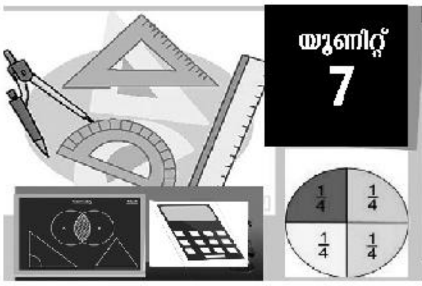
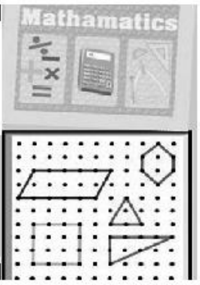


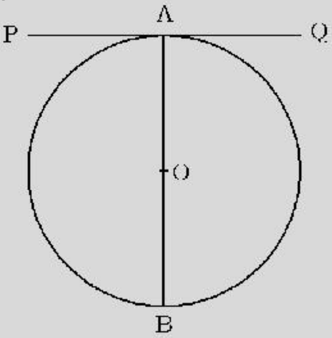
യൂണിറ്റ് 7

തൊടുവരകൾ



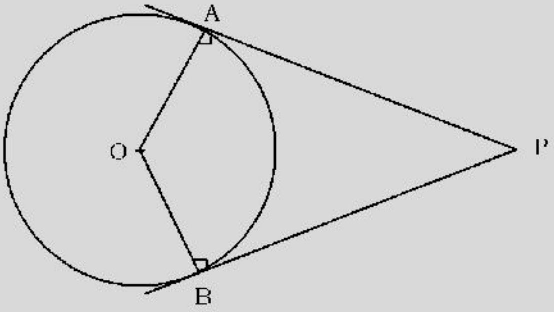
ഓർത്തിരിക്കാൻ....

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.



$AB \perp PQ$

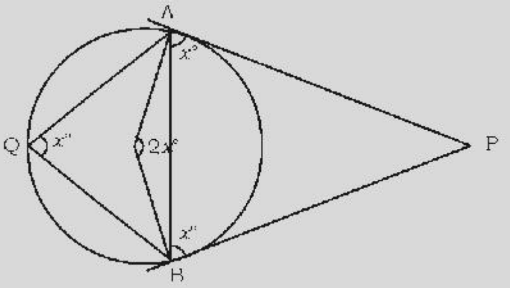
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.

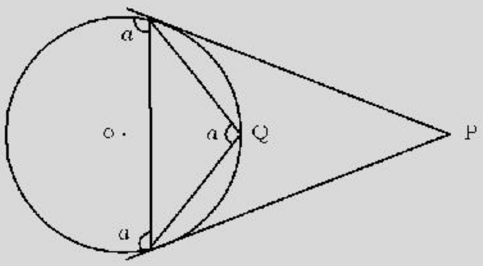


ചതുർഭുജം PAOB ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജം

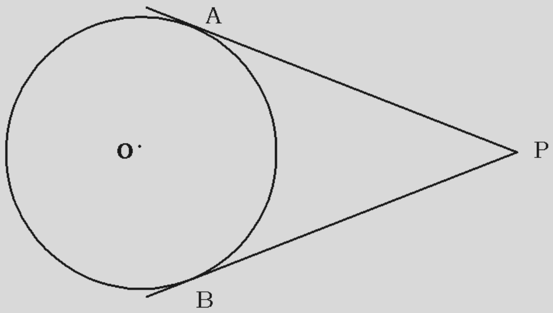
$\angle AOB + \angle P = 180°$

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകങ്ങളാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്. കൂടാതെ, ഞാണും തൊടുവരയും നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാകുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.



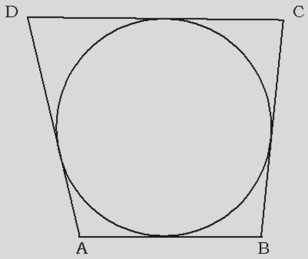


- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. അവ തുല്യനീളം ഉള്ളവയാണ്.



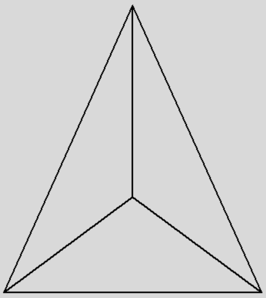
PA = PB

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാല് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ നാല് വശങ്ങളും തൊടുവരകളാകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കും.



AB + CD = AD + BC

- ഏത് ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നുവശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാം. ഈ വൃത്തത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം എന്നു പറയുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് വശങ്ങളിലേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് ആരം.



- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.

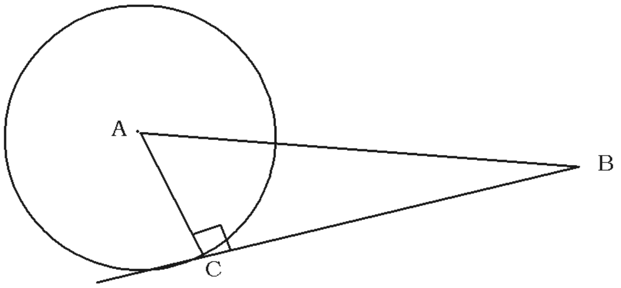
$$r = \frac{A}{S}$$

A = ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

S = ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

ചിത്രത്തിൽ BC വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെന്റിമീറ്ററും AB യുടെ നീളം 13 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. തൊടുവരയുടെ നീളം കാണുക.



ABC = ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്.

AC = 5സെ.മീ

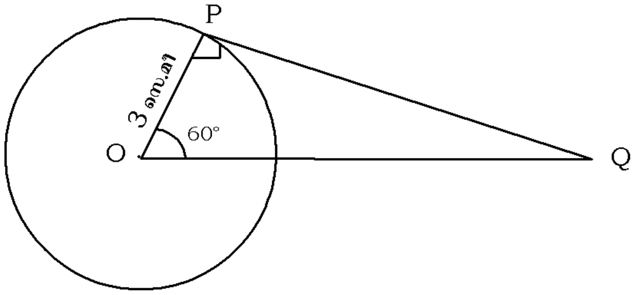
AB = 13സെ.മീ

$BC = \sqrt{\square^2 - \square^2}$

$= \sqrt{\square - \square} = \sqrt{\square} = \square$സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും PQ തൊടുവരയുമാണ്. PQവിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.



OPQ ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്.

OP = 3cm

$\angle O = 60°$

$\angle P = 90°$

$\angle Q = 30°$

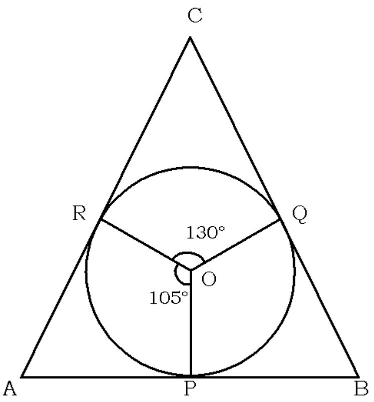
ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം ___________

അപ്പോൾ OQ = $\square$ സെ.മീ

PQ = $\square$ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

ചിത്രത്തിൽ ΔABC യിലെ എല്ലാം കോണുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.



$\angle ROQ = 130°$

$\angle ROP = 105°$

$\angle ROQ + \angle C = 180°$

$\angle C = \square°$

$\angle ROP + \angle A = 180°$

$\therefore \angle A = \square$

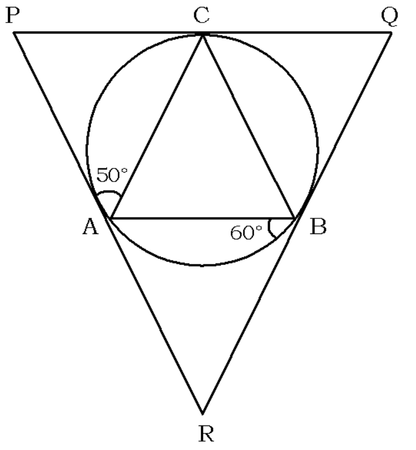
$\angle POQ = \square$

$\angle POQ + \angle B = 180°$

$\angle B = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

ചിത്രത്തിൽ ΔABC യിലെയും ΔPQR ലേയും എല്ലാ കോണളവുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.



$\angle PAC = 50°$

$\angle PCA = \square°$

$\therefore \angle P = \square°$

$\angle ABR = 60°$

$\angle BAR = \square°$

$\angle R = \square°$

$\angle Q = \square°$

$\angle PAC = 50°$

$\angle RAB = 60^0$

$\angle ACB = \angle ABR = \square$

$\angle ABC = \angle PAC = \square$

$\therefore \angle BAC = 180 - (\square + \square)$

$= \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

ചിത്രത്തിൽ ΔPQR ന്റെ പരിവൃത്തം ΔXYZ ന്റെ അന്തർവൃത്തമാണ്. ΔPQR ന്റേയും ΔXYZ ന്റേയും എല്ലാം കോണുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.

$\angle X = 60^0$

$\angle Y = 70$

$\angle Z = \square°$

$\angle X + \angle XPR + \angle XRP = 180°$

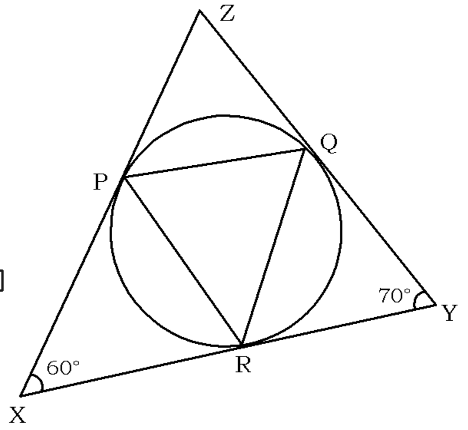
$\angle XPR = \angle XRP$

$60 + \angle XPR + \angle XRP = 180°$

$\angle XPR + \angle XRP = 180 - \square = \square$

$\angle XPR = \square°$

$\angle XRP = \square°$



$\angle Y + \angle YRQ + \angle YQR = 180°$

$\angle YRQ = \angle YQR$

$70 + \angle YRQ + \angle YQR = 180^\circ$

$\angle YRQ + \angle YQR = 180 - \square - \square$

$\angle YRQ = \square$

$\angle YQR = \square$

$\angle RPQ = \angle YRQ = \square$

$\angle PQR = \angle XRP = \square$

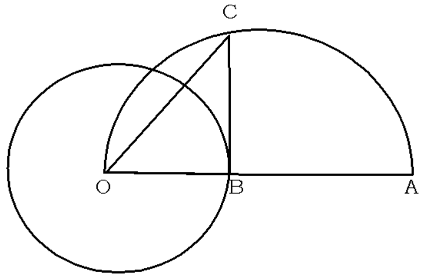
$\angle PRQ = 180 - [\square + \square] = \square$

$\angle Z = 180 - [\square + \square] = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും OA വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു 'C' യും Bയിലെ തൊടുവര BCയും ആകുന്നു. OB = 1സെ.മീ, AB = 3സെ.മീ. ആയാൽ BC. എത്ര? ΔOBC യുടെ കോണളവുകൾ എഴുതുക ?

$OB \times AB = BC^2$



$\square \times \square = BC^2$

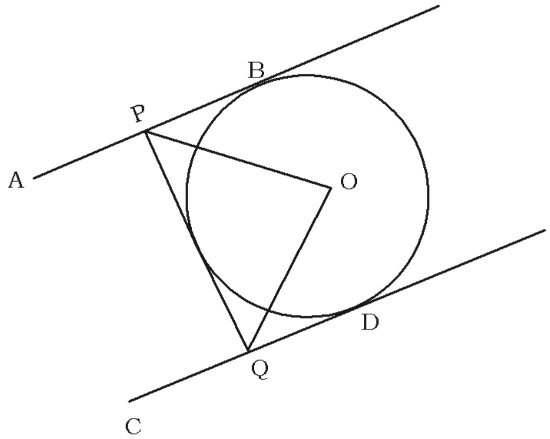
$BC^2 = \square$

$BC = \square$

OB =1 സെ.മീ . AB =3സെ.മീ BC = $\square$സെ.മീ, OC = $\square$സെ.മീ ΔOBC കോണളവുകൾ = $\square$. $\angle O = \square^\circ$, $\angle B = \square^\circ$, $\angle C = \square^\circ$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 7

'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ സമാന്തരമായ രണ്ട് തൊടുവരകളാണ് AB, CD ഇവ ഇതേ വൃത്തത്തിന്റെ മറ്റൊരു തൊടുവരയാണ് PQ. ΔOPQ ഒരു മട്ടത്രികോണമണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



AB, CD എന്നിവയും PQ വും വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. അതിനാൽ PO, QO എന്നിവ യഥാക്രമം of $\angle BPQ$, $\angle DQP$ എന്നിവയുടെ സമഭാജികളാണ്.

$\angle BPQ = 2x$, $\angle DPQ = 2y$, എന്നെടുത്താൽ AB, CD എന്നിവ സമാന്തരമായതിനാൽ

$2x + 2y = \square$

$2(x+y) =$ □

$x+ y =$ □

ആയതിനാൽ $\angle POQ =$ □°

അതായത് ΔPOQ ഒരു മട്ടത്രികോണമായിരിക്കും.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 8

ചിത്രത്തിൽ AP = 4സെ.മീ, CQ = 2.5സെ.മീ, BR = 7സെ.മീ. ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂന്ന് വശങ്ങളുടേയും നീളങ്ങൾ കാണുക.

AQ = AP = □ സെ.മീ

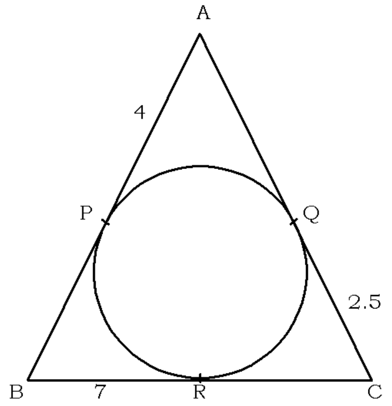
CR = □ = 2.5 സെ.മീ

□ = BR = □ സെ.മീ

AB = BP + AP = □സെ.മീ

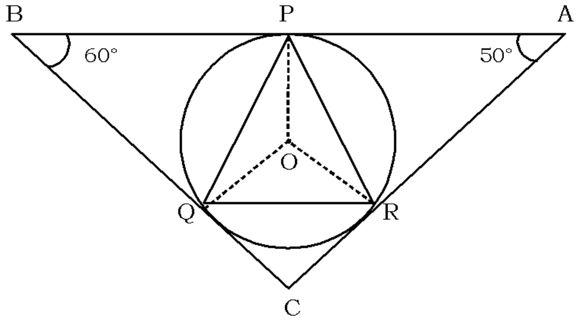
AC = AQ + QC = □സെ.മീ

BC = □ + □ = □ സെ.മീ



വർക്ക്ഷീറ്റ് - 9

ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. ത്രികോണം ABCയുടെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ P.Q. R. എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. $\angle B = 60°$ $\angle A = 50°$ ആയാൽ ΔPQR ന്റെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



ചിത്രത്തിൽ APOR, BQOP, CROQ ഇവ ചക്രീയചതുർഭുജങ്ങളാണ്.

$\angle POR =$ □ − □ = □

$\angle POQ =$ □ − □ = □

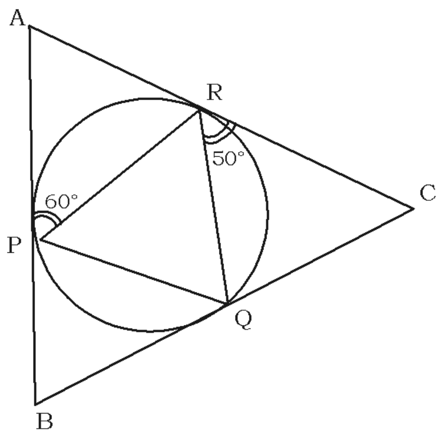
$\angle PQR =½\angle$ □ $=½×$ □ = □

$\angle PRQ = ½\angle$ □ $= ½×$ □ = □

$\angle QPR =$ □ − (□+ □) = □ − □= □

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 10

ചിത്രത്തിൽ ΔPQR ന്റെ പരിവൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. P,Q,R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണമാണ് ΔABC. ΔABC യുടെയും ΔPQR എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



ΔAPR , ΔBPQ , ΔCRQ എന്നിവ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളാണ്. APR ൽ AP= ☐

$\angle$ARP = ☐

$\angle$A = 180° – (☐+ ☐) = 180° – ☐ = ☐

ΔCRQ ൽ CR= ☐

$\angle$CQR = ☐

$\angle$C = 180° – (☐+ ☐) = 180° – ☐ = ☐

$\angle$B = 180 – ($\angle$A+$\angle$C) = 180° – (☐+ ☐) = 180° – ☐ = ☐

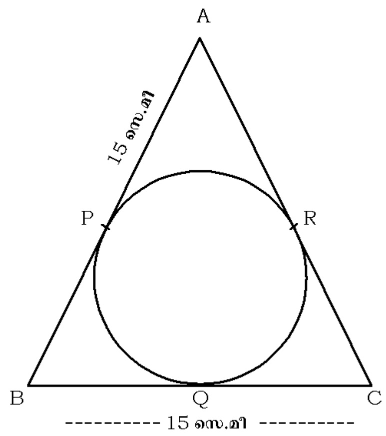
വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരു വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിനു തുല്യമാണ്.

$\angle$PQR = $\angle$☐ = ☐ $\angle$QPR = $\angle$☐ = ☐

$\angle$PRQ = 180° – ($\angle$☐+$\angle$☐) = 180° – (☐+ ☐) = 180° – ☐ = ☐

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 11

ചിത്രത്തിൽ ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. AP = 5സെ.മീ, BC= 15സെ.മീ ആയാൽ ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.



BQ = x സെ.മീ CQ =☐സെ.മീ

ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

AR = $\square$ = $\square$, BP = $\square$ = $\square$, CR = $\square$ = $\square$

ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് = $\square + \square + \square$

= $\square + \square + \square + \square + \square + \square$

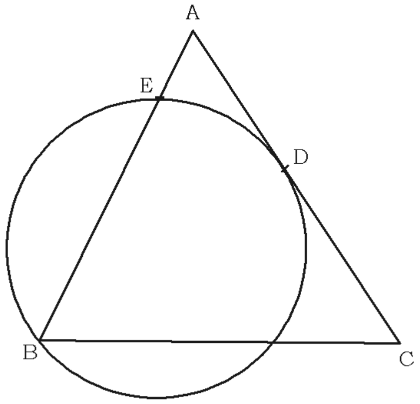
= $\square$ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 12

ΔABC യിൽ AB = AC. B യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വൃത്തം AB എന്ന വശത്തെ E ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AC എന്ന വശത്തെ വൃത്തം AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവായ Dയിൽ തൊടുന്നു. AB = 4AE എന്ന് തെളിയിക്കുക.

$AE \times AB = \square^2$

$AD = \dfrac{\square}{2}$ (AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D)



$AE \times AB = \left[\dfrac{\square}{2}\right]^2 = \left[\dfrac{\square}{2}\right]^2$ (AB = AC)

$= \left[\dfrac{\square}{4}\right]^2$

$AE = \dfrac{\square}{4}$

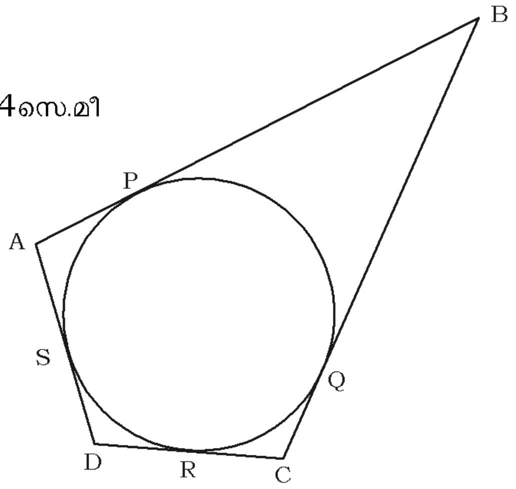
$\square = 4\,\square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 13

ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

a) AB + CD = AD + BC എന്ന് തെളിയിക്കുക

b) If AB = 12സെ.മീ, CD = 8സെ.മീ AD = 14സെ.മീ ആയാൽ BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



a) ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

AP = $\square$, BP = $\square$, CR = $\square$, DR = $\square$

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും AB + CD = $\square + \square + \square + \square$

= $\square + \square + \square + \square$

= AD + BC

b) BC = $\square + \square - \square = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 14

12സെ.മീ, 16സെ.മീ, 20സെ.മീ വശങ്ങളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം എത്ര?

$12^2+16^2 = \square + \square = \square = \square^2$

∴ ഈ ത്രികോണം ഒരു □ ത്രികോണമാണ്.

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= \square + \square + \square = \square$

ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി $= \frac{\square}{2}$ സെ.മീ = □ സെ.മീ

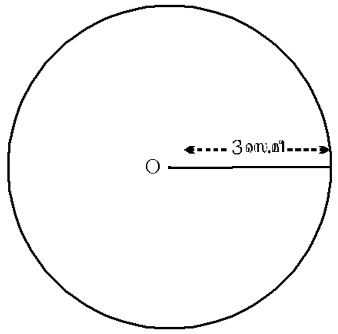
അന്തർവൃത്തം ആരം = $\frac{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$

$= \frac{\square}{\square} = \square$ സെ.മീ

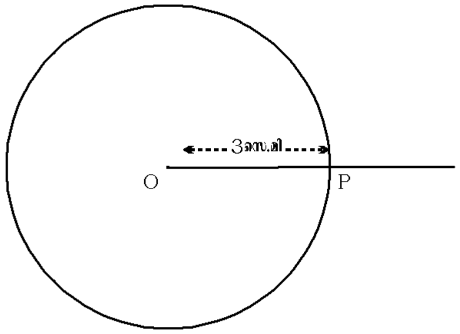
നിർമ്മിതികൾ

1. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

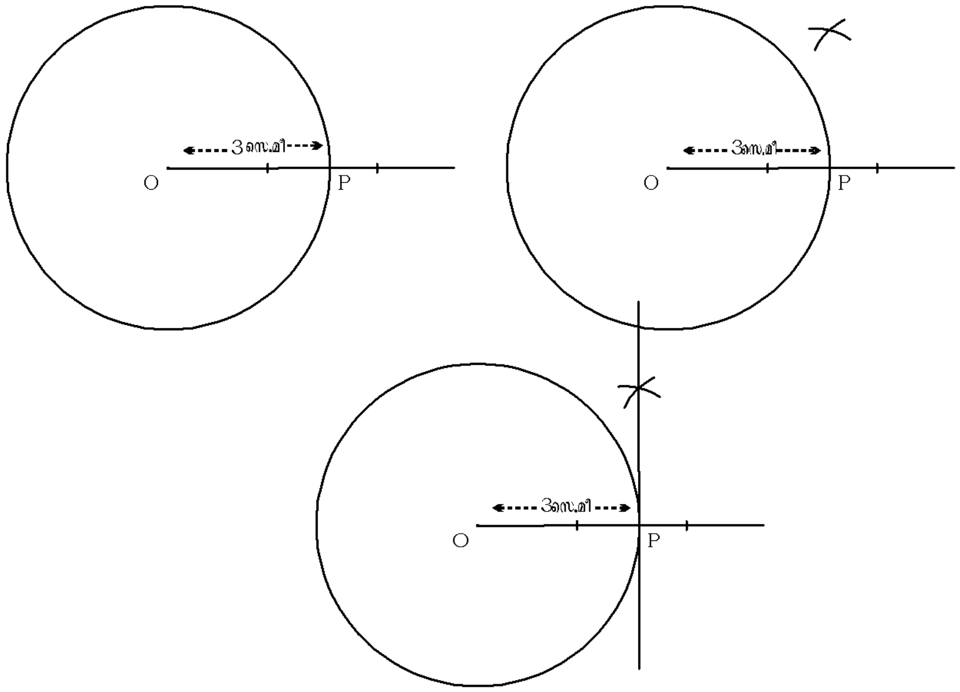
Step 1 : 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയയ്ക്കുക



Step 2 : OP എന്ന ആരത്തെ അല്പം പുറത്തേക്ക് നീട്ടുക.

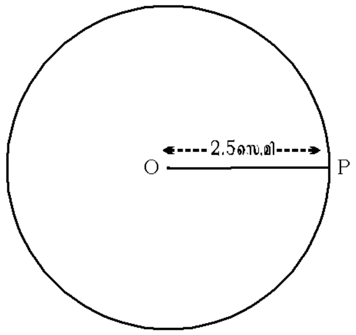


Step 3 : P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ OP ആരത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുക.

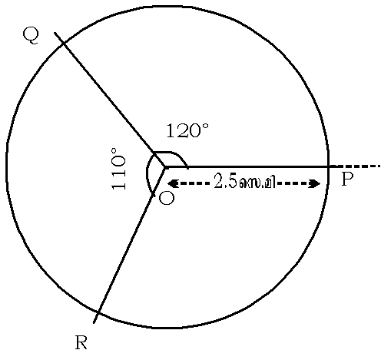


2. ആരം 2.5സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെ ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും രണ്ട് കോണുകൾ 60°, 70° ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

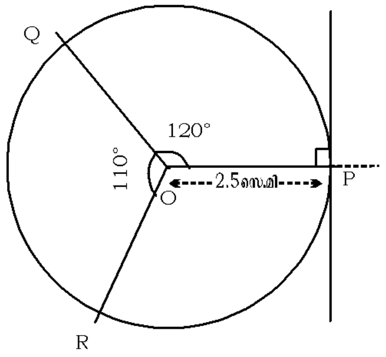
Step 1 : ആരം 2.5 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയയ്ക്കുക.



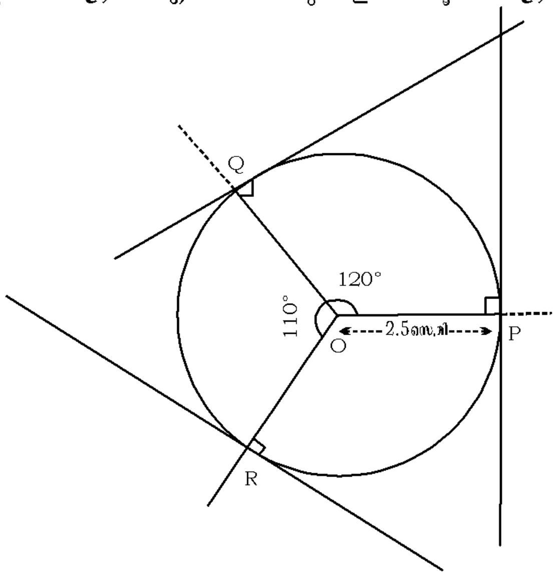
Step 2 : 120°, 110° എന്നീ കോണുകൾ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ആരങ്ങൾക്കിടയിൽ വരയ്ക്കുക



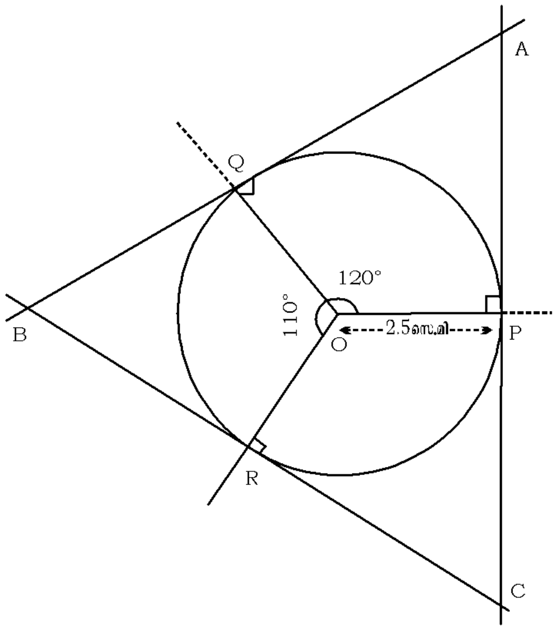
Step3 : OP എന്ന ആരത്തിന് P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം വരയ്ക്കുക.



Step 4 : Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി OQ, OR ആരങ്ങൾക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക.

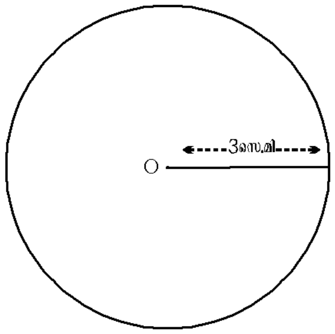


Step 5 : ലംബങ്ങൾ പരസ്പരം കൂട്ടുമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾക്ക് A,B,C എന്നീ പേരുകൾ നൽകുക.

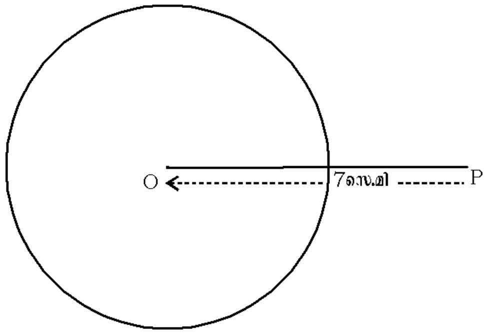


3. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരച്ച് നീളം അളന്നെഴുതുക.

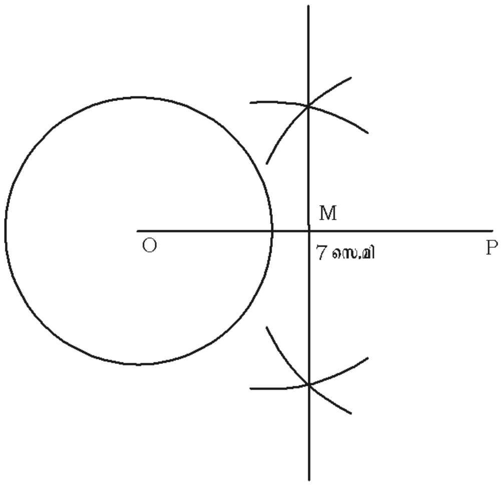
Step 1 : 3സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.



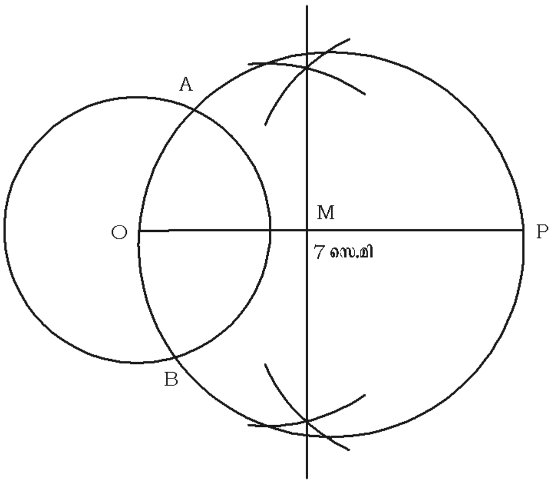
Step 2 : വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.



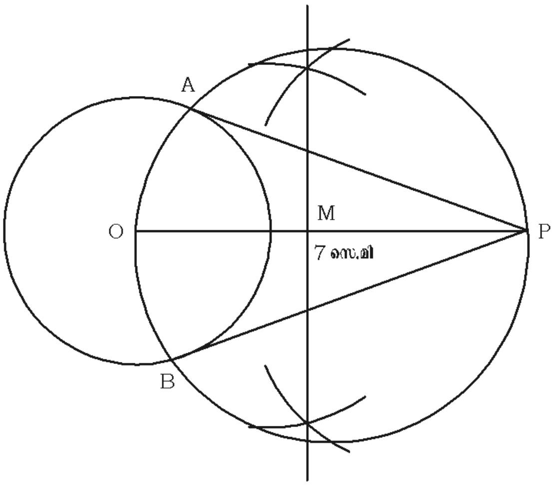
Step 3 : OPഎന്ന വരയ്ക്ക് ലംബസമഭാജി വരയ്ക്കുക.



Step 4 : M കേന്ദ്രമായും OP വ്യാസമായും വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തം ആദ്യവൃത്തത്തെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.



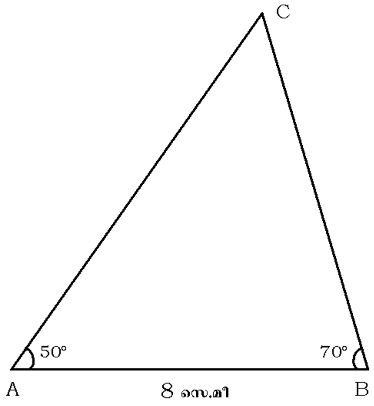
Step 5 : P എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും A യിലേയ്ക്കും B യിലേയ്ക്കും വരകൾ വരച്ച് PA , PB ഇവ അളന്നെഴുതുക.



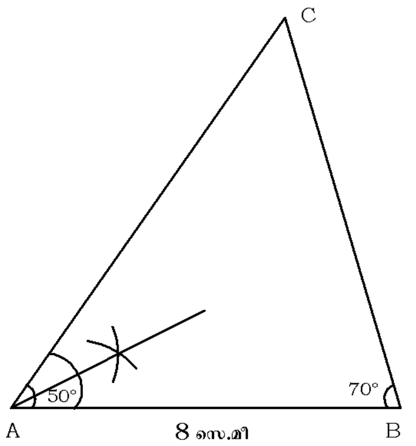
PA = 6.3സെ.മീ, PB = 6.3സെ.മീ

4. AB = 8സെ.മീ, $\angle$A = 50°, $\angle$B = 70°ആയ ത്രികോണ ABC വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.

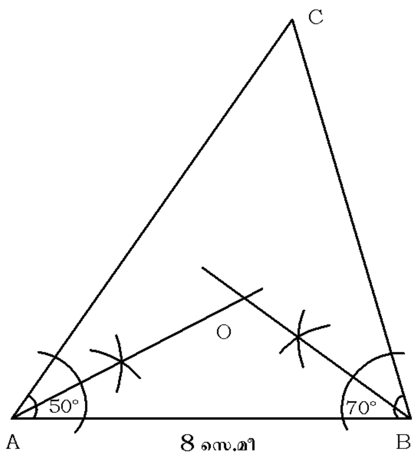
Step 1 : തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച്



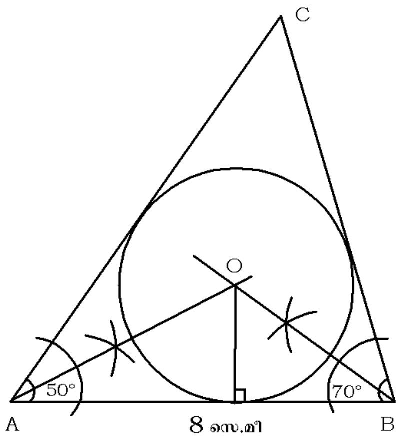
Step 2 : $\angle$Aയുടെ സമഭാജി വരയ്ക്കുക.



Step 3 : $\angle$Bയുടെ സമഭാജി വരയ്ക്കുക.



Step 4 : $\angle$A യുടെയും $\angle$Bയുടെയും സമഭാജികൾ 'O' എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. 'O' കേന്ദ്രമായും, 'O' ൽ നിന്നും ABയിലേയ്ക്കുള്ള അകലം ആരമായും ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.



ആരം = 2.2 സെ.മീ

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. 3.5 സെ.മീ ആരമായ ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, അതിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു തൊടുവര നിർമ്മിക്കുക.
2. ആരം 3 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് 6 സെന്റിമീർ അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാള്ളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. നീളം അളന്നെഴുതുക.
3. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ $50°$, $60°$ വീതമാണ്. അതിന്റെ അന്തർവൃത്തആരം 2 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
4. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മീ അകലെ Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകൾ വരച്ച് നീളം അളന്നെഴുതുക.
5. ആരം 2.5 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും കോണുകൾ $50°$, $70°$ ഉം ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

ABC ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്

AC = 5സെ.മീ

AB = 13സെ.മീ

BC = $\sqrt{13^2 - 5^2}$

= $\sqrt{169 - 25}$

= $\sqrt{144}$

= 12സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

OPB ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്

OP = 3cm

$\angle O = 60°$

$\angle P = 90°$

$\angle Q = 30°$

ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = $1 : \sqrt{3} : 2$

അപ്പോൾ OQ = 6സെ.മീ

PQ = $3\sqrt{3}$ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

$\angle ROQ = 130°$

$\angle ROP = 105°$

$\angle ROQ + RCQ = 180°$

$\therefore \angle C = 50°$

$\angle ROP + \angle RAP = 180°$

$\therefore \angle A = 75°$

$\angle POQ = 125°$

$\angle B = 55°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

$\angle PAC = 50°$

$\angle PCA = 50°$

$\angle P = 180 - (50 + 50)$

$= 180 - 100 = 80°$

$\angle ABR = 60°$

$\angle BAR = 60°$

$\angle R = 180 - (60 + 60)$

$= 180 - 120 = 60°$

$\therefore \angle Q = 40°$

$\angle PAC = 50°$

$\angle RAB = 60°$

$\angle ACB = \angle ABR = 60°$

$\angle ABC = \angle PAC = 50°$

$\angle BAC = 180 - [60+50] = 70°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

$\angle X = 60°$

$\angle Z = 70°$

$\angle Z = 180 - (65 + 70)$

$= 180 - 135 = 50°$

$\angle X = \angle XPR + \angle XRP = 180°$

$\angle XPR = \angle XRP$

$60° + \angle XPR + \angle XRP = 180°$

$\angle XPR + \angle XRP = 180° - 60° = 120°$

$\angle XPR = 60°$

$\angle XRP = 60°$

$\angle RYQ + \angle YRQ + \angle YQR = 180°$

$\angle YRQ = \angle YQR$

$70 + \angle YRQ + \angle YQR = 180$

$\angle YRQ + \angle YQR = 180 - 70 = 110°$

$\angle YRQ = \frac{110}{2} = 55°$

$\angle YQR = \frac{110}{2} = 55°$

$\angle RPQ = \angle YRQ = 55°$

$\angle PQR = \angle XRP = 60°$

$\angle PRQ = 180 - [55+60] = 65°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

$OB \times AB = BC^2$

$1 \times 3 = BC^2$

$BC^2 = 3$

$BC = \sqrt{3}$

OB = 1സെ.മീ, BC = $\sqrt{3}$ സെ.മീ, AB = 3സെ.മീ

ത്രികോണം OBC യിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം 1: $\sqrt{3}$: 2

അതുകൊണ്ട് $\angle O = 60°$

$\angle B = 90°$

$\angle C = 30°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 7

AB, PQ, CD എന്നിവ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്. PO,QO എന്നിവ യഥാക്രമം $\angle BPQ$, $\angle DQP$ എന്നിവയുടെ സമഭാജികളാണ്.

$\angle BPQ = 2x$, $\angle DPQ = 2y$, എന്നെടുത്താൽ, AB, CD യ്ക്ക് സമാന്തരമായതുകൊണ്ട്

$2x + 2y = 180°$

$2(x+y) = 180°$

$x + y = 90°$

ആയതിനാൽ, $\angle POQ = 90°$

അതായത് OPQ എന്നത് മട്ടത്രികോണമാണ്.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 8

AQ = AP = 4സെ.മീ

CR = CQ = 2.5സെ.മീ

BP = BR = 7സെ.മീ

AB = BP + AP = 11സെ.മീ

AC = AQ+QC = 6.5സെ.മീ

BC = BR + RC = 9.5സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 9

ചിത്രത്തിൽ APOR, BQOP, CROQ ഇവ ചക്രീയചതുർഭുജങ്ങളാണ്.

$\angle POR = 180° - 50° = 130°$

$\angle POQ = 180° - 60° = 120°$

$\angle PQR = ½ \angle POR = ½ × 130° = 65°$

$\angle PRQ = ½ \angle POQ = ½ × 120° = 60°$

$\angle QPR = 180° - (65° + 60°) = 130° - 125° = 55°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 10

ΔAPR, ΔBPQ ΔCRQ സമപാർശ്വ ത്രികോണങ്ങളാണ്.

ΔAPR - ൽ,

$\angle AP = AR$

$\angle ARP = 60°$

$\angle A = 180° - (60° + 60°) = 180° - 120° = 60°$

ΔCRQ - ൽ, CR = CQ

$\angle CQR = 50°$

$\angle C = 180° - (50°+50°) = 180° - 100° = 80°$

$\angle B = 180° - (\angle A+\angle C) = 180° - (60° + 80°)$ $180° - 140° = 40°$

$\angle PQR = \angle APR = 60°$
$\angle QPR = \angle CRQ = 50°$

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരു വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്തുണ്ടാക്കുന്ന കോണിനു തുല്യമാണ്.

$\angle PRQ = 180° - (\angle PQR + \angle QPR) = 180° - (60° + 50°) = 180° - 110° = 70°$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 11

BQ = x സെ.മീ, CQ = 15– x സെ.മീ.

AP = AR = 5

BP = BQ = x

ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

CR = CQ = 15 – x

ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = AB + BC + AC

= AP + BP + BQ + CQ + CR + AR

$= 5 + x + x + 15 - x + 15 - x + 5$

$= 40$ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 12

$AE \times AB = AD^2$

$AD = \frac{AC}{2}$ AC യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് D

$AE \times AB = \left[\frac{AC}{2}\right]^2 = \left[\frac{AB}{2}\right]^2 = \frac{AB^2}{4}$ [AB = AC]

$AE = \frac{AB}{4}$

$AB = 4AE$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 13

ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

a) AP = AS

BP = BQ

CR = CQ

DR = DS

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

AB + CD = AP + BP + CR + DR

= AS + BQ + CQ + DS

= AS + DS + BQ + CQ

= AD + BC

b) BC = AB + CD – AD = 12 + 8 – 14 = 20 – 14 = 6സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 14

$12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 = 20^2$

$\therefore$ ഈ ത്രികോണം ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്

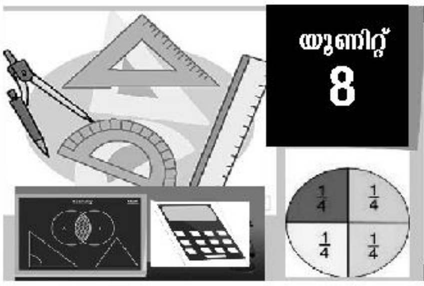
ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 6 \times 16 = 96$ ച.സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 12 + 16 + 20 = 48 സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ പകുതി = $\frac{1}{2} \times 48 = 24$ സെ.മീ.

അന്തർവൃത്തം ആരം = $\frac{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$

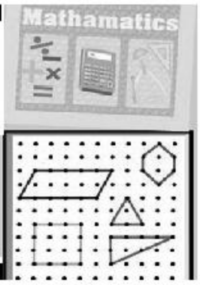
$= \frac{96}{24} = 4$ സെ.മീ.



യൂണിറ്റ് 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

$+ - \times \div$



ഓർത്തിരിക്കാൻ....

സമചതുരം

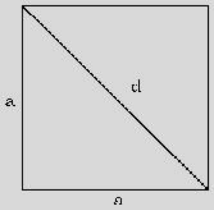
- 'a' വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

ചുറ്റളവ് = 4a

പരപ്പളവ് = a^2

വികർണത്തിന്റെ നീളം

(d) = $\sqrt{2}\,a$



- സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം d ആയാൽ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $(a) = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$

പരപ്പളവ് = $(a^2) = \dfrac{d^2}{2}$

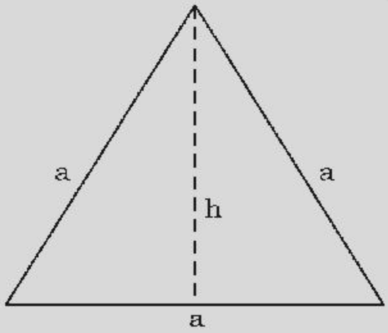
സമഭുജത്രികോണം

- 'a' വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ

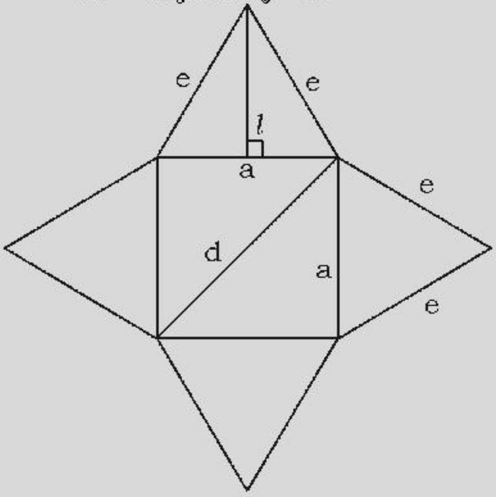
ചുറ്റളവ് = 3a

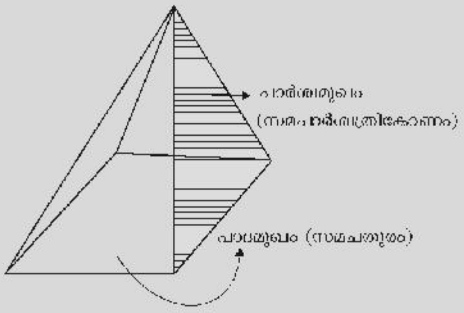
പരപ്പളവ് = $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$

ഉന്നതി (h) = $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times a$



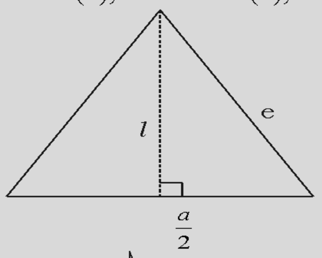
സമചതുരസ്തൂപിക





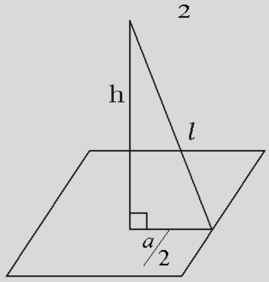
“ഒരു സമചതുരവും നാല് സമപാർശ്വത്രികോണവും ചേർന്നരൂപം”

◆ പാശ്വവക്ക് (e), പാദവക്ക് (a), ചരിവുയരം (l) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.



$$e^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$l = \sqrt{e^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$



ചരിവുയരം (l), ഉയരം (h) പാദവക്ക് (a)എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

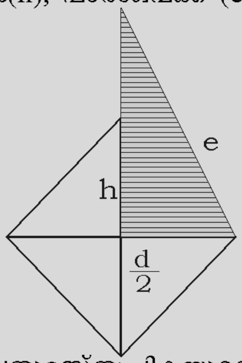
$$l^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\frac{a}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$

◆ ഉയരം(h), പാർശ്വവക്ക് (e), പാദവികർണ്ണം (d) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം



$$e^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$h = \sqrt{e^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും

പാദപരപ്പളവ് = a^2

പാദചുറ്റളവ് = 4a

ഒരു പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}al$

പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $4 \times \frac{1}{2}al = 2al$

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times$ പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം = $\frac{1}{3} \times a^2 h$

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്കും പാദവക്കും തുല്യം ആയാൽ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

$\therefore$ e = a ആയാൽ $l = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

$h = \frac{a}{\sqrt{2}}$

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $a^2 + \sqrt{3} \times a^2$

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചില അളവുകൾ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)	**പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(a/2\right)$**	**ഉയരം (h)**	**ചരിവുയരം (l)**
12	______	8	______
______	3	______	5
______	12	______	13
______	______	15	17
______	15	20	______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

പാദവികർണം (d)	**പാദവികർണത്തിന്റെ പകുതി $\left(d/2\right)$**	**പാർശ്വവക്ക് (e)**	**ഉയരം (h)**
24	______	13	______
______	9	41	______
22	______	61	______
16	______	17	______
______	12	15	______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

പാദവിവക്കിന്റെ നീളം (a)	**പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(a/2\right)$**	**ചരിവുയരം (l)**	**പാർശ്വവക്ക് (e)**
8	______	______	5
______	6	______	10
______	______	______	3
24	______	______	25
40	16	______	20

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

പാർശ്വവക്കും പാദവക്കും തുല്യമായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഒരു വക്കിന്റെ നീളം 6 സെ. മീ ആയാൽ ചരിവുയരം, ഉയരം ഇവ കാണുക.

$a =$ ________ സെ.മീ.

$l = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ ______

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ ______

$=$ ____ $\sqrt{3}$ സെ.മീ.

$h = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\text{—}}{\sqrt{2}}$

$=$ ____ $\sqrt{2}$ സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 12സെ.മീ ചരിവുയരം 15 സെ.മീ ആയാൽ പാർശ്വമുഖങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്, ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്നിവ കാണുക.

a = ________ cm

l = ________ cm

പാദപരപ്പളവ് (a^2) = ________

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2al = ________

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = a^2 + 2al ________ + ________

= ________ cm^2

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

40സെ.മീ നീളവും 34 സെ.മീ വീതിയുമുള്ള ഒരു പേപ്പറിൽ നിന്നും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ മധ്യഭാഗത്തിൽ നിന്നും ഒരു ഭാഗം വെട്ടി എടുക്കുന്നു. എങ്കിൽ വെട്ടി എടുത്ത ഭാഗം മടക്കി ഒട്ടിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ആകൃതിയുടെ പേര് എന്ത്? വെട്ടി എടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

ഘനരൂപത്തിന്റെ പേര് = ...

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

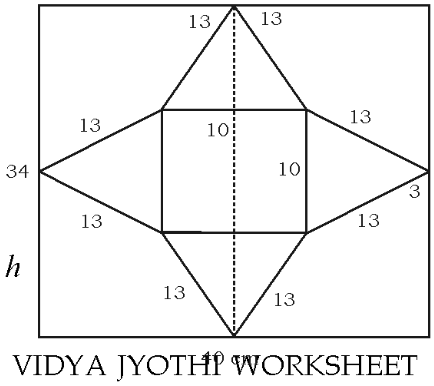
= ________^{2} = ________ ച. സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം = $\sqrt{(\ )^2 - (\ )^2}$

= $\sqrt{\rule{2cm}{0.4pt}}$

= സെ.മീ.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times b \times h$



$= \frac{1}{2} \times$ ____ $\times$ ____

= ______ ച. സെ.മീ.

വെട്ടിഎടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് = ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= ______ + 4 × ______

= ______ + ______ = ______ ച. സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 10 സെ.മീ ഉയരം 30 സെ.മീ ആയാൽ ഈ പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും. ഇതേ പാദപരപ്പളവും ഉയരവും ഉള്ള സമചതുരസ്താംഭാകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

a = ________ സെ.മീ.

h = ________ സെ.മീ.

$v = \frac{1}{3} a^2h$

= ________ × ________

= ________ ച. സെ.മീ.

സമചതുരാകൃതിലുള്ള പാത്രിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളം = $\frac{V}{1000}$ ലിറ്റർ

= .... ലിറ്റർ

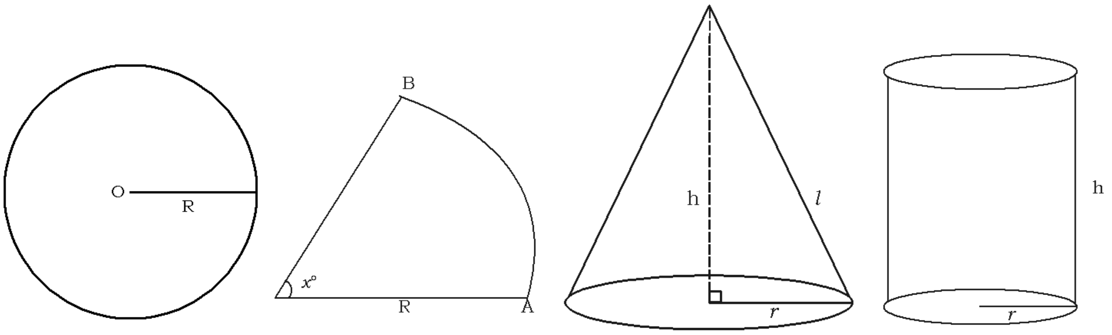
സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = ________ × സമചതുരസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

സമചതുരസ്തംഭത്തിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ അളവ് = ________ × സമചതുരസ്തൂപിക കൃതിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ അളവ്

= ________ × ________

= .... ലിറ്റർ

വൃത്തസ്തൂപിക



വൃത്തം

R ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πR^2

സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് (വൃത്ത പരിധി) = $2\pi R$

സെക്ടർ (വൃത്താംശം)

AB എന്ന ചാപത്തിന്റെ നീളം = $\frac{x}{360} \times 2\pi R$

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{x}{360} \times \pi R^2$

വൃത്താംശത്തെ വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ആക്കുമ്പോൾ

h r‾ mwi ‾ ns â B cw (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (l)

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ്

$$\frac{x}{360} = \frac{r}{R} \text{ OR } \frac{x}{360} = \frac{r}{l}$$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h), ചരിവുയരം (l), ആരം (r) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും

പാദപരപ്പളവ് = πr^2

പാദചുറ്റളവ് = $2\pi r$

വക്രതലപരപ്പളവ് = πrl

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi rl$

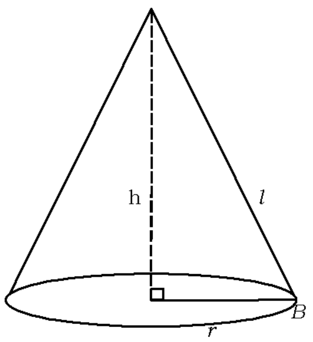
വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$$r = \sqrt{l^2 - h^2}$$



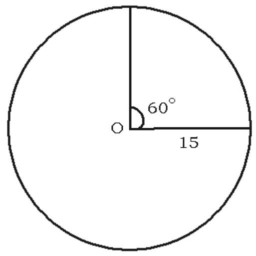
വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

പാദവ്യാസം (d)	പാദആരം (r)	ഉയരം (h)	ചരിവുയരം (l)
____	3	4	____
____	____	8	10
40	____	15	____
____	12	9	____
____	8	____	17
____	30	40	____

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

24 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും 60° കേന്ദ്രകോണിൽ വൃത്താംശം വെട്ടി എടുത്ത് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ താഴെ പറയുന്നവ കാണുക.



1) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (l) ________

2) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം (r) ________

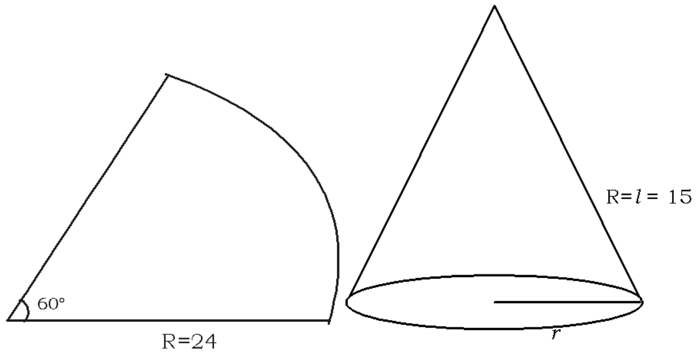
$l = R = 24cm$

$\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{__}{360} = \frac{r}{__}$

r = _____ × _____

r = _____



വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം 20 സെ.മീ. ഉയരം 15 സെ.മീ ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര?

r = 20cm

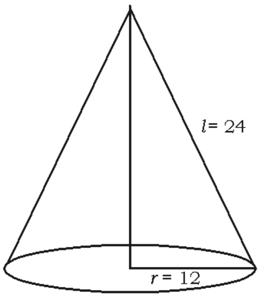
h = 15cm

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times$ _____ $\times$ _____

= ______ π ഘ. സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 11



ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ആക്കിയപ്പോൾ

അതിന്റെ ചരിവുയരം 24 സെ.മീ ഉം പാദ ആരം
12 സെ.മീ ഉം ആയാൽ വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(v) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ....

$\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{x}{360} = \frac{____}{____}$

$\therefore \quad x = \frac{360}{.......}$ = ________

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പരളവ്

$= \pi r l$

$= \pi \times$ _____ $\times$ _____

= _____ച. സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാസം 20 സെ.മീ ഉയരം 30 സെ.മീ ആണ്. ഇതിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര? ഇതിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക വെട്ടി എടുത്താൽ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്ര? ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെയും വൃത്തസ്തൂപികയുടെയും വ്യാപ്തത്തിന്റെ അംശബന്ധം എത്ര?

<u>വൃത്തസ്തംഭം</u>

r = 10cm, h = 30cm

സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times$ _____ $\times$ _____

= ______ π ഘ. സെ.മീ.

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = _____ $\times$ സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം

= ________ $\times$ ________

= ________ഘ. സെ.മീ

ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = ________ π = ________ π = ________ π ഘ. സെ.മീ

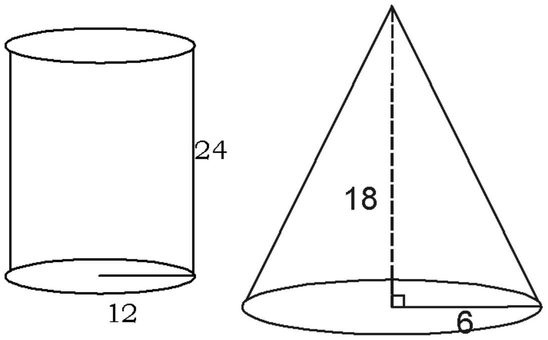
സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തവും വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും = ________ π ഘ. സെ.മീ

തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = ________ : ________

വർക്ക്ഷീറ്റ് 13

ഇരുമ്പ് കൊണ്ടുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം 24 സെ.മീ, പാദആരം 12 സെ.മീ ആണ് ഇതിനെ ഉരുക്കി 6 സെ.മീ ആരവും 18 സെ.മീ ഉയരമുള്ള എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം.

സിലിണ്ടർ



r = 12cm, h = 24 സെ.മീ

V = $\pi r^2 h$

= $\pi \times$ ____$^2 \times$ ____

= $\pi \times$ ____ $\times$ ____ $\times$ ____

വൃത്തസ്തൂപിക

r = 6 സെ.മീ, h = 18 സെ.മീ.

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

= $\frac{1}{3} \times \pi \times$ ____ $\times$ ____

= $\frac{1}{3} \times \pi \times$ ____ $\times$ ____ $\times$ ____

= $\pi \times$ ____ $\times$ ____ $\times$ ____

വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ എണ്ണം = $\dfrac{\text{സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം}}$

= $\dfrac{\pi \times ____ \times ____ \times ____}{\pi \times ____ \times ____ \times ____}$

= ____________

വർക്ക്ഷീറ്റ് 14

ചുവടെ കൊടുക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

Sl. No	ചരിവുയരം l	ഉയരം h	ആരം r	വക്രമുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
1	5	__	3	______	______	______
2	15	9	__	______	______	______
3	__	16	12	______	______	______
4	25	__	20	______	______	______
5	__	24a	18a	______	______	______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 15

ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം 16 സെ.മീ ഉം ചരിവുയരം 20 സെ.മീ ആണ്. ചുവടെ കൊടുക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

a) പാദപരപ്പളവ്

b) വക്രതലപരപ്പളവ്

c) ഉപരിതലപരപ്പളവ്

d) വ്യാപ്തം

a) ഉയരം (h) = ______

ചരിവുയരം (l) = ______

ആരം (r) = $\sqrt{l^2 - h^2}$

= ______ = ______

പാദപരപ്പളവ് = πr^2

= $\pi \times$ _____ $\times$ _____

= ______

b) വക്രതലപരപ്പളവ് =

c) ഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + വക്രതലപരപ്പളവ്

= ______ + ______ = ______

d) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

= ______ = ______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 16

12 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും വെട്ടിയെടുത്ത 60° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം വളച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ചുവടെ കൊടുക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

a) ചരിവുയരം

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം

c) വക്രതലപരപ്പളവ്

a) ചരിവുയരം (I) = വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = ______

b) $x = 60^\circ$

$$\frac{r}{I} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{r}{12} = \frac{60}{360}$$

r × ______ = ______ ×______

r = ______ സെ.മീ.

c) വക്രതലപരപ്പളവ് = πrl = ______ ×______×______ = ______ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 17

പാദത്തിന്റെ ആരം 10 സെ.മീ ഉം ചരിവുയരം 25 സെ.മീ ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

ചരിവുയരം (l) = ______

പാദആരം (r) = ______

കേന്ദ്രകോൺ $= x$

$$\frac{r}{I} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{______}{______} = \frac{x}{360}$$

x = ______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 18

ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് പാദആരം 15 സെ.മീ ഉം ചരിവുയരം 25 സെ.മീ ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ചുവടെ കൊടുക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = ______

l = ______

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = x എന്നിരിക്കട്ടെ

$$\frac{r}{l} = \frac{x}{360}$$

$x \times$ ______ = ______ $\times$ ______

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = h ആയാൽ

$h = \sqrt{l^2 - r^2}$

= ________

= ________

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

= ________

ഗോളം

ഒരു ഗോളത്തെ കൃത്യം പകുതിയായി മുറിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും വ്യാസവുമൊക്കെയാണ് ഗോളത്തിന്റെയും കേന്ദ്രവും ആരവും വ്യാസവും. ഗോളത്തിന് ഒരു മുഖം മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

ആരമായ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

അർധഗോളം

ഒരു ഗോളത്തെ 2 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളെയാണ് അർധഗോളങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നത്. ഒരു അർധഗോളത്തിന് രണ്ട് മുഖങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഒരു പരന്നമുഖവും ഒരു വക്രമുഖവും. 'r' ആരമായ ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$

വർക്ക് ഷീറ്റ് - 19

ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഗോളത്തിന്റെ ആരം 9 സെ.മീ ആയാൽ

a) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക

b) വ്യാപ്തം കാണുക

ആരം = r = $\square$

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $4\pi \times r^3 = 4\pi \times \square$

= $\square$ ച.സെ.മീ

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi \times r^2 = \frac{4}{3}\pi \times \square$

= ഘന.സെ.മീ

വർക്ക് ഷീറ്റ് 20

12 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കാണുക.

അർധഗോളത്തിന്റെ ആരം r = $\square$

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi \times r^2$

= $3\pi \times \square$

= $\square$

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi \times r^2$

= $\frac{2}{3}\pi \times \square$

= $\square$ ഘന.സെ.മീ

വർക്ക് ഷീറ്റ് 21

കട്ടിയായ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 120 ച.സെ.മീ. അത് മുറിച്ച് രണ്ട് അർധഗോളങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോന്നിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്തായിരിക്കും?

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\square$

$4\pi r^2 = \square$

$\pi r^2 = \square$ ച.സെ.മീ

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

= $3\square$

= $\square$ച.സെ.മീ

വർക്ക് ഷീറ്റ് 22

വക്കുകളുടെയെല്ലാം നീളം 8 സെ.മീ ആയ ഒരു സമചതുരക്കട്ടയിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം = സമചതുരക്കട്ടയുടെ ഒരു വക്കിന്റെ നീളം = $\square$ സെ.മീ

ഗോളത്തിന്റെ ആരം r = $\square$ = സെ.മീ

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 4\pi r^2$

$= 4\pi \times \square$

$= \square = \square$ ച.സെ.മീ

വർക്ക് ഷീറ്റ് 23

രണ്ട് ഗോളങ്ങളുടെ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 :3 ആണെങ്കിൽ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $\square$

ഒന്നാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ആരം = 2r ആയാൽ

രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ആരം = $\square$

ഒന്നാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi \times (2r)^3$

രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi \square$

വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $\frac{4}{3}\pi\ (2r)^3 : \frac{4}{3}\pi\ (3r)^3$

$= (2r)^3 : (3r)^3$

$= 8r^3 : 27r^3$

$= \square : \square$

വർക്ക് ഷീറ്റ് 24

ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ നീളം 10 സെ.മീ ഉം ആരം 4 സെ.മീ ഉം ആണ്. ഇത് ഉരുക്കി 2 സെ.മീ ആരമുള്ള എത്ര ഗോളങ്ങളുണ്ടാക്കാം.

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = $\square$ സെ.മീ

ഉയരം = h = $\square$ സെ.മീ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times \square \times \square$

$= \pi \times \square$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളം

ആരം = r = $\square$ സെ.മീ

ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times \square$

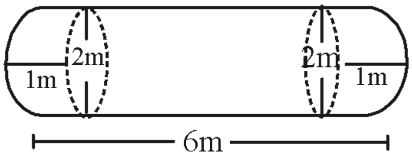
$= \frac{4}{3}\pi \times \square$

$= \square$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{\text{വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}} = \frac{\square}{\square} = \square$

വർക്ക് ഷീറ്റ് 25

ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും?



ഒരു വൃത്തസ്തംഭവും രണ്ട് അർധഗോളങ്ങളും ചേർന്ന രൂപമാണിത്.

അർധഗോളം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^2 = \frac{2}{3} \times \pi \times \square$

$= \frac{2}{3}\pi$ ഘന. മീ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

ഉയരം = h = 6 ___ (1 +1)

= 6 ___ $\square$

= $\square$ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times \square \times \square$

= $\square$ ഘന.മീറ്റർ

പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം

= 2 അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + വൃത്തം സ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 2 \times \square + \square$

$= \frac{4}{3}\pi + 4\pi$

$= \frac{4}{3}\pi + 4\pi$

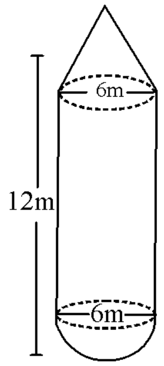
$= \frac{4}{3}\pi + \frac{12\pi}{3}$

$= \square$ ഘന.മീറ്റർ

$= \frac{16\pi}{3} \times 1000$ ലിറ്റർ

$= \square$ ലിറ്റർ

വർക്ക് ഷീറ്റ് 26



ഒരു ബോയ്‌ലറിന്റെ ആകൃതി ചിത്രത്തിലേത് പോലെ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ അഗ്രങ്ങളിൽ വൃത്തസ്തൂപികയും അർധഗോളവും ഘടിപ്പിച്ചതാണ്. ആകെ ഉയരം 12 സെ.മീ, വ്യാസം 6 മീറ്റർ. വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ മാത്രം ഉയരം 6 മീറ്റർ ആണ്.

a) സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

b) ബോയ്‌ലറിന്റെ ഉള്ളളവ് എത്ര ലിറ്റർ ആണ്?

a) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം = 12 – (6+ 3)

$= 12 - \square$

$= \square$ മീറ്റർ

b) ഒരു വൃത്തസ്തംഭവും ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ഒരു അർധഗോളവും ചേർന്ന രൂപമാണിത്.

വൃത്ത സ്തൂപിക

ആരം = r = $\square$ മീറ്റർ

ഉയരം = h = $\square$ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi \times \square \times \square$

$= \frac{1}{3}\pi \times \square$

$= 9\pi$ ഘന.മീറ്റർ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = ☐ മീറ്റർ

ഉയരം = h = ☐ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times ☐ \times ☐$

$= 54\ \pi$ ഘന.മീറ്റർ

അർധഗോളം

ആരം = r = ☐ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi \times ☐$

= ☐ ഘന.മീറ്റർ

ബോയിലിന്റെ ആകെ വ്യാപ്തം = വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 9\pi + 54\pi + 18\pi$

= ☐ ഘന.മീറ്റർ

= 81×1000 ലിറ്റർ = ☐ ലിറ്റർ

ഉത്തരങ്ങൾ

സമചതുരസ്തൂപിക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

I

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{a}{2}\right)$	ഉയരം (h)	ചരിവുയരം (*l*)
12	6	8	10
6	3	4	5
24	12	5	13
16	8	15	17
30	15	20	25

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

പാദവികർണം (d)	പാദവികർണത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{d}{2}\right)$	പാർശ്വവക്ക് (e)	ചരിവുയരം (l)
24	12	13	15
18	9	41	40
22	11	61	60
16	8	17	15
24	12	15	9

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

പാദവിവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{a}{2}\right)$	ചരിവുയരം (l)	പാർശ്വവക്ക് (e)
8	4	3	5
12	6	8	10
24	12	5	13
40	20	15	25
32	16	12	20

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

a = 6 സെ.മീ.

$$l = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \qquad h = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \qquad = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{3} \qquad = 3\sqrt{2}$$ സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

a = 12 സെ.മീ.

l = 15 സെ.മീ.

പാദപരപ്പളവ് (a^2) = 12^2 = 144 ച.സെ.മീ.

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2al = 2×12×15= 360 ച.സെ.മീ.

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$ = 144+ 360 = 504 ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

ഘനരൂപത്തിന്റെ പേര് = സമചതുരസ്തൂപിക

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

$= 10^2 = 100$ ച.സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം $= \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25}$

$= \sqrt{144} = 12$ സെ.മീ.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 10 \times 12$

$= 5 \times 12 = 60$ ച.സെ.മീ.

വെട്ടിയെടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് $= 100 + 4 \times 60$

$= 100 + 240 = 340$ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

a = 10 സെ.മീ.

h = 30 സെ.മീ.

$v = \frac{1}{3} a^2 h = \frac{1}{3} \times 100 \times 30$

$= 100 \times 10$

$= 1000$ ഘന.സെ.മീ.

സമചതുരാകൃതിലുള്ള പാത്രിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളം $= \frac{1000}{1000}$ ലിറ്റർ

= 1 ലിറ്റർ

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= 3 \times 1000 = 3000$ ഘന.സെ.മീ.

സമചതുരസ്തൂപികാകൃതിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ ഉള്ളളവ് $= 3 \times 1 = 3$ ലിറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

പാദവ്യാസം (d)	പാദആരം (r)	ഉയരം (h)	ചരിവ് ഉയരം (l)
6	3	4	5
12	6	8	10
40	20	15	25
24	12	9	15
16	8	15	15
60	30	40	50

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

(a) 1 = R = 24 സെ.മീ.

(b) $\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{60}{360} = \frac{r}{24}$

$\frac{1}{6} = \frac{r}{24}$

$6 \times r = 24 \times 1$

$r = \frac{24}{6}$ = 4 സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

r = 20 സെ.മീ.

h = 15 സെ.മീ.

$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 20^2 \times 15$

$= \pi \times 400 \times 5$

$= 2000 \pi \text{ cm}^3$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 11

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവ് ഉയരം

b) $\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{x}{360} = \frac{12}{24}$

$\frac{x}{360} = \frac{1}{2}$

$2 \times x = 360 \times 1$

$x = \frac{x}{360} = 180^0$

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്

$= \pi rl$

$= \pi \times 12 \times 24$

$= 288\,\pi \text{cm}^2$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

r = 10 സെ.മീ. h = 30 സെ.മീ.

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 10^2 \times 30$

$= \pi \times 100 \times 30$

$= 3000\pi \text{cm}^3$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times 3000\ \pi$

$= 1000\,\pi cm^3$

ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3} \times 3000\ \pi$

വ്യാപ്തം $= 2000\,\pi cm^3$

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തവും വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$= 3000\,\pi : 1000\,\pi$

$= 3 : 1$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 13

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 12^2 \times 24$

$= 3456\,\pi \text{ cm}^3$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 18$

$= 216\,\pi$

$$\frac{\text{വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം}} = \frac{3456\pi}{216\pi} = 16$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 14

ചുവടെ കൊടുക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

SI. No	ചരിവുയരം l	ഉയരം h	ആരം r	വക്രമുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
1	5	4	3	15π	24π	12π
2	15	9	12	180π	32π	43π
3	20	16	12	240π	384π	76π
4	25	15	20	500π	900π	2000π

വർക്ക്ഷീറ്റ് 15

2. a) ഉയരം (h) = 16 സെ.മീ.

ചരിവുയരം (l) = 20 സെ.മീ.

ആരം (r) = $\sqrt{I^2 - h^2}$

$= \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{400-256}$

$= \sqrt{144} = 12$

പാദപരപ്പളവ് = πr^2

$= \pi \times 12 \times 12 = 144\pi$ ച.സെ.മീ.

b) വക്രതലപരപ്പളവ് = $\pi r l$

$= \pi \times 12 \times 20 = 240\pi$ ച.സെ.മീ.

c) ഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + വക്രതലപരപ്പളവ്

$= 144\pi + 240\pi = 384$ ച.സെ.മീ.

d) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 16$

$= 768\pi$ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 16

a) l = 12 സെ.മീ.

b) $x = 60°$

$r \times 360 = 12 \times 360$

$r = \frac{12 \times 60}{360} = 2$ സെ.മീ.

c) വക്രതലപരപ്പളവ് = $\pi r l = \pi \times 2 \times 12 = 24\pi$ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 17

ചരിവുയരം (l) = 25 സെ.മീ.

പാദആരം (r) = 10 സെ.മീ.

കേന്ദ്രകോൺ $= x$

$$\frac{10}{25} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{10 \times 360}{25} = 144^\circ$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 18

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $R = l = 25$ സെ.മീ.

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = x എന്നിരിക്കട്ടെ

$$\frac{r}{l} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{360 \times 15}{25}$$

$$= 216^0$$

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = h ആയാൽ

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$$= \sqrt{25^2 - 15^2}$$

$$= \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$$ സെ.മീ.

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 20$$

$= 1500\pi$ ഘന. സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 19

ആരം r = 9cm

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi \times 9^2$

$= 4\pi \times 81$

$= 324\pi$ ച.സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi \times 9^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 9\times9\times9$

= 972ച.സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 20

ആരം, r = 12 cm

ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 3\pi \times 12^2$

$= 3\pi \times 144$

$= 432\pi$ ച.സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi\times12^3$

$= \frac{2}{3}\times\pi\times4\times12\times12$

$= 8\pi\times144$

= 1152ച.സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 21

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 120ച.സെ.മീ

$= 4\pi r^2 = 120$

πr^2 = 30ച.സെ.മീ

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 3\pi r^2$

$= 3\times30$

= 90 ച.സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 22

ആരം = 4cm

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

$= 4\pi \times 4^2$

$= 64\pi$ sq.cm

വർക്ക്ഷീറ്റ് 23

ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = 2:3

ഒന്നാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ആരം = 2r

രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ആരം = 3r

ഒന്നാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi\ (2r)^3$

രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi\ (3r)^3$

വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം

$= \frac{4}{3}\pi\ (2r)^3 : \frac{4}{3}\pi\ (3r)^3$

$= (2r)^3 : (3r)^3$

$= 8r^3 : 27r^3$

$= 8 : 27$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 24

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 4 സെ.മീ

ഉയരം = h = 10 സെ.മീ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times 4^2 \times 10$

$= \pi \times 160$

$= 160\pi$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളം

ആരം = r = 2 സെ.മീ

ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 2^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 8$

$= \frac{32\pi}{3}$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം $= \pi \times 160$

$= \frac{4}{3}\pi \times 8$

$= \frac{4}{3} \times 20$

$= 15$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 25

അർധഗോളം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi \times 1^3$

$= \frac{2}{3}\pi$ ഘന.സെ.മീ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

ഉയരം = h = 6 – (1+1)

= 6 – 2

= 4 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 1^2 \times 4$

$= 4\pi$ ഘന.സെ.മീ

പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം = 2 അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 2 \times \frac{2}{3}\pi + 4\pi$

$= \frac{4\pi}{3} + 4\pi$

$= \frac{4}{3}\pi + \frac{12\pi}{3}$

$= \frac{16\pi}{3} \times 1000$ ലിറ്റർ

$= \frac{16000\ \pi}{3}$ ലിറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 26

a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 12 – (6+ 3)

= 12 – 9

= 3 മീറ്റർ

b) **വൃത്തസ്തൂപിക**

ആരം = r = 3 സെ.മീ

ഉയരം = h = 3 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3$

$= \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 3$

$= 9\pi m^3$

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 3 സെ.മീ

ഉയരം = h = 6 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 3^2 \times 6$

$= 54\ \pi m^3$

അർധഗോളം

ആരം = r = 3 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi r^3$

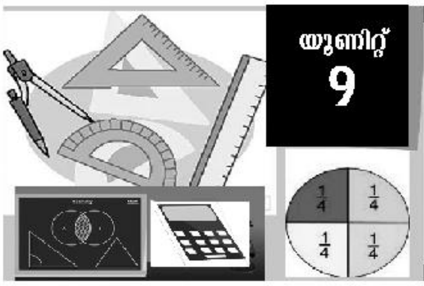
$= \frac{2}{3}\pi \times 3^3$

$= 18\pi m^3$

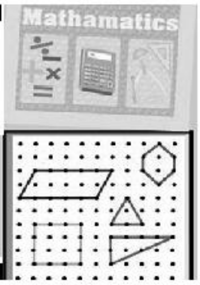
ബോയിലിന്റെ ആകെ വ്യാപ്തം = 81π

= $81\pi \times 1000$ ലിറ്റർ

= 81000π ലിറ്റർ

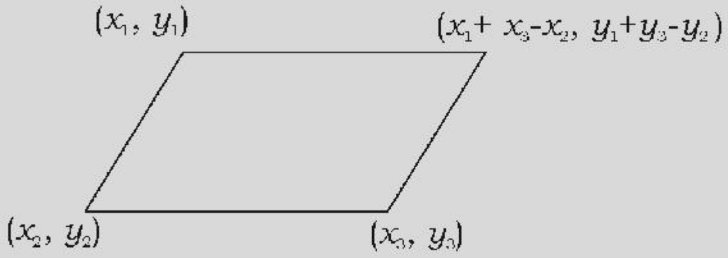


ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

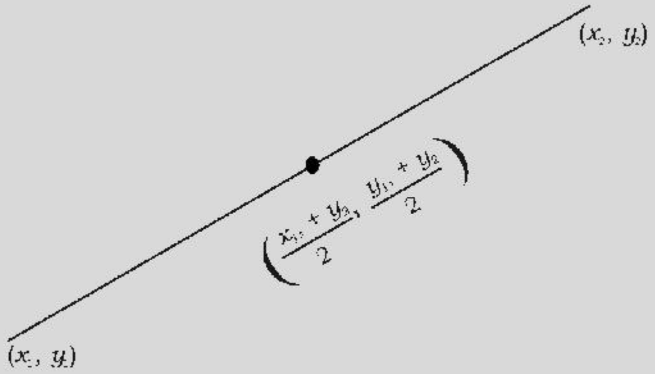


ഓർത്തിരിക്കാൻ....

- (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) ഇവ മൂലകളായി വരുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1 + x_3 - x_2,\ y_1 + y_3 - y_2)$ ആയിരിക്കും.



- (x_1, y_1) , (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ആകുന്നു.



- (x_1, y_1) , (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ $m:n$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് $P(x, y)$ എങ്കിൽ

$$x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

$$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$

- (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകമായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം = $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
- അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും y യിലെ മാറ്റം x ലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. ഇതിലെ ആനുപാതിക സ്ഥിരമാണ് വരയുടെ ചരിവ്.

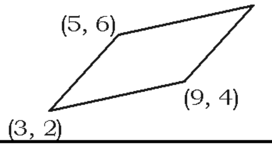
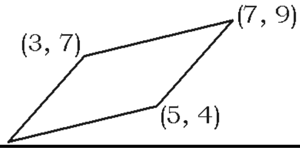
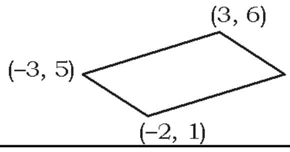
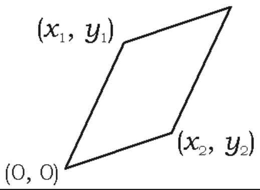
  (x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ആണ്.
- ഒരു വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വരയുടെ സമവാക്യം എന്ന് പറയുന്നു. (x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ എന്നതാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്ന് പറയുന്നു.

  ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2+y^2=r^2$ എന്നതാണ്.

  വൃത്തകേന്ദ്രം (x_1, y_1) ഉം ആരം r ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r^2$ ആകുന്നു.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

സമാന്തരികം	നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ
	(5+9–3, 6+4 – 2) = (11, 8)
	
	
	

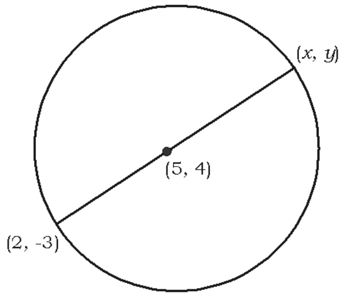
വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. A B എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

A,Bഎന്നീബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ	**AB എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ**		
	***x*- സൂചകസംഖ്യ**	***y*-സൂചകസംഖ്യ**	**മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ**
(2, 7)[(4, 5)	$\frac{2+4}{2}=3$	$\frac{7+5}{2}=6$	(3, 6)
(5, −2) , (3, 8)			
(−2, −6). (−4, −10)			
(4, 3), (7, 5)			
$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right)$			

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (5, 4) ഉം അതിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2, -3) ഉം ആകുന്നു. എങ്കിൽ ഈ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



മറ്റേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (x, y)

$\frac{x+2}{2}=5$, $\frac{y+(-3)}{2}=4$

$x + 2 = \square$, $y - 3 = \square$

$x = \square - \square$, $y = \square + \square$

$= \square$ $= \square$

മറ്റേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(\square , \square)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. AB എന്ന വരയെ തന്നിരിക്കുന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് P എങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

Aയുടെസൂചക സംഖ്യകൾ	**Bയുടെസൂചക സംഖ്യകൾ**	**അംശംബന്ധം**	**P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ**		
			x **സൂചകസംഖ്യ**	***y*** **സൂചകസംഖ്യ**	***p*യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ**
(1, 2)	(6, 7)	2:3	$1+\frac{2}{5}(6-1)$ $=1+\frac{2}{5}\times 5$ $= 1 + 2$ $= 3$	$2+\frac{2}{5}(7-2)$ $=2+\frac{2}{5}\times 5$ $= 2 + 2$ $= 4$	(3, 4)

(2, 3)	(10, 15)	3:1			
(3, 1)	(5, 8)	3:2			
(–3, 2)	(5, –3)	1:2			

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

A (2, 3), B (9, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ P എന്ന ബിന്ദു 4:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നുവെങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക?

Pയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (x, y)

$$x_1 = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

$$= \square + \frac{4}{7}(\square - \square)$$

$$= \square + \square$$

$$= \square$$

$$y_1 = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$

$$= \square + \frac{4}{7}(\square - \square)$$

$$= \square + \square$$

$$= \square$$

Pയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = $(\square , \square)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (3, 2) , (8, 3), (5, 6) ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക?

ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം $= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

$$= \left(\frac{\square}{3}, \frac{\square}{3}\right)$$

$$= (\square, \square)$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 7

(3, 5), (6, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{7-5}{6-3} = \frac{2}{3}$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ	x- വ്യത്യാസം	y- വ്യത്യാസം	വരയുടെ ചരിവ്
(2, 5) (6, 7)	4	2	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
(3, 7), (6, 9)			
(3, 6), (4, 9)			
(–1, 4), (1, 2)			

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 8

(2, 4), (5, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{6-4}{5-2} = \frac{2}{3}$

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ (2, 4), (x, y) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

ചരിവ് $\frac{y - 4}{x - 2}$

$\therefore$ ഈ വരയുടെ സമവാക്യം = $\frac{y-4}{x-2} = \frac{2}{3}$

$$2(x-2) = 3(y-4)$$

$$2x-4 = 3y-12$$

$$2x-3y - 4+12=0$$

$$2x - 3y + 8 = 0$$

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ	വരയുടെ ചരിവ്	വരയുടെ സമവാക്യം
(2,5), (4,6)	$\frac{1}{2}$	$\frac{y-5}{x-2} = \frac{1}{2}$ $(x-2) = 2(y-5)$ $x-2 = 2y-10$ $x-2y-2+10=0$ $x-2y+8=0$
(2, 3), (4, 6)		
(1, 3), (5, 4)		
(–2, 4), (4, 5)		

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 9

കേന്ദ്രം (1, 4) എന്ന ബിന്ദുവും ആരം 2 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

$$(x-1)^2+(y-4)^2=2^2$$

$$x^2-2x+1+y^2-8y+16-4$$

$$x^2+y^2-2x-8y+17-4=0$$

$$x^2+y^2-2x-8y+13=0$$

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

വൃത്തകേന്ദ്രം	വൃത്തത്തിന്റെ ആരം	വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം
(2, 3)	4	$(x-2)^2+(y-3)=4^2$ $x^2-4x+4+y^2-6y+9=16$ $x^2+y^2-4x-6y+13-16=0$ $x^2+y^2-4x-6y-3=0$
(3, 4)	3	
(0, 0)	2	
(1, 2)	5	

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 10

A (1, 3), B (2, 5), C (3, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

A യുടെ xസൂചകസംഖ്യ = ☐

B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = ☐

A, B ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ

വ്യത്യാസം= ☐ – 1

= ☐

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = ☐

B യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = ☐

A, B ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = ☐ – ☐

= ☐

$\therefore$ A B എന്ന വരയുടെ ചരിവ് = 2

B, C ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= ☐ – ☐

= □

B, C ഇവയുടെ y സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= □ − □

= □

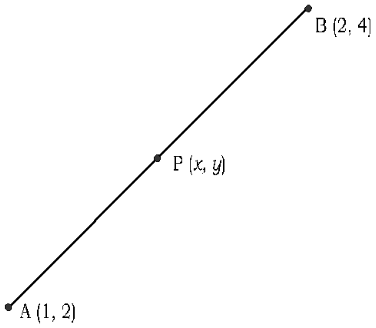
$\therefore$ BC എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{□}{□} = \frac{□}{□}$

AB , BC ഇവയുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമാണ് □ /തുല്യമല്ല □

$\therefore$ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിൽ ആണ്

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 11

(1, 2), (2, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.



A യിൽ നിന്ന് B യിൽ എത്താൻ x സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം?.

□ y സൂചകസംഖ്യയോ? □

x - സൂചകസംഖ്യ □ കൂടുമ്പോൾ y-സൂചകസംഖ്യ □ കൂടുന്നു.

x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് yസൂചകസംഖ്യ കൂട്ടുന്നതിന്റെ നിരക്ക്, അതായത് ഈ വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{□}{□}$

A, P എന്നിവ നോക്കുക. A യിൽ Pയിൽ എത്താൻ x സൂചകസംഖ്യ എത്ര കൂട്ടണം?

$x -$ □

y - സൂചകസംഖ്യയോ? $y -$ □

ഒരു വരയിൽ എല്ലായിടത്തും x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക് തുല്യമായതിനാൽ.

$$\frac{y-□}{x-□} = \frac{□}{□}$$

ഇതിൽനിന്നും □ $(x-$ □$)$ = □ $(y -$ □$)$

ഇത് ലഘൂകരിച്ചാൽ $x -$ □$y +$ □ $= 0$

ഇതാണ് വരയുടെ സമവാക്യം

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 12

ആരം 3 ഉം കേന്ദ്രം (2, 5) എന്ന ബിന്ദുവും ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.

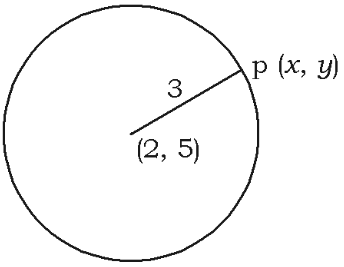
p (x, y) എന്നത് ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ

O, P ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $x - \square$

O, P ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $y - \square$

OP എന്ന വരയുടെ നീളം = 3 യൂണിറ്റ്

$$\sqrt{(x-\square)^2 + (y-\square)^2} = 3$$



$$(x-\square)^2 + (y-\square)^2 = 9$$

$$x^2 - \square x + \square + y^2 - \square y + \square = 9$$

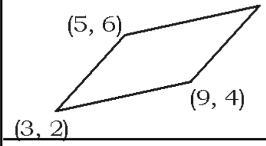
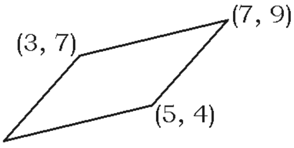
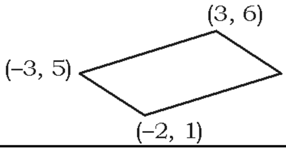
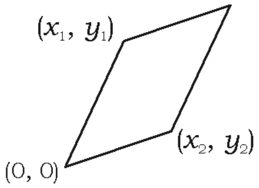
ഇത് ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x^2 + y^2 - \square x - \square y - \square = 0$$

ഇതാണ് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം.

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

സാമാന്തരികം	നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ
	(11, 8)
	(1, 2)
	(4, 2)
	$(x_1 + x_x, y_1 + y_2)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ	AB എന്നവരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ		
	x- സൂചകസംഖ്യ	y-സൂചകസംഖ്യ	മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ
(2, 7), (4, 5)	3	6	(3, 6)
(5, –2) , (3, 8)	4	3	(4, 3)
(–2, –6). (–4, –10)	–3	–8	(–3, –8)
(4, 3), (7, 5)	$11/2$	4	($11/2$,4)
$\left(1/2, 1/3\right)\left(3/2, 5/3\right)$	1	1	(1, 1)

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

$x + 2 = 10$ $\qquad$ $y - 3 = 8$

$x = 10 - 2 = 8$ $\qquad$ $y = 8 + 3 = 11$

മറ്റേ അറ്റത്തെ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (8, 11)

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

A യുടെസൂചകസംഖ്യകൾ	B യുടെസൂചകസംഖ്യകൾ	P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ			
		അംശബന്ധം	xസൂചകസംഖ്യ	yസൂചകസംഖ്യ	pയുടെ സൂചകസംഖ്യ
(1, 2)	(6, 7)	2:3	3	4	(3, 4)
(2, 3)	(10, 15)	3:1	8	12	(8, 12)
(3, 1)	(5, 8)	3:2	$\frac{21}{5}$	$\frac{26}{5}$	$\left(\frac{21}{5}, \frac{26}{5}\right)$
(–3, 2)	(5, –3)	1:2	$\frac{-1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{-1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

$x = 2 + \frac{4}{7}(9-2)$, $\qquad$ $y = 3 + \frac{4}{7}(7-3)$

$= 2 + \frac{4}{7} \times 7$, $\qquad$ $= 3 + \frac{4}{7} \times 4$

$= 2 + 4$, $\qquad$ $= 3 + \frac{16}{7}$

$= 6$, $\qquad$ $= \frac{37}{7}$

p യുടെ സൂചകസംഖ്യ = $(6, 37/7)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് -6

$$\left(\frac{3+8+5}{3}, \frac{2+3+6}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{16}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 7

ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ	x- വ്യത്യാസം	y- വ്യത്യാസം	വരയുടെ ചരിവ്
(2, 5) (6, 7)	4	2	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
(3, 7), (6, 9)	3	2	$\frac{2}{3}$
(3, 6), (4, 9)	1	3	$3/1 = 3$
(–1, 4), (1, 2)	2	2 (2 കുറയുന്നു)	$\frac{-2}{2} = -1$

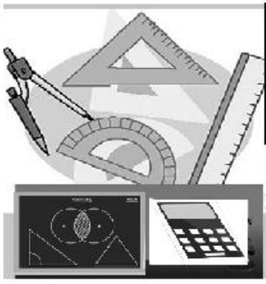
വർക്ക്ഷീറ്റ് - 8

ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ	വരയുടെ ചരിവ്	വരയുടെ സമവാക്യം
(2,5), (4,6)	$\frac{1}{2}$	$\frac{y-5}{x-2} = \frac{1}{2}$ $1(x-2) = 2(y-5)$ $x-2 = 2y-10$ $x-2y-2+10 = 0$ $x-2y+8 = 0$
(2, 3), (4, 6)	$\frac{3}{2}$	$\frac{y-3}{x-2} = \frac{3}{2}$ $3\ (x-2) = 2\ (y-3)$ $3x-6 = 2y-6$ $3x-2y = 0$
(1, 3), (5, 4)	$\frac{1}{4}$	$\frac{y-3}{x-1} = \frac{1}{4}$

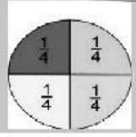
		$1(x-1)=4(y-3)$ $x-1=4y-12$ $x-4y+11=0$
(–2, 4), (4, 5)	$\frac{1}{6}$	$\frac{y-4}{x-(-2)}=\frac{1}{6}$ $1(x+2)=6(y-4)$ $x+2=6y-24$ $x-6y+26=0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 10

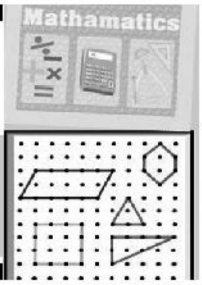
വൃത്തകേന്ദ്രം	വൃത്തത്തിന്റെ ആരം	വൃത്തത്തിന്റെ ആരം
(2, 3)	4	$(x-2)^2+(y-3)=4^2$ $x^2-4x+4+y^2-6y+9=16$ $x^2+y^2-4x-6y+13-16=0$ $x^2+y^2-4x-6y-3=0$
(3, 4)	3	$(x-3)^2+(y-4)^2=3^2$ $x^2-6x+9+y^2-8y+16=9$ $x^2+y^2-6x-8y+25=9$ $x^2+y^2-6x-8y+25-9=0$ $x^2+y^2-6x-8y+16=0$
(0, 0)	2	$(x-0)^2+(y-0)^2=1^2$ $x^2+y^2=1$ $x^2+y^2-1=0$
(1, 2)	5	$(x-1)^2+(y-2)^2=5^2$ $x^2-2x+1+y^2-4y+4=25$ $x^2+y^2-2x-4y+5-25=0$ $x^2+y^2-2x-4y-20=0$



യൂണിറ്റ്
10



ബഹുപദങ്ങൾ



ഓർത്തിരിക്കാൻ....

1. $p(x) = q(x) \times r(x)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $q(x)$, $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങളെ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്ന് പറയാം.
2. $(x\text{-}a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ $p(a) = 0$ ആണ്. അഥവാ a എന്ന സംഖ്യ, $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണ്.
3. $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി $p(x) = (x - a_1)$ $(x - a_2)$ .... $(x\text{-}a_n)$ എന്നു പിരിച്ചെഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ a_1, a_2 .... a_n എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യപ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ്.
4. $p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദവും a എന്ന സംഖ്യയും എടുത്താൽ $(x - a)$ എന്ന ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം $p(x) - p(a)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായിരിക്കും.
5. $p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ x ആയി a എന്ന സംഖ്യ എടുക്കുമ്പോൾ $p(a) = 0$ ആണെങ്കിൽ, $(x\text{–}a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്.
6. $ax^2+bx+c=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളാണ് p, q ഇവയെങ്കിൽ $ax^2+bx+c=a(x-p)\ (x-q)$ ആയിരിക്കും.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

x, y എന്നീ ഏത് രണ്ട് സംഖ്യകൾ എടുത്താലും $x^2-y^2=(x+y)\ (x-y)$ ആണല്ലോ. ഇതുപയോഗിച്ച് $x^2-4=x^2-2^2$ = $(x+2)\ (x-2)$ എന്നെഴുതാം. ഇപ്പോൾ $(x + 2)$, $(x -2)$ ഇവ x^2-4 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.

ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$	x^2-y^2 രൂപം	$p(x)$ ന്റെ ഘടകരൂപം $[(x+y)\ (x-y)]$ രൂപം	$p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ
x^2-9	x^2-3^2	$(x+3)\ (x-3)$	$x + 3$, $x - 3$
x^2-25	________	________	______, ______
x^2-5	$x^2-(\sqrt{5})^2$	________	______, ______
x^2-7	________	________	______, ______

$x^2 - 1/9$	$x^2 - (1/3)^2$	________	______, ______
$x^2 - 1/4$	________	________	______, ______
$4x^2 - 9$	$(2x)^2 - 3^2$	________	______, ______
$9x^2 - 25$	________	________	______, ______
$5x^2 - 16$	$(\sqrt{5}x)^2 - 4^2$	________	______, ______
$7x^2 - 25$	________	________	______, ______

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

$p(x) = x^2 + 5x + 6$ ആണ്.

a) p(x) നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

b) p(x) = 0 എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

$x^2 + 5x + 6 = x^2 + (a+b)x + ab$ എന്നെടുത്താൽ

a + b = 5

ab = 6

a = 3, b = 2

$x^2 + 5x + 6 = x^2 + (3+2)x + 3 \times 2$

$= (x+3)\ (x+2)$

b) $p(x) = (x+3)\ (x+2)$

$= [x-(-3)]\ [x-(-2)]$

$\therefore$ p(x) = 0 എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ –3, –2

ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം **p(x)**	**p(x)** ന്റെ ഘടകരൂപം	p(x) ന്റെ ഘടകങ്ങൾ	**p(x) = 0** എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ
$x^2 + 7x + 10$	$(x+2)\ (x+5)$	$x+2,\ x+5$	–2, –5
$x^2 + 8x + 15$	________	______, ______	______, ______
$x^2 - 7x + 12$	$(x-3)\ (x-4)$	______, ______	___3___, ______
$x^2 - 8x + 12$	________	______, ______	______, ______
$x^2 + 12x - 13$	$(x+13)\ (x-1)$	______, ______	–13, ______
$x^2 - 12x - 13$	________	______, ______	______, ______

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

P(x) = $x^2-6x+10$

a) p(2) ഏത് സംഖ്യയാണ് ?

b) p(x) − p(2) നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

a) p(2) = $2^2-6\times\square+10$

= $4-12+\square$

= $\square$

b) p(x) − p(2) = $(x^2-6x+10)-\square$

= x^2-6x+8

= $(x-2)(x-4)$

ചുവടെയുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

p(x)	**a**	**p(a)**	**p(x) − p(a)**	**p(x)−p(a)യുടെ ഒരു ഘടകം**	**p(x)−p(a)യുടെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം**
x^2-4x+4	1	$1^2-4\times1+4=1$	x^2-4x+3	$x-1$	$x-3$
$x^2-7x+13$	2	________	________	________	________
$x^2+6x+13$	−2	$(-2)^2+6\times(-2)+13$ = 4−12 + 13 = 5	$x^2+6x+\square$	$x-(-2)$ = $x+2$	$x+4$
$x^2+7x+16$	−3	________	________	________	________
x^2-4x+2	5	$5^2-4\times\square+\square=\square$	x^2-4x-5	$x-5$	________
x^2-2x+1	3	________	________	________	________

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

$x^2-20x+91$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $x^2-20x+91=0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

a = $\square$, b = $\square$, c = $\square$

$b^2-4ac = \square^2-4\times\square\times\square$

$=\square-\square$

$=\square$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{\square}{\square} \text{ or } \frac{\square}{\square}$$

$$= \square \text{ or } \square$$

$x^2 - 20x + 91 = (x - \square)\ (x - \square)$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

$x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ലെന്നു തെളിയിക്കുക.

$x^2 + x + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

a = $\square$, b = $\square$, c = $\square$

$b^2 - 4ac = \square^2 - 4 \times \square \times \square$

$= \square - \square$

$= \square$

$b^2 - 4ac < 0$, ആയതുകൊണ്ട് $x^2 + x + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരങ്ങൾ ഇല്ല.

അതുകൊണ്ട് $x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

$x^2 + kx + 6$, എന്ന ബഹുപദത്തിൽ k ആയി ഏതുസംഖ്യ എടുത്താലാണ് $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

$p(x) = x^2 + kx + 6$

$(x-1)$ ഘടകമാണെങ്കിൽ $p(1) = \square$

$\square^2 + k \times \square + \square = 0$

$1 + k + \square = 0$

$k + \square = 0$

$k = \square$

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം **p(x)**	$x^2 - y^2$ രൂപം	**p(x)** ന്റെ ഘടകരൂപം $[(x+y)\ (x-y)]$ രൂപം	**p(x)** ന്റെ ഘടകങ്ങൾ
$x^2 - 9$	$x^2 - 3^2$	$(x+3)\ (x-3)$	$x+3,\ x-3$
$x^2 - 25$	$x^2 - 5^2$	$(x+5)\ (x-5)$	$x+5,\ x-5$
$x^2 - 5$	$x^2 - (\sqrt{5})^2$	$(x+\sqrt{5})\ (x-\sqrt{5})$	$x+\sqrt{5},\ x-\sqrt{5}$
$x^2 - 7$	$x^2 - (\sqrt{7})^2$	$(x+\sqrt{7})\ (x-\sqrt{7})$	$x+\sqrt{7},\ x-\sqrt{7}$
$x^2 - 1/9$	$x^2 - (1/3)^2$	$(x+1/3)\ (x-1/3)$	$x+1/3,\ x-1/3$
$x^2 - 1/4$	$x^2 - (1/2)^2$	$(x+1/2)\ (x-1/2)$	$x+1/2,\ x-1/2$
$4x^2 - 9$	$(2x)^2 - 3^2$	$(2x+3)\ (2x-3)$	$2x+3,\ 2x-3$
$9x^2 - 25$	$(3x)^2 - 5^2$	$(3x+5)\ (3x-5)$	$3x+5,\ 3x-5$
$5x^2 - 16$	$(\sqrt{5}x)^2 - 4^2$	$(\sqrt{5}x+4)\ (\sqrt{5}x-4)$	$\sqrt{5}x+4,\ \sqrt{5}x-4$
$7x^2 - 25$	$(\sqrt{7}x)^2 - 5^2$	$(\sqrt{7}x+5)\ (\sqrt{7}x-5)$	$\sqrt{7}x+5,\ \sqrt{7}x-5$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം **p(x)**	**p(x)** ന്റെ ഘടക രൂപം	**p(x)**ന്റെ ഘടകങ്ങൾ	**p(x) = 0** എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ
$x^2 + 7x + 10$	$(x+2)\ (x+5)$	$x+2,\ x+5$	–2, –5
$x^2 + 8x + 15$	$(x+3)\ (x+5)$	$x+3,\ x+5$	–3, – 5
$x^2 - 7x + 12$	$(x-3)\ (x-4)$	$x-3,\ x-4$	3, 4
$x^2 - 8x + 12$	$(x-2)\ (x-6)$	$x-2,\ x-6$	2, 6
$x^2 + 12x - 13$	$(x+13)\ (x-1)$	$x-1,\ x+13$	1, –13
$x^2 - 12x - 13$	$(x+1)\ (x-13)$	$x+1,\ x-13$	_1, 13

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

$p(x)$	a	$p(a)$	$p(x) - p(a)$	$p(x)-p(a)$യുടെ ഒരുഘടകം	$p(x)-p(a)$യുടെ രണ്ടാമത്തെ ഘടകം
x^2-4x+4	1	$1^2-4\times1+4=1$	x^2-4x+3	$x-1$	$x-3$
$x^2-7x+13$	2	$2^2-7\times2+13=3$	$x^2-7x+10$	$x-2$	$x-5$
$x^2+6x+13$	−2	$(-2)^2+6\times(-2)+13$ = 5	x^2+6x+8	$x+2$	$x+4$
$x^2+7x+16$	−3	$(-3)^2+7\times(-3)+16$ = 4	$x^2+7x+12$	$x+3$	$x+4$
x^2-4x+2	5	$5^2-4\times5+2=7$	x^2-4x-5	$x-5$	$x+1$
x^2-2x+1	3	$3^2-2\times3+1=4$	x^2-2x-3	$x-3$	$x+1$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

a = 1, b = –20, c = 91

$$b^2-4ac = (-20)^2-4\times1\times91$$
$$= 400 - 364$$
$$= 36$$

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{20\pm\sqrt{36}}{2\times1}$$

$$= \frac{26}{2} \text{ or } \frac{14}{2} \qquad = 13 \text{ or } 7$$

$$x^2-20+91=(x-13)\ (x-7)$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

a = 1, b = 1, c = 1

$$b^2-4ac = 1^2-4\times1\times1$$
$$= 1 - 4 = -3$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

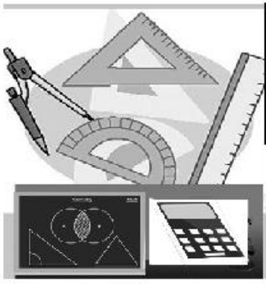
p(1) = 0

$$1^2+k\times1+6=0$$

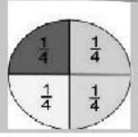
1 + k + 6 = 0

k + 7 = 0

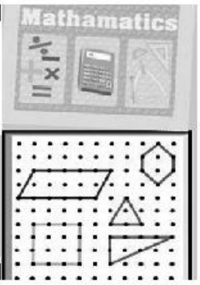
k = – 7



യൂണിറ്റ് 11



സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്



ഓർത്തിരിക്കാൻ....

1. മാധ്യം = $\frac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$

2. അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതുമ്പോൾ മധ്യത്തുവരുന്ന അളവാണ് മധ്യമം.

3. അളവുകളുടെ എണ്ണം 'n' എന്നെടുത്താൽ

n ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$- ാമത് മധ്യത്ത് വരുന്നത്.

n ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ $\frac{n}{2}$- ാമത്തെയും $\left(\frac{n}{2}+1\right)$-ാമത്തെയും അളവുകളായിരിക്കും മധ്യത്തുവരുന്നത്.

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

9 കുട്ടികളുടെ ഭാരം താഴെക്കൊടുക്കുന്നു. മാധ്യവും മധ്യമവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

29, 40, 39, 41. 35, 34, 28, 31, 38

മാധ്യം = $\frac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$

തുക = 29+ 40+ 39+ 41 + 35 + 34+ 28+ 31+ 38 = □

മാധ്യം = $\frac{\square}{\square}$ = □

തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ

□, □, □, □, □, □,□, □, □

മധ്യത്തുവരുന്ന അളവ് □- ാമത്തെ അളവാണ്.

∴ മധ്യമം = □

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

8 ആളുകളുടെ ഉയരം ചുവടെക്കൊടുക്കുന്നു. മധ്യമ ഉയരം കണക്കാക്കുക

152, 157, 153, 148, 151, 155, 150, 154

ഉയരങ്ങൾ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ

□, □, □, □, □, □, □, □, □

മധ്യത്തു വരുന്ന അളവുകൾ □ -മത്തെയും □-മത്തെയും ആണ്.

മധ്യത്തു വരുന്ന ഉയരങ്ങൾ □, □

$\therefore$ മധ്യമം $= \frac{\square + \square}{2} = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 3

ഏതാനും തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനം പട്ടികയാക്കി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ വേതനം കണക്കാക്കുക.

ദിവസവേതനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ (എണ്ണം)
600	4
700	6
800	7
900	8
1000	4

തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം ദിവസവേതനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ.

ദിവസവേതനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ (എണ്ണം)
600 വരെ	4
700 വരെ	10
800 വരെ	□
900 വരെ	□
10000 വരെ	□

ആകെ തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം = □

മധ്യത്തിലുള്ള തൊഴിലാളിയുടെ സ്ഥാനം = 15th

15-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം = 800

$\therefore$ മധ്യമം = □

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 4

30 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം പട്ടികയായി താഴെക്കൊടുക്കുന്നു. മധ്യമ വരുമാനം കണക്കാക്കുക.

മാസവരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
6000	4
7000	6
8000	2
9000	3
10000	5
11000	7
12000	3

കുടുംബങ്ങളെ മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ.

മാസവരുമാനം (രൂപയിൽ)	കുടുംബങ്ങളുടെ (എണ്ണം)
6000 വരെ	4
7000 വരെ	10
8000 വരെ	☐
9000 വരെ	☐
10000 വരെ	☐
11000 വരെ	☐
12000 വരെ	☐

മധ്യത്തിലുള്ള കുടുംബങ്ങളുടെ സ്ഥാനം ☐, ☐ ആണ്.

ആ കുടുംബങ്ങളുടെ വരുമാനങ്ങൾ ☐, ☐ ആണ്.

$\therefore$ മധ്യമ വരുമാനം $= \dfrac{\square + \square}{2} = \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 5

ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ഏതാനും തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസ വരുമാനം പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. മധ്യമ വരുമാനം കണക്കാക്കുക.

ദിവസവരുമാനം (രൂപയിൽ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
400 - 500	5
500 - 600	9
600 - 700	10
700 - 800	12
800 - 900	6
900 - 1000	3

തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ

ദിവസവരുമാനം രൂപയിൽ	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
500 ൽ താഴെ	5
600 ൽ താഴെ	14
700 ൽ താഴെ	24
800 ൽ താഴെ	□
900 ൽ താഴെ	□
1000 ൽ താഴെ	□

45 തൊഴിലാളികളെ ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ

23 -മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ ദിവസവരുമാനമാണ് മധ്യമം.

ഈ വരുമാനം 600 നും 700 നും ഇടയിലാണ്.

15 മുതൽ 24 വരെ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള വരുമാനമാണ് ഈ വിഭാഗത്തിലുള്ളത്.

15 മുതൽ 24 വരെ സ്ഥാനങ്ങളിലുള്ള തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം = □

600 മുതൽ 700 വരെയുള്ള വരുമാനത്തിലുള്ള വ്യത്യാസം = □

600 മുതൽ 700 വരെയുള്ള 100 രൂപയെ 10 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി, ഓരോ വിഭാഗത്തിലും ഒരാൾ വീതമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കാം. ഈ ഓരോ ഉപവിഭാഗത്തിലും ഉള്ള ആളിന്റെ ദിവസവരുമാനം ആ വിഭാഗത്തിന്റെ മധ്യത്താണെന്നും സങ്കൽപിക്കാം.

100 രൂപയെ 10 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഒരു ഭാഗം $= \frac{\square}{\square} = \square$

15 -മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ ദിവസവരുമാനം = 600 നും 610 നും മധ്യത്ത്

= □

23-മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ ദിവസവരുമാനം = □

മധ്യമ ദിവസവരുമാനം = □

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

മാധ്യം $= \frac{315}{9} = 35$

അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ

28, 29, 31, 34, 35, 38, 39, 40, 41

മധ്യമം = 35

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

148, 150, 151, 152, 153, 155, 157

മധ്യത്ത് വരുന്ന ഉയരങ്ങൾ , 152, 153

മധ്യമം $= \frac{152+153}{2} = 152.5$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

ആകെ തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം = 29

മധ്യമം = 15 മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വരുമാനം = 800

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

മധ്യത്തിലുള്ള കുടുംബങ്ങളുടെ സ്ഥാനം 15, 16 ഇവയാണ്.

മധ്യമ വരുമാനം $= \frac{9000+10000}{2} = \frac{19000}{2} = 9500$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

15 മുതൽ 24 വരെയുള്ള തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം = 10

600 മുതൽ 700 വരെയുള്ള വരുമാനത്തിലെ വ്യത്യാസം = 100

ഓരോരോർത്തർക്കും കിട്ടുന്ന ഭാഗം $= \frac{100}{10} = 10$

15-മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ ദിവസവരുമാനം = 605

23 -മത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ ദിവസവരുമാനം = 685

മധ്യമദിവസവരുമാനം = 685