2} = 8$  ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

10) ചിത്രത്തിൽ  $\triangle ABC$  യുടെ രണ്ട് ശീർഷങ്ങൾ  $x$  അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്.  $A(1, 3)$  ആയാൽ



- a)  $B$  യുടെയും  $C$  യുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ ചിത്രം നോക്കിയെഴുതുക
- b)  $A$  യിൽ നിന്നുള്ള നടുവര  $BC$  യെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു എന്ത്?

**Answers**

- a)  $B(-1, 0), C(5, 0)$
- b) നടുവര  $BC$  യെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു  $BC$  യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.  $M(\frac{-1+5}{2}, 0) = M(2, 0)$

11)  $x$  അക്ഷവും  $y$  അക്ഷവും വരച്ച് (ഏകദേശചിത്രം)  $A(4, 3), B(12, 7)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

- a) ഈ വരയുടെ ചരിവെത്ര?
- b) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

c) ഇതേ ചരിവുള്ള എത്ര വരകൾ ഉണ്ടാകും ? വ്യക്തമാക്കുക

**Answers**

a)  $AB$  എന്ന വരയുടെ ചരിവ്  $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{12 - 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b)  $B(12, 7)$  ഉം ചരിവ്  $\frac{1}{2}$  ഉം പരിഗണിച്ചാൽ മറ്റൊരു ബിന്ദു  $C(20, 11)$ . ഇത്തരം അനേകം ബിന്ദുക്കൾ എഴുതാം.

c) ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ എല്ലാ വരകളുടെയും ചരിവ്  $\frac{1}{2}$  തന്നെയാണ് . അനേകം വരകൾ ഉണ്ടാകും ?

12)  $A(2, 3), B(3, 4), C(4, 5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a)  $A(2, 3), B(3, 4)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ പയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- b)  $B(3, 4), C(4, 5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ പയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- c) ഈ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളും ഒരു വരയിൽ തന്നെയുള്ള ബിന്ദുക്കളാണോ? എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?
- d) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

**Answers**

a)  $AB$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{4 - 3}{3 - 2} = 1$

b)  $BC$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{5 - 4}{4 - 3} = 1$

c)  $AB$  യുടെ ചരിവും  $BC$  യുടെ ചരിവും തുല്യം.  $B$  പൊതുവായ ബിന്ദുവുമാണ് . അതിനാൽ  $A, B, C$  എന്നിവ ഒരേ വരയിലാണ് .

d) എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള നേർബന്ധം കണ്ടെത്തി അതുപയോഗിച്ച് വരയിലെ മറ്റുബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതാം. അവിടെ  $(1, 2)$  മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണ് .

13)  $A(2, 0), B(-6, -2), C(-4, -4), D(4, -2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a)  $AB, CD$  എന്നീ വരകളുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- b)  $AD, BC$  എന്നീ വരകളുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- c)  $ABCD$  സാമാന്തരീകമാണോ ? വ്യക്തമാക്കുക

**Answers**

a)  $AB$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{-2 - 0}{-6 - 2} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$   
 $CD$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{-2 - (-4)}{-4 - 4} = \frac{2}{-8} = \frac{1}{4}$   
 $AB$  എന്ന വര  $CD$  യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്

b)  $AD$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{-2 - 0}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$   
 $BC$  യുടെ ചരിവ്  $= \frac{-4 - (-2)}{-4 - (-6)} = \frac{-2}{2} = -1$   
 $AD$  എന്ന വര  $BC$  യ്ക്ക് സമാന്തരം.

c) എതിർ വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളായതിനാൽ  $ABCD$  സാമാന്തരീകം .

14) ചരിവ് 3 ആയ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്  $A(1, -2), B(x, 4)$

- a)  $x$  കണക്കാക്കുക
- b) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- c) ഈ വര  $x$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?
- d) ഈ വര  $y$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

Answers

a) ചരിവ്:  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 3, \frac{4 - 2}{x - 1} = 3, \frac{6}{x - 1} = 3, 3x - 3 = 6, 3x = 9, x = 3, B(3, 4)$

b) ചരിവ് 3 ആയതിനാൽ മറ്റൊരു ബിന്ദു  $C(3 + 1, 4 + 3) \rightarrow C(4, 7)$

c) വര  $x$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ  $y$  സൂചകസംഖ്യ 0. ബിന്ദു  $P(x, 0), A(1, -2)$  ഇവയിൽ  $\frac{-2 - 0}{1 - x} = 3, x = \frac{5}{3},$  ബിന്ദു  $P(\frac{5}{3}, 0)$

d) വര  $y$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു  $Q(0, y), \frac{y - 2}{0 - 1} = 3, y = -5 Q(0, -5)$

15)  $A(-4, 2), B(2, 6), C(8, 5), D(9, -7)$  എന്നിവ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a) വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) മധ്യബിന്ദുക്കളെ ക്രമത്തിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ഈ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

Answers

a)  $AB$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $P(\frac{-4+2}{2}, \frac{2+6}{2}) \rightarrow P(-1, 4)$   
 $BC$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $Q(\frac{2+8}{2}, \frac{6+5}{2}) \rightarrow Q(5, \frac{11}{2})$   
 $CD$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $R(\frac{8+9}{2}, \frac{5+(-7)}{2}) \rightarrow R(\frac{17}{2}, -1)$   
 $AD$ യുടെ മധ്യബിന്ദു  $S(\frac{-4+9}{2}, \frac{2+(-7)}{2}) \rightarrow S(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$

b)  $PQ$  എന്ന വരയുടെ ചരിവ്  $RS$  എന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക. രണ്ടും  $\frac{1}{4}$  വീതമാണ്.  $PQ$  സമാന്തരം  $RS$ .  
അതുപോലെ  $PS, QR$  എന്നിവയുടെ ചരിവ് കാണുക. അവ തുല്യമെന്ന് കാണാം. എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ സാമാന്തരികം.

c) സ്വയം ചെയ്യുക

16)  $A(-4, 3), B(7, 3), C(5, 1), D(-2, 1)$  എന്നിവ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്

- a)  $AB, CD$  എന്നീ വശങ്ങളുടെ ചരിവ് എഴുതുക
- b)  $ABCD$  ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) ലംബകത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക



Answers

a)  $A, B$  എന്നിവയുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം. അതിനാൽ  $AB$  എന്ന വശം  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരം.  $AB$  യുടെ ചരിവ് പൂജ്യം.  
 $C, D$  എന്നിവയുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം. അതിനാൽ  $CD$  എന്ന വശം  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരം.  $CD$  യുടെ ചരിവ് പൂജ്യം.

b)  $AB$  എന്ന വശം  $CD$  യ്ക്ക് സമാന്തരം. അതിനാൽ  $ABCD$  ലംബകമാണ്.  
 $AD = \sqrt{(-2 - -4)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$   
 $BC = \sqrt{(5 - 7)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$   
 $AD = BC$ ,  $AB$  സമാന്തരം  $CD$ . അതിനാൽ സമപാർശ്വലംബകം

c)  $AB = |7 - -4| = 11$ ,  $CD = |5 - -2| = 7$ , സമാന്തരവരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം =  $|3 - 1| = 2$   
 പരപ്പളവ്  $\frac{1}{2} \times 2 \times (11 + 7) = 18$

d) ചുറ്റളവ് =  $11 + 7 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 18 + 4\sqrt{2}$

3)  $A(1, 3)$  എന്ന ബിന്ദുവും  $B(3, 4)$  എന്ന ബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന  $AB$  എന്ന വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്  $P(x, y)$ . ഈ ബിന്ദു  $AB$  എന്ന വരയെ  $3 : 4$  എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു

- a)  $P$  യുടെ  $x$  സൂചകസംഖ്യ കണക്കാക്കുക
- b)  $P$  യുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യ കണക്കാക്കുക

1) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(2, 10)$   
 $AB, BC, AC$  എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യഥാക്രമം  $P, Q, R$  ആയാൽ

- a)  $P, Q, R$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
- b)  $CP$  എന്ന നടുവരയെ  $2 : 1$  എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c)  $AQ$  എന്ന നടുവരയെ  $2 : 1$  എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d)  $BR$  എന്ന നടുവരയെ  $2 : 1$  എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

2)  $A(-1, 3)$ ,  $B(4, 1)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര  $y$  അക്ഷത്തെ  $P$  യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

- a)  $P$  യുടെ  $y$  സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക
- b)  $AP : BP$  കണക്കാക്കുക
- c)  $P$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

4) ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ  $CA = CB$ ,  $A(1, 4)$ ,  $B(9, 4)$ ,  $C$  യിൽ നിന്നുള്ള ഉന്നതി  $6$  ആയാൽ

- a)  $AB$  യുടെ മധ്യമകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b)  $C$  യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

## അധ്യായം: 10

# ബഹുപദങ്ങൾ

### Focus Points

- a)  $p(x)$  എന്ന ബഹുപദം  $q(x), r(x)$  എന്നീ രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ  $q(x), r(x)$  എന്നിവ  $p(x)$  ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.
- b)  $(x - a)$  എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം  $p(x)$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായാൽ  $p(a) = 0$  ആയിരിക്കും. കൂടാതെ  $p(x) = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമായിരിക്കും  $a$ .
- c)  $p(x) = (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) \cdots (x - a_n)$  എന്ന തരത്തിൽ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ  $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$  എന്നീ സംഖ്യകൾ  $p(x) = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളായിരിക്കും.
- d)  $p(x)$  എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ  $p(a) = 0$  ആയാൽ  $p(x)$  ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും  $x - a$ .
- e)  $p(x)$  എന്ന ബഹുപദത്തിനെ  $x - a$  കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്യമാണ്  $p(a)$ . അതിൽ നിന്നും  $p(x) - p(a)$  യുടെ ഒരു ഘടകമാണ്  $(x - a)$ .

1)  $p(x) = x^2 - 7x + 12$  എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $p(x) = (x - a)(x - b)$  എന്ന തരത്തിലെഴുതിയാൽ  $a, b$  എന്നിവ കണ്ടുകൊടുക്കുക
- b)  $p(x)$  നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- c)  $p(x) = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

### Answers

a)  $x^2 - 7x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$   
 $a + b = 7, ab = 12$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$(a - b)^2 = (7)^2 - 4 \times 12 \rightarrow a - b = \pm 1$$

$a - b = 1$  ആയാൽ,  $a - b = 1, a + b = 7 \rightarrow 2a = 8, a = 4, b = 3$

$(a - b = -1)$  എന്നെടുത്ത് ചെയ്യുന്നോളം.)

b)  $p(x) = (x - 4)(x - 3)$

c)  $p(x) = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 3) = 0$   
 $x = 3, 4$

2)  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + k$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $x$  ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകാൻ  $k$  എത്രയായിരിക്കണം?
- b)  $x - 1$  എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം  $p(x)$  ന്റെ ഘടകമായാൽ  $k$  കണക്കാക്കുക
- c)  $x - 1$  ഘടകമാകുന്ന  $k$  വില നൽകി ബഹുപദം എഴുതുക
- d) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ  $x + 1$  എന്ന് പരിശോധിക്കുക

**Answers**

a)  $k = 0$

b)  $x - 1 = 0$  ആയാൽ  $p(1) = 0$   
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 2 \times 1 + k = 0, k = 1$

c)  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

d)  $p(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 2(-1) + 1 = -1 - 4 - 2 + 1 \neq 0$   
 $x + 1$  ഒരു ഘടകമല്ല.

3)  $p(x) = x^2 - 8x + 12$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $p(x) = (x - a)(x - b)$  ആയാൽ  $a + b, ab$  എന്നിവ എത്ര?
- b)  $a, b$  എന്നിവ കണക്കാക്കി  $p(x)$  നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- c)  $p(x) = 0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

**Answers**

a)  $x^2 - 8x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab, a + b = 8, ab = 12$

b)  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$   
 $(a - b)^2 = 8^2 - 4 \times 12 = 16, a - b = 4.$   
 $a + b = 8, a - b = 4 \rightarrow 2a = 12, a = 6, b = 2$   
 $p(x) = (x - 6)(x - 2)$

c)  $p(x) = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0, x = 6, x = 2$

4)  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - k$  ആയാൽ

- a)  $x - 1$  എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം  $p(x)$  ന്റെ ഘടകമാകുന്ന  $k$  വില എത്ര?
- b) ബഹുപദം എഴുതുക. ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ  $x + 1$  എന്ന് പരിശോധിക്കുക
- c)  $x - 1$  ഘടകമായ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുകയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- d)  $x - 1$  ഘടകമായ മൂന്ന് ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

**Answers**

a)  $(x - 1)$  ഘടകമായാൽ  $p(1) = 0$  ആയിരിക്കും.  
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 6 \times 1 - k = 0, 1 - 4 + 6 - k = 0, k = 3$

b)  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 3$   
 $p(-1) = (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) - 3 = -1 - 4 - 6 - 3 = -14 \neq 0$   
 $p(-1) \neq 0$  ആയതിനാൽ  $(x + 1)$  ഘടകമല്ല.

c)  $(x - 1)$  ഘടകമായ ബഹുപദത്തിന്റെ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 ആയിരിക്കും.

d) ഗുണകങ്ങളുടെ തുക പൂജ്യമായ ഏത് ബഹുപദവുമാകാം.  
 $x^3 - x^2 + x - 1, 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3, x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

5)  $p(x) = x^3 + 1$ ,  $q(x) = x^3 + x^2 + x + 1$  എന്ന ബഹുപദങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക

- a)  $p(-1)$ ,  $q(-1)$  എന്നിവ കണക്കാക്കുക
- b) രണ്ട് ബഹുപദങ്ങൾക്കും പൊതുവായ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

a)  $p(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0$   
 $q(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$

b)  $p(-1) = 0$ ,  $q(-1) = 0$ . അതിനാൽ  $(x - 1)$  രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെയും ഘടകമായിരിക്കും. പൊതുഘടകം  $(x - 1)$

6)  $p(x) = x^3 - 8$  ആയാൽ

- a)  $x - 2$  ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?
- b)  $x^3 - 27$  ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകം എഴുതുക

Answers

a)  $p(2) = 2^3 - 8 = 8 - 8 = 0$   
 $x - 2$  എന്ന ബഹുപദം  $p(x)$  ന്റെ ഘടകമാണ്

b)  $q(x) = x^3 - 27$  ആയാൽ  $q(3) = 3^3 - 27 = 27 - 27 = 0$   
 $x - 3$  എന്നത്  $x^3 - 27$  ന്റെ ഘടകമാണ്

7)  $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 7$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ  $x - 1$  എന്ന് പരിശോധിക്കുക
- b) ഘടകമല്ലെങ്കിൽ  $p(x)$  ൽ നിന്നും ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാൽ  $x - 1$  ഘടകമായ  $q(x)$  എന്ന ബഹുപദം കിട്ടും?

Answers

a)  $p(1) = 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 7 = 6 - 7 = -1 \neq 0$   
 $x - 1$  ഘടകമല്ല.

b)  $p(1) = -1$  ആയതിനാൽ  $p(x)$  ൽ നിന്നും  $-1$  കുറച്ചാൽ  $(x - 1)$  ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.  
 $q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

8)  $p(x) = x^2 + 4x + k$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $k = 0$  ആയാൽ  $p(x)$  ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ എഴുതുക
- b)  $k = 4$  ആകുമ്പോഴുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- c)  $p(x)$  ന് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളുണ്ടാകാൻ  $k$  യുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയെത്ര?

**Answers**

- a)  $k = 0$  ആയാൽ  $p(x) = x^2 + 4x$ . ഒരു ഘടകം  $x$  മറ്റേ ഘടകം  $x + 4$
- b)  $x = 4$  ആയാൽ  $x^2 + 4x + k = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2)$ . ഘടകങ്ങൾ രണ്ടും  $x + 2$  ആണ്
- c)  $p(x) = x^2 + 4x + k$  എന്നത് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി കരുതുക .  
 ഇവ  $(x - a), (x - b)$  ആയാൽ  $x^2 + 4x + k = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$   
 $a + b = -4, ab = k$  എന്നെഴുതാം.  $(a - b)^2 = 4^2 - 4k$  എന്നാകുന്നു.  
 $k$  എന്നത് 4ൽ കൂടിയായാൽ  $(a - b)^2$  എന്നത് ന്യൂനസംഖ്യയാകുന്നു. ഇത് അർത്ഥപൂർണ്ണമല്ല. അതിനാൽ  $k$  എന്നത് 4 അല്ലെങ്കിൽ 4 ൽ കുറവായാകണം .

9)  $p(x) = x^2 + 6x + k$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $k = 0$  ആയാൽ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- b) രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളും ഒരേ ബഹുപദമാകാൻ  $k$  സ്വീകരിക്കേണ്ട വിലയെത്ര?
- c)  $k = 8$  ആയാൽ ബഹുപദത്തിന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

**Answers**

- a)  $k = 0$  ആയാൽ  $p(x) = x^2 + 6x \rightarrow x(x + 6)$ , ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ  $x, x + 6$
- b)  $x^2 + 6x + k = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$  ആയാൽ  $(x + 3)^2$  എന്നെഴുതാം. ഇതിനായി  $k = 9$  ആയിരിക്കണം . അപ്പോൾ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളായി  $x + 3, x + 3$  എന്നിവ കിട്ടും.
- c)  $k = 8$  ആയാൽ  $p(x) = x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 2x + 8 = x(x + 4) + 2(x + 4) = (x + 4)(x + 2)$   
 ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ  $(x + 4), (x + 2)$

10)  $x^2 + kx + 6$  എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a)  $x - 1$  ഘടകമാകാൻ  $k$  ഏത് സംഖ്യ ആകണം?
- b) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഒന്നാംകൃതി ഘടകം കണ്ടുകൊടുക്കുക
- c)  $x^2 - 7x + 6 = 0$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എഴുതുക

**Answers**

- a) If  $x - 1$  ഘടകമായതിനാൽ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 .  $k = -7$
- b)  $x^2 - 7x + 6 = x^2 - x - 6x + 6 = x(x - 1) - 6(x - 1) = (x - 1)(x - 6)$ .  
 അടുത്ത ഘടകം  $x - 6$
- c)  $x = 1, x = 6$

## അധ്യായം: 11 സ്ഥിതി വിവരക്കണക്ക്

### Focus Points

- a) ഒരു കൂട്ടത്തിൽ നിന്നും ശേഖരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ സംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് വിശകലനം ചെയ്ത് പൊതുനിഗമനത്തിലെത്തുന്ന പഠനഭാഗം
- b) മാധ്യം എന്ന ശരാശരി സംഖ്യാവിവരങ്ങളുടെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ച് കിട്ടുന്നതാണ് .എല്ലാവിവരങ്ങളെയും ഒരേ പ്രാധാന്യത്തോടെ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ശരാശരിയാണ് മാധ്യം.
- c) സംഖ്യാവിവരങ്ങളെ ഒരു പ്രത്യേക ക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുവിൽ വരുന്ന വിവരമാണ് മധ്യമാ
- d) ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലായാൽ അവയുടെ മാധ്യവും മധ്യവും തുല്യമാണ് .

1) പത്ത് ക്ലാസ് ടെസ്റ്റുകളിൽ ഒരു കുട്ടിക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കുകളാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്

14, 17, 11, 19, 15, 17, 13, 10, 14, 18

- a) മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- b) മാർക്കുകൾ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ ഏതൊക്കെ മാർക്കുകളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത്
- c) മാർക്കുകളുടെ മധ്യമാ കണക്കാക്കുക
- d) മധ്യമാർക്കിനേക്കാൾ കൂടിയ മാർക്ക് എത്ര ടെസ്റ്റുകൾക്കാണ് ലഭിച്ചത്?

### Answers

- a)  $\text{മാധ്യം} = \frac{14+17+11+19+15+17+13+10+14+18}{10} = 14.8$
- b) ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയ മാർക്കുകൾ 10, 11, 13, 14, 14, 15, 17, 17, 18, 19  
 $n = 10$  (ഇരട്ടസംഖ്യ). അതിനാൽ 5മത്തെയും 6മത്തെയും മാർക്കുകളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് . ഇവ 14, 15 വീതമാണ്.
- c)  $\text{മധ്യമാ} = \frac{14+15}{2} = 14.5$
- d) 14.5 നേക്കാൾ കൂടിയ 5 മാർക്കുകളുണ്ട് .

2) ഒരു പട്ടണത്തിലെ തുടർച്ചയായ ഏഴുദിവസങ്ങളിലെ താപനില താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$26^{\circ}C, 28^{\circ}C, 25^{\circ}C, 30^{\circ}C, 27^{\circ}C, 26^{\circ}C, 25^{\circ}C$

- a) ഈ സംഖ്യകൾ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതുക
- b) താപനിലകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- c) മധ്യമായ താപനില എത്ര?
- d) മധ്യതാപനിലയേക്കാൾ കൂടിയ താപനിലയുള്ള എത്ര ദിവസങ്ങളുണ്ട് . കുറഞ്ഞ താപനിലയുള്ള എത്ര ദിവസങ്ങളുണ്ട്?
- e) മധ്യതാപനിലയേക്കാൾ കുറഞ്ഞ എത്ര താപനിലകളുണ്ട്?

Answers

- a)  $25^{\circ}C, 25^{\circ}C, 26^{\circ}C, 26^{\circ}C, 27^{\circ}C, 28^{\circ}C, 30^{\circ}C$
- b)  $\text{മാധ്യം} = \frac{26+28+25+30+27+26+25}{7} = 26.71$
- c) ആരോഹണക്രമത്തിൽ നടുവിൽ വരുന്ന സംഖ്യ 26. മധ്യമായ താപനില =  $26^{\circ}C$
- d)  $26^{\circ}C$  നേക്കാൾ കൂടിയ താപനിലയുള്ള 3 ദിവസങ്ങളുണ്ട് . കുറഞ്ഞ താപനിലയുള്ള 2 ദിവസങ്ങളുണ്ട് .
- e) മധ്യത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ ഒരു താപനില മാത്രം. അത്  $25^{\circ}C$  ആണ് .

3) 7, 10, 13... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

- a) നൂറിൽ താഴെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ടാകും ?
- b) നടുവിൽ വരുന്ന പദം ഏത് ?
- c) ഈ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- d) സംഖ്യകളുടെ മധ്യം കണക്കാക്കുക.
- e) മാധ്യവും മധ്യവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?

Answers

- a)  $x_n = 3n + 4$ .  $3n + 4 < 100 \rightarrow 3n < 96, n < 32$ . അതുകൊണ്ട് 100ൽ താഴെ 31 സംഖ്യകൾ ഈ ശ്രേണിയിലുണ്ട് .
- b) 31 റ്റുസംഖ്യ ആയതിനാൽ  $\frac{31+1}{2} = 16$  മത്തെ പദമാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് .  $x_{16} = 3 \times 16 + 4 = 52$
- c)  $x_{31} = 3 \times 31 + 4 = 97$ . തുക =  $(7 + 97) \times \frac{31}{2} = \frac{104 \times 31}{2} = 1612$   
മാധ്യം =  $\frac{1612}{31} = 52$
- d) ശ്രേണിയുടെ നടുവിൽ വരുന്ന പദമാണ് മധ്യം. അത് പതിനാറാം പദമാണ്  $x_{16} = 3 \times 16 + 4 = 52$
- e) മാധ്യവും മധ്യവും തുല്യമാണ് .

4) 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക

- a) ഇവയിൽ 7 ന്റെ എത്ര ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും ?
- b) 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- c) മധ്യമായി വരുന്ന സംഖ്യ ഏത് ?
- d) മധ്യത്തേക്കാൾ കൂടിയ എത്ര ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും ?

Answers

- a) 7, 14, 21...98 ആണ് സംഖ്യകൾ.  $7n = 98 \rightarrow n = \frac{98}{7} = 14$ .  
പതിനാല് ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും .
- b) 100ൽ താഴെയുള്ള 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക  $7 + 14 + 21 \dots + 98 = (7 + 98) \times \frac{14}{2} = 105 \times 7 = 735$   
മാധ്യം  $= \frac{735}{14} = 52.5$
- c) ആരോഹണക്രമത്തിൽ 7മത്തെയും 8മത്തെയുമാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് .  $x_7 = 7 \times 7 = 49, x_8 = 7 \times 8 = 56$ . മധ്യം  $= \frac{49+56}{2} = 52.5$
- d)  $x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$  എന്നിവയെല്ലാം 52.5 നേക്കാൾ കൂടുതലാണ് . 7 എണ്ണം മധ്യമത്തേക്കാൾ ഉയർന്നതാണ് .

5) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം  $3n + 2$  ആണ് .

- a) ശ്രേണി എഴുതുക
- b) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങൾ പരിഗണിച്ച് അവയുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- c) മധ്യം കണക്കാക്കുക
- d) മാധ്യവും മധ്യമവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?

Answers

- a) ശ്രേണി 5, 8, 11...
- b)  $x_{20} = 3 \times 20 + 2 = 62$   
ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക  $= (5 + 62) \times \frac{20}{2} = 670$   
മാധ്യം  $= \frac{670}{20} = 33.5$
- c) പത്താമത്തെയും പതിനൊന്നാമത്തെയും പദങ്ങളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത്.  $x_{10} = 32, x_{11} = 35$   
മധ്യം  $= \frac{32+35}{2} = 33.5$
- d) മാധ്യവും മധ്യമവും തുല്യമാണ്

6) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക

- a) ആദ്യത്തെ 100 റദ്ദസംഖ്യകളുടെ മാധ്യം എത്ര?
- b) ആദ്യത്തെ 100 റദ്ദസംഖ്യകളുടെ മധ്യം എത്ര?
- c) ആദ്യത്തെ n ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ മാധ്യം എത്ര?
- d) ആദ്യത്തെ n ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ മധ്യം എത്ര?

Answers

- a) മാധ്യം  $= \frac{100^2}{100} = 100$
- b) 1, 3, 5, 7... റദ്ദസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി  $x_n = 2n - 1$ .  
50 മത്തെയും 51 മത്തെയും നടുവിൽ വരുന്നു. ഇവ  $2 \times 50 - 1, 2 \times 51 - 1$   
മധ്യം  $= \frac{99+101}{2} = 100$
- c) മാധ്യം  $= \frac{n(n+1)}{n} = n + 1$
- d) 2, 4, 6, 8... ,  $x_n = 2n$   
 $\frac{n}{2}$  th and  $(\frac{n}{2} + 1)$  നടുവിൽ വരുന്നു . ഇവ n and n + 2. മധ്യം  $\frac{n+n+2}{2} = n + 1$