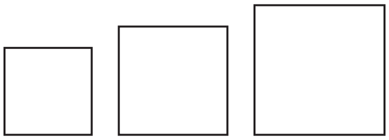
സമാന്തരശ്രേണികൾ

<u>പ്രധാന ആശയങ്ങൾ</u>

- ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തര ശ്രേണി.
- ആവർത്തിച്ച് കൂട്ടുന്ന ഈ സ്ഥിരസംഖ്യയാണ് സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം (d)
- ആദ്യ പദത്തെ 'x_1' അല്ലെങ്കിൽ 'f' കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- പൊതുവ്യത്യാസം (d) = $\dfrac{\text{പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം}}$
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം അഥവാ
- ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = dn + f - d$
- 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ 'n'എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \dfrac{n(n+1)}{2}$
- ആദ്യപദം x_1, അവസാനപദം x_n ആയാൽ
  ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം $= \left(\dfrac{X_n - X_1}{d}\right) + 1$
- 'n' പദങ്ങളുടെ തുക $= \dfrac{n}{2}(x_1 + x_n)$

I



1 സെ.മി 2 സെ.മി 3 സെ.മി

ചിത്രത്തിൽ ഏതാനും സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു.

1. ഇങ്ങനെ വരക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന 5-ാമത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
2. വശങ്ങളുടെ അളവുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.
3. സമചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.
4. ചോദ്യം 3 ലെ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

II i എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് കിട്ടുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.

ii എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 2 കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക. ഇത് സമാന്തരശ്രേണിയാണോ? എന്തുകൊണ്ട് ?

III i ആദ്യപദം 1 ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 8ഉം വരുന്ന സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക.

ii ഈ ശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദം കാണുക

iii ഈ ശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം കാണുക.

IV ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യ പദം 4ഉം 8-ാം പദം 53 ഉം ആണ്

i ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക

ii ഈ ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദം കാണുക.

iii ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

V 6,147,22... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

i 166 ഒരു പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ii 248 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ ?

iii ഈ ശ്രേണിയിലെ 2 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 120 ആകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

VI ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 53 ആണ്

i ഈ പദത്തിനോട് എത്ര പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 11-ാം പദം കിട്ടും ?

ii 11-ാം പദം 73ആയാൽ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

iii ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം, 20-ാം പദം ഇവ കാണുക.

VII 3,10,17,24 .... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദമായ 3നെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്ത് ? ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

VIII ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം $5n+4$ ആണ്.

i ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും എഴുതുക.

ii ഈ ശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദം കാണുക.

iii ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര?

IX തുക കാണുക

1. 1+2+3+4+....... +20
2. 1+2+3+................+50
3. 1+2+3+................+100
4. 1+2+3+...............+200
5. 1+2+3+.............+500
6. 1+2+3+..................+ n

X. 5,9,13 എന്ന ശ്രേണിയുടെ 30-ാം പദം കാണുക

5 + 9 + 13 + ... + 221 കാണുക

XI 7, 11, 15 എന്ന ശ്രേണിയുടെ എത്രാം പദമാണ് 127 ?

7+11+15+...+127 കാണുക

XII ആദ്യപദം 6ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 4ഉം ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

സ്ഥിതി വിവരക്കണക്ക്

- <u>മാധ്യം, മാധ്യമം എന്നീ ആശയങ്ങൾ</u>

1. ഒരു ക്ലബ്ബിലെ 10 അംഗങ്ങളുടെ വയസ്സ് ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.
   17,19,18,25,21,20,18,19,24,25 വയസ്സിന്റെ മാധ്യം കാണുക.
2. ഒരു പ്രദേശത്തെ 10 ആളുകളുടെ വരുമാനം ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.
   16500, 21700, 18600, 21050, 19500, 17000, 21000, 18000, 22000, 17500 വരുമാന മാധ്യം കാണുക
3. ഒരു ടീമിലെ 11 കളിക്കാരുടെ ഉയരം (Cmൽ) ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.
   156, 155, 159, 161, 158, 160163, 161, 158, 157, 155 ഉയരത്തിന്റെ മധ്യമം കാണുക.
4. ഒരു ക്ലബ്ബിലെ 10 അംഗങ്ങളുടെ വയസ്സ് ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.
   32,34,35,33,30,38,36,29,31,39 മധ്യമ വയസ്സ് കണക്കാക്കുക.
5. ലോങ് ജംമ്പ് പരിശീലനത്തിൽ ഒരാൾ ചാടിയ ദൂരങ്ങൾ ഇങ്ങനെയാണ്. ദൂരമെല്ലാം മീറ്ററിലാണ്.
   6.10, 6.20, 6.18, 6.20, 6.25, 6.21, 6.15, 6.10 ഇവയുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കാണുക.
6. ഒരു പ്രദേശത്തെ 35 കുടുംബാംഗങ്ങളെ മാസ വരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരം തിരിച്ചിരിക്കുന്നു.

മധ്യമ വരുമാനം കാണുക.

മാസവരുമാനം	കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം
4000	3
5000	7
6000	8
7000	5
8000	5
9000	4
10000	3

7. ഒരു തൊഴിൽ ശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണം ദിവസക്കൂലി അനുസരിച്ച് എഴുതിയ പട്ടികയാണിത്.

ദിവസക്കൂലി	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400	2
500	4
600	5
700	7
800	5
900	4
1000	3

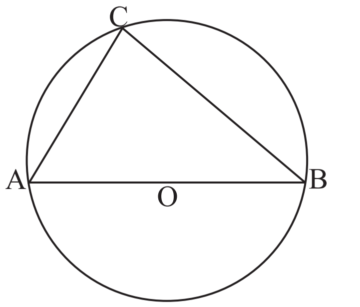
ദിവസക്കൂലിയുടെ മധ്യമം കാണുക.

വൃത്തങ്ങൾ

- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ

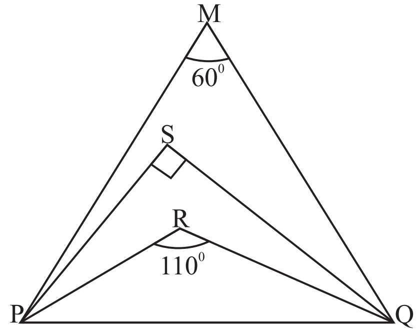
ചിത്രത്തിലെ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം AB യെ വൃത്തത്തിലെ C എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയ $\angle ACB = 90^0$ (മട്ടകോൺ) ആയിരിക്കും.

AB യുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കളെ വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന കോൺ 90 ഡിഗ്രിയിൽ കൂടുതൽ ആയിരിക്കും.

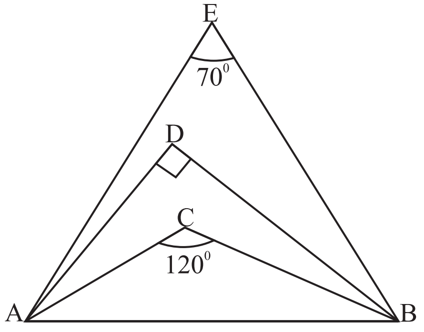


താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ താഴത്തെ വശം വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ ഓരോ ത്രികോണത്തിന്റെയും മേൽമൂല വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ വൃത്തത്തിലോ എന്ന് കണ്ട് പിടിക്കുക.

(i)



(ii)

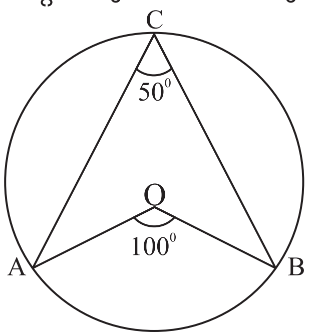


- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ചാപത്തിന്റെയും കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും. ആ ചാപത്തിന്റെ മറു ചാപത്തിലെ കോണിന്റെ അളവ്

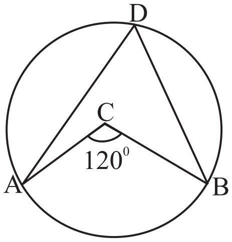
ചിത്രത്തിലെ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ചാപമാണ് AB.

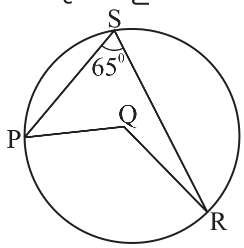
ഇത് കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയ $\angle AOB$ (കേന്ദ്രകോൺ)

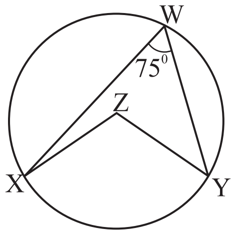
100 ഡിഗ്രി ABയുടെ മറുചാപം ACB യിലെ $\angle ACB$ = 50 ഡിഗ്രി



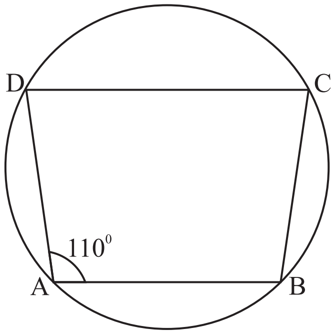
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിലെ തന്നിട്ടില്ലാത്ത കോണളവുകൾ കണക്കാക്കുക.







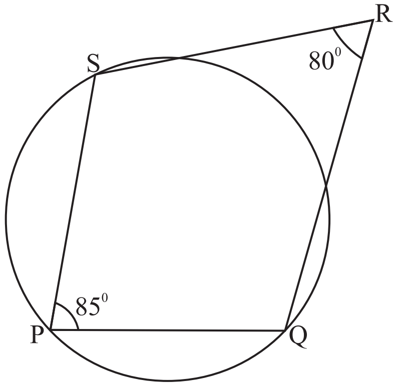
- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്. അതായത് എതിർകോണുകളുടെ തുക 180ഡിഗ്രി ആയിരിക്കും.
- ചതുർഭുജത്തിന്റെ 3 മൂലകളും വൃത്തത്തിലും നാലാമത്തെ മൂല വൃത്തത്തിന് പുറത്തുമായാൽ ആ മൂലയുടെയും എതിർമൂലയുടെയും കോണളവുകളുടെ തുക 180ഡിഗ്രിയിൽ കുറവായിരിക്കും.
- നാലാമത്തെ മൂല വൃത്തത്തിനകത്തായാൽ ആ മൂലയുടെയും എതിർ മൂലയുടെയും കോണളവുകളുടെ തുക 180 ഡിഗ്രിയിൽ കൂടുതലായിരിക്കും



നാലു മൂലകളും വൃത്തത്തിൽ

$\angle A = 110^0$

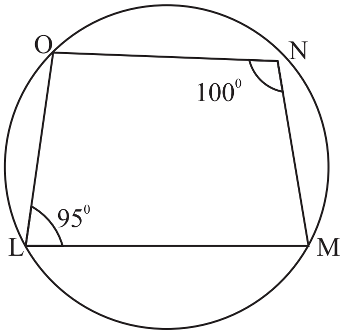
$\angle C = 180 - 110 = 70^0$



നാലാമത്തെ മൂല
വൃത്തത്തിന് പുറത്ത്

$\angle A + \angle R = 85^0 + 80^0 = 165^0$

(180^0 യിൽ കുറവ്)



നാലാമത്തെ മൂല
വൃത്തത്തിന് അകത്ത്

$\angle L + \angle N = 95^0 + 100^0 = 195^0$

(180^0 യിൽ കൂടുതൽ)

- 6 സെമീ നീളവും 4 സെമീ വീതിയും ഉള്ള ചതുരം വരച്ച് ഇതേ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.
- 7 സെമീ നീളവും 5 സെമീ വീതിയും ഉള്ള ചതുരം വരച്ച് തുല്യപരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.
- പരിവൃത്ത ആരം 2.5 സെമീ ഉം കോണുകൾ 50 ഡിഗ്രി, 70 ഡിഗ്രി ആയതുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- പരിവൃത്ത ആരം 3 സെമീ ആയ വൃത്തംവരച്ച് കോണുകൾ $27\frac{1}{2}^0$, $42\frac{1}{2}^0$ ആയതുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

(Focus Area : സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.)

$$\text{സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

ചോദ്യങ്ങൾ:

1. ഒരു പെട്ടിയിൽ 6 കറുത്ത പന്തും 4 വെളുത്ത പന്തുകളുമുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ

   a) അത് കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

   b) വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

Ans. ആകെ പന്തുകൾ = 6 + 4 = 10

കറുപ്പ് = 6 വെളുപ്പ് = 4

കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = 6/10

വെളുത്തകാനാുള്ള സാധ്യത = 4/10

2. ഒരു ചെപ്പിൽ 5 കറുത്ത മുത്തും 5 വെളുത്തമുത്തും മറ്റൊന്നിൽ 6 കറുത്തമുത്തും 4 വെളുത്തമുത്തുമുണ്ട്. ഏതെങ്കിലുമൊരു ചെപ്പിൽ നിന്നൊരു മുത്തെടുക്കണം. കറുത്തതായാൽ കളി ജയിച്ചു. ഏത് ചെപ്പിൽ നിന്നെടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്?

Ans.

ഒന്നാം ചെപ്പ് :	5 കറുപ്പ്	5 വെളുപ്പ്	10 മുത്തുകൾ
രണ്ടാം ചെപ്പ് :	6 കറുത്ത	4 വെളുപ്പ്	10 മുത്തുകൾ

ഒന്നാം ചെപ്പിൽ നിന്ന് കറുത്ത് മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = 5/10

രണ്ടാം ചെപ്പിൽ നിന്ന് കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത= 6/10

രണ്ടാം ചെപ്പിൽ നിന്ന് കറുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത ഒന്നാം ചെപ്പിനേതിനേക്കാൾ കൂടുതലായതിനാൽ കളി ജയിക്കാൻ രണ്ടാം ചെപ്പിൽ നിന്ന് എടുക്കുന്നതാണ് നല്ലത്.

3. ഒരു സഞ്ചിയിൽ 3 ചുവന്ന പന്തും 7 പച്ച പന്തുമുണ്ട്.

   മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ 8ചുവന്ന പന്തും 7പച്ചപ്പന്തുമുണ്ട്.

   a) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അതു ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

   b) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുത്താലോ?

   c) രണ്ടു സഞ്ചിയിലേയും പന്തുകൾ ഒരു സഞ്ചിയിലാക്കി അതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അതു ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

Ans.

സഞ്ചി 1 :	3 ചുവപ്പ്	7 പച്ച	ആകെ 10
സഞ്ചി 2 :	8 ചുവപ്പ്	7 പച്ച	ആകെ 15

സഞ്ചി 1ൽ നിന്നൊരു പന്ത് എടുത്താൽചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = 3/10

b) സഞ്ചി 2ൽ നിന്ന് ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത 8/15

c) 2 സഞ്ചിയിലെയും പന്തുകൾ ഒരു സഞ്ചിയിലാക്കിയാൽ

ആകെ ചുവപ്പ് = 11

ആകെ പച്ച = 14

ആകെ പന്തുകൾ 25

ഇതിൽ നിന്നൊരു പന്ത് എടുത്താൽ അത് ചുവപ്പാകാനുള്ള സാധ്യത = 11/25

4. ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യ പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു.

പറയുന്ന സംഖ്യ a) പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

b) രണ്ടക്കങ്ങളും തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്

Ans. a) രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ 10,11,12,13..................99 (90എണ്ണം)

പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങൾ 16,25,36,49,64,81 (6 എണ്ണം)

പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകാനുള്ള സാധ്യത = 6/90 = 1/15

b) രണ്ടക്കങ്ങളും തുല്യമായവ = 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99

സാധ്യത = 9/90 =1/10

5. 1 മുതൽ 50 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ഓരോ കടലാസു കഷ്ണങ്ങളിലെഴുതി ഒരു പെട്ടി യിലിട്ടുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നൊരു കടലാസെടുക്കണം. കിട്ടാൻ പോകുന്നത്

a) അഭാജ്യ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര

b) 5ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

c) 3ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

Ans. 1, 2, 3, 4 ...... 49, 50

a) 50 വരെയുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യകൾ : 2,3,5,7,11,1319,23,29,31.37,41,43,447(15 എണ്ണം)

സാധ്യത = 15/50 = 3/10

b) 50 വരെയുള്ള 5ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 (10എണ്ണം)

സാധ്യത = 10/50 = 1/5

c) 50വരെയുള്ള 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ : 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,48 (16എണ്ണം)

സാധ്യത = 16/50 = 8/25

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു സഞ്ചിയിൽ 3 ചുവന്ന മുത്തുകളും 7 പച്ച മുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ ചുവന്നമുത്തുകളും പച്ചമുത്തുകളും ഓരോന്ന് കൂടുതലാണ്. ചുവന്ന മുത്ത് കിട്ടാൻ സാധ്യത കൂടുതൽ ഏത് സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുക്കുന്നതാണ്?

2. 1 മുതൽ 25 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ഓരോ കടലാസ് കഷ്ണത്തിലെഴുതി ഒരു പെട്ടിയി ലിട്ടു. ഇതിൽ നിന്നൊരു കടലാസ് എടുത്തു. കടലാസിലെ സംഖ്യ

a) ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

b) ഒറ്റസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

ര) 3ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത

(Worked out eg: PN: 70)

ജോടികൾ

1. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1, 2, 3, 4 എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യകളെഴുതിയ 4 കടലാസ് കഷ്ണങ്ങളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1, 2, 3 എന്നീ സംഖ്യകളെഴുതിയ 3 കടലാസ് കഷ്ണങ്ങളും ഉണ്ട്. രണ്ടിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസ് എടുത്താൽ

a) കിട്ടാവുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ എത്ര?

b) ഇതിൽ രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

c) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകുന്ന സാധ്യത എന്ത്?

d) രണ്ടും ഇരട്ട സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

e) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

f) ഏതെങ്കിലും ഒന്ന് ഒറ്റ സംഖ്യയും മറ്റേത് ഇരട്ട സംഖ്യയും ആകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

g) ഏതെങ്കിലുമൊരു സംഖ്യ ഒറ്റയും മറ്റേ സംഖ്യ ഇരട്ടയും ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.

h) രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക.

Ans. a) പെട്ടി 1 : 1,2,3 പെട്ടി 2 : 1,2,3

കിട്ടാവുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ : (1, 1), (1, 2), (1, 3)
(2, 1), (2, 2), (2, 3)
(3, 1), (3, 2), (3, 3)
(4, 1), (4, 2), (4, 3)

ആകെ 4 x 3 = 12 എണ്ണം

b) 2 ഉം ഒറ്റസംഖ്യയാകുന്നവയുടെ എണ്ണം = 2 x 2 = 4

c) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = 4/12 =1/3

d) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ = 2 x1=2

e) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = 2/12=1/6

f) ഏതെങ്കിലും ഒന്ന് ഒറ്റസംഖ്യയും മറ്റേത് ഇരട്ട സംഖ്യയും ആകുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം =2x1+2x2 =2+4=6

g) സാധ്യത = 6/12

h) രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ = (1, 1), (2, 2), (3, 3)

സാധ്യത = 3/12

2. രണ്ട് പെട്ടികൾ ഒന്നിൽ 1മുതൽ 10വരെയുള്ള എണ്ണസംഖ്യകളെഴുതിയ പത്ത് കടലാസു കഷ്ണങ്ങൾ രണ്ടാമത്തേതിൽ 1മുതൽ 4 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളെഴുതിയ അഞ്ച് കടലാസ് കഷ്ണങ്ങൾ രണ്ടിൽനിന്നും ഓരോ കടലാസ് കഷ്ണം എടുത്താൽ

a) ആകെ സാധ്യമായ സംഖ്യാജോടികൾ എത്ര?

b) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

c) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

d) രണ്ടും ഇരട്ട സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

e) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

f) ഒന്ന് ഒറ്റയും മറ്റേത് ഇരട്ടസംഖ്യയും ആകുന്ന ജോടികൾ എത്ര?

g) ഇതിനുള്ള സാധ്യത കാണുക.

Ans. a) ആകെ സാധ്യമായ സംഖ്യാ ജോടികൾ = 10 x 5 = 50

b) രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ = 5 x 3 = 15

പെട്ടി 1 : 1, 2, 3, 4, ... 10 പെട്ടി 2 : 1, 2, 3, 4, 5

c) സാധ്യത = 15/50 = 3/10

d) രണ്ടും ഇരട്ട സംഖ്യയാകുന്ന ജോടികൾ = 5 x 2 = 10

e) സാധ്യത = 10/50 = 1/5

f) ഒന്ന് ഒറ്റയും മറ്റേത് ഇരട്ടയും ആകുന്ന ജോടികൾ = 5 x 2 + 5 x 3 = 10 + 15 = 25

(or ആകെയുള്ള 50ൽ നിന്ന് 2ഉം ഒറ്റയായതും 2ഉം ഇരട്ടയായതും കുറക്കുക. 50 (15 + 10) = 25)

g) സാധ്യത = 25/50 = 1/2

3. 10 A ക്ലാസിൽ 30 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളുമുണ്ട്. 10 B ക്ലാസിൽ 15 ആൺകുട്ടികളും 25 പെൺ കുട്ടികളുമുണ്ട്. ഓരോ ക്ലാസിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ തെരഞ്ഞെടുക്കണം.

a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

c) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

d) ഒരാൺകുട്ടിയെങ്കിലും ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

Ans. 10 A 30 ആൺ 20 പെൺ ആകെ = 50

10B 15 ആൺ 25 പെൺ ആകെ = 40

ആകെ സാധ്യമായ ജോടികൾ = $50 \times 40 = 2000$

a) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ = $20 \times 25 = 500$

സാധ്യത = 500/2000 = 1/4

b) രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ = $30 \times 15 = 450$

സാധ്യത = 450/2000 = 9/40

c) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമായി എടുക്കാവുന്ന ജോടികൾ = $30 \times 25 + 20 \times 15$

= 750 + 300 = 1050

സാധ്യത = 1050/2000 = 21/40

d) ഒരാൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉള്ള ജോടികൾ

ആകെ ജോടികൾ –രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ

= 2000500 = 1500

സാധ്യത = 1500/2000 = 15/20 = 3/4

e) ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉള്ള ജോടികൾ

= ആകെ ജോടികൾ –രണ്ടും ആൺ കുട്ടികളാകുന്ന ജോടികൾ

= 2000450 = 1550

സാധ്യത = 1550/2000 = 31/40

<u>ചോദ്യങ്ങൾ</u>

1. ഒരുപെട്ടിയിൽ 1, 2, 3, 4 എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യകളെഴുതിയ 4 കടലാസ് കഷ്ണങ്ങളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1, 2 എന്നീ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ 2 കടലാസ് കഷ്ണങ്ങളും ഉണ്ട്. രണ്ടിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസെടുത്താൽ

a) സാധ്യമാകുന്ന ആകെ സംഖ്യാജോടികൾ എത്ര?

b) രണ്ടും ഒറ്റ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക

c) രണ്ടും ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക.

d) ഒന്ന് ഒറ്റസംഖ്യയും മറ്റേ സംഖ്യ ഇരട്ടയും ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

e) രണ്ടും ഒരേ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

2. ഒരു കുട്ടയിൽ 50മാങ്ങയുണ്ട്, അതിൽ 20എണ്ണംപഴുത്തിട്ടില്ല. മറ്റൊരു കുട്ടയിൽ 40 മാങ്ങയുണ്ട്, 15 എണ്ണം പഴുത്തിട്ടില്ല, ഓരോ കുട്ടയിൽ നിന്നും ഓരോ മാങ്ങയെടുത്താൽ

a) രണ്ടും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b) രണ്ടും പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

c) ഒരെണ്ണമെങ്കിലും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

d) ഒരെണ്ണമെങ്കിലും പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

(Refer Page No: 77 - 78 Workout)

രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

Focus Area:

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു
- ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും ഉൾപ്പെടുന്ന വർഗ്ഗ പ്രശ്നങ്ങൾ
- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം (വർഗ്ഗത്തികവ് ഉപയോഗിച്ച്)

<u>ചോദ്യങ്ങൾ</u>

1. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം ഒരു മീറ്റർ കൂട്ടി വലുതാക്കിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് 36 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയി. ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരുവശത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരുന്നു?

Ans. ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x

വശം ഒരു മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ പുതിയ നീളം $= x+1$

പരപ്പളവ് 36 ആയതിനാൽ $(x+1)^2 = 36$

$x+1 = \sqrt{36}$

$x+1 = 6$

$x = 6 - 1 = 5$

$x = 5$

ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം $= 5m$

2. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 2 മീറ്റർ കുറച്ച് ചെറുതാക്കിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് $49m^2$ ആയി. ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം എത്ര?

Ans. ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം x എന്ന് കരുതുക

$(x - 2)^2 = 49$

$x - 2 = \sqrt{49}$

$x - 2 = 7$

$x = 7 + 2 = 9$

ആദ്യ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 9m

3. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വലിയ വശത്തിന് ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 20 മീ നീളം കൂടുതലാണ്. അതിന്റെ പരപ്പളവ് $224m^2$

എങ്കിൽ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക ?

Ans: ചെറിയവശം = x ആയാൽ

വലിയവശം = $x+20$

പരപ്പളവ് = 224 ച. മീ. ആയതിനാൽ

$$x(x+20)=224$$

$$x^2+20x=224$$

വർഗ്ഗം പൂർത്തിയാക്കുമ്പോൾ, $x^2+20x+100=224+100$

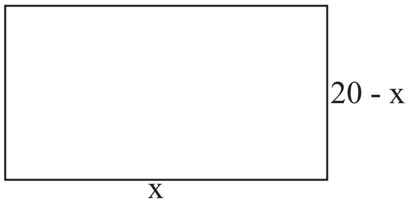
$$(x+10)^2=\sqrt{324}$$

$$x+10=18$$

$$x=18-10=8$$

ചെറിയവശം = 8m, വലിയവശം = $8+20=28m$

4. ചുറ്റളവ് 40 മീറ്ററും പരപ്പളവ് 84 ചതുരശ്രമീറ്ററും ആയ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക.



Ans. ചുറ്റളവ് =40 m

നീളം + വീതി = 20

നീളം = x ആയാൽ വീതി = 20 - x

പരപ്പളവ് = $84\ m^2$ ആയതിനാൽ

$$x(20-x)=84$$

$$20x-x^2=84$$

$$x^2-20x=-84$$

$$x^2-20x+100=-84+100$$

$$(x-10)^2=16$$

$$x-10=\sqrt{16}$$

$$x-10=4$$

$$x=4+10=14$$

നീളം = 14m , വീതി = 20-14 = 6m

5. 6 ന്റെ അടുത്തടുത്ത് രണ്ടു ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ കൂടെ 9 കൂട്ടിയാൽ 729 കിട്ടും സംഖ്യകൾ ഏവ ?

Ans. 6ന്റെ അടുത്തടുത്ത 2 ഗുണിതങ്ങൾ $x, x+6$ ആയാൽ തന്നിട്ടുള്ളതിൽ നിന്നും

$$x(x+6)+9=729$$

$$x^2+6x+9=729$$

$$(x+3)^2=729$$

$x + 3 = \sqrt{729}$

$x + 3 = 27$

$x = 27 - 3 = 24$

$x + 6 = 24 + 6 = 30$

സംഖ്യകൾ = 24, 30

6. ഒരു സംഖ്യയും അതിനോടു 2 കൂട്ടിയതും തമ്മിൽ ഗുണിച്ചപ്പോൾ 168 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ എന്തൊക്കെയാണ് ?

Ans: ഒരു സംഖ്യ x ആയാൽ മറ്റേ സംഖ്യ = $x + 2$

$x(x+2) = 168$

$x^2+2x = 168$

$x^2+2x+1 = 168+1$

$(x+1)^2=169$

$x+1=\sqrt{169}$

$x+1= +13$

$x+1=13$ ആയാൽ $x = 13 - 1=12$

$x+1=-13$ ആയാൽ $x= -13 - 1 = -14$

$x=12$ ആയാൽ മറ്റേസംഖ്യ $=12+2 =14$

$x=-14$ ആയാൽ മറ്റേസംഖ്യ $=-14+2 =-12$

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചുറ്റളവ് 60cm ഉം പരപ്പളവ് $200cm^2$ ഉം ആയ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.
2. 6ന്റെ തുടർച്ചയായ 2 ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 432 ആയാൽ സംഖ്യകൾ ഏവ?
3. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 8m നീളം കൂടുതലാണ് വലിയ വശത്തിന്. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 105 ച. മീ ആയാൽ

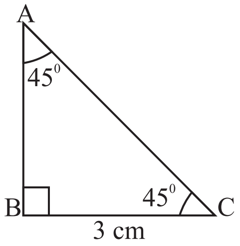
   a) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

   b) ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക.

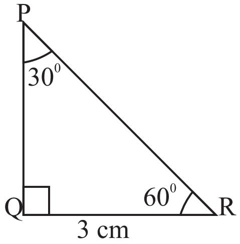
ത്രികോണമിതി

<u>പ്രധാന ആശയങ്ങൾ</u>

1. കോണുകൾ 45^0, 45^0, 90^0 ആയ ഏത് ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.
2. കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ഏത് ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.
3. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു.
4. മേൽകോൺ, കീഴ്കോൺ എന്നീ ആശയങ്ങൾ

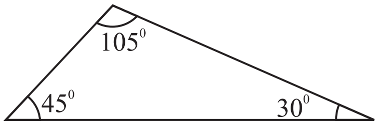


- ത്രികോണം ABCയിൽ AB, AC ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ എന്താണ് ?

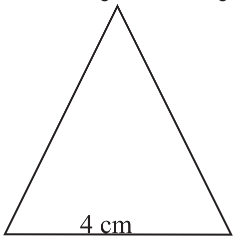


- ത്രികോണം PQRലെ PQ, PR ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

- താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



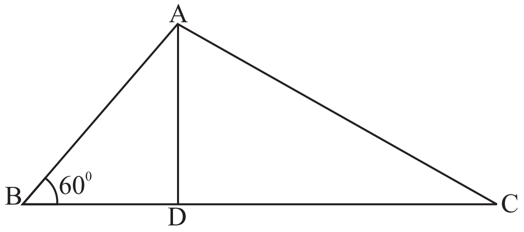
- തന്നിരിക്കുന്ന സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ത് ?



ചിത്രത്തിൽ AB=9cm, BC=15cm, $\angle B=60^0$

a) AD യുടെ നീളം കാണുക

b) $\triangle$ ABCയുടെ പരപ്പളവ് എന്ത്?



- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു ന്യൂനകോണിന്റെ അളവ് X^0 ആയാൽ

$$\text{Sinx} = \frac{\text{x ന്റെ എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}} \qquad \text{Cosn} = \frac{\text{xന്റെ സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

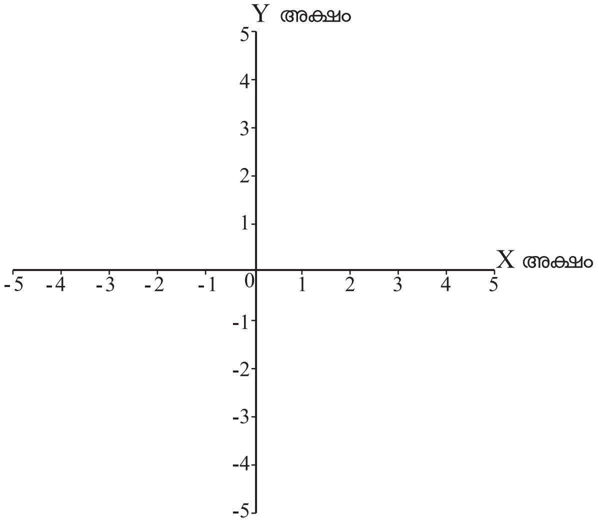
- താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവ അനുയോജ്യമായി പൂരിപ്പിക്കുക

$\sin 30^0$ = ... $\cos 30^0$ = ... $\sin 45^0$ = ...

$\cos 45^0$ = ... $\sin 60^0$ = ... $\cos 60^0$ = ...

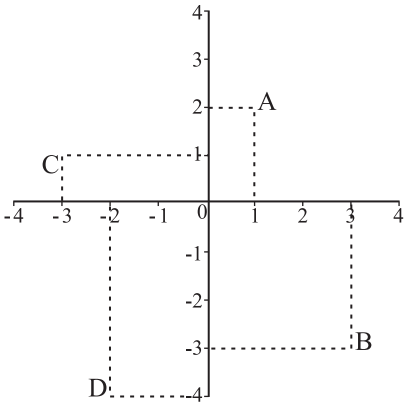
- സൂര്യൻ 45 ഡിഗ്രി മേൽകോണിലായിരുന്നപ്പോൾ ഒരു മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 8 മീറ്റർ നീളമുണ്ട്. എങ്കിൽ
  a) മരത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?
  b) സൂര്യൻ 30 ഡിഗ്രി മേൽകോണിലായാൽ ഈ മരത്തിന്റെ നിഴലിന് എന്ത് നീളമുണ്ടാകും?

സൂചകസംഖ്യകൾ



- ഒരു തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിനെ ഒരു ജോഡി സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കും. ഇതിനെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്നുപറയുന്നു. ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെ രേഖപ്പെടുത്താൻ വരയ്ക്കുന്ന പരസ്പരം ലംബങ്ങളായ വരകളെ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ എന്നുപറയുന്നു.
- ഇതിൽ വിലങ്ങനെയുള്ള വരയെ Xഅക്ഷം എന്നും കുത്തനെയുള്ള വരയെ Yഅക്ഷം എന്നും പറയുന്നു. ലംബവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവാണ് ആധാരബിന്ദു.
- അക്ഷങ്ങളിൽ വലത്തോട്ടും മുകളിലോട്ടും ഉള്ള സംഖ്യകൾ അധിസംഖ്യകളും, ഇടത്തോട്ടും താഴോട്ടുമുള്ള സംഖ്യകൾ ന്യൂനസംഖ്യകളുമായിരിക്കും.
- ഒരു തലത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിനെയും ഒരു ജോഡി സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇതിൽ ആദ്യസംഖ്യ x സൂചക സംഖ്യയും രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ Y സൂചകസംഖ്യയും ആയിരിക്കും
- ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (0, 0) ആണ്.

I ചിത്രത്തിലെ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



II. X,Y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A (2,0), B (0,4), C (3,2), D (5,0) E (5,2), F(3,1) G (0,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

  a) മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ X അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഏവ?

b) Y അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഏവ ?

c) തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏവ?

d) Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏവ ?

X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ Y സൂചകസംഖ്യകൾ 'O' ആയിരിക്കും. Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ X സൂചക സംഖ്യകൾ 'O' ആയിരിക്കും

X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ Y സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.

Y അക്ഷത്തിനുസമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ X സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.

III ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ തരം തിരിക്കുക

a) (1,0), (0,1), (2,0), (0,3), (1,0), (0,2), (0,2), (0,5), (0,1), (2,0)

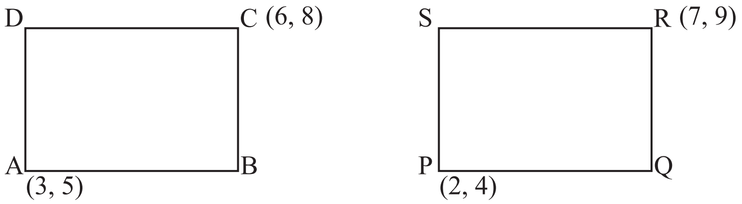
X അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ	Y അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ

III (2,3), (4,5), (5,3), (4,2), (−1,3), (4,−2), (4,0) (0,3), (−2,3), (4,−3)

X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ

Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ

IV ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിലെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. രണ്ട് മൂലകങ്ങളിലെ സൂചക സംഖ്യകൾ തന്നിട്ടുണ്ട്. മറ്റു മൂലകളിലെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.



$(X_1, Y), (X_2, Y)$ എന്നിവ X അക്ഷത്തിലെയോ അല്ലെങ്കിൽ X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളായാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1 - x_2|$ ആണ്.

(x, y_1) (x, y_2) എന്നിവ Y അക്ഷത്തിലെയോ അല്ലെങ്കിൽ Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയോ 2 ബിന്ദുക്കളായാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$ ആണ്.

ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x,y) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$ ആയിരിക്കും.

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ആയിരിക്കും.

1. (−4, 7), (8, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എന്ത്?
2. (5, 8) (5, −2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെന്ത്?
3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കളിലും അവ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

a) (0,0) (3,6)

b) (0, 0) (2, 5)

4. ചുവടെയുള്ള ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക

a) P(3,4) Q (9,12)

b) M(5,2) N (8,6)

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

eg: (3,0), (-1,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു കാണുക.

(3, 0), (-1, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{3+-1}{2}\right), \left(\frac{0+4}{2}\right)$
$= (1, 2)$

1. (3, 1), (13, 9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക?

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

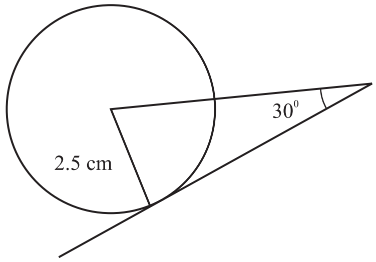
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക.

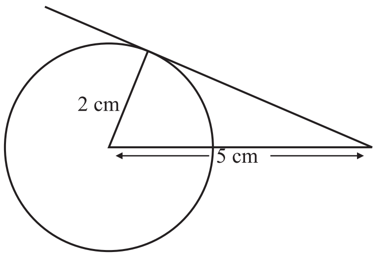
a) (2, 4), (5, 7)
b) (3, 5), (5, 9)
c) (2, 5), (4, 8)
d) (1, 0), (3, 4)
e) (-1, 2), (4, 3)
f) (2, -5), (4, 3)

തൊടുവരകൾ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.

ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ കൃത്യമായ അളവിൽ നോട്ടുബുക്കിൽ വരയ്ക്കുക.



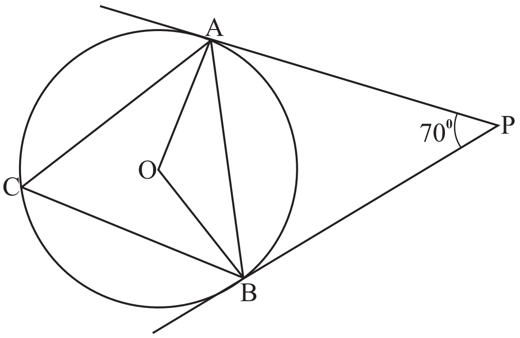


- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും ഈ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയചതുർഭുജമാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകളുടെ നീളം തുല്യമായിരിക്കും.
- വൃത്തകേന്ദ്രവും തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന ബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന വര ആരങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണിന്റെ സമഭാജിയാണ്.
- 2.5cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6.5cm അകലെ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.
- 3cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7cm അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി അതിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

ചിത്രത്തിലെ $\angle APB = 70^0$

$\angle AOB$, $\angle ACB$, $\angle PAB$

$\angle PBA$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക.



- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ട് അറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

$\angle APB=70^0$ (തന്നിട്ടുണ്ട്)

$\angle AOB = 180^0 - 70^0$

$= 1100$

$\angle ACB = 110/2 = 55^0$

$\angle PAB = \angle ACB = 55^0$

$\angle PAB = \angle PBA = 55^0$

ഘനരൂപങ്ങൾ

വൃത്തസ്തൂപിക

- പാദം വൃത്തമായ സ്തൂപികയാണ് വൃത്തസ്തൂപിക

ഒരു വൃത്താംശം വളച്ചാണ് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നത്. വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R)= സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (λ)

വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം = സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ്

പാദത്തിന്റെ ആരം $= r$

$$r = \frac{x}{360} x R$$

- ഒരു വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം 12cm കേന്ദ്രകോൺ 120^0 ആരവും ചരിവുയരവും കാണുക.
- പാദത്തിന്റെ ആരം 10 സെന്റീമീറ്ററും ചരിവുയരം 25 സെന്റീമീറ്ററുമായ വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ ഉപ യോഗിക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര ?
- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്, വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവിനോട് തുല്യമായിരിക്കും.

വക്രതലപരപ്പളവ് $= \pi r \lambda$

$r \rightarrow$ പാദത്തിന്റെ ആരം

$\lambda \rightarrow$ ചരിവുയരം

- പാദത്തിന്റെ ആരം 12 സെന്റീമീറ്ററും ചരിവുയരം 25 സെന്റീമീറ്ററും ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് എത്ര?

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ്

$= \pi r^2 + \pi r \lambda$

- പാദത്തിന്റെ ആരം 12cm ഉം ചരിവുയരം 25 സെന്റീമീറ്ററും ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കാണുക
- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = 1/3x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം $=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം 15 സെന്റീമീറ്ററും ഉയരം 40 സെന്റീമീറ്ററുമാണ്. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.
- പാദചുറ്റളവ് $25\pi cm^2$ ഉം വക്രതലപരപ്പളവ് $165\pi cm^2$ ഉം ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് എന്ത് ?
- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് 81π ചസെമീ ഉം ഉയരം 12cm ഉം ആയാൽ വ്യാപ്തം എന്ത് ?

ബഹുപദങ്ങൾ

ഒരു ബീജഗണിത വാചകം ബഹുപദമാകുന്നത് അതിൽ എല്ലാ പദങ്ങളിലും ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത് ഒരേ ചരമാകുമ്പോഴാണ്. ആ ചരങ്ങളുടെ കൃതി ന്യൂനമല്ലാത്ത പൂർണ്ണസംഖ്യയുമാകണം

ഉദാ: $x^2 - 3x + 2$

ഇതിലെ ചരം x ആയതിനാൽ ഈ ബഹുപദത്തെ P(x) കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം.

$P(x) = x^2 - 3x + 2$

ഉദാ: $x^2-1, x^2-4, x^2-7x+2, ...$ ഇവയെല്ലാം തന്നെ രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളാണ്.

10 = 2 x 5 ആയതിനാൽ 2, 5 എന്നിവയെ 10ന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു. അതുപോലെ P(x)=q(x) x r(x) ആയാൽ q(x), r(x) എന്നിവയെ P(x) ന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്ന്പറയുന്നു.

P(x)=(x-a) (x-b) എന്നതിൽ P(x) ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദമാണെങ്കിൽ P(x)ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളായ (x-a), (x-b) എന്നിവ

ഉദാ: $(x+1)(x+3) = x^2+4x+3$ എന്നതിൽ നിന്നും ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളായ x+1, x+3 എന്നിവ രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദമായ x^2+4x+3 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ഉദാ: $x^2 - 3x+2 = (x-1)(x-2)$

$P(x) = x^2-3x+2$ എന്ന രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് x-1, x-2 എന്നിവ

$P(x)= x^2-3x + 2$ എന്നതിൽ P(1) കാണുക

P(1) കാണാൻ P(x) ൽ Xന് പകരം 1 എന്ന വില കൊടുക്കുക.

$P(1) = 1^2-3 \times 1+2= 1-3+2=0$

അതുപോലെ $P(2)= 2^2-3x2+2= 4-6+2=0$

ഇതു തന്നെ മറ്റൊരു രീതിയിലും കാണാം

$P(x)=x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$ ആയതിനാൽ

P(1)=(1-1)(1-2)= ox-1=0

P(2) = (2-1)(2-2) = 1x0=0

എന്നിങ്ങനെയായാലും ഇവിടെ P(1), P(2) ഇവയുടെ വില പൂജ്യം ആണ്.

x-1, x-2 എന്നിവ P(x)ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയതുകൊണ്ടാണ് P(1)=0, P(2)=0 എന്ന് കിട്ടിയത്.

18=7 x 2 + 4

ഇതിൽ നിന്നും 18ന്റെ ഘടകമല്ല 7എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം എന്നാൽ 18–4ന്റെ ഘടകമാണ് 7

P(x) എന്ന ഒരു രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദവം x-a എന്ന ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദവും ഉണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ.

P(a)=0 ആണെങ്കിൽ x-a എന്നത് P(x) ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും.

എന്നാൽ P(a) # 0 എങ്കിൽ (P(a) യുടെ വില പൂജ്യം അല്ല എങ്കിൽ) x-a എന്നത് P(x)ന്റെ ഘടകമാകില്ല. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ x-a ഘടകമാകുന്ന മറ്റൊരു ബഹുപദം നമുക്ക് കണ്ടെത്താം. അതിനായി P(x)ൽ നിന്ന് P(a) കുറച്ചാൽ മതി.

P(x) ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദവും x-a ഒരു ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദവുമായാൽ

P(x) ന്റെ ഘടകമാണ് x-a എങ്കിൽ P(a)=0 ആയിരിക്കും.

P(a) # 0 എങ്കിൽ P(x) ന്റെ ഘടകമല്ല x-a എന്നാണ് അർത്ഥം

അപ്പോൾ P(x)-P(a) എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-a

(അതായത് P(x) ൽ നിന്ന് P(a) യുടെ വില കുറച്ചു കിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-a)

<u>ചോദ്യങ്ങൾ</u>

1. $P(x) = x^2-5x+6$ ന്റെ ഘടകമാണോ x-2 എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

   Ans. $P(2)= 2^2-5 \times 2 + 6 = 4-10+6=0$

   x-2 എന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം P(x)ന്റെ ഘടകമാണ്.

2. $P(x) = x^2 - 5x + 10$ ന്റെ ഘടകമാണോ x-2 എന്ന്പരിശോധിക്കുക. ഘടകമല്ല എങ്കിൽ x-2 ഘടകമാകുന്ന ഒരു രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദം കണ്ടെത്താമോ?

   Ans. $P(x) = x^2-5x+10$

   $P(2) = 2^2-5 \times 2+10$

   $= 4 - 10 + 10 = 4$

   $x^2-5x+10$ന്റെ ഘടകമല്ല x-2

   $x^2-5x+10$ൽ നിന്നും P(2)ന്റെ വിലയായ 4 കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-2

   മറ്റൊരു രീതിയിൽ

   $x^2-5x+10$ൽ നിന്നും ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് x-2 ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം ലഭിക്കുക?

   Ans. $P(x) = x^2-5x+10$

   $P(2)=2^2-5 \times 2+10=4-10+10=4$

   $x^2-5x+10$ ൽ നിന്നും 4 കുറച്ചാൽ x-2 ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം ലഭിക്കും.

3. x^2-3x+5 എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ x-4 എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

   ഘടകമല്ലെങ്കിൽ x^2-3x+5ൽ നിന്ന് ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് x-4 ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നതെന്ന് കണക്കാക്കുക.

   Ans. $P(a) = x^2-3x+5$

   $P(4)=4^2-3 \times 4+5 = 16-12+5 = 9$

   P(4)=0 അല്ലാത്തതിനാൽ x-4 P(x)ന്റെ ഘടകമല്ല.

   എന്നാൽ $P(x)-P(4)=x^2-3x+5-9 = x^2-3x-4$ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-4

   അതായത് x^2-3x-4 എന്ന രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-4

4. x^2+5x-7ൽ നിന്ന് ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാലാണ് x-1 ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത് ? x-1 ഘടകമായ പുതിയ ബഹുപദം കൂടെ എഴുതുക.

Ans. $P(x)=x^2+5x-7$

$P(1)=1^2+5x1-7=1+5-7=-1$ കുറക്കേണ്ട സംഖ്യ =1

$P(x)-P(1)$ ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും ഃ1

അതായത് $x^2+5x-7--1=x^2+5x-7+1=x^2+5x-6$ ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും x-1

5. $P(x)=x^2+7x+10$ ന്റെ ഘടകമാണോ x-5 എന്ന് പരിശോധിക്കുക. ഘടകമല്ലെങ്കിൽ x-5 ഘടകമാകുന്ന മറ്റൊരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം കണ്ടെത്തുക.

6. $(x-5)=x^2-8x+15$ ആയാൽ

(a) x-3, x-5 എന്നിവ $x^2-8x+15$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ .... ആണ്.

(b) $P(x)=x^2-8x+15$ എടുത്താൽ P(3), P(5) കാണുക.