

അധ്യായം: 6

സൂചകസംഖ്യകൾ

Focus Points

- ★ പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകൾ ഒരു പ്രതലത്തെ നാല് ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവായി കണക്കാക്കി ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം.
- ★ രണ്ട് രേഖീയസംഖ്യകൾ ജോടിചേർത്ത് പ്രതലത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം. $P(x, y)$ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ x ആ ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യയും y ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യയുമാണ്.
- ★ ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(0, 0)$ ആണ്.
- ★ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആണ്. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.
- ★ y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആണ്. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.
- ★ x അക്ഷത്തിലെയും x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വിലയാണ്.
- ★ y അക്ഷത്തിലെയും y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വിലയാണ്.
- x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q . ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. ഇത്തരം ബിന്ദുക്കളെ പൊതുവായി $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_1)$ എന്ന് പരിഗണിക്കാം.
- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q . ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. ഇത്തരം ബിന്ദുക്കളെ പൊതുവായി $P(x_1, y_1), Q(x_1, y_2)$ എന്ന് പരിഗണിക്കാം.
- ചരിഞ്ഞ വരകളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകളും y സൂചകസംഖ്യകളും വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇവയെ $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ എന്നെടുക്കാം.
- $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

- 1) a) സൂചകാക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് $A(-2, -2), B(-2, 2), C(2, 2), D(2, -2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b) $ABCD$ എന്ന ജ്യാമിതീയരൂപത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത്?
- c) ഈ രൂപത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?

2) $A(1, 1), B(-3, 1), C(-3, -4), D(1, -4)$ എന്നത് ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a) AB എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) AD എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എഴുതുക

a) $AB = |1 - (-3)| = 4$

b) $AD = |1 - (-4)| = 5$

c) ചുറ്റളവ് $= 2(4 + 5) = 18$
 Area $= 4 \times 5 = 20$

3) ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ഒരു വൃത്തം വരക്കുന്നു. ആ വൃത്തം $(5, 0)$ എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു.

- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഈ വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- c) $(3, 4)$ ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്? എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?

- a) 5
- b) $A(5, 0), B(0, 5), C(-5, 0), D(0, -5)$
- c) ആധാരബിന്ദുവിൽനിന്നും $(3, 4)$ ലേയ്ക്കുള്ള അകലം $= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, ഇത് ആരമാണ്. വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ്

4) ത്രികോണം ABC യുടെ ശീർഷങ്ങൾ $A(1, 3), B(7, 3), C(4, 11)$ ആയാൽ

- a) AB എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) AB എന്ന വശത്തേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതിയെത്ര?
- c) ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a) $AB = |7 - 1| = 6$
- b) $h = |11 - 3| = 8$
- c) $\text{Area} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ sq.cm}$

- 5) ABC എന്ന സമളംകോണത്തിന്റെ AB എന്ന വശം x അക്ഷത്തോട് ചേർന്നുനിൽക്കുന്നു. $A(-1, 0), B(5, 0)$ ആയാൽ
- a) AB യുടെ നീളമെത്ര?
 - b) ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര?
 - c) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകളായി വരാവുന്ന ജോടികൾ ഏതെല്ലാം?

- a) $AB = |5 - (-1)| = 6$
- b) $\text{Altitude} = 3\sqrt{3}$
- c) $C(2, 3\sqrt{3}), (2, -3\sqrt{3})$

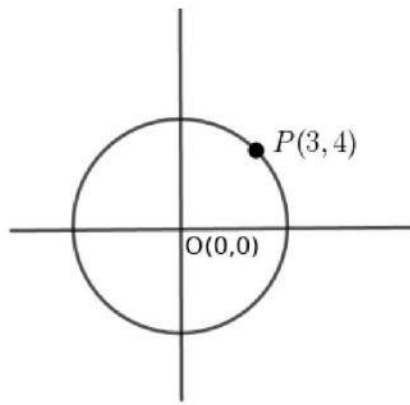
- 6) $ABCD$ എന്ന ചതുരത്തിന്റെ മൂന്ന് ശീർഷങ്ങളാണ് $A(0, 0), B(8, 0), C(8, 4)$
- a) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 - b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക
 - c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

- a) $D(0, 4)$
- b) $AB = CD = 8, BC = AD = 4$
 $\text{Perimetre} = 2(8 + 4) = 24$
- c) $\text{Area} = 8 \times 4 = 32 \text{ sq.unit}$

- 7) ത്രികോണം ABC യിൽ $A(1, 2), B(7, 2)$ ആണ്
- a) AB എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
 - b) ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 90^\circ$ ആകുന്ന വിധം C യുടെ ഒരു ജോടി സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 - c) ത്രികോണത്തിന്റെ AC യുടെ നീളമെത്ര?
 - d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

- a) $AB = |7 - 1| = 6$
- b) $C(1, 5)$ or x സൂചകസംഖ്യ 1 ആയ ഏത് ജോടിയും
- c) $C(1, 5)$ ആയാൽ $AC = |5 - 2| = 3$
- d) മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $A(1, 2), B(7, 2)$ and $C(1, 5)$
 $\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ sq.unit}$

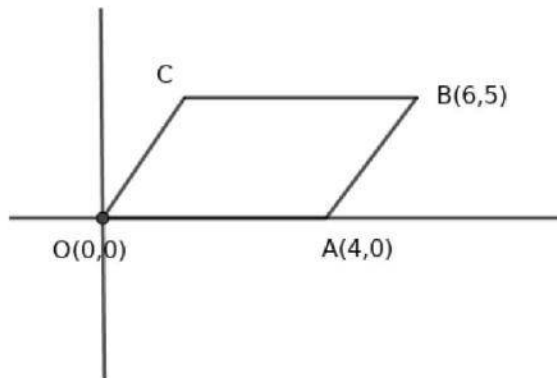
- 8) ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് $P(3, 4)$.



- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഈ വൃത്തത്തിൽ ശീർഷങ്ങൾ വരുന്ന PQRS എന്ന ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്ര?

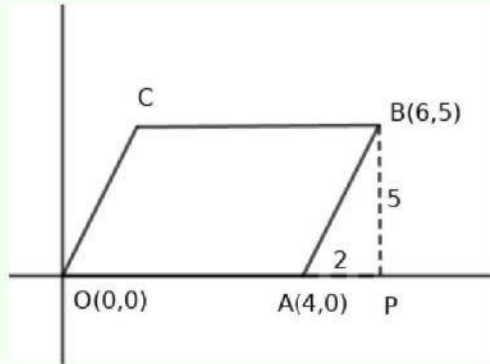
- a) ആരം $OP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- b) $Q(-3, 4), R(-3, -4), S(3, -4)$
- c) $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- d) നീളം $QR = PS = 8$, വീതി $PQ = RS = 6$
 ചുറ്റളവ് $= 2(8 + 6) = 28$, പരപ്പളവ് $= 48$

9) $OABC$ എന്ന സാമാന്തരീകത്തിൽ $O(0, 0), A(4, 0), B(6, 5)$ ആയാൽ



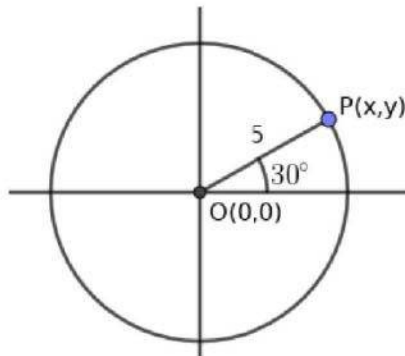
- a) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- b) OA, BC എന്നീ സമാന്തര വശങ്ങളുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഈ സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- d) സമാന്തരീകത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്ര?



- a) $OA = 4 \rightarrow BC = 4, C(6 - 4, 5) = C(2, 5)$
- b) $OA = 4, BC = 4$
- c) സമാന്തരവശങ്ങളായ OA യും BC യും തമ്മിലുള്ള അകലം 5
- d) കർണ്ണം $AB = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$
 ചുറ്റളവ് = $8 + 2\sqrt{29}$
 പരപ്പളവ് = $4 \times 5 = 20$

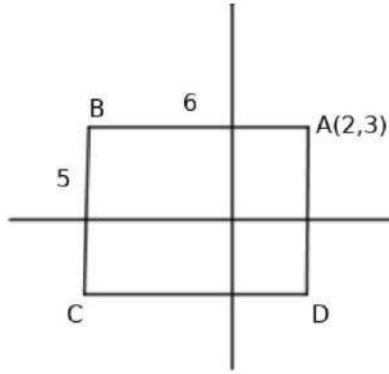
10) ആധാരബിന്ദു O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണു് P . OP എന്ന വര x അക്ഷവുമായി രൂപീകരിക്കുന്ന കോൺ 30° , വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെന്റിമീറ്റർ.



- a) വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- b) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) $PQRS$ എന്ന ചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ വൃത്തത്തിലാണ്, വശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരം .ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- a) $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- b) X അക്ഷത്തിന് ലംബമായി PN വരക്കുക. $\triangle ONP$ ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ തികോണം ആണു്
 90° യ്ക്ക് എതിരെ യുള്ള വശം = 5.
 $PN = \frac{5}{2}, ON = \frac{5}{2}\sqrt{3}$
 $P(\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2})$.
- c) $Q(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2}), R(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, -\frac{5}{2}), S(\frac{5}{2}\sqrt{3}, -\frac{5}{2})$

11) $ABCD$ എന്ന ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. $A(3, 2), AB = 6, BC = 5$ ആയാൽ



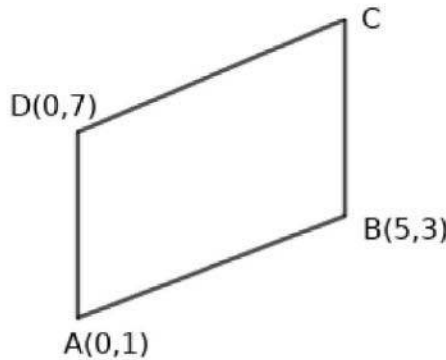
- a) B, C, D എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?
- c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) $B(2 - 6, 3) = B(-4, 3)$
 $C(-4, -2), D(2, -2)$

b) $AB = 6, BC = 5$
 ചുറ്റളവ് = 22

c) പരപ്പളവ് = $6 \times 5 = 30$

12) $ABCD$ എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ $A(0, 1), B(5, 3), D(0, 7)$ ആയാൽ



- a) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) AD, BC എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) AD എന്ന വശ BC യ്ക്ക് സമാന്തരം
 A യുടെയും D യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ് B യുടെയും C യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. ഇതുപോലെ തന്നെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെയും.

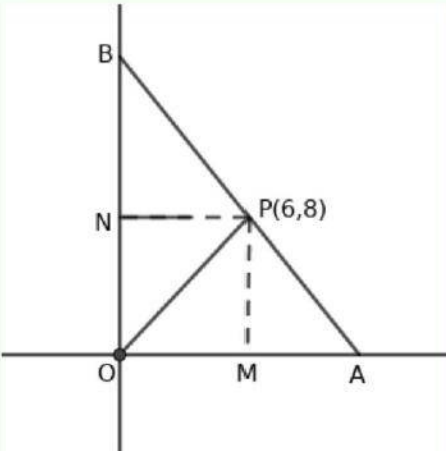
$C(5, 3 + 6) = C(5, 9)$

b) അകലം = $|5 - 0| = 5$

c) പരപ്പളവ് = $6 \times 5 = 30$

13) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങളോട് ചേർന്നിരിക്കുന്നു, മട്ട ശീർഷം ആധാരബിന്ദുവിലാണ് . കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു(6, 8) ആണ് . ലംബവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക 28 ആയാൽ

- a) പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) കർണ്ണം = 20
- c) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

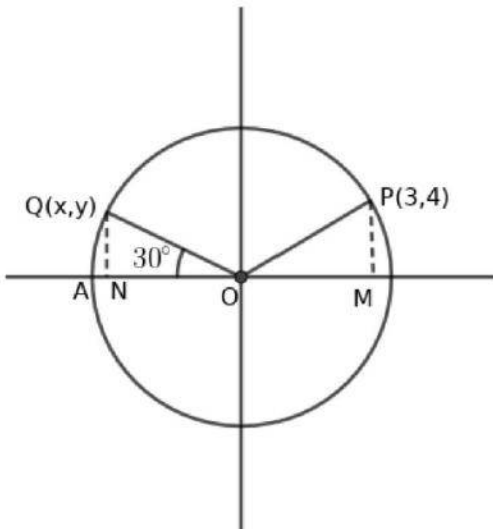


a) പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം = $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

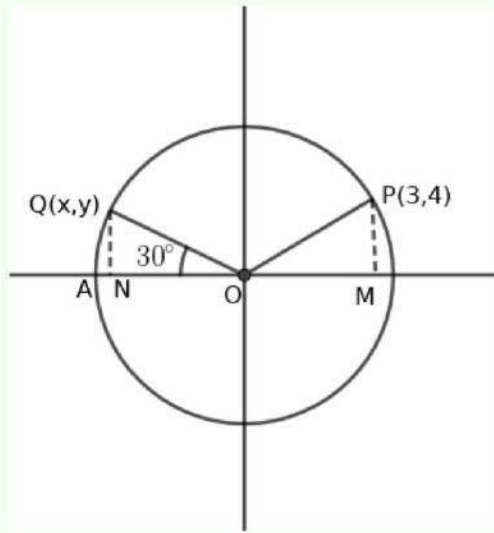
b) കർണ്ണം = 20

c) $OP = PA = 10, \triangle POA$ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം . $OM = 6, OA = 12$
ഇതുപോലെ , $\triangle OPB$ സമപാർശ്വത്രികോണം , $ON = 8, OB = 16$
പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$.

14) ആധാരബിന്ദു O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P(3, 4). Q(x, y) ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു. $\angle AOQ = 30^\circ$ ആയാൽ

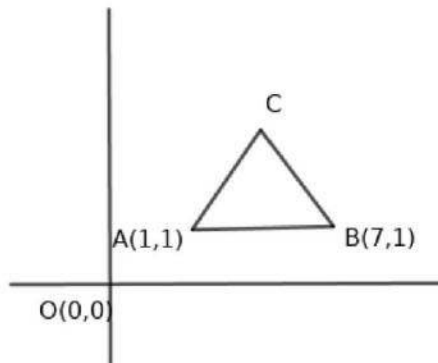


- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) വൃത്തം സൂചകാക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം?
- c) Q എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

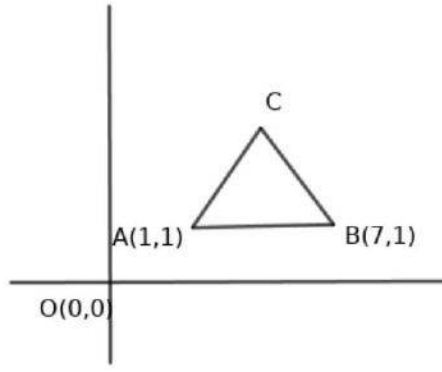


- a) $OP = \sqrt{OM^2 + PM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
- b) $(5, 0), (0, 5), (-5, 0), (0, -5)$
- c) $\triangle ONQ$ ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ്
 $OQ = 5, \therefore QN = \frac{5}{2}, ON = \frac{5}{2}\sqrt{3}$
 $Q(-\frac{5}{2}\sqrt{3}, \frac{5}{2})$
- d) $(-3, 4), (-3, -4), (3, -4)$

15) ത്രികോണം ABC ഒരു സമളംബ ത്രികോണമാണ്. $A(1, 1), B(7, 1)$ ആയാൽ

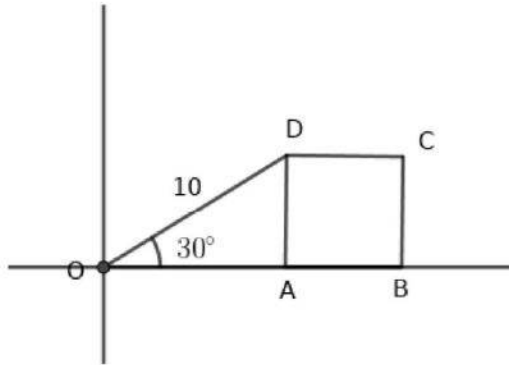


- a) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര?
- c) C യുടെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക



- a) $AB = |7 - 1| = 6$
- b) $3\sqrt{3}$
- c) $C(1 + 3, 1 + 3\sqrt{3})$
- d) $\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

16) ചിത്രത്തിൽ ABCD സമചതുരമാണ്. $OD = 10, \angle AOD = 30^\circ$.



- a) Aയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- a) $OA = 5\sqrt{3}$
 $A(5\sqrt{3}, 0)$
- b) $AD = 5$, Side is 5 unit
- c) $A(5\sqrt{3}, 0), B(5 + 5\sqrt{3}, 0), C(5 + 5\sqrt{3}, 5), D(5\sqrt{3}, 5)$

17) അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക

- a) $P(6, 7), Q(1, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
- b) ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും $(-5, 12)$ ലേയ്ക്കുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
- c) $P(-7, -3), Q(-5, -11)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക

$$\begin{aligned} \text{a) } PQ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ PQ &= \sqrt{(6 - 1)^2 + (7 - 5)^2} \\ PQ &= \sqrt{5^2 + (2)^2} = \sqrt{29} \end{aligned}$$

$$\text{b) } O(0, 0), A(-5, 12) \\ OA = \sqrt{(-5 - 0)^2 + (12 - 0)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$\text{c) } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ PQ = \sqrt{(-5 - 7)^2 + (-11 - 3)^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68}$$

18) $A(1, -1), B(5, 2), C(9, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) AB, BC, AC എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിൽ തന്നെയുള്ള ബിന്ദുക്കളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) AC എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു ഏത്?

$$\begin{aligned} \text{a) } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, AB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \\ BC &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, BC = \sqrt{(9 - 5)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \\ AC &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, AC = \sqrt{(9 - 1)^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{64 + 36} = 10 \end{aligned}$$

$$\text{b) } AB + BC = 10, AC = 10 \rightarrow AB + BC = AC \\ A, B, C \text{ ഒരു വരയിലാണ്}$$

$$\text{c) } AB = 5, BC = 5 \text{ അതിനാൽ } B \text{ എന്ന ബിന്ദു } AC \text{ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. } B(5, 2)$$

19) $A(4, 2), B(7, 5), C(9, 7)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) AB, BC, AC എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) ത്രികോണം ABC വരക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- c) ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ പ്രത്യേകത എഴുതുക

$$\begin{aligned} \text{a) } AB &= \sqrt{(7 - 4)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \\ BC &= \sqrt{(9 - 7)^2 + (7 - 5)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ AC &= \sqrt{(9 - 4)^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

b) രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തേക്കാൾ കൂടുതലല്ല. അതിനാൽ ത്രികോണം വരക്കാൻ സാധ്യമല്ല. (ത്രികോണത്തിന്റെ ഏത് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ തുകയും മറ്റേ വശത്തേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും)

$$\text{c) } AB + BC = AC \text{ ആയതിനാൽ ഇവ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്}$$

20) $A(0, 1), B(1, 4), C(4, 3), D(3, 0)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) $ABCD$ എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- c) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേര് നിർദ്ദേശിക്കുക

a) $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$
 $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$
 $CD = \sqrt{(3-4)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$
 $AD = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

b) $AC = \sqrt{(4-0)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$
 $BD = \sqrt{(3-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

c) വശങ്ങൾ തുല്യമാണ്. വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യം. അതിനാൽ ABCD സമചതുരമാണ്

21) A(2, 3), B(3, 4), C(5, 6), D(4, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) AB, CD എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) AD, BC എന്നീ അകലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- c) ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- d) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത്?

a) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
 $AB = \sqrt{(3-2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2}$.
 $CD = \sqrt{(4-5)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{2}$

b) $AD = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $BC = \sqrt{(5-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

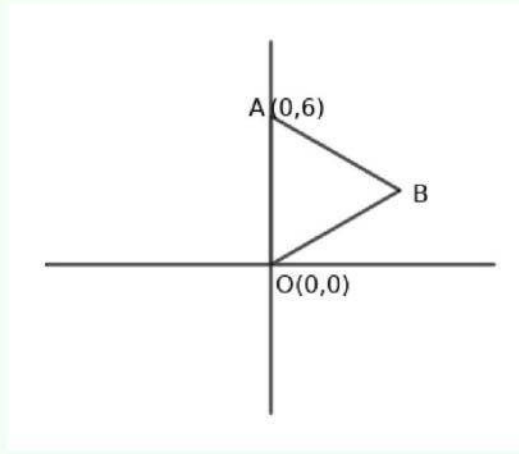
c) $AC = \sqrt{(5-2)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 $BD = \sqrt{(4-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{2}$

d) $AB = CD, AD = BC$ എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യമാണ്.
 $AC \neq BD$ വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമല്ല. ABCD സാമാന്തരികമാണ്.

22) $\triangle OAB$ സമഭുജത്രികോണമാണ്. O(0, 0), A(0, 6) ആയാൽ

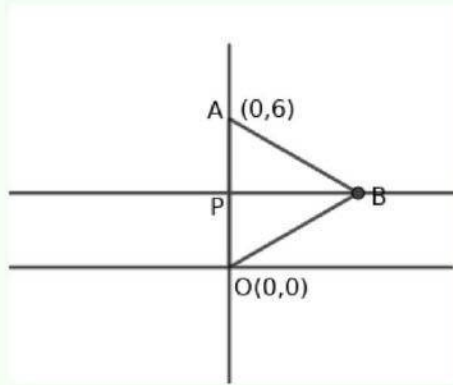
- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക
- c) B യുടെ ഒരു ജോടി സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) ഈ വ്യവസ്ഥ അനുസരിക്കുന്ന എത്ര സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാകും?

a) ചിത്രം കാണുക



b) $OA = |6 - 0| = 6$

c) OA യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് $P(0, 3)$
 $\triangle BAP$ ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണം. $PA = 3, PB = 3\sqrt{3}$



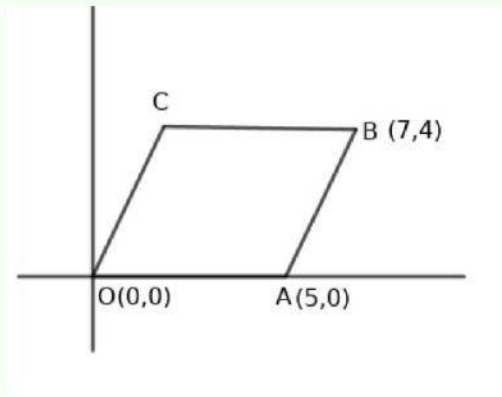
B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $B(3\sqrt{3}, 3)$

d) രണ്ട് സമജ്ജതരികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാകും. $O(0, 0), A(0, 6), B(3\sqrt{3}, 3)$ എന്ന ത്രികോണവും $O(0, 0), A(0, 6), B(-3\sqrt{3}, 3)$ എന്ന ത്രികോണവും സാധ്യമാണ്

23) $OABC$ ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. $O(0, 0), A(5, 0), B(7, 4)$ ആയാൽ

- a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക
- b) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) ചിത്രം നോക്കുക



b) OA എന്ന വശം BC യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ് . അതിനാൽ O, A എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ് B, C എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

അതുപോലെ , അതിനാൽ O, A എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ് B, C എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

$$C(7 - 5, 4) = C(2, 4)$$

c) പരപ്പളവ് = $5 \times 4 = 20$

24) $ABCD$ എന്ന ലംബകത്തിൽ $A(8, 5), B(-8, 5), C(-5, -3), D(5, -3)$ ആയാൽ

- a) സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- b) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) A യുടെയും B യുടെയും y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. അതിനാൽ AB എന്ന വശ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്. C യുടെയും D യുടെയും y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. അതിനാൽ CD എന്ന വശ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്.

$$AB \text{ എന്ന വശ } CD \text{ യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്. } AB = |8 - (-8)| = 16, CD = |-5 - 5| = 10$$

b) AB യും CD യും തമ്മിലുള്ള അകലം $|5 - (-3)| = 8$

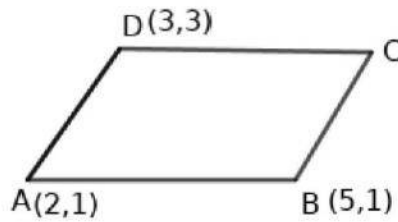
c) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 8(16 + 10) = 4 \times 26 = 104$

25) $P(2, -1), Q(3, 4), R(-2, 3), S(-3, -2)$ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a) വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക
- b) വികർണ്ണങ്ങളുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഈ ചതുർഭുജത്തിന് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ഉചിതമായ പേരെന്ത്?
- d) പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a) $PQ = \sqrt{(3-2)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{26}$
 $QR = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{26}$
 $RS = \sqrt{(-3+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{26}$
 $SP = \sqrt{(-3-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{26}$
- b) വികർണ്ണങ്ങൾ $PR = \sqrt{(-2-2)^2 + (3+1)^2} = 4\sqrt{2}$
 $QS = \sqrt{(-3-3)^2 + (-2-4)^2} = 6\sqrt{2}$
- c) $PQ = QR = RS = SP$ വശങ്ങൾ തുല്യം
 $PR \neq QS$ വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമല്ല. ഇത് സമളജസാമാന്തരികം.
- d) പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 24$ ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

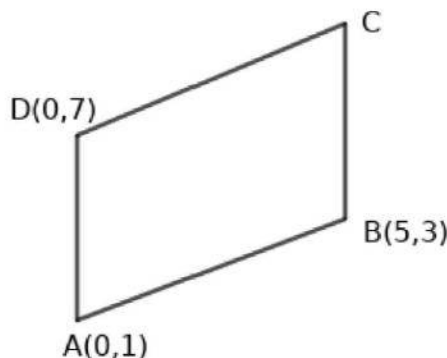
26) ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. A(2, 1), B(5, 1), D(3, 3) ആയാൽ



- a) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ AB എന്ന വശത്തിന്റെ നീളവും, അതിന് സമാന്തരമായ വശത്തേയ്ക്കുള്ള അകലവും എഴുതുക
- c) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

- a) AB എന്ന വശം CD യ്ക്ക് സമാന്തരം
A, B എന്നിവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ് C, D എന്നിവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. അതുപോലെ തന്നെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസവും
 $C(3+3, 3) = C(6, 3)$
- b) $AB = |5 - 2| = 3$
സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $= |3 - 1| = 2$
- c) പരപ്പളവ് $= 3 \times 2 = 6$

27) ABCD എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ A(0, 1), B(5, 3), D(0, 7) ആയാൽ



- a) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) AD, BC എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?
- c) സമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

a) AD എന്ന വശ BC യ്ക്ക് സമാന്തരം
 A യുടെയും D യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം തന്നെയാണ് B യുടെയും C യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം. ഇതുപോലെ തന്നെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെയും.

$C(5, 3 + 6) = C(5, 9)$

b) അകലം $= |5 - 0| = 5$

c) പരപ്പളവ് $= 6 \times 5 = 30$

1

¹കോഴിക്കോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് - ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ സമിതി

അധ്യായം: 7

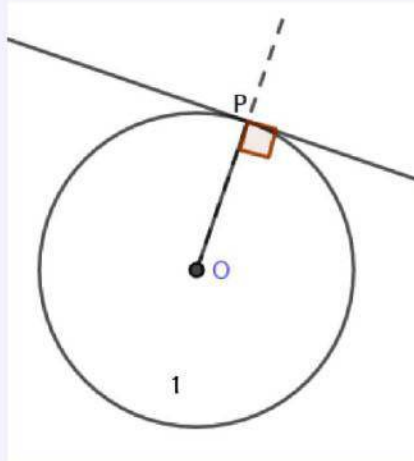
തൊടുവരകൾ

Focus Points

- ★ ഒരു വര വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുമ്പോൾ അത് വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാകുന്നു.
- ★ തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന ആരം തൊടുവരയ്ക്ക് ലംബമാണ്.
- ★ വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരക്കുമ്പോൾ ആരവും വരയും പിന്നെ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തെയും പുറത്തെ ബിന്ദുവിനെയും ചേർക്കുന്ന വരയും ഒരു മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ★ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള ആരങ്ങളും ചേർന്ന് ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജം രൂപീകരിക്കുന്നു
- ★ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന തൊടുവരകൾ തുല്യനീളമുള്ളതാണ്
- ★ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ഞാണം തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ്.
- ★ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും ഒരേ നീളമുള്ളവയാണ്.

- 1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കടന്ന് നിർമ്മിതി പൂർത്തിയാക്കുക
- a) 3സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക
 - b) വൃത്തകേന്ദ്രം O എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തി OP എന്ന ആരം വരക്കുക
 - c) P യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരക്കുക
 - d) ഈ തൊടുവരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ മറ്റൊരു തൊടുവര വരക്കുക

Answers



ആരം നിട്ടി വ്യാസമാക്കുക. വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തുകൂടി തൊടുവര വരക്കുക

2) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് അനുയോജ്യമായ ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് ഉത്തരമെഴുതുക

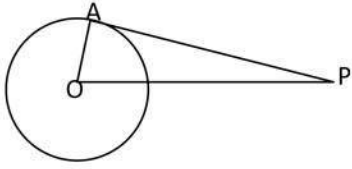
- a) 5 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം 12 സെന്റീമീറ്ററായാൽ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും പുറത്തെ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലമെത്ര?
- b) 6 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 10 സെന്റീമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- c) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 26 സെന്റീമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരച്ചിരിക്കുന്നു. തൊടുവരയുടെ നീളം 24 സെന്റീമീറ്ററായാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

Answers

a) $AP = 12 \text{ cm}, OA = 5 \text{ cm},$
 $OP^2 = OA^2 + AP^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$
 $OP = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$
 അകലം = 13 cm

b) $OP = 10 \text{ cm}, OA = 6 \text{ cm},$
 $AP^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
 $AP = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$
 തൊടുവരയുടെ നീളം = 8 cm

c) $OP = 26 \text{ cm}, AP = 24 \text{ cm}$
 $OA^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$
 $OA = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$
 ആരം = 10 cm

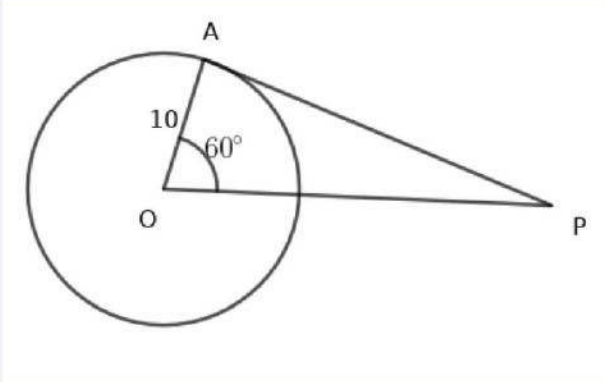


3) O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയും OP എന്ന ആരവും O യിൽ നിന്ന് തൊടുവരയെ A യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന മറ്റൊരു വരയുമുണ്ട്

- a) ഏകദേശചിത്രം വരക്കുക
- b) $\angle POA = 60^\circ$ ആയാൽ ത്രികോണം OAP യുടെ മറ്റ് രണ്ട് കോണുകളും എത്രവിതമാണ്
- c) $\angle POA = 60^\circ$, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 10 സെന്റീമീറ്റർ ആയാൽ തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- d) OP എന്ന വരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

a) see the diagram

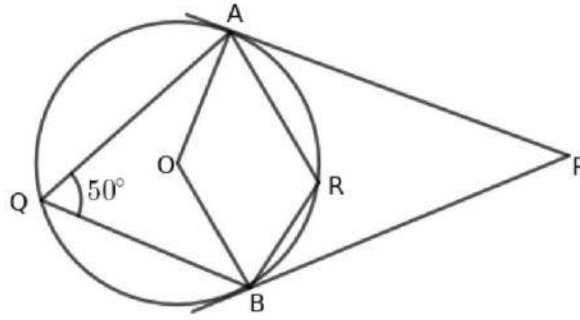


b) കോണുകൾ : $\angle OAP = 90^\circ, \angle POA = 60^\circ \angle OPA = 30^\circ$

c) $\triangle OPA$ is a $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണം
 30° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 10 cm
 90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 20 cm.
 തൊടുവരയുടെ നീളം = $10\sqrt{3} \text{ cm}$

d) $OP = 20 \text{ cm}$

4) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്, O വൃത്തകേന്ദ്രം, കോൺ $AQB = 50^\circ$ ആയാൽ



- a) $\angle AOB$ എത്ര?
 b) $\angle ARB, \angle APB$ എന്നിവ എത്രവീതമാണ്?

Answers

a) $\angle AOB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
 b) $QARB$ ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്. $\angle ARB = 180 - 50 = 130^\circ$
 c) $OAPB$ ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്. $\angle APB = 180 - 100 = 80^\circ$

5) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ $40^\circ, 60^\circ$ വീതമാണ്. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

Answers

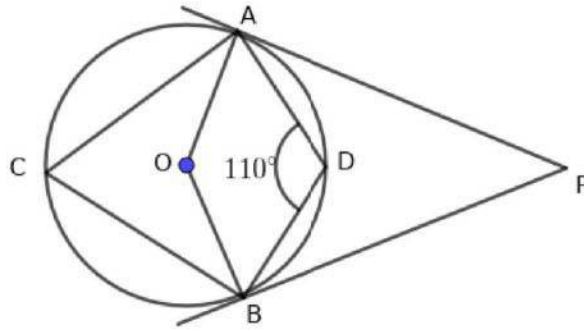
- * 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക.
- * ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ $40^\circ, 60^\circ$ വീതമായതിനാൽ അവയുടെ അനുപുരകകോണുകൾ $180 - 40 = 140^\circ, 180 - 60 = 120^\circ$ വീതമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് ആരങ്ങൾ വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള 360° യെ $140^\circ, 120^\circ, 100^\circ$ എന്നിങ്ങനെ ഭാഗിക്കുക
- * ആരത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക.

6) ഒരു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

Answers

- * 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. O കേന്ദ്രമായി അടയാളപ്പെടുത്താം.
- * സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 60° വീതമായതിനാൽ $180 - 60 = 120^\circ$ വീതമുള്ള മൂന്ന് ഭാഗമായി കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള 360° യെ ഭാഗിക്കുക
- * ഇതിനായി OA, OB, OC എന്നീ ആരങ്ങൾ വരക്കുക.
- * A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരക്കുക. അവ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ത്രികോണം PQR സമഭുജ ത്രികോണം

7) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. PA, PB എന്നിവ P യിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകളാണ്. $\angle ADB = 110^\circ$ ആയാൽ



- a) $\angle ACB$ എത്ര?
- b) $\angle AOB$ എത്ര?
- c) $\angle APB$ എത്ര?

Answers

a) $\angle ACB = 180 - 110 = 70^\circ$ (ACBD ചക്രിയ ചതുർഭുജം)

b) $\angle AOB = 2 \times 70 = 140^\circ$

c) $\angle APB = 180 - 140 = 40^\circ$

8) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ $120^\circ, 40^\circ$ വിതമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. ത്രികോണം വരക്കുക

Answers

- * 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക
- * ആരങ്ങൾ വെച്ച് കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ $180 - 120 = 60^\circ, 180 - 40 = 140^\circ$ എന്ന അളവിൽ ഭാഗിക്കുക
- * ആരത്തിന്റെ അഗ്രങ്ങളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വെച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക

- 9) O കേന്ദ്രമായ, 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വെച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവാണ് P
- a) P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരക്കുക
 - b) തൊടുവരകളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക

Answers

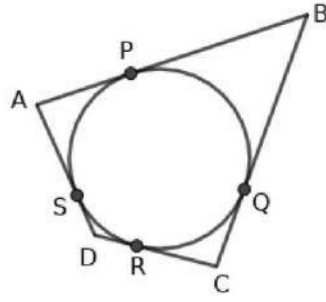
a) * 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തം വെച്ച് കേന്ദ്രം O അടയാളപ്പെടുത്തുക. O നിന്നും 7 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദു P എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക.

* OP വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരക്കുക. ഈ വൃത്തം ആദ്യം വെച്ച വൃത്തത്തെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

* PA, PB എന്നീ വരകൾ വരക്കുക. ഇവ 3 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരകളായിരിക്കും.

b) പടം വെച്ച് PA, PB എന്നിവ അളന്നെഴുതുക.

10) $ABCD$ എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ഒരു വൃത്തം P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.



- a) $AB + CD = AD + BC$ എന്ന് തെളിക്കുക
 b) $AB = 12$ സെന്റിമീറ്റർ, $CD = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $AD = 14$ ആയാൽ BC എത്ര?

Answers

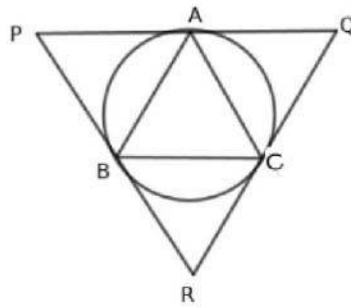
a)

$AP = AS$	(1)
$BP = BQ$	(2)
$DR = DS$	(3)
$CR = CQ$	(4)

Adding these equations , $AP + BP + DR + CR = AS + BQ + DS + CQ$
 $(AP + BP) + (DR + CR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)$
 $AB + CD = AD + BC$

b) $12 + 8 = 14 + BC, BC = 20 - 14 = 6\text{cm}$

11) ABC ഒരു സമളളത്രികോണമാണ്. ശീർഷങ്ങളിലൂടെ പരിവൃത്തത്തിന് തൊട്ടുവരകൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. തൊട്ടുവരകൾ ചേർന്ന് PQR എന്ന ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.

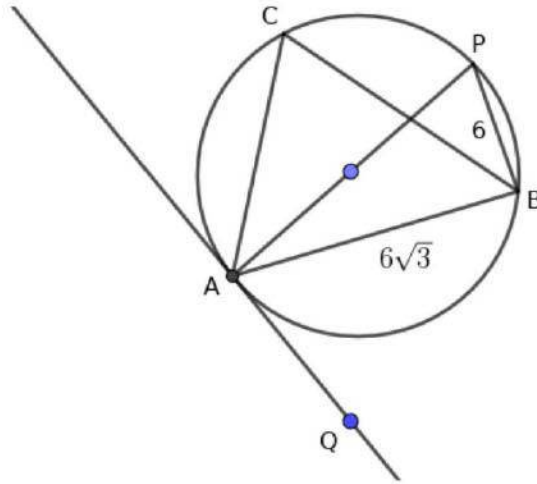


- a) ത്രികോണം PQR ഒരു സമളളത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
 b) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് 12 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററായാൽ ത്രികോണം PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക
 c) ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവിന്റെ എത്രമടങ്ങാണ് ത്രികോണം PQR ന്റെ പരപ്പളവ്?

Answers

- a) $\triangle ABC$ സമളംഗത്രികോണമാണ്.
 $\angle BAC = \angle CBR = \angle BCR = 60^\circ$, $\angle R = 60^\circ$
 $\angle ABC = \angle CAQ = \angle ACQ = 60^\circ$, $\angle Q = 60^\circ$, $\angle P = 60^\circ$. $\triangle PQR$ സമളംഗത്രികോണം
 $\angle PAB = \angle ABC$
- b) $PACB$ സാമാന്തരീകം $BC = PA$
 $QABC$ സാമാന്തരീകം $BC = AQ \therefore PQ = 2 \times BC$,
 ഇതുപോലെ $PR = 2 \times AC$, $QR = 2 \times AB$
 ചുറ്റളവ് $\triangle PQR = 2 \times 12 = 24\text{cm}$
- c) $PACB, QABC, RBAC$ എന്നിവ തുല്യസാമാന്തരീകങ്ങളാണ്. ഓരോന്നിനെയും രണ്ട് തുല്യത്രികോണങ്ങളാക്കാം. ചിത്രത്തിൽ നാല് തുല്യത്രികോണങ്ങൾ കാണാം.
 പരപ്പളവ് $\triangle PQR = 4 \times$ പരപ്പളവ് $\triangle ABC$

12) ചിത്രത്തിൽ AP വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. $AB = 6\sqrt{3}$ സെന്റിമീറ്റർ, $PB = 6$ സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ

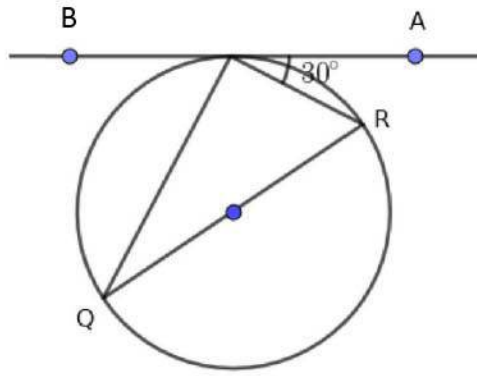


- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
 b) ത്രികോണം APB യുടെ കോണുകളെത്രവിതമാണ്?
 c) $\angle ACB$ എത്ര?
 d) $\angle BAQ$ എത്ര?

Answers

- a) $AP = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2} = 12$. Radius of the circle is 6 സെന്റിമീറ്റർ
- b) AP വ്യാസമായതിനാൽ $\angle B = 90^\circ$ കൂടാതെ $PB : AB = 6 : 6\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3}$ $\triangle APB$ യുടെ വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
 $\angle PAB = 30^\circ, \angle APB = 60^\circ, \angle ABP = 90^\circ$
- c) $\angle ACB = 60^\circ$ (angle in the same arc)
- d) 60°

13) ചിത്രത്തിൽ QR വ്യാസവും PA തൊട്ടുവരയുമാണ്. $\angle RPA = 30^\circ$ ആയാൽ

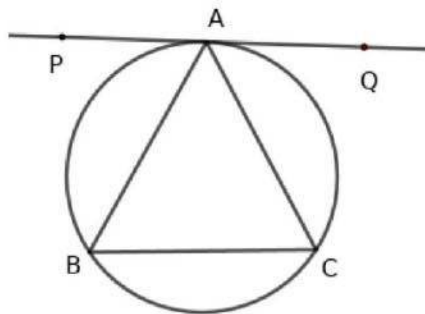


- a) $\angle PQR$ എത്ര?
- b) $\angle PRQ$ എത്ര?
- c) $\angle BPQ$ എത്ര?

Answers

- a) $\angle PQR = 30^\circ$
- b) $\angle PRQ = 60^\circ$
- c) $\angle BPQ = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 60^\circ$

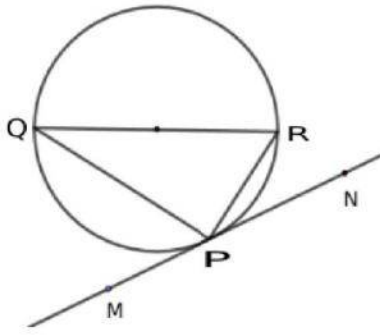
14) ത്രികോണം ABC യിൽ $AB = AC$ ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തത്തിന് A യിലൂടെ തൊടുവര PQ വരച്ചിരിക്കുന്നു. PQ എന്ന വര BC യ്ക്ക് സമാന്തരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക



Answers

- * $AB = AC$ ആയതിനാൽ ഈ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം. $\angle B = \angle C$
- * $\angle PAB = \angle C$ (അതായത് തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യം)
- * $\angle B = \angle C$ ആയതിനാൽ $\angle PAB = \angle B$. മറ്റുകോണുകൾ തുല്യമാകുന്നതിനാൽ BC എന്ന വശം A യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയ്ക്ക് സമാന്തരം. PQ സമാന്തരം BC

15) ചിത്രത്തിൽ QR വ്യാസവും MN എന്ന വര P യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയുമാണ്. $\angle RPN = 50^\circ$ ആയാൽ

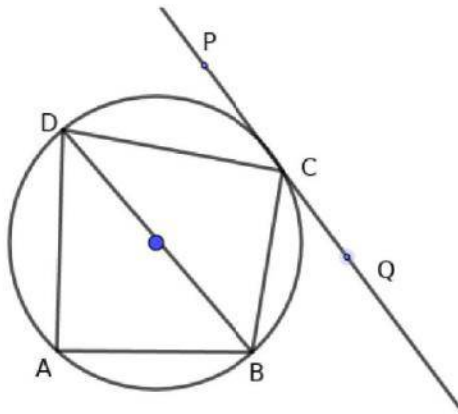


- a) $\angle PQR$ എത്ര?
- b) $\angle PRQ$ എത്ര?
- c) $\angle QPM$ എത്ര?

Answers

- a) $\angle PQR = 50^\circ$
(വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണം ഞാണിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിൽ ഒരു വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ്)
- b) $\angle QPR = 90^\circ, \angle PRQ = 90 - 50 = 40^\circ$
- c) $\angle QPM = \angle PRQ = 40^\circ$

16) $ABCD$ ഒരു ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. വൃത്തത്തിൽ C എന്ന ശീർഷത്തിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയാണ് PQ . BD വ്യാസമാണ് $\angle DCP = 40^\circ, \angle ABD = 60^\circ$ ആയാൽ

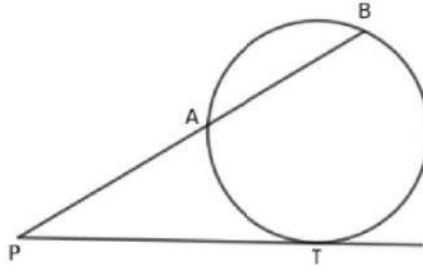


- a) കോൺ DBC എത്ര?
- b) കോൺ BCQ എത്ര?
- c) കോൺ BDC എത്ര?
- d) കോൺ ADB എത്ര?

Answers

- a) $\angle DBC = 40^\circ$
- b) $\angle BCD = 90^\circ, \angle BDC = 90 - 40 = 50^\circ, \angle BCQ = 50^\circ$
- c) $\angle BDC = 50^\circ$
- d) $\angle DAB = 90^\circ$ ആയതിനാൽ $\angle ADB = 90 - 60 = 30^\circ$

- 17) ചിത്രത്തിൽ P യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയാണ് PT . P യിൽ നിന്നുള്ള മറ്റൊരു വര വൃത്തത്തെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം 7 സെന്റിമീറ്റർ, $PB = 16$ സെന്റിമീറ്റർ

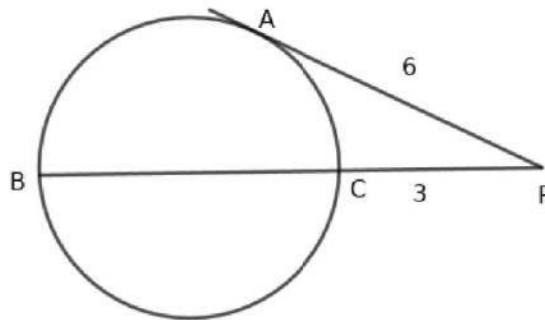


- PA എത്ര?
- PA, PB, PT എന്നീ നീളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെഴുതുക
- PT എന്ന തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- P യിൽ നിന്നും ഈ വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരക്കുന്ന മറ്റൊരു തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- $PA = 16 - 7 = 9$ സെന്റിമീറ്റർ
- $PA \times PB = PT^2$
- $9 \times 16 = PT^2, PT = 3 \times 4 = 12$ സെന്റിമീറ്റർ
- 12 സെന്റിമീറ്റർ

- 18) BC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. BC നീട്ടിയതിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് P . P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് PA എന്ന തൊടുവര വരച്ചിരിക്കുന്നു. $PA = 6$ സെന്റിമീറ്റർ, $PC = 3$ സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ



- PB എത്ര?
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

Answers

- $PB \times PC = PA^2$
 $PB \times 3 = 6^2, PB = 12$ സെന്റിമീറ്റർ
- $BC = 12 - 3 = 9$ സെന്റിമീറ്റർ
ആരം $\frac{9}{2} = 4.5$ സെന്റിമീറ്റർ

അധ്യായം: 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

Focus Points

- a) വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം. ഇപ്രകാരം വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവാകുന്നു, വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവാകുന്നു.
- b) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് ചരിവുയരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന l തന്നെ വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരമായ് എടുക്കാം.
- c) വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവാകുന്നതിൽ നിന്നും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധം ഒരു ബന്ധം രൂപീകരിക്കാം.

$$\frac{2\pi l}{360}x = 2\pi r$$

ഇതിൽ l വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരവും x വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണുമാണ്. r വൃത്താംശം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമാണ്.

ഇതിൽ നിന്നും $lx = 360r$ എന്നെഴുതാം.

- d) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖ(വക്രമുഖ)പരപ്പളവാകുന്നു. സ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുന്നതിന് ഒരു സൂത്രവാക്യം രൂപീകരിക്കാം.

വക്രമുഖപരപ്പളവ് = വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$$\text{വക്രമുഖപരപ്പളവ്} = \frac{\pi r^2}{360}x = \frac{\pi \times l \times l \times x}{360}$$

$$lx = 360r \text{ ആയതിനാൽ}$$

$$\text{വക്രമുഖപരപ്പളവ്} = \frac{\pi \times l \times 360r}{360} = \pi r l$$

- e) വൃത്തസ്തൂപികയ്ക്ക് മൂന്ന് അടിസ്ഥാന അളവുകളുണ്ട്. ആരം(r), ഉയരം(h), ചരിവുയരം (l). ഇവ ഒരു മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു

$$l^2 = r^2 + h^2$$

- f) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് $2\pi r$, പാദപരപ്പളവ് πr^2

- g) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $\pi r l$, ഉപരിതലപരപ്പളവ് $\pi r^2 + \pi r l$

- h) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

- 1) 120° കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം 12 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. ഇത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു.

- a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്രയായിരിക്കും?
- b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) ചരിവുയരം $l = 12$ സെന്റിമീറ്റർ (വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം ആകുന്നു)
- b) $lx = 360r$
 $12 \times 120 = 360 \times r, r = 4$ സെന്റിമീറ്റർ
- c) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $= \pi rl = \pi \times 4 \times 12 = 48\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

2) ഒരു അർദ്ധവൃത്താകൃതിയിലുള്ള ലോഹത്തകിട് മടക്കി വൃത്തസ്തുപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. അർദ്ധവൃത്തത്തകിടിന്റെ ആരം 10 സെന്റിമീറ്ററായാൽ

- a) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?
- b) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ആരമെത്ര?
- c) സ്തുപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) ഒരു വൃത്തത്തകിട് പാദം പൊതിയുന്നു. ഇങ്ങനെ കീട്ടുന്ന ഘനരൂപത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) ചരിവുയരം $l = 10$ സെന്റിമീറ്റർ
- b) $lx = 360r$
 $10 \times 180 = 360 \times r, r = 5$ സെന്റിമീറ്റർ
- c) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $= \pi rl = \pi \times 5 \times 10 = 50\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- d) ഉപരിതലപരപ്പളവ് $=$ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $+ പാദപരപ്പളവ് = 50\pi + 25\pi = 75\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

3) 12 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള കാർഡ് ബോഡിനെ $120^\circ, 240^\circ$ വീതമുള്ള രണ്ട് വൃത്താംശങ്ങളാക്കുന്നു. ഓരോന്നും മടക്കി വൃത്തസ്തുപികയുണ്ടാക്കുന്നു.

- a) രണ്ട് സ്തുപികകൾക്കും പൊതുവായ അളവേത്?
- b) ചെറിയസ്തുപികയുടെ ആരം എത്ര?
- c) വലിയസ്തുപികയുടെ ആരമെത്ര?
- d) രണ്ട് സ്തുപികകളുടെയും ആരങ്ങൾ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള കാർഡ് ബോഡിന്റെ ആരവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

Answers

- a) ചരിവുയരം = 12 സെന്റിമീറ്റർ
- b) $lx = 360r_1 \rightarrow 12 \times 120 = 360 \times r_1$
 $r_1 = \frac{12 \times 120}{360} = 4$ സെന്റിമീറ്റർ
- c) $lx = 360r_2 \rightarrow 12 \times 240 = 360 \times r_2$
 $r_2 = \frac{12 \times 240}{360} = 8$ സെന്റിമീറ്റർ
- d) $r_1 + r_2 = 12$. അതായത് സ്തൂപികകളുടെ പാദ ആരങ്ങളുടെ തുക വൃത്തത്തിന്റെ ആരമാണ്.

4) 16 സെന്റിമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിൽ നിന്നും 90° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. ഇത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു

- a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് എത്ര?
- b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- c) വൃത്തത്തിൽ ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശഭാഗം മടക്കി മറ്റൊരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഈ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരമെത്ര?
- d) ഏത് സ്തൂപികയാണ് ഉയരം കുറവ്?

Answers

- a) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗമാണ് വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്.
 വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{4} \times \pi \times 16^2 = 64\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- b) $lx = 360r \rightarrow 16 \times 90 = 360 \times r$
 $r = \frac{16 \times 90}{360} = 4$ സെന്റിമീറ്റർ
- c) $lx = 360r \rightarrow 16 \times 270 = 360 \times r$
 $r = \frac{16 \times 270}{360} = 12$ സെന്റിമീറ്റർ
- d) ആരം, ഉയരം, ചരിവുയരം എന്നിവ ചേർന്ന് മട്ടത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു. രണ്ട് സ്തൂപികകളുടെയും ചരിവുയരം തുല്യമാണ്. ഇത് മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണമാണ്. കർണ്ണം മാറ്റമില്ലാതിരുന്നാൽ ഒരു ലംബവശത്തിന്റെ നീളം കൂടുമ്പോൾ മറ്റേ ലംബ വശത്തിന്റെ നീളം കുറയുന്നു. കൂടിയ ആരമുള്ള സ്തൂപികയ്ക്ക് കുറഞ്ഞ ഉന്നതിയായിരിക്കും. 270° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം മടക്കി ഉണ്ടാക്കുന്ന സ്തൂപികയാണ് കുറഞ്ഞ ഉയരമുള്ളത്

5) ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി സ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം പാദ ആരത്തിന്റെ രണ്ട് മടങ്ങാണ്.

- a) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവും പാദപരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) പാദച്ചുറ്റളവ് 20π സെന്റിമീറ്ററായാൽ പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?
- c) ഈ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- d) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശം മടക്കി സ്തൂപികയുണ്ടാക്കിയാൽ രണ്ട് സ്തൂപികകളുടെയും ഉന്നതികൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

Answers

- a) $l = 2r \rightarrow$ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $= \pi r l = \pi \times r \times 2r = 2\pi r^2 = 2 \times$ പാദപരപ്പളവ്
- b) $2\pi r = 20\pi \rightarrow r = 10$ സെന്റിമീറ്റർ
 $l = 20$ സെന്റിമീറ്റർ . പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $\pi \times 10 \times 20 = 200\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ
- c) $lx = 360r \rightarrow 2r \times x = 360 \times r$
 $x = 180^\circ$
- d) ഇത് അർദ്ധവൃത്തമാണ്. അതിനാൽ ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശവും അർദ്ധവൃത്തമാണ്. ഉയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : 1$

- 6) ഒരു വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 10 സെന്റിമീറ്ററും ചരിവുയരം 25 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്.
- a) വൃത്തത്തകിടിന്റെ ആരം എത്ര?
 - b) മുറിച്ചെടുക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
 - c) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
 - d) ബാക്കിവരുന്ന ഭാഗം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്രയാണ്?

Answers

- a) 25 സെന്റിമീറ്റർ
- b) $lx = 360r \rightarrow 25 \times x = 360 \times 10, x = \frac{360 \times 10}{25} = 144^\circ$
- c) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $= 360 - 144 = 216^\circ$
- d) രണ്ടാമത്തെ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം $25 - 10 = 15$ സെന്റിമീറ്റർ

- 7) പാദച്ചുറ്റളവ് 20π സെന്റിമീറ്ററും ചരിവുയരം 18 സെന്റിമീറ്ററുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപിക ഒരു വൃത്താംശം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്നു.
- a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
 - b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്ര?
 - c) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
 - d) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) 18 സെന്റിമീറ്റർ
- b) $2\pi r = 20\pi, r = 10$ സെന്റിമീറ്റർ
- c) $lx = 360r \rightarrow 18 \times x = 360 \times 10, x = \frac{360 \times 10}{18} = 200^\circ$
- d) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $\pi r l = 180\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

- 8) 288° കേന്ദ്രകോണം 25 സെന്റിമീറ്റർ ആരവുമുള്ള വൃത്താംശം ഒരു വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.
- a) സ്തൂപികയുടെ ആരം എത്ര?
 - b) സ്തൂപികയുടെ ഉയരം കണക്കാക്കുക
 - c) സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

d) ബാക്കിവരുന്ന ഭാഗം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികയാക്കിയാൽ അതിന്റെ ആരമെത്ര?

Answers

a) $lx = 360r \rightarrow 288 \times 25 = 360 \times r, r = \frac{288 \times 25}{360} = 20$ സെന്റിമീറ്റർ

b) $l^2 = h^2 + r^2, 25^2 = h^2 + 20^2 \rightarrow h^2 = 625 - 400 = 225, h = \sqrt{225} = 15$ സെന്റിമീറ്റർ

c) പാർശ്വമുഖപരപ്പിന്റെ $\pi rl = \pi \times 20 \times 25 = 500\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

d) ബാക്കി വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ആരം $25 - 20 = 5$ സെന്റിമീറ്റർ

9) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 5 സെന്റിമീറ്ററാണ്. ഉയരം 12 സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക
- d) ആരവും ഉയരവും ഒരേ സംഖ്യയായ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും വക്രമുഖപരപ്പിന്റെയും തുല്യമായാൽ ആരം എത്ര? ചരിവുയരം എത്ര?

Answers

a) $l^2 = r^2 + h^2 \rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ $\pi r^2 + \pi rl = \pi \times 5^2 + \pi \times 5 \times 13 = 25\pi + 65\pi = 90\pi$

c) വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ

d) $r = h$ ആയാൽ ചരിവുയരം $l = \sqrt{2}r$. വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times r = \frac{1}{3}\pi \times r^3$
 വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പിന്റെ $= \pi \times r \times \sqrt{2}r$.
 $\frac{1}{3}\pi r^3 = \pi r \times \sqrt{2}r \rightarrow r = 3\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്റർ
 ചരിവുയരം $= \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$ സെന്റിമീറ്റർ (വ്യാപ്തം = വക്രതലവിസ്തീർണ്ണം)

10) ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക പാത്രത്തിന്റെ പാദചുറ്റവ് 30π സെന്റിമീറ്ററാണ്. സ്തൂപികയുടെ ഉയരം 20 സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തമെത്ര?
- d) ഇതേ ആരവും ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്രയായിരിക്കും?

Answers

a) $2\pi r = 30\pi, r = 15$ സെന്റിമീറ്റർ
 ചരിവുയരം $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$ സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉപരിതലപരപ്പിന്റെ $\pi r^2 + \pi rl = 225\pi + 375\pi = 600\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 \times h = \frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 20 = 1500\pi$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ

d) വ്യാപ്തം മടങ്ങാകുന്നു. വ്യാപ്തം $= 4500\pi$ ഘന സെന്റിമീറ്റർ

11) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാസവും ഉയരവും തുല്യമാണ്.

- a) ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) ആരം, ഉയരം, ചരിവുയരം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുക

- c) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക
- d) ആരംസെന്റീമീറ്ററായാൽ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

a) $h = 2r, l = \sqrt{r^2 + (2r)^2} = \sqrt{5r^2} = \sqrt{5}r$

b) $r : h : l = r : 2r : \sqrt{5}r$
 $r : h : l = 1 : 2 : \sqrt{5}$

c) ആരംആയാൽ ഉന്നതി 10 സെന്റീമീറ്റർ. വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 10 = 360\pi$ ഘനസെന്റീമീറ്റർ

d) ആരംആയാൽ $l = \sqrt{5} \times 6 = 6\sqrt{5}$ സെന്റീമീറ്റർ .
 ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $\pi \times 6^2 + \pi \times 6 \times 6\sqrt{5} = 36 + 36\sqrt{6}$
 = $36(1 + \sqrt{6})$ ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ

12) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം r , ഉയരം h ആണ്.

- a) ആരവും ഉയരവും ഇരട്ടിയായാൽ വ്യാപ്തത്തിന് എന്ത് മാറ്റം ഉണ്ടാകും ?
- b) ആരം രണ്ട് മടങ്ങാകുകയും ഉയരം പകുതിയാകുകയും ചെയ്താൽ വ്യാപ്തത്തിന് എന്ത് മാറ്റം ഉണ്ടാകും ?
- c) 10 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും 6 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ലോഹം ഉരുക്കി പകുതി 5 സെന്റീമീറ്റർ ആരവും 3 സെന്റീമീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം?

Answers

a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.
 ആരം $2r$, ഉയരം $2h$ ആയാൽ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi (2r)^2 \times (2h) = 8 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h = 8V$
 വ്യാപ്തം 8 മടങ്ങാകും .

b) ആരം $2r$ ആകുകയും ഉയരം $\frac{h}{2}$ ആകുകയും ചെയ്താൽ
 വ്യാപ്തം $\frac{1}{3}\pi \times (2r)^2 \times \frac{h}{2} = 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h = 2V$
 വ്യാപ്തം രണ്ട് മടങ്ങാകുന്നു

c) ആരവും ഉയരവും പകുതിയാകുമ്പോൾ വ്യാപ്തം $\frac{1}{8}$ ആകും. എട്ട് സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം.

13) 288° കേന്ദ്രകോണം 10 സെന്റീമീറ്റർ ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം മടക്കി വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള അളവുപാത്രം ഉണ്ടാക്കുന്നു.

- a) അളവുപാത്രത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) ഉന്നതി കണക്കാക്കുക
- c) ഈ പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

Answers

a) $lx = 360r \rightarrow 10 \times 288 = 360 \times r$
 $r = \frac{10 \times 288}{360} = 8$ സെന്റീമീറ്റർ

b) $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ സെന്റീമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 6 = 128\pi$ ഘനസെന്റീമീറ്റർ
 1000 ഘന സെന്റീമീറ്റർ = 1 ലിറ്റർ
 വ്യാപ്തം = $\frac{128 \times 3.14}{1000} = 0.4$ ലിറ്റർ

14) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 21 സെന്റീമീറ്റർ, ഉയരം 28 സെന്റീമീറ്റർ

- a) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- c) സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

Answers

a) $l^2 = r^2 + h^2, l^2 = 21^2 + 28^2 = 1225, l = \sqrt{1225} = 35$ സെന്റിമീറ്റർ

b) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $= \pi r l = \pi \times 21 \times 35 = 735\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

c) ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= \pi r^2 + \pi r l = \pi \times 21^2 + \pi \times 21 \times 35 = 441\pi + 735\pi = 1176\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

d) വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 21^2 \times 28 = 4116\pi$ cubic cm

15) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 4 ആണ്. സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം 96π ഘനസെന്റിമീറ്റർ

- a) ആരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉയരമെത്ര?
- c) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- d) സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

a) $r : h = 3 : 4, r = 3x, h = 4x$
 വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h = 96\pi, \frac{1}{3} \times \pi \times (3x)^2 \times (4x) = 96\pi x^3$
 $x^3 = \frac{96\pi \times 3}{\pi \times 9 \times 4} = 8$
 $x = 2, r = 3x = 6$ സെന്റിമീറ്റർ

b) ഉന്നതി $h = 4x = 8$ സെന്റിമീറ്റർ

c) $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{100} = 10$ സെന്റിമീറ്റർ

d) പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് $= \pi \times r \times l = 60\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

16) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് 4070 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്. വ്യാസം 70 സെന്റിമീറ്റർ

- a) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക
- b) സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതിയെത്ര?
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

Answers

a) $\pi r l = 4070, \frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070, l = \frac{4070 \times 35}{22 \times 5} = 37$ സെന്റിമീറ്റർ

b) $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{144}, h = 12$ സെന്റിമീറ്റർ

c) വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 35^2 \times 12 = 4900\pi$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ

17) 24 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് 550 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്.

- a) സ്തൂപികയുടെ ആരം കണക്കാക്കുക

- b) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമെത്ര?
- c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

Answers

a) $\pi r l = 550, \frac{22}{7} \times r l = 550, r l = 175.$
 $r^2 l^2 = 175^2, r^2(r^2 + h^2) = 175^2$
 $r^2 = x$ ആയാൽ $x(x + 24^2) = 175^2$
 $x^2 + 576x = 30625, x^2 + 576 - 30625 = 0$
 $x = 49 \rightarrow r^2 = 49, r = 7$

b) $r l = 175, l = \frac{175}{7} = 25$ സെന്റിമീറ്റർ

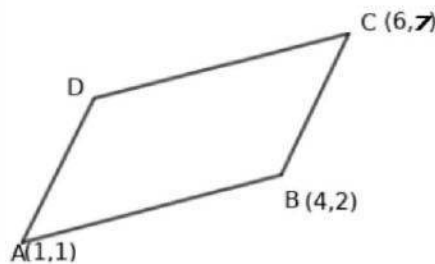
c) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 24 = 49 \times 8 \times \pi = 392\pi$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

അധ്യായം: 9 ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

Focus Points

- a) ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ എതിർമൂലകളിലെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ തുകകൾ തുല്യമായിരിക്കും. അതുപോലെ y സൂചക സംഖ്യകളുടെ തുകകളും തുല്യമായിരിക്കും.
- b) ഒരു വരയുടെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ആയാൽ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$ ആയിരിക്കും.
- c) ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെടുക്കുക. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ആയാൽ വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ എന്നത് ചരിവിന്റെ അളവാണ്.
- d) x അക്ഷത്തിന്റെ ചരിവും അതിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവും പൂജ്യമാണ്. ചരിവുകൾ തുല്യമായ വരകൾ സമാന്തരവരകളാണ്.

1) $ABCD$ ഒരു സാമാന്തരികമാണ് $A(1, 1), B(4, 2), C(6, 7)$ ആയാൽ

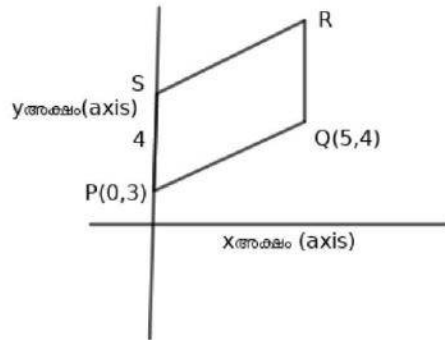


- a) A യുടെയും B യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?
- b) A യുടെയും B യുടെയും y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?
- c) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a) A യുടെയും B യുടെയും x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = $4 - 1 = 3$
- b) A യുടെയും B യുടെയും y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = $2 - 1 = 1$
- c) $D(6 - 3, 7 - 1) = D(3, 6)$

2) ചിത്രത്തിൽ $PQRS$ ഒരു സാമാന്തരികം. $P(0, 3)$, $PS = 4$, $Q(5, 4)$ ആയാൽ



- S എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- R എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

Answers

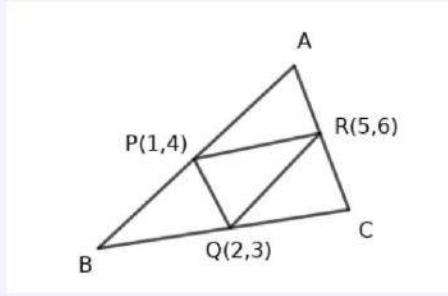
- $S(0, 3 + 4) = S(0, 7)$
- $R(5, 4 + 4) = R(5, 8)$
- $PQ = \sqrt{(5 - 0)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$
 $PQ = RS = \sqrt{26}$, $PS = QR = 4$

3) ത്രികോണം ABC യിൽ AB യുടെ മധ്യബിന്ദു $P(1, 4)$, BC യുടെ മധ്യബിന്ദു $Q(2, 3)$, AC യുടെ മധ്യബിന്ദു $R(5, 6)$

- ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഉചിതമായ ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
- C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
- A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക

Answers

a) ചിത്രം കാണുക



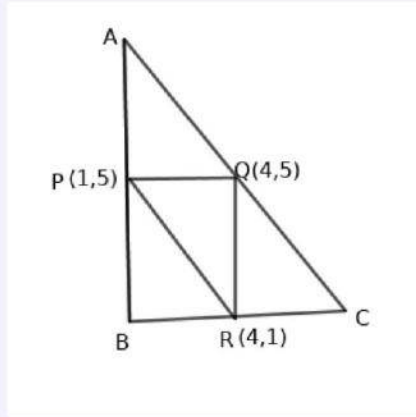
- b) $BPRQ$ സമാന്തരീകം. P, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4
 y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2
 $B(2 - 4, 3 - 2) = B(-2, 1)$
- c) $PRCQ$ സമാന്തരീകം. P, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4
 y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 2
 $C(2 + 4, 3 + 2) = C(6, 5)$
- d) $PQRA$ സമാന്തരീകം. Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3
 y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3
 $A(1 + 3, 4 + 3) = A(4, 7)$

4) $(1, 5), (4, 1), (4, 5)$ എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

- a) ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് മധ്യബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b) ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ഈ ത്രികോണം ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്
- d) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

a) ചിത്രം



- b) $PQRB$ യിൽ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3. y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0. അതിനാൽ $B(4 - 3, 1) = B(1, 1)$
 $PQCR$ ൽ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 3. y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0. അതിനാൽ $C(4 + 3, 1) = B(7, 1)$
 $APRQ$ ൽ Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 0. y സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 4. അതിനാൽ $A(1, 5 + 4) = A(1, 9)$

c) $AB = 8, BC = 6, AC = 10. \quad AB^2 + BC^2 = AC^2.$
 ത്രികോണം ABC മട്ടത്രികോണമാണ്.

d) പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

5) ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ AB എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു $P(1, 1)$, BC എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു $(5, 4)$, AC എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു $(7, 4)$ ആയാൽ

- a) A എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) B എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) C എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a) $A(1 + 7 - 5, 1 + 4 - 4) \rightarrow A(3, 1)$
- b) $B(1 + 5 - 7, 1 + 4 - 4) \rightarrow B(-1, 1)$
- c) $C(7 + 5 - 1, 4 + 4 - 1) \rightarrow C(11, 7)$

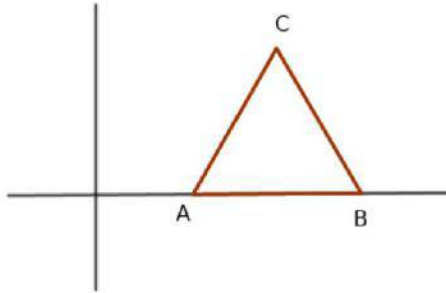
6) ത്രികോണം ABC യിൽ $A(-3, 2), B(1, 5), C(3, -4)$ ആയാൽ

- a) AB എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) BC എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) AC എന്ന വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദു $(\frac{-3+1}{2}, \frac{2+5}{2}) = (-1, \frac{7}{2})$
- b) BC യുടെ മധ്യബിന്ദു $(\frac{1+3}{2}, \frac{5+-4}{2}) = (2, \frac{1}{2})$
- c) AC യുടെ മധ്യബിന്ദു $(\frac{-3+3}{2}, \frac{2+-4}{2}) = (0, -1)$

7) ത്രികോണം ABC ഒരു സമളംബത്രികോണമാണ്. $A(1, 0), B(5, 0)$ ആയാൽ

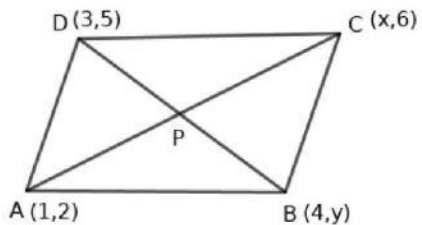


- a) വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- b) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a) $AB = |5 - 1| = 4$
- b) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് M .
 $M(\frac{1+5}{2}, 0) \rightarrow M(3, 0)$
- c) $C(3, 2\sqrt{3})$

8) $ABCD$ എന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ $A(1, 2), B(4, y), C(x, 6), D(3, 5)$ വിതമാണ് .



- a) BD എന്ന വികർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ എത്ര?
- b) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) AC എന്ന വികർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക
- d) B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

- a) വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു. BD യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ $\frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$
- b) $\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2}, 1+x=7, x=6$ $C(6, 6)$
- c) AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ $\frac{2+6}{2} = 4$
- d) $\frac{5+y}{2} = 4, 5+y=8, y=3$ $B(4, 3)$

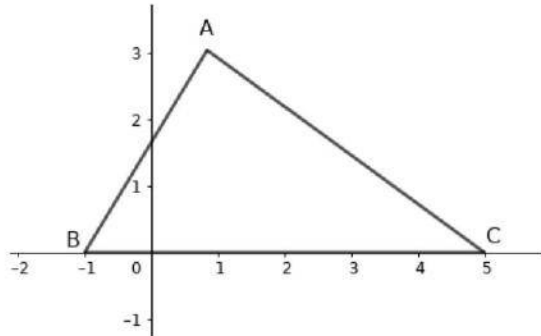
9) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം $O(2, -3)$ ആണ്. വ്യാസം AB യിൽ $B(4, -3)$ ആയാൽ

- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?
- b) വ്യാസത്തിന്റെ A എന്ന അറ്റത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- c) ആ വ്യാസത്തിന് ലംബമായ വ്യാസമാണ് CD . C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- d) $ACBD$ എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?

Answers

- a) AB എന്ന വര x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്. ആരം $OB = |4 - 2| = 2$
- b) $A(2 - 2, -3) \rightarrow A(0, -3)$
- c) CD എന്ന വര y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ്. $C(2, -3 + 2) \rightarrow C(2, -1)$
 $D(2, -3 - 2) \rightarrow D(2, -5)$
- d) $ABCD$ എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\frac{d^2}{2} = \frac{4^2}{2} = 8$ ചതുരശ്രയൂണിറ്റ്

10) ചിത്രത്തിൽ $\triangle ABC$ യുടെ രണ്ട് ശീർഷങ്ങൾ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $A(1, 3)$ ആയാൽ



- a) B യുടെയും C യുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ ചിത്രം നോക്കിയെഴുതുക
- b) A യിൽ നിന്നുള്ള നടുവര BC യെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

Answers

- a) $B(-1, 0), C(5, 0)$
- b) നടുവര BC യെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. $M(\frac{-1+5}{2}, 0) = M(2, 0)$

11) x അക്ഷവും y അക്ഷവും വരച്ച് (ഏകദേശചിത്രം) $A(4, 3), B(12, 7)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

- a) ഈ വരയുടെ ചരിവെത്ര?
- b) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

c) ഇതേ ചരിവുള്ള എത്ര വരകൾ ഉണ്ടാകും ? വ്യക്തമാക്കുക

Answers

a) AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{12 - 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b) $B(12, 7)$ ഉം ചരിവ് $\frac{1}{2}$ ഉം പരിഗണിച്ചാൽ മറ്റൊരു ബിന്ദു $C(20, 11)$. ഇത്തരം അനേകം ബിന്ദുക്കൾ എഴുതാം.

c) ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ എല്ലാ വരകളുടെയും ചരിവ് $\frac{1}{2}$ തന്നെയാണ് . അനേകം വരകൾ ഉണ്ടാകും ?

12) $A(2, 3), B(3, 4), C(4, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) $A(2, 3), B(3, 4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ പയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- b) $B(3, 4), C(4, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ പയോഗിച്ച് വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- c) ഈ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളും ഒരു വരയിൽ തന്നെയുള്ള ബിന്ദുക്കളാണോ? എങ്ങനെ മനസ്സിലാക്കാം?
- d) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

Answers

a) AB യുടെ ചരിവ് $= \frac{4 - 3}{3 - 2} = 1$

b) BC യുടെ ചരിവ് $= \frac{5 - 4}{4 - 3} = 1$

c) AB യുടെ ചരിവും BC യുടെ ചരിവും തുല്യം. B പൊതുവായ ബിന്ദുവാണ് . അതിനാൽ A, B, C എന്നിവ ഒരേ വരയിലാണ് .

d) എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള നേർബന്ധം കണ്ടെത്തി അതുപയോഗിച്ച് വരയിലെ മറ്റുബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതാം. അവിടെ $(1, 2)$ മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണ് .

13) $A(2, 0), B(-6, -2), C(-4, -4), D(4, -2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക

- a) AB, CD എന്നീ വരകളുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- b) AD, BC എന്നീ വരകളുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക
- c) $ABCD$ സാമാന്തരീകമാണോ ? വ്യക്തമാക്കുക

Answers

a) AB യുടെ ചരിവ് $= \frac{-2 - 0}{-6 - 2} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$
 CD യുടെ ചരിവ് $= \frac{-2 - (-4)}{-4 - (-4)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
 AB എന്ന വര CD യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്

b) AD യുടെ ചരിവ് $= \frac{-2 - 0}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$
 BC യുടെ ചരിവ് $= \frac{-4 - (-2)}{-4 - (-6)} = \frac{-2}{2} = -1$
 AD എന്ന വര BC യ്ക്ക് സമാന്തരം.

c) എതിർ വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളായതിനാൽ $ABCD$ സാമാന്തരീകം .

14) ചരിവ് 3 ആയ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് $A(1, -2), B(x, 4)$

- a) x കണക്കാക്കുക
- b) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

- c) ഈ വര x അക്ഷത്തെ ചെട്ടിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?
- d) ഈ വര y അക്ഷത്തെ ചെട്ടിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

Answers

a) ചരിവ്: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 3, \frac{4 - (-2)}{x - 1} = 3, \frac{6}{x - 1} = 3, 3x - 3 = 6, 3x = 9, x = 3, B(3, 4)$

b) ചരിവ് 3 ആയതിനാൽ മറ്റൊരു ബിന്ദു $C(3 + 1, 4 + 3) \rightarrow C(4, 7)$

c) വര x അക്ഷത്തെ ചെട്ടിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ 0. ബിന്ദു $P(x, 0), A(1, -2)$ ഇവയിൽ $\frac{-2 - 0}{1 - x} = 3, x = \frac{5}{3},$ ബിന്ദു $P(\frac{5}{3}, 0)$

d) വര y അക്ഷത്തെ ചെട്ടിക്കുന്ന ബിന്ദു $Q(0, y), \frac{y - (-2)}{0 - 1} = 3, y = -5$ $Q(0, -5)$

15) $A(-4, 2), B(2, 6), C(8, 5), D(9, -7)$ എന്നിവ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്.

- a) വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
- b) മധ്യബിന്ദുക്കളെ ക്രമത്തിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ഈ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ ചെട്ടിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏത്?

Answers

a) AB യുടെ മധ്യബിന്ദു $P(\frac{-4+2}{2}, \frac{2+6}{2}) \rightarrow P(-1, 4)$
 BC യുടെ മധ്യബിന്ദു $Q(\frac{2+8}{2}, \frac{6+5}{2}) \rightarrow Q(5, \frac{11}{2})$
 CD യുടെ മധ്യബിന്ദു $R(\frac{8+9}{2}, \frac{5+(-7)}{2}) \rightarrow R(\frac{17}{2}, -1)$
 AD യുടെ മധ്യബിന്ദു $S(\frac{-4+9}{2}, \frac{2+(-7)}{2}) \rightarrow S(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$

b) PQ എന്ന വരയുടെ ചരിവ് RS എന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക. രണ്ടും $\frac{1}{4}$ വീതമാണ്. PQ സമാന്തരം RS .
അതുപോലെ PS, QR എന്നിവയുടെ ചരിവ് കാണുക. അവ തുല്യമെന്ന് കാണാം. എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ സാമാന്തരികം

c) സ്വയം ചെയ്യുക

16) $A(-4, 3), B(7, 3), C(5, 1), D(-2, 1)$ എന്നിവ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്

- a) AB, CD എന്നീ വശങ്ങളുടെ ചരിവ് എഴുതുക
- b) $ABCD$ ഒരു സമപാർശ്വലംബകമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- d) ലംബകത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക

Answers

- a) A, B എന്നിവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം. അതിനാൽ AB എന്ന വശം x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരം. AB യുടെ ചരിവ് പൂജ്യം.
 C, D എന്നിവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം. അതിനാൽ CD എന്ന വശം x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരം. CD യുടെ ചരിവ് പൂജ്യം.
- b) AB എന്ന വശ CD യ്ക്ക് സമാന്തരം. അതിനാൽ $ABCD$ ലംബകമാണ്.
 $AD = \sqrt{(-2 - -4)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $BC = \sqrt{(5 - 7)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $AD = BC$, AB സമാന്തരം CD . അതിനാൽ സമപാർശ്വലംബകം
- c) $AB = |7 - -4| = 11$, $CD = |5 - -2| = 7$, സമാന്തരവരകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = $|3 - 1| = 2$
 പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times 2 \times (11 + 7) = 18$
- d) ചുറ്റളവ് $= 11 + 7 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 18 + 4\sqrt{2}$

3) $A(1, 3)$ എന്ന ബിന്ദുവും $B(3, 4)$ എന്ന ബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന AB എന്ന വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് $P(x, y)$. ഈ ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ $3 : 4$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു

- a) P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ കണക്കാക്കുക
 b) P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ കണക്കാക്കുക

1) ത്രികോണം ABC യിൽ $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(2, 10)$

AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യഥാക്രമം P, Q, R ആയാൽ

- a) P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക
 b) CP എന്ന നടുവരയെ $2 : 1$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 c) AQ എന്ന നടുവരയെ $2 : 1$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 d) BR എന്ന നടുവരയെ $2 : 1$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

2) $A(-1, 3)$, $B(4, 1)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര y അക്ഷത്തെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

- a) P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക
 b) $AP : BP$ കണക്കാക്കുക
 c) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

4) ത്രികോണം ABC യിൽ $CA = CB$, $A(1, 4)$, $B(9, 4)$, C യിൽ നിന്നുള്ള ഉന്നതിന് ആയാൽ

- a) AB യുടെ മധ്യമകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 b) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക
 c) ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

അധ്യായം: 10

ബഹുപദങ്ങൾ

Focus Points

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദം $q(x), r(x)$ എന്നീ രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ $q(x), r(x)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.
- $(x - a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായാൽ $p(a) = 0$ ആയിരിക്കും. കൂടാതെ a എന്നത് $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമായിരിക്കും.
- $p(x) = (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) \cdots (x - a_n)$ എന്ന തരത്തിൽ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങളായിരിക്കും.
- $p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ $p(a) = 0$ ആയാൽ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും $x - a$
 $P(-a) = 0$ ആയാൽ $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും $x + a$

1) $p(x) = x^2 - 7x + 12$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- $p(x) = (x - a)(x - b)$ എന്ന തരത്തിലെഴുതിയാൽ a, b എന്നിവ കണ്ടുകൊടുക്കുക
- $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

Answers

a) $x^2 - 7x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
 $a + b = 7, ab = 12$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$(a - b)^2 = (7)^2 - 4 \times 12 \rightarrow a - b = \pm 1$$

$$a - b = 1 \text{ ആയാൽ, } a - b = 1, a + b = 7 \rightarrow 2a = 8, a = 4, b = 3$$

$$(a - b = -1 \text{ എന്നെടുത്ത് ചെയ്യുന്നോളം.})$$

b) $p(x) = (x - 4)(x - 3)$

c) $p(x) = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 3) = 0$
 $x = 3, 4$

2) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) x ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകാൻ k എത്രയായിരിക്കണം?
- b) $x - 1$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായാൽ k കണക്കാക്കുക
- c) $x - 1$ ഘടകമാകുന്ന k വില നൽകി ബഹുപദം എഴുതുക
- d) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

Answers

a) $k = 0$

b) $x - 1 = 0$ ആയാൽ $p(1) = 0$
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 2 \times 1 + k = 0, k = 1$

c) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

d) $p(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 2(-1) + 1 = -1 - 4 - 2 + 1 \neq 0$
 $x + 1$ ഒരു ഘടകമല്ല.

3) $p(x) = x^2 - 8x + 12$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $p(x) = (x - a)(x - b)$ ആയാൽ $a + b, ab$ എന്നിവ എത്ര?
- b) a, b എന്നിവ കണക്കാക്കി $p(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക
- c) $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക

Answers

a) $x^2 - 8x + 12 = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab, a + b = 8, ab = 12$

b) $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
 $(a - b)^2 = 8^2 - 4 \times 12 = 16, a - b = 4.$
 $a + b = 8, a - b = 4 \rightarrow 2a = 12, a = 6, b = 2$
 $p(x) = (x - 6)(x - 2)$

c) $p(x) = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0, x = 6, x = 2$

4) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - k$ ആയാൽ

- a) $x - 1$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാകുന്ന k വില എത്ര?
- b) ബഹുപദം എഴുതുക. ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക
- c) $x - 1$ ഘടകമായ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുകയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- d) $x - 1$ ഘടകമായ മൂന്ന് ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

Answers

a) $(x - 1)$ ഘടകമായാൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കും.
 $1^3 - 4 \times 1^2 + 6 \times 1 - k = 0, 1 - 4 + 6 - k = 0, k = 3$

b) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 3$
 $p(-1) = (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) - 3 = -1 - 4 - 6 - 3 = -14 \neq 0$
 $p(-1) \neq 0$ ആയതിനാൽ $(x + 1)$ ഘടകമല്ല.

c) $(x - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദത്തിന്റെ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 ആയിരിക്കും.

d) ഗുണകങ്ങളുടെ തുക പൂജ്യമായ ഏത് ബഹുപദവുമാകാം.
 $x^3 - x^2 + x - 1, 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3, x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

5) $p(x) = x^3 + 1$, $q(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക

a) $p(-1)$, $q(-1)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക

b) രണ്ട് ബഹുപദങ്ങൾക്കും പൊതുവായ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക

Answers

a) $p(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0$
 $q(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$

b) $p(-1) = 0$, $q(-1) = 0$. അതിനാൽ $(x - 1)$ രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെയും ഘടകമായിരിക്കും. പൊതുഘടകം $(x + 1)$

6) $p(x) = x^3 - 8$ ആയാൽ

a) $x - 2$ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ?

b) $x^3 - 27$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകം എഴുതുക

Answers

a) $p(2) = 2^3 - 8 = 8 - 8 = 0$
 $x - 2$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്

b) $q(x) = x^3 - 27$ ആയാൽ $q(3) = 3^3 - 27 = 27 - 27 = 0$
 $x - 3$ എന്നത് $x^3 - 27$ ന്റെ ഘടകമാണ്

7) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 7$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

a) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x - 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

b) ഘടകമല്ലെങ്കിൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും ഏത് സംഖ്യ കുറച്ചാൽ $x - 1$ ഘടകമായ $q(x)$ എന്ന ബഹുപദം കിട്ടും?

Answers

a) $p(1) = 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 7 = 6 - 7 = -1 \neq 0$
 $x - 1$ ഘടകമല്ല.

b) $p(1) = -1$ ആയതിനാൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും -1 കുറച്ചാൽ $(x - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.
 $q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

8) $p(x) = x^2 + 4x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x)$ ന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ എഴുതുക

b) $k = 4$ ആകുമ്പോഴുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

c) $p(x)$ ന് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളുണ്ടാകാൻ k യുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയെത്ര?

Answers

- a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x) = x(x+4)$ ഒരു ഘടകം x മറ്റേ ഘടകം $x + 4$
- b) $x = 4$ ആയാൽ $x^2 + 4x + k = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2)$. ഘടകങ്ങൾ രണ്ടും $x + 2$ ആണ്
- c) $p(x) = x^2 + 4x + k$ എന്നത് രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി കരുതുക .
 ഇവ $(x - a), (x - b)$ ആയാൽ $x^2 + 4x + k = (x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$
 $a + b = -4, ab = k$ എന്നെഴുതാം. $(a - b)^2 = 4^2 - 4k$ എന്നാകുന്നു.
 k എന്നത് 4ൽ കൂടിയായാൽ $(a - b)^2$ എന്നത് ന്യൂനസംഖ്യയാകുന്നു. ഇത് അർത്ഥപൂർണ്ണമല്ല. അതിനാൽ k എന്നത് 4 അല്ലെങ്കിൽ 4 ൽ കുറവായാകണം .

9) $p(x) = x^2 + 6x + k$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $k = 0$ ആയാൽ ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?
- b) രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളും ഒരേ ബഹുപദമാകാൻ k സൂചിപ്പിക്കേണ്ട വിലയെത്ര?
- c) $k = 8$ ആയാൽ ബഹുപദത്തിന്റെ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?

Answers

- a) $k = 0$ ആയാൽ $p(x) = x^2 + 6x \rightarrow x(x + 6)$, ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $x, x + 6$
- b) $x^2 + 6x + k = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$ ആയാൽ $(x + 3)^2$ എന്നെഴുതാം. ഇതിനായി $k = 9$ ആയിരിക്കണം . അപ്പോൾ ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങളായി $x + 3, x + 3$ എന്നിവ കിട്ടും.
- c) $k = 8$ ആയാൽ $p(x) = x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 2x + 8 = x(x + 4) + 2(x + 4) = (x + 4)(x + 2)$
 ഒന്നാംകൃതി ഘടകങ്ങൾ $(x + 4), (x + 2)$

10) $x^2 + kx + 6$ എന്ന ബഹുപദം പരിഗണിക്കുക

- a) $x - 1$ ഘടകമാകാൻ k ഏത് സംഖ്യ ആകണം?
- b) ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ മറ്റൊരു ഒന്നാംകൃതി ഘടകം കണ്ടുകൊടുക്കുക
- c) $x^2 - 7x + 6 = 0$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എഴുതുക

Answers

- a) If $x - 1$ ഘടകമായതിനാൽ ഗുണകങ്ങളുടെ തുക 0 . $k + 7 = 0 \rightarrow k = -7$
- b) $x^2 - 7x + 6 = x^2 - x - 6x + 6 = x(x - 1) - 6(x - 1) = (x - 1)(x - 6)$.
 അടുത്ത ഘടകം $x - 6$
- c) $x = 1, x = 6$

അധ്യായം: 11 സ്ഥിതി വിവരക്കണക്ക്

Focus Points

- a) ഒരു കൂട്ടത്തിൽ നിന്നും ശേഖരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ സംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് വിശകലനം ചെയ്ത് പൊതുനിഗമനത്തിലെത്തുന്ന പാനഭാഗം
- b) മാധ്യം എന്ന ശരാശരി സംഖ്യാവിവരങ്ങളുടെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ച് കിട്ടുന്നതാണ് . എല്ലാവിവരങ്ങളെയും ഒരേ പ്രാധാന്യത്തോടെ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ശരാശരിയാണ് മാധ്യം.
- c) ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ ആരോഹണ ക്രമത്തിലോ അവരോഹണ ക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുവിൽ വരുന്ന സംഖ്യയാണ് മധ്യം
- d) ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലായാൽ അവയുടെ മാധ്യവും മധ്യവും തുല്യമാണ് .

1) പത്ത് ക്ലാസ് ടെസ്റ്റുകളിൽ ഒരു കുട്ടിക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കുകളാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്

14, 17, 11, 19, 15, 17, 13, 10, 14, 18

- a) മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- b) മാർക്കുകൾ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ ഏതൊക്കെ മാർക്കുകളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത്
- c) മാർക്കുകളുടെ മധ്യം കണക്കാക്കുക
- d) മധ്യമാർക്കിനേക്കാൾ കൂടിയ മാർക്ക് എത്ര ടെസ്റ്റുകൾക്കാണ് ലഭിച്ചത്?

Answers

- a) $\text{മാധ്യം} = \frac{14+17+11+19+15+17+13+10+14+18}{10} = 14.8$
- b) ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതിയ മാർക്കുകൾ 10, 11, 13, 14, 14, 15, 17, 17, 18, 19
 $n = 10$ (ഇരട്ടസംഖ്യ). അതിനാൽ 5മത്തെയും 6മത്തെയും മാർക്കുകളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് . ഇവ 14, 15 വീതമാണ്.
- c) $\text{മധ്യം} = \frac{14+15}{2} = 14.5$
- d) 14.5 നേക്കാൾ കൂടിയ 5 മാർക്കുകളുണ്ട് .

2) ഒരു പട്ടണത്തിലെ തുടർച്ചയായ ഏഴുദിവസങ്ങളിലെ താപനില താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$26^{\circ}C, 28^{\circ}C, 25^{\circ}C, 30^{\circ}C, 27^{\circ}C, 26^{\circ}C, 25^{\circ}C$

- a) ഈ സംഖ്യകൾ ആരോഹണക്രമത്തിലെഴുതുക
- b) താപനിലകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- c) മധ്യമായ താപനില എത്ര?
- d) മധ്യതാപനിലയേക്കാൾ കൂടിയ താപനിലയുള്ള എത്ര ദിവസങ്ങളുണ്ട് .
- e) മധ്യതാപനിലയേക്കാൾ കുറഞ്ഞ താപനിലയുള്ള എത്ര ദിവസങ്ങളുണ്ട് ?

Answers

- a) $25^{\circ}C, 25^{\circ}C, 26^{\circ}C, 26^{\circ}C, 27^{\circ}C, 28^{\circ}C, 30^{\circ}C$
- b) $\text{മാധ്യം} = \frac{26+28+25+30+27+26+25}{7} = 26.71$
- c) ആരോഹണക്രമത്തിൽ നടുവിൽ വരുന്ന സംഖ്യ 26. മധ്യമായ താപനില = $26^{\circ}C$
- d) $26^{\circ}C$ നേക്കാൾ കൂടിയ താപനിലയുള്ള 3 ദിവസങ്ങളുണ്ട് .
- e) മധ്യത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ ഒരു താപനില മാത്രം. അത് $25^{\circ}C$ ആണ് .

3) 7, 10, 13... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

- a) നൂറിൽ താഴെ ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ടാകും ?
- b) നടുവിൽ വരുന്ന പദം ഏത് ?
- c) ഈ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- d) സംഖ്യകളുടെ മധ്യം കണക്കാക്കുക.
- e) മാധ്യവും മധ്യവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?

Answers

- a) $x_n = 3n + 4$. $3n + 4 < 100 \rightarrow 3n < 96, n < 32$. അതുകൊണ്ട് 100ൽ താഴെ 31 സംഖ്യകൾ ഈ ശ്രേണിയിലുണ്ട് .
- b) 31 റദ്ദസംഖ്യ ആയതിനാൽ $\frac{31+1}{2} = 16$ മത്തെ പദമാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് . $x_{16} = 3 \times 16 + 4 = 52$
- c) $x_{31} = 3 \times 31 + 4 = 97$. തുക = $(7 + 97) \times \frac{31}{2} = \frac{104 \times 31}{2} = 1612$
 $\text{മാധ്യം} = \frac{1612}{31} = 52$
- d) ശ്രേണിയുടെ നടുവിൽ വരുന്ന പദമാണ് മധ്യം. അത് പതിനാറാം പദമാണ്. $x_{16} = 3 \times 16 + 4 = 52$
- e) മാധ്യവും മധ്യവും തുല്യമാണ് .

4) 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക

- a) ഇവയിൽ 7 ന്റെ എത്ര ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും ?
- b) 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
- c) മധ്യമായി വരുന്ന സംഖ്യ ഏത് ?
- d) മധ്യത്തേക്കാൾ കൂടിയ എത്ര ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും ?

Answers

- a) 7, 14, 21...98 ആണ് സംഖ്യകൾ. $7n = 98 \rightarrow n = \frac{98}{7} = 14$.
പതിനാല് ഗുണിതങ്ങളുണ്ടാകും .
- b) 100ൽ താഴെയുള്ള 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക $7 + 14 + 21 \dots + 98 = (7 + 98) = \frac{14}{2} (7 + 98)$
 $105 \times 7 = 735$
മാധ്യം = $\frac{735}{14} = 52.5$
- c) ആരോഹണക്രമത്തിൽ 7മത്തെയും 8മത്തെയുമാണ് നടുവിൽ വരുന്നത് . $x_7 = 7 \times 7 = 49, x_8 = 7 \times 8 = 56$. മധ്യം = $\frac{49+56}{2} = 52.5$
- d) $x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ എന്നിവയെല്ലാം 52.5 നേക്കാൾ കൂടുതലാണ് . 7 എണ്ണം മധ്യമത്തേക്കാൾ ഉയർന്നതാണ് .

5) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $3n + 2$ ആണ് .

- a) ശ്രേണി എഴുതുക
b) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങൾ പരിഗണിച്ച് അവയുടെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക
c) മധ്യം കണക്കാക്കുക
d) മാധ്യവും മധ്യവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?

Answers

- a) ശ്രേണി 5, 8, 11...
- b) $x_{20} = 3 \times 20 + 2 = 62$
ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക = $(5 + 62) \times \frac{20}{2} = 670$
മാധ്യം = $\frac{670}{20} = 33.5$
- c) പത്താമത്തെയും പതിനൊന്നാമത്തെയും പദങ്ങളാണ് നടുവിൽ വരുന്നത്. $x_{10} = 32, x_{11} = 35$
മധ്യം = $\frac{32+35}{2} = 33.5$
- d) മാധ്യവും മധ്യവും തുല്യമാണ്

6) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക

- a) ആദ്യത്തെ 100 റദ്ദുസംഖ്യകളുടെ മാധ്യം എത്ര?
b) ആദ്യത്തെ 100 റദ്ദുസംഖ്യകളുടെ മധ്യം എത്ര?
c) ആദ്യത്തെ n ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ മാധ്യം എത്ര?
d) ആദ്യത്തെ n ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ മധ്യം എത്ര?

Answers

- a) മാധ്യം = $\frac{100^2}{100} = 100$
- b) 1, 3, 5, 7... റദ്ദുസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി $x_n = 2n - 1$.
50 മത്തെയും 51 മത്തെയും നടുവിൽ വരുന്നു. ഇവ $2 \times 50 - 1, 2 \times 51 - 1$
മധ്യം = $\frac{99+101}{2} = 100$
- c) മാധ്യം = $\frac{n(n+1)}{n} = n + 1$
- d) 2, 4, 6, 8... , $x_n = 2n$
 $\frac{n}{2}$ th and $(\frac{n}{2} + 1)$ നടുവിൽ വരുന്നു . ഇവ n and $n + 2$. മധ്യം $\frac{n+n+2}{2} = n + 1$