294

III

Total No. of Questions – 24
Total No. of Printed Pages – 3

Regd. No.

Part – III

MATHEMATICS, Paper-II(B)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours] *[Max. Marks : 75*

సూచన : ఈ ప్రశ్నపత్రంలో **A, B, C** అను మూడు విభాగములు కలవు.

విభాగము – A $10 \times 2 = 20$

I. "అతి స్వల్ప" సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 27 = 0$ వృత్తం ఒక వ్యాసపు ఒక కోన (2, 3) అయితే దీని మరో కోన కనుక్కోండి.

2. స్పర్శ జ్యా ను నిర్వచించి, $x^2 + y^2 = 9$ వృత్తం దృష్ట్యా (1, 1) స్పర్శ జ్యా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

3. $x^2 + y^2 - 5x - 14y - 34 = 0$, $x^2 + y^2 + 2x + 4y + k = 0$ సమీకరణాలు సూచించే వృత్తాలు లంబ వృత్తాలు అయితే k విలువ కనుక్కోండి.

4. (3, –2) శీర్షంగాను, (3, 1) నాభిగాను గల పరావలయ సమీకరణం కనుక్కోండి.

5. $x^2 - 4y^2 = 5$ అతిపరావలయానికి $3x - 4y + k = 0$ స్పర్శరేఖ అయితే k విలువ కనుక్కోండి.

6. $\int \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}\,dx$ ను గణించండి.

7. $(0, \infty)$ మీద $\int x \log x\,dx$ ను గణించండి.

8. $\lim_{n \to \infty} \frac{1 + 2^4 + 3^4 + ... + n^4}{n^5}$ ను గణించండి.

9. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos^4 x\,dx$ ను కనుక్కోండి.

10. $y(1 + x)\,dx + x\,(1 + y)\,dy = 0$ ను సాధించండి.

విభాగము – B $\qquad 5 \times 4 = 20$

II. "స్వల్ప" సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు **నాలుగు** మార్కులు.

11. $x, y, \neq 0$ అయి, $x^2 + y^2 = a^2$ వృత్తంపై ఉన్న బిందువు $P(x_1, y_1)$ వద్ద గీసిన స్పర్శరేఖ, నిరూపకాక్షాలతో ఏర్పరిచే త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.

12. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$, $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y = 0$ వృత్తాలు ఒకదానినొకటి స్పృశించుకొంటే $f'g = fg'$ అని చూపండి.

13. ఒక దీర్ఘ వృత్తం నాభులు S, T లు, హ్రస్వాక్షపు ఒక కొన B, STB ఒక సమబాహు త్రిభుజం అయితే, దీర్ఘ వృత్తం ఉత్కేంద్రత కనుక్కోండి.

14. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ దీర్ఘవృత్తానికి $x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$ స్పర్శరేఖ కావడానికి నియమం కనుక్కోండి.

15. $x^2 - 4y^2 = 4$ అతిపరావలయానికి కేంద్రం, నాభులు, ఉత్కేంద్రత, నియత రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

16. పరావలయాలు $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$ పరిబద్ధమైన ప్రదేశం వైశాల్యం కనుక్కోండి.

17. $(x^2 + y^2)dx = 2xy\, dy$ ను సాధించండి.

విభాగము – C $\qquad 5 \times 7 = 35$

III. "దీర్ఘ" సమాధాన ప్రశ్నలు.

(i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. (4, 1), (6, 5) బిందువుల గుండా పోయే వృత్త కేంద్రం $4x + 3y - 24 = 0$ రేఖపై ఉంటే ఆ వృత్త సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

19. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ వృత్తాన్ని (5, 5) బిందువు వద్ద బాహ్యంగా స్పృశిస్తూ 5 యూనిట్ల వ్యాసార్ధం ఉన్న వృత్త సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

20. పరావలయం $y^2 = 4ax$ కు బాహ్య బిందువు P నుంచి గీసిన స్పర్శరేఖలు అక్షరేఖతో θ_1, θ_2 కోణాలు చేస్తున్నాయి. $\tan\theta_1 + \tan\theta_2$ విలువ స్థిరం b అయితే $y = bx$ రేఖపై P ఉంటుందని చూపండి.

21. $\int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x}\, dx$ ను గణించండి.

22. పూర్ణాంకం $n \geq 2$, $I_n = \int \cos^n x\, dx$ అయితే $I_n = \frac{1}{n}\cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ అని చూపండి.

23. $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x}\, dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$ అని చూపండి.

24. $x \log x \frac{dy}{dx} + y = 2\log x$ ను సాధించండి.