വണ്ടൂർ ഗണിതം - ബ്രിഡ്ജ് മെറ്റീരിയൽ - ക്ലാസ്സ് X 2021-22

സംഖ്യകൾ

എണ്ണൽസംഖ്യകൾ	1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , . . .
ഇരട്ടസംഖ്യകൾ	2 , 4 , 6 , 8, 10 , 12 , . . .
ഒറ്റസംഖ്യകൾ	1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , . . .

അഭാജ്യസംഖ്യകൾ

1 ഉം അതേ സംഖ്യയും ഒഴിച്ചുള്ള സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയാത്ത എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ 1 ഒഴികെയുള്ളവയെ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Prime numbers) എന്നു പറയുന്നു .

ഉദാ: 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31 , 37 , . , . , . , .

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

ഭാഗങ്ങളുടെ സംഖ്യയാണ് ഭിന്നസംഖ്യകൾ (Fractions) .

ഉദാ: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{10}{7}$, . . .

ന്യൂനസംഖ്യകൾ

ന്യൂനചിഹ്നം ചേർത്തെഴുതുന്ന സംഖ്യകളെ ന്യൂനസംഖ്യകൾ (Negative numbers) എന്നു പറയുന്നു .

അധിസംഖ്യകൾ

ന്യൂനമല്ലാത്ത സംഖ്യകളെ അധിസംഖ്യകൾ (Positive numbers) എന്നു പറയുന്നു .

NOTE : 0 അധിസംഖ്യയോ ന്യൂനസംഖ്യയോ അല്ല .

സംഖ്യകളും ബീജഗണിതവും

ബീജഗണിതം

സംഖ്യകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന കാര്യങ്ങൾ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കിയെഴുതുന്ന രീതിയാണ് ബീജഗണിതം (Algebra)

ആശയം 1

രണ്ടു സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യ കൊണ്ട് വെവ്വേറെ ഗുണിച്ച് കൂട്ടിയാലും സംഖ്യകളുടെ തുക യെ ഗുണിച്ചാലും ഫലം ഒന്നു തന്നെ .

അതായത് ,

x , y , z **എന്ന ഏതു സംഖ്യകളെടുത്താലും ,** $xz + yz = (x + y)z$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക

a) $36 \times 28 + 64 \times 28$ **b)** $125 \times 436 + 875 \times 436$

ഉത്തരം

a) $36 \times 28 + 64 \times 28 = (36 + 64)28 = 100 \times 28 = 2800$

b) $125 \times 436 + 875 \times 436 = (125 + 875)436 = 1000 \times 436 = 436000$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക

a) $36 \times 18 + 14 \times 18$ **b)** $185 \times 122 + 215 \times 122$

ആശയം 2

രണ്ടു സംഖ്യകളെ ഒരേ സംഖ്യ കൊണ്ട് വെവ്വേറെ ഗുണിച്ച് കുറച്ചാലും , ആദ്യത്തെ സംഖ്യക ളുടെ വ്യത്യാസത്തെ മൂന്നാമത്തെ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലും ഫലം ഒന്നു തന്നെ

അതായത് ,

x , y , z **എന്ന ഏതു സംഖ്യകളെടുത്താലും ,** $xz - yz = (x - y)z$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക

a) $58 \times 76 - 48 \times 76$ **b)** $239 \times 397 - 139 \times 397$

ഉത്തരം

a) $58 \times 76 - 48 \times 76 = (58 - 48)76 = 10 \times 76 = 760$

b) $239 \times 397 - 139 \times 397 = (239 - 139)397 = 100 \times 397 = 39700$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക

a) $96 \times 39 - 76 \times 39$ **b)** $316 \times 125 - 116 \times 125$

ആശയം 3

ബീജഗണിതവാചകങ്ങൾ

അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ക്രിയകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന പൊതുരൂപങ്ങളെ ബീജഗണിതവാചകങ്ങൾ (Algebraic expressions) എന്നു പറയുന്നു .

NOTE :

പൊതുവായ തത്ത്വങ്ങൾ പറയാൻ ബീജഗണിതം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ , അക്ഷരങ്ങൾ ഏതുതരം സംഖ്യകളെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് എന്ന് വ്യക്തമാക്കേണ്ടതുണ്ട് .

എണ്ണൽസംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ ബീജഗണിതത്തിൽ സാധാരണയായി n ആണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത് . (ഏതക്ഷരവും ഉപയോഗിക്കാം)

പ്രവർത്തനം

1 നോട് വീണ്ടും വീണ്ടും 10 കൂട്ടികിട്ടുന്ന

a) സംഖ്യകളേവ ?

b) സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതവാചകം കണ്ടുപിടിക്കുക .

ഉത്തരം

a) $11 , 21 , 31 , 41 , 51 , . . .$

b) സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതവാചകം = $1 + 10n$

തുടർപ്രവർത്തനം

a) 1 നോട് വീണ്ടും വീണ്ടും 5 കൂട്ടികിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതവാചകം കണ്ടുപിടിക്കുക

b) 4 നോട് വീണ്ടും വീണ്ടും 5 കൂട്ടികിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതവാചകം കണ്ടുപിടിക്കുക

c) ആദ്യത്തെ രണ്ടു ക്രമങ്ങളിലെയും ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള സംഖ്യകൾ കൂട്ടുക. 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ മാത്രം കിട്ടുന്നതെന്തുകൊണ്ടാണ് ?

ബീജഗണിതരൂപങ്ങൾ

1) 2 n എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ ഇരട്ടസംഖ്യകളാണ് .

2) 2 n - 1 എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ ഒറ്റസംഖ്യകളാണ് .

3) 5 n എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ് .

4) 10 n +1 എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ 10 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 1 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന. സംഖ്യകളാണ് .

4) 3 n - 2 എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന സംഖ്യകളാണ് .

അതായത്

1) ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതരൂപം = 2 n

2) ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതരൂപം = 2 n- 1

3) 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ബീജഗണിതരൂപം = 5 n

4) 10 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 1 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതരൂപം = 10 n+1

5) 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ബീജഗണിതരൂപം = 3 n - 2

ന്യൂനസംഖ്യകൾ - ക്രിയകൾ

ആശയം 1

അധിസംഖ്യകളിൽ ,ചെറുതിൽ നിന്ന് വലുതു കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് ,വലുതിൽ നിന്നു ചെറുതു കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നതിന്റെ ന്യൂനമാണ് .

x , y എന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് അധിസംഖ്യകളിൽ $x < y$ ആണെങ്കിൽ

$$x - y = -(y - x)$$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $4 - 5$ **b)** $12 - 20$ **c)** $521 - 743$

ഉത്തരം

a) $4 - 5 = -1$

b) $12 - 20 = -8$

c) $521 - 743 = -222$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $7 - 9$ **b)** $37 - 95$ **c)** $135 - 627$

ആശയം 2

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെ ന്യൂനത്തിനോട് ഒരു അധിസംഖ്യ കൂട്ടുക എന്നതിന്റെ അർത്ഥം , രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് ആദ്യസംഖ്യ കുറയ്ക്കുക എന്നാണ് .

x , y എന്ന ഏത് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$$-x + y = y - x$$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $-2 + 8$ **b)** $-95 + 20$ **c)** $-675 + 520$

ഉത്തരം

a) $-2 + 8 = 6$

b) $-95 + 20 = -75$

c) $-675 + 520 = -155$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $-9 + 6$ **b)** $-45 + 80$ **c)** $-326 + 792$

ആശയം 3

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെ ന്യൂനത്തിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു അധിസംഖ്യ കുറച്ചാൽ ,ഈ അധിസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ന്യൂനം കിട്ടും .

x , y **എന്ന ഏത് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും**

$$-x - y = -(x + y)$$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $-8 - 5$ **b)** $-62 - 38$ **c)** $-372 - 251$

ഉത്തരം

a) $-8 - 5 = -13$

b) $-62 - 38 = -100$

c) $-372 - 251 = -623$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $-7 - 9$ **b)** $-18 - 73$ **c)** $-267 - 679$

ആശയം 4

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെ ന്യൂനം കൂട്ടുക എന്നതിന്റെ അർത്ഥം ,ആ അധിസംഖ്യ കുറക്കുക എന്നതാണ് .

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $5 + (-3)$ **b)** $-15 + (-32)$ **c)** $715 + (-936)$

ഉത്തരം

a) $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$

b) $-15 + (-32) = -15 - 32 = -47$

c) $715 + (-936) = 715 - 936 = -221$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $4 + (-9)$ **b)** $-75 + (-19)$ **c)** $621 + (-384)$

ആശയം 5

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെ ന്യൂനം കുറക്കുക എന്നതിന്റെ അർത്ഥം ,ആ അധിസംഖ്യ കൂട്ടുക എന്നതാണ് .

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $8 - (-6)$ **b)** $-63 - (-15)$ **c)** $-531 - (-856)$

ഉത്തരം

a) $8 - (-6) = 8 + 6 = 14$

b) $-63 - (-15) = -63 + 15 = -48$

c) $-531 - (-856) = -531 + 856 = 325$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $1 - (-9)$ **b)** $-78 - (-56)$ **c)** $-267 - (-598)$

ആശയം 6

ഒരു സംഖ്യയുടെ ന്യൂനത്തിന്റെ ന്യൂനം , ആ സംഖ്യ തന്നെയാണ് .

x ഏതു സംഖ്യയായാലും , $-(-x) = x$

,

ആശയം 7

ഒരു അധിസംഖ്യയുടെയും ഒരു അധിസംഖ്യയുടെ ന്യൂനത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം എന്നതിന്റെ അർത്ഥം , ആ അധിസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ ന്യൂനം എന്നാണ് .

x , y എന്ന ഏത് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$-(x)\,y = x(-y) = -xy$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $7 \times (-5)$ **b)** -15×12 **c)** $125 \times (-426)$

ഉത്തരം

a) $7 \times (-5) = -35$

b) $-15 \times 12 = -180$

c) $125 \times (-426) = -53250$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $(-8) \times 9$ **b)** $25 \times (-46)$ **c)** $235 \times (-124)$

ആശയം 8

രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ ന്യൂനങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എന്നതിന്റെ അർത്ഥം , ആ അധിസംഖ്യ കളുടെ ഗുണനഫലം എന്നാണ് .

x , y എന്ന ഏത് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$(-x)(-y) = xy$

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $(-4) \times (-7)$ **b)** $(-36) \times (-15)$ **c)** $(-345) \times (-152)$

ഉത്തരം

a) $(-4) \times (-7) = 28$

b) $(-36) \times (-15) = 540$

c) $(-345) \times (-152) = 52440$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $(-6) \times (-9)$ **b)** $(-75) \times (-28)$ **c)** $(-495) \times (-364)$

ന്യൂനഹരണം

അധിസംഖ്യകളിലെന്നപോലെ , ന്യൂനസംഖ്യകളിലും , ഹരണമെന്നത് ഗുണനത്തിന്റെ വിപരീത മാണ് .

NOTE :

ബീജഗണിതത്തിൽ പൊതുവേ , $x \div y$ **എന്നതിനെ** $\frac{x}{y}$ **എന്നാണ് എഴുതുന്നത് .**

$z = \frac{x}{y}$ **എന്ന സമവാക്യത്തിൽ ,**

$x = -6 \ , \ y = 2$ **എന്നെടുത്താൽ** $z = \frac{-6}{2} = -3$

$x = 6 \ , \ y = -2$ **എന്നെടുത്താൽ** $z = \frac{6}{-2} = -3$

$x = -6 \ , \ y = -2$ **എന്നെടുത്താൽ** $z = \frac{-6}{-2} = 3$

തുടർപ്രവർത്തനം

$z = \frac{x}{y}$ **എന്ന സമവാക്യത്തിൽ** $x \ , \ y$ **ആയി ചുവടെപ്പറയുന്ന സംഖ്യകളെടുക്കുമ്പോൾ** z **ആയി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക .**

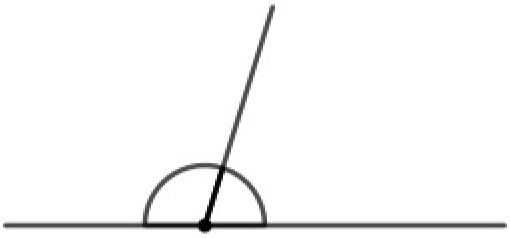
a) $x = -20 \ , \ y = 5$

b) $x = 48 \ , \ y = -6$

c) $x = -63 \ , \ y = -9$

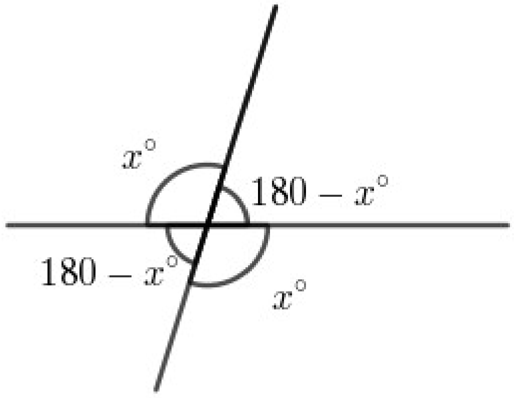
സമാന്തരവരകൾ

രേഖീയജോടി



ഒരു വരയിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു വര വരച്ചാൽ ഇരു വശത്തുമുണ്ടാകുന്ന കോണുകളുടെ തുക 180^0 ആണ് .ഇങ്ങനെയുണ്ടാകുന്ന ഒരു ജോടി കോണുകളെ രേഖീയജോടി (Linear pair) എന്നു പറയുന്നു .

എതിർകോണുകൾ



ഒരു വരയെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുന്ന നാലുകോണുകളിൽ എതിരേയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ് . ഈ കോണുകളെ എതിർകോണുകൾ (Opposite angles) എന്നു പറയുന്നു .

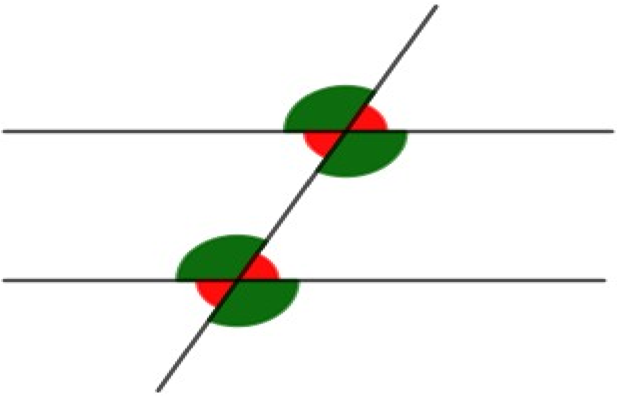
സമാന്തരവരകൾ

ഒരേ അകലം പാലിക്കുന്ന , ഒരിക്കലും കൂട്ടിമുട്ടാത്ത വരകളെ സമാന്തരവരകൾ (Parallel lines) എന്നു പറയുന്നു .

സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകൾ മറ്റേതൊരു വരയുമായും ഒരേ പോലെയുള്ള കോണുകളാണ് ഉണ്ടാക്കുന്നത് .

സമാന്തരവരകളും കോണുകളും

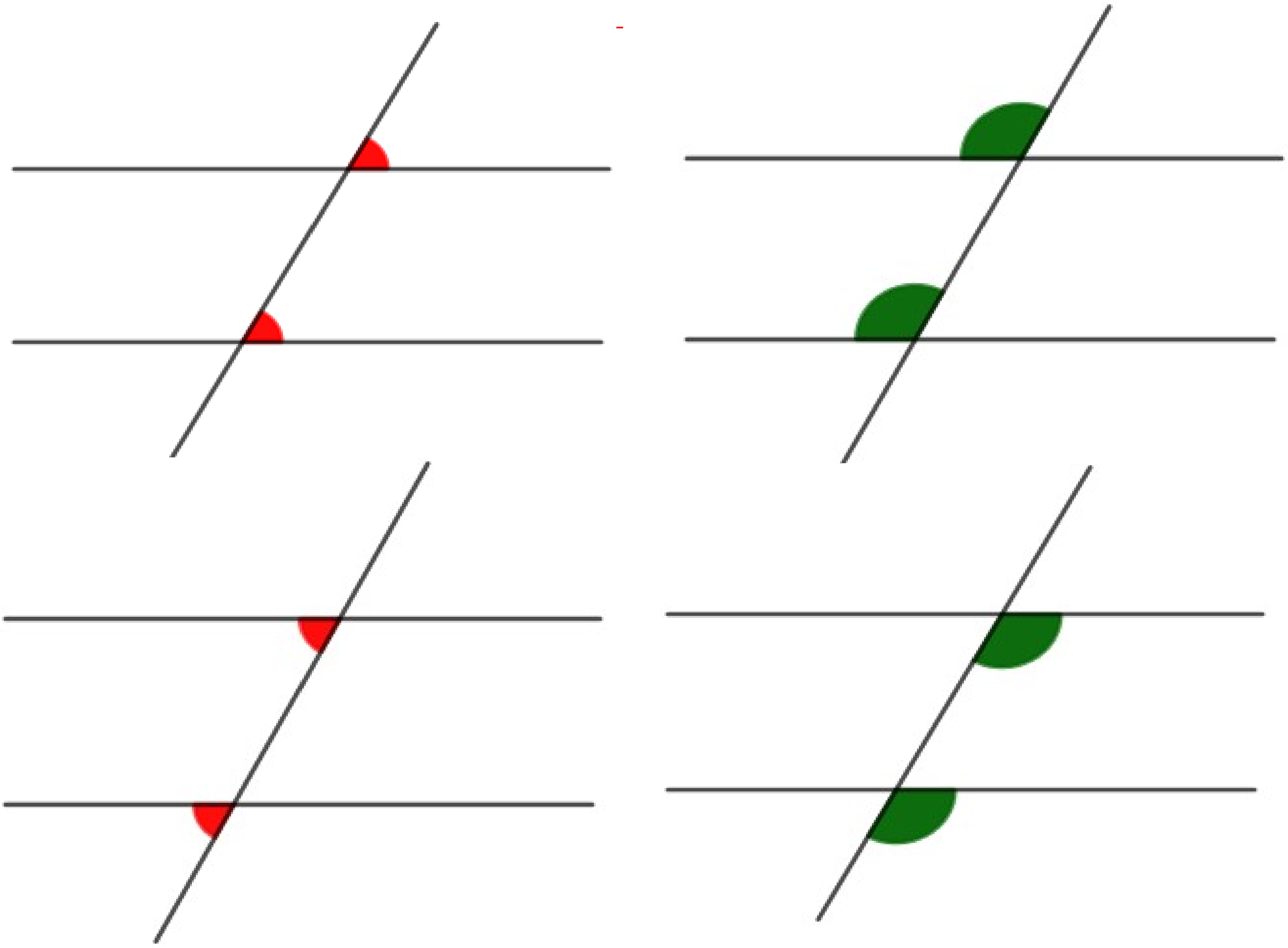
സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ എട്ടുകോണുകൾ ഉണ്ടാ കുന്നുണ്ട് .



താഴെ നിന്നും മുകളിൽ നിന്നും ഓരോ കോൺ വീതമെടുത്ത് പല ജോടികളുണ്ടാക്കാം .

ചില ജോടികളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ് . അല്ലാത്തവ അനുപൂരകവും .

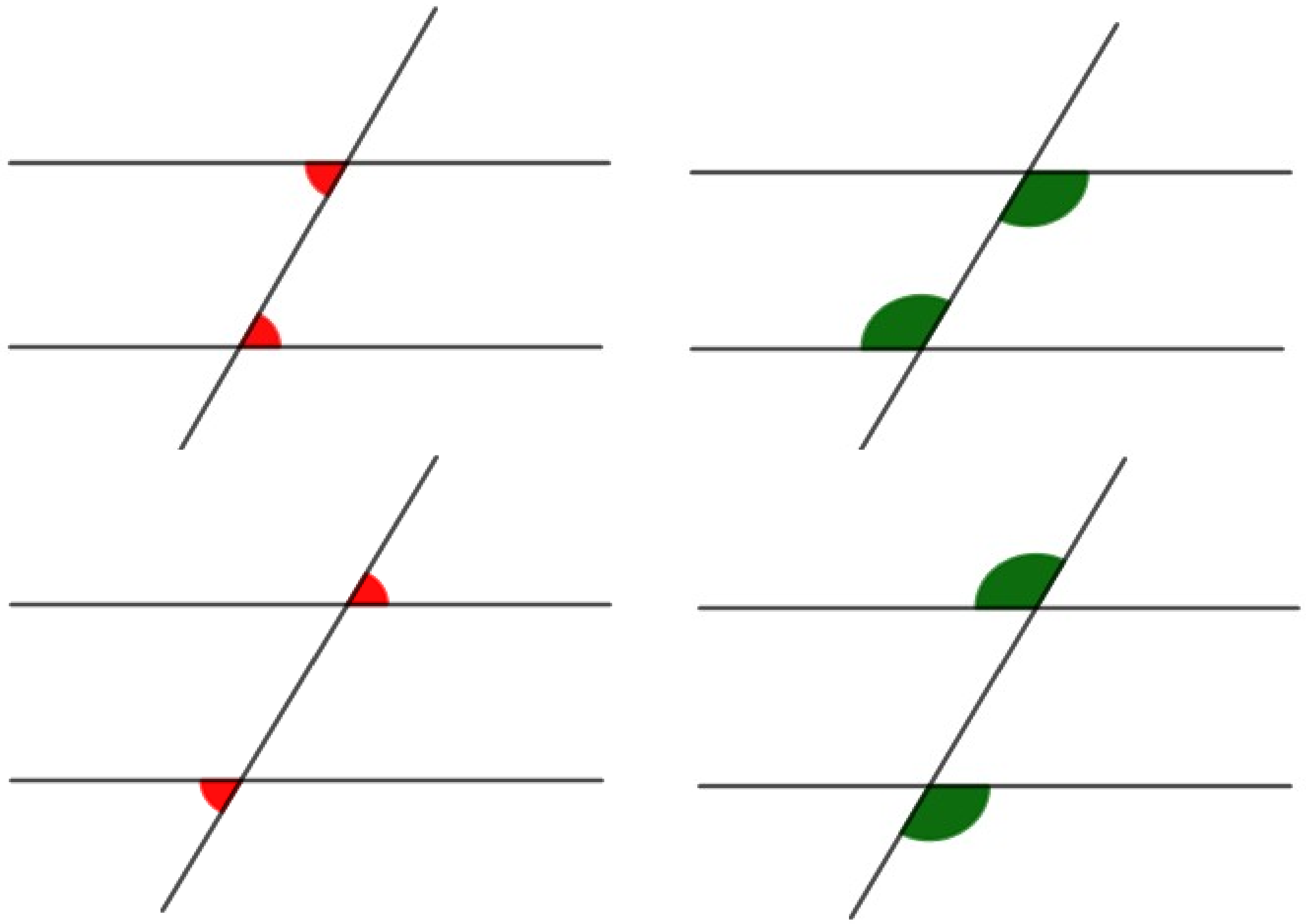
സമാനകോണുകൾ



സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വരമുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ ഒരേ സ്ഥാനത്തു വരുന്ന ജോടിയിലെ കോണുകളെ **സമാനകോണുകൾ (Corresponding angles)** എന്നു പറയുന്നു .

സമാനകോണുകൾ തുല്യമാണ്

മറുകോണുകൾ

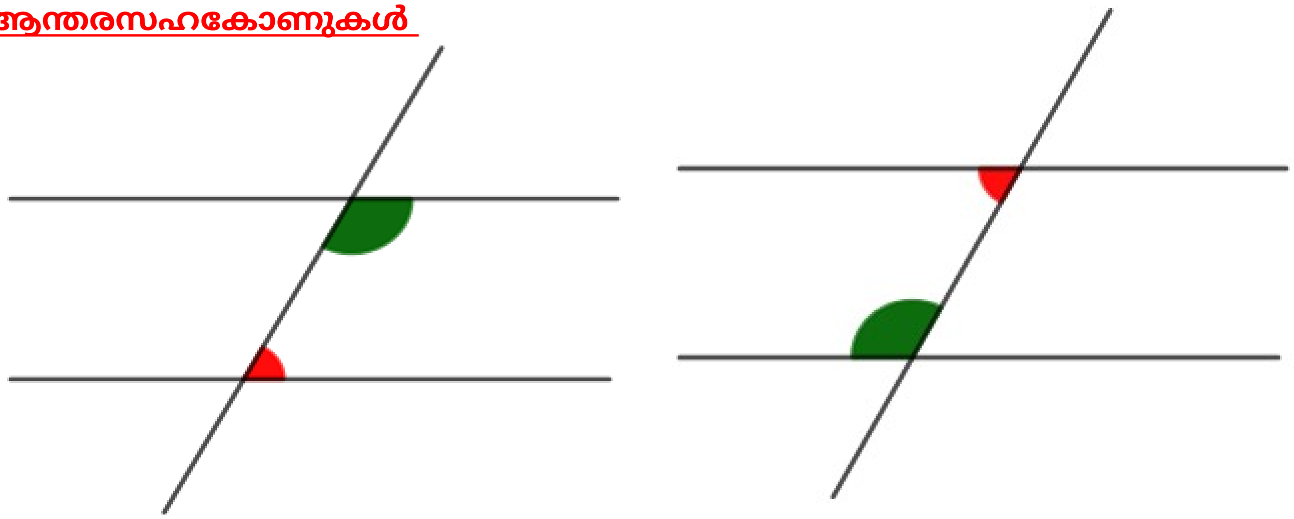


സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വരമുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ താഴെ നിന്നും മുകളിൽ നിന്നും ഓരോ കോൺ വീതമെടുത്ത് പല ജോടികളുണ്ടാക്കാം .

സ്ഥാനം വിപരീതമായ ഇത്തരമൊരു ജോടിയിലെ കോണുകളെ **മറുകോണുകൾ (Alternate angles)** എന്നു പറയുന്നു .

മറുകോണുകൾ തുല്യമാണ്

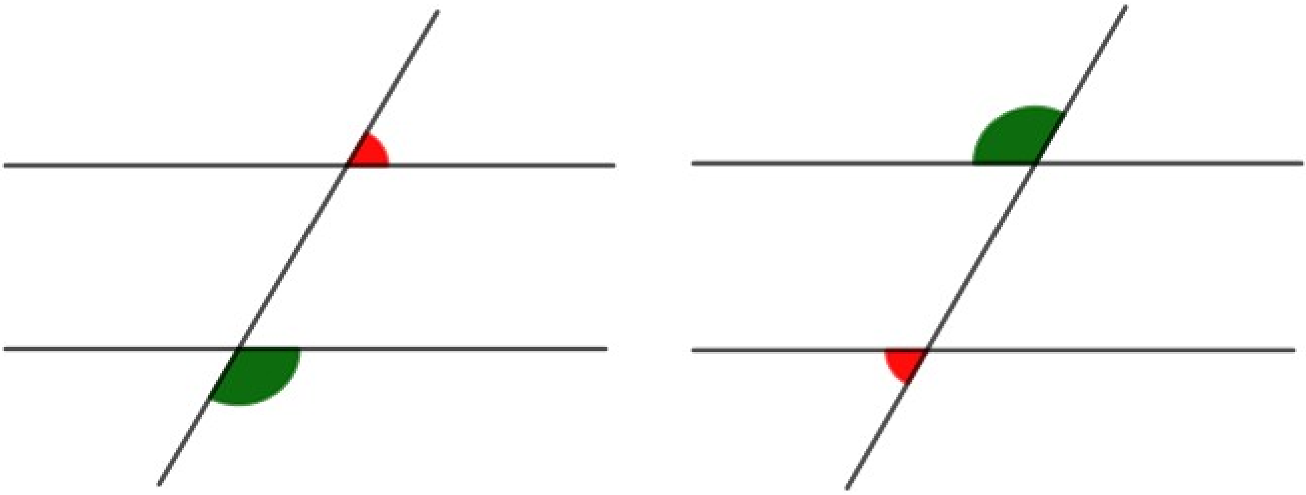
ആന്തരസഹകോണുകൾ



സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വരമുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ സമാന്തരവരകൾക്കിടയിൽ ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഓരോ വശത്തും അനുപൂരകമായി ഒരു ജോടി കോണുകളുണ്ട് . ഇത്തരമൊരു ജോടിയിലെ കോണുകളെ ആന്തരസഹകോണുകൾ (Co - interior angles) എന്നു പറയുന്നു .

ആന്തരസഹകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

ബാഹ്യസഹകോണുകൾ



സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വരമുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ സമാന്തരവരകൾക്കിടയിലല്ലാതെ ചരിഞ്ഞ വരയുടെ ഓരോ വശത്തും അനുപൂരകമായി ഒരു ജോടികോണുകളുണ്ട് .ഇത്തരമൊരുജോടിയിലെകോണുകളെ ബാഹ്യസഹകോണുകൾ (Co - exterior angles) എന്നു പറയുന്നു .

ബാഹ്യസഹകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ് .

സമവാക്യങ്ങൾ

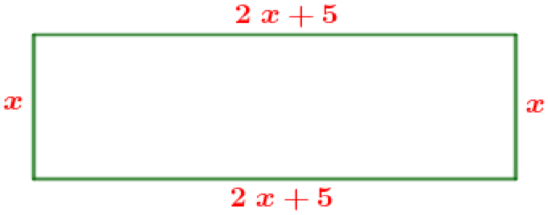
പ്രവർത്തനം

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ രണ്ടുമടങ്ങിനേക്കാൾ 5 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലാണ് .

അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 34 സെന്റിമീറ്ററാണ് . അതിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x എന്നെടുത്താൽ , നീളം = $2x + 5$



$x + 2x + 5 + x + 2x + 5 = 34$

$6x + 10 = 34$

$6x = 24$

$x = \frac{24}{6} = 4$

വീതി = $x = 4$ സെ.മീ

നീളം = $2x + 5 = 2 \times 4 + 5 = 8 + 5 = 13$ സെ.മീ

പരപ്പളവ് = നീളം x വീതി = $13 \times 4 = 52$ ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

കലണ്ടറിൽ നാലുസംഖ്യകളുള്ള ഒരു സമചതുരം അടയാളപ്പെടുത്തി അതിലെ സംഖ്യകളെ

ല്ലാം കൂട്ടിയപ്പോൾ 100 കിട്ടി . സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ് ?

സർവസമവാക്യങ്ങൾ

ആശയം 1

അധിസംഖ്യകളുടെ തുകയെ തുക കൊണ്ടു ഗുണിക്കാൻ , ആദ്യത്തെ തുകയിലെ ഓരോ സംഖ്യയേയും രണ്ടാമത്തെതുകയിലെ ഓരോ സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് , കൂട്ടണം .

x , y , u , v എന്ന ഏതു നാല് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$$(x + y)(u + v) = xu + xv + yu + yv$$

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ക്രിയകൾ നോക്കുക .

$$1 \times 4 = (2 \times 3) - 2$$

$$2 \times 5 = (3 \times 4) - 2$$

$$3 \times 6 = (4 \times 5) - 2$$

$$4 \times 7 = (5 \times 6) - 2$$

a) ഈ ക്രമത്തിൽ അടുത്ത രണ്ടു വരികളിലെ ക്രിയകൾ എഴുതുക .

b) അടുത്തടുത്തനാല് എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും നടുവിലെ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത് ?

c) ഈ പൊതുതത്വം ബീജഗണിത്തിലെഴുതി , കാരണം വിശദീകരിക്കുക .

ഉത്തരം

a)

$$5 \times 8 = (6 \times 7) - 2$$

$$6 \times 9 = (7 \times 8) - 2$$

b) അടുത്തടുത്ത നാലു എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം നടുവിലെ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തേക്കാൾ 2 കുറവാണ് .

c) അടുത്തടുത്ത നാലു എണ്ണൽസംഖ്യകൾ x , $x+1$, $x+2$, $x+3$ എന്നെടുത്താൽ

$$x(x+3) = (x+1)(x+2) - 2 .$$

$$x(x+3) = x^2 + 3x$$

$(x+1)(x+2) = x \times x + x \times 2 + 1 \times x + 1 \times 2 = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$

അപ്പോൾ $x(x+3) = (x+1)(x+2) - 2$

തുടർപ്രവർത്തനം

a)കലണ്ടറിൽ ഒരു സമചതുരത്തിൽ വരുന്ന നാലുസംഖ്യകൾ അടയാളപ്പെടുത്തി കോണോടു കോൺ വരുന്നസംഖ്യകൾ ഗുണിച്ച് വ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുക .

b)ഏതു സമചതുരത്തിലെയും നാലു സംഖ്യകളെടുത്താൽ ഒരേ വ്യത്യാസമാണോ കിട്ടുന്നത്?

c) ഇത് എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് വിശദീകരിക്കുക .

ആശയം 2

രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ വർഗ്ഗം , സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങിന്റെയും തുകയാണ് .

x , y **എന്ന ഏതു രണ്ട് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും**

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ക്രിയകൾ നോക്കുക .

$$1 \times 3 = 2^2 - 1$$

$$2 \times 4 = 3^2 - 1$$

$$3 \times 5 = 4^2 - 1$$

$$4 \times 6 = 5^2 - 1$$

a) ഈ ക്രമത്തിൽ അടുത്ത രണ്ടു വരികളിലെ ക്രിയകൾ എഴുതുക .

b) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും നടുവിലെ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

c) ഈ പൊതുതത്വം ബീജഗണിതത്തിലെഴുതി , കാരണം വിശദീകരിക്കുക .

ഉത്തരം

a)

$$7 \times 5 = 6^2 - 1$$

$$8 \times 6 = 7^2 - 1$$

b) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലവും നടുവിലെ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തേക്കാൾ 1 കുറവാണ് .

c) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ x , $x+1$, $x+2$ എന്നെടുത്താൽ

$$x(x+2) = (x+1)^2 - 1$$

$$x(x+2) = x^2 + 2x$$

$$(x+1)^2 - = x^2 + 1^2 + 2 \times x \times 1 - = x^2 + 2x + 1$$

അപ്പോൾ $x(x+2) = (x+1)^2 - 1$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ക്രിയകൾ നോക്കുക .

$$1^2 + (4 \times 2) = 3^2$$

$$2^2 + (4 \times 3) = 4^2$$

$$3^2 + (4 \times 4) = 5^2$$

$$4^2 + (4 \times 5) = 6^2$$

a) ഈ ക്രമത്തിൽ അടുത്ത രണ്ടു വരികളിലെ ക്രിയകൾ എഴുതുക .

b) ഇതിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന പൊതുതത്വം എന്താണ് ?

c) ഈ പൊതുതത്വം ബീജഗണിത്തിലെഴുതി , കാരണം വിശദീകരിക്കുക .

ആശയം 3

രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ വർഗ്ഗം ,അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുകയിൽ നിന്ന് ഗുണനഫലത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കുറച്ചതാണ് .

$x > y$ എന്ന ഏതു രണ്ട് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം കണ്ടുപിടിക്കുക

a) 49 **b)** 98

ഉത്തരം

a) $49^2 = (50-1)^2 = 50^2 + 1^2 - 2 \times 50 \times 1 = 2500 + 1 - 100 = 2401$

b) $98^2 = (100-2)^2 = 100^2 + 2^2 - 2 \times 100 \times 2 = 10000 + 4 - 400 = 9604$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം കണ്ടുപിടിക്കുക

a) 47 **b)** 99

ആശയം 4

രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെയും വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം , അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിനു തുല്യമാണ് .

$x > y$ എന്ന ഏതു രണ്ട് അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ക്രിയകൾ നോക്കുക .

$$3^2 - 1^2 = 4 \times 2$$

$$4^2 - 2^2 = 4 \times 3$$

$$5^2 - 3^2 = 4 \times 4$$

$$6^2 - 4^2 = 4 \times 5$$

a) ഈ ക്രമത്തിൽ അടുത്ത രണ്ടു വരികളിലെ ക്രിയകൾ എഴുതുക .

b) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസവും നടുവിലെ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്താണ് ?

c) ഈ പൊതുതത്വം ബീജഗണിതത്തിലെഴുതി , കാരണം വിശദീകരിക്കുക .

ഉത്തരം

a)

$$7^2 - 5^2 = 4 \times 6$$

$$8^2 - 6^2 = 4 \times 7$$

b) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം നടുവിലെ സംഖ്യയുടെ 4 മടങ്ങായിരിക്കും .

c) അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് എണ്ണൽസംഖ്യകൾ x , $x+1$, $x+2$ എന്നെടുത്താൽ

$$(x+2)^2 - x^2 = 4(x+1)$$

$$(x+2)^2 - x^2 = (x+2+x)(x+2-x) = (2x+2)2 = 4x+4$$

$$4(x+1) = 4x+4$$

അപ്പോൾ $(x+2)^2 - x^2 = 4(x+1)$

തുടർപ്രവർത്തനം

a)കലണ്ടറിൽ ഒരു സമചതുരത്തിൽ വരുന്ന നാലുസംഖ്യകൾ അടയാളപ്പെടുത്തി കോണോടുകോൺ വരുന്നസംഖ്യാജോടികളുടെ വർഗ്ഗങ്ങൾ കൂട്ടുക .ഈ തുകകളുടെ വ്യത്യാസങ്ങൾ കണക്കാക്കുക .

b)ഏതു സമചതുരത്തിലെയും നാലു സംഖ്യകളെടുത്താൽ ഒരേ വ്യത്യാസമാണോ കിട്ടുന്നത്?

c) ഇത് എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് വിശദീകരിക്കുക .

സമവാക്യജോടികൾ

ആശയം

രണ്ടളവുകളെ കുറിച്ചുള്ള രണ്ടു വിവരങ്ങളെ രണ്ടക്ഷരങ്ങളുള്ള രണ്ടു സമവാക്യങ്ങളാക്കി അളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം .

പ്രവർത്തനം

3 പെൻസിലിനും 4 പേനക്കും കൂടി 55 രൂപയാണ് വില . 5 പെൻസിലിനും 2 പേനക്കുമാണെങ്കിൽ 45 രൂപയാണ് വില . പെൻസിലിന്റെയും പേനയുടെയും വില എത്രയാണ് ?

ഉത്തരം

ഒരു പെൻസിലിന്റെ വില = x എന്നും ഒരു പേനയുടെ വില = y എന്നുമെടുത്താൽ ,

$$3x + 4y = 55 \qquad (1)$$

$$5x + 2y = 45 \qquad (2)$$

$$(1) \times 5 \Longrightarrow \quad 15x + 20y = 275 \qquad (3)$$

$$(2) \times 3 \Longrightarrow \quad 15x + 6y = 135 \qquad (4)$$

$$(3) - (4) \Longrightarrow \quad 15x + 20y = 275 \; -$$

$$15x + 6y = 135$$

$$0 + 14y = 140$$

$$y = \frac{140}{14} = 10$$

$$3x + 4 \times 10 = 55 \Longrightarrow 3x + 40 = 55 \Longrightarrow 3x = 15 \Longrightarrow x = \frac{15}{3} = 5$$

ഒരു പെൻസിലിന്റെ വില = = x = 5 രൂപ , ഒരു പേനയുടെ വില = y = 10 രൂപ

തുടർപ്രവർത്തനം

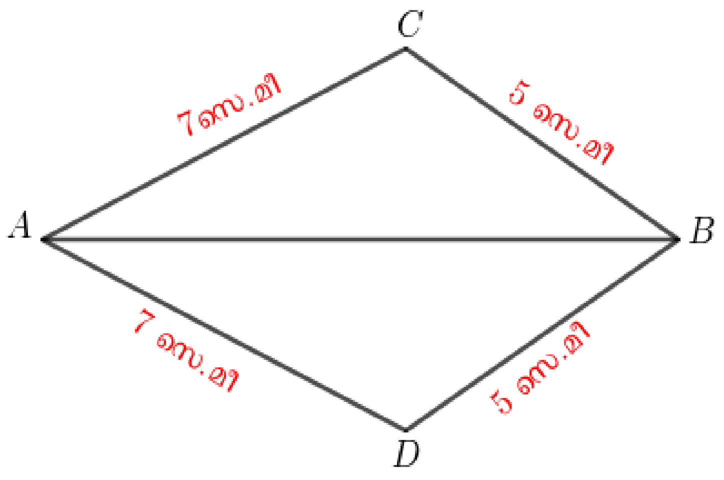
ചെറിയ പാത്രത്തിൽ 4 തവണയും വലിയ പാത്രത്തിൽ 7 തവണയും വെള്ളം നിറച്ചൊഴിച്ചപ്പോൾ 62 ലിറ്റർ . ചെറിയ പാത്രത്തിൽ 6 തവണയും വലിയ പാത്രത്തിൽ 5 തവണയും വെള്ളം നിറച്ചൊഴിച്ചപ്പോഴോ 60 ലിറ്ററും.ഓരോ പാത്രത്തിലും എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

തുല്യത്രികോണങ്ങൾ

ആശയം -1

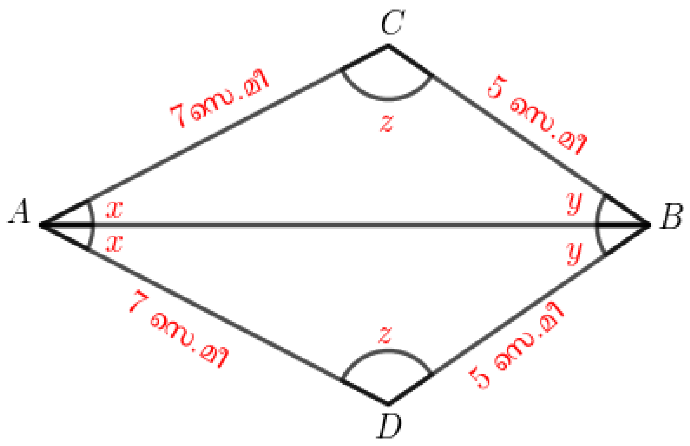
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഈ ത്രികോണങ്ങളിലെ തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്

പ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC , ത്രികോണം ABD എന്നിവയിലെ തുല്യമായ കോണുകൾ ഏവ ?

ഉത്തരം



ത്രികോണം ABC , ത്രികോണം ABD

എന്നിവയിൽ $AC = AD$, $BC = BD$

$AD = AD$ **(പൊതുവായ വശം)**

(ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഈ ത്രികോണങ്ങളിലെ തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാണ്)

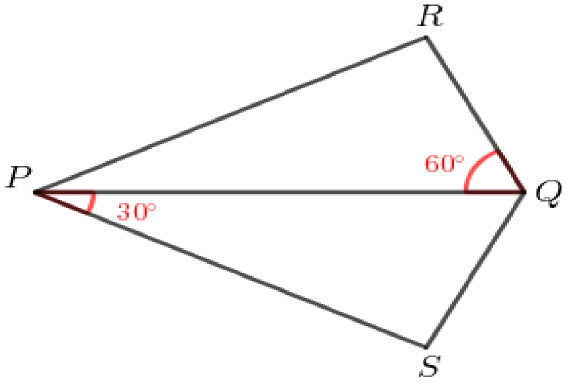
$\angle BAC = \angle BAD$

$\angle ABC = \angle ABD$

$\angle ACB = \angle ADB$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ PSQR എന്ന ചതുർഭുജത്തിൽ



PR = PS , QR = QS

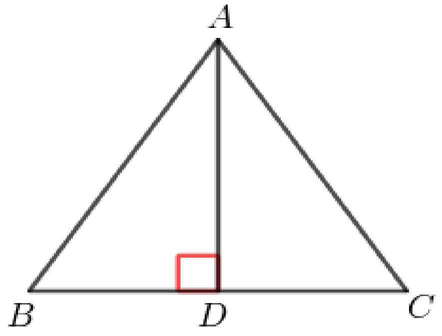
∠ SPQ = 30^0 , ∠ PQR = 60^0

ചതുർഭുജത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം കണക്കാക്കുക

ആശയം -2

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളും അവ ചേരുന്ന കോണും , മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾക്കും അവ ചേരുന്ന കോണിനും തുല്യമാണെങ്കിൽ , ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂന്നാമത്തെ വശങ്ങളും തുല്യമാണ് ; മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും തുല്യമാണ് .

പ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D . $\angle BDA = 90^0$

a) $AB = AC$ **എന്ന് തെളിയിക്കുക .**

b) $\angle BAC$ **യുടെ സമഭാജിയാണ്** AD **എന്ന് തെളിയിക്കുക .**

ഉത്തരം

ത്രികോണം ADB , ത്രികോണം ADC എന്നിവയിൽ

$BD = CD$ **(BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D)**

$AD = AD$ **(പൊതുവായ വശം)**

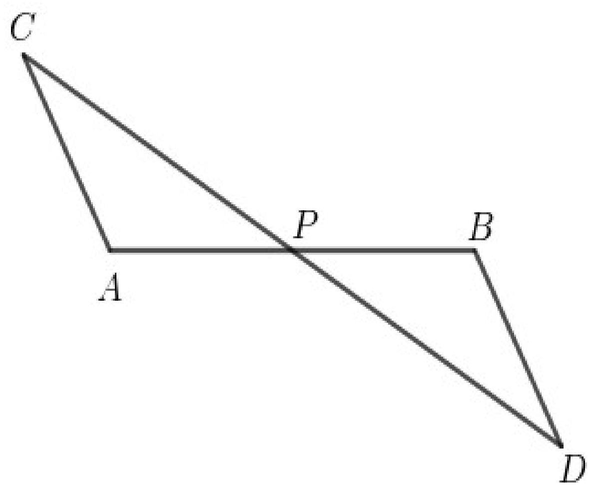
$\angle ADB = \angle ADC = \angle 90^0$

a) $AB = AC$ **(ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളും അവ ചേരുന്ന കോണും മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾക്കും അവ ചേരുന്ന കോണിനും തുല്യമാണെങ്കിൽ , ഈ ത്രികോണങ്ങളിലെ മൂന്നാം വശങ്ങളും തുല്യമാണ് . മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും തുല്യമാണ് .)**

b) $\angle BAD = \angle CAD$

അതായത് ∠ BAC യുടെ സമഭാജിയാണ് AD

<u>തുടർപ്രവർത്തനം</u>



ചിത്രത്തിൽ AB , CD എന്നീ വരകളുടെ

മധ്യബിന്ദുവാണ് P .

a) $\angle APC$ യുടെ അതേ അളവുള്ള കോണേത് ?

b) AC = BD എന്ന് തെളിയിക്കുക .

c) AC ക്ക് സമാന്തരമാണ് BD എന്ന് തെളിയി

ക്കുക .

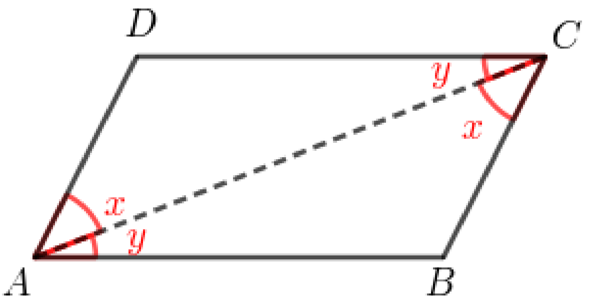
<u>ആശയം -3</u>

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശവും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തുള്ള കോണുകളും , മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തുള്ള കോണുകൾക്കും തുല്യമാണെങ്കിൽ , ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂന്നാമത്തെ കോണുകൾ തുല്യമാണ് .തുല്യ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളും തുല്യമാണ് .

<u>പ്രവർത്തനം</u>

ഏത് സാമാന്തരികത്തിലും എതിർവശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .

<u>ഉത്തരം</u>



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ് .

അതായത് AB എന്ന വശത്തിന് സമാന്തരമാണ് CD എന്ന വശം . കൂടാതെ AD എന്ന വശത്തിന് സമാന്തരമാണ് BC എന്ന വശം .

AC യോജിപ്പിക്കുക .

ത്രികോണം ACD , ത്രികോണം ABC എന്നിവയിൽ

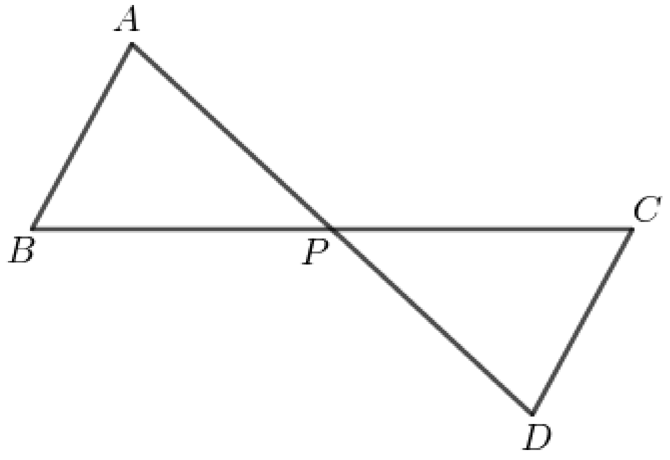
$AC = AC$ (പൊതുവായ വശം)

$\angle CAD = \angle ACB$ (മറുകോണുകൾ തുല്യമാണ്)

$\angle ACD = \angle BAC$ (മറുകോണുകൾ തുല്യമാണ്)

അതിനാൽ $AB = CD$, $AD = BC$ (ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശവും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തുള്ള കോണുകളും , മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തുള്ള കോണുകൾക്കും തുല്യമാണെങ്കിൽ , ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂന്നാമത്തെ കോണുകൾ തുല്യമാണ് .തുല്യ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളും തുല്യമാണ്)

തുടർപ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് P .

AB , CD എന്നിവ സമാന്തരവരകളാണ് .

a) $AB = CD$ എന്ന് തെളിയിക്കുക .

b) AD യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് P എന്ന് തെളിയിക്കുക .

സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ

ആശയം - 4

രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യമായ ത്രികോണത്തെ സമപാർശ്വത്രികോണം (Isosceles triangle) എന്നു പറയുന്നു .

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ തുല്യ വശങ്ങൾക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യമാ ണ്

രണ്ട് കോണുകൾ തുല്യമായ ത്രികോണങ്ങളും സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളാണ് .

ആശയം - 5

സമഭുജത്രികോണം .

മൂന്ന് വശങ്ങളും തുല്യമായ ത്രികോണത്തെ സമഭുജത്രികോണം (Equilateral triangle) എന്നു പറയുന്നു .

ഏതൊരു സമഭുജത്രികോണത്തിലും ,കോണുകളെല്ലാം 60^0 ആണ് .

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളെല്ലാം 60^0 ആണെങ്കിൽ അതൊരു സമഭുജത്രികോണ മാണ്

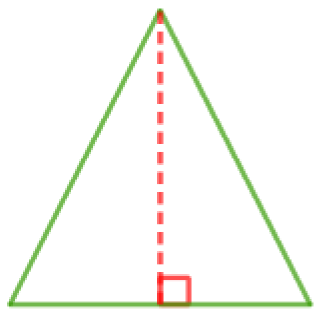
ആശയം - 6

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ ,തുല്യവശങ്ങൾ ചേരുന്ന മൂലയിൽ നിന്ന് എതിർവശത്തേക്കുള്ള ലംബം , ഈ മൂലയിലുള്ള കോണിനെയും എതിർവശത്തേയും സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .

ഒരു വരയേയോ കോണിനെയോ സമഭാഗം ചെയ്യുന്ന വരക്ക് സമഭാജി (bisector) എന്ന് പറയുന്നു

NOTE :

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പാദവും മൂന്നാംമൂലയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പല തരത്തിൽപ്പറയാം .



1) മൂന്നാം മൂലയിൽ നിന്നുള്ള ലംബം പാദത്തെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .

2) മൂന്നാം മൂലയും പാദത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന വര , പാദത്തിന് ലംബമാണ്

3) പാദത്തിന്റെ ലംബസമഭാജിയിലാണ് മൂന്നാം മൂല

ബഹുഭുജങ്ങൾ

ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ നിന്നും പരമാവധി വികർണങ്ങൾ വരച്ച് അതിനെ ത്രികോണങ്ങളായി മുറിച്ച് കോണുകളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കാം .

n വശങ്ങളുള്ളഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ നിന്നും പരമാവധി $n - 3$ വികർണങ്ങൾ വരക്കാം .

n വശങ്ങളുള്ളഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ നിന്നും പരമാവധി വികർണങ്ങൾ വരച്ചാൽ $n - 2$ ത്രികോണങ്ങൾ കിട്ടും .

n വശങ്ങളുള്ള ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(n - 2) \times 180^0$ ആണ് .

ബഹുഭുജം	വശങ്ങളുടെ എണ്ണം	കോണുകളുടെ തുക
ത്രികോണം	3	180^0
ചതുർഭുജം	4	$2 \times 180 = 360^0$
പഞ്ചഭുജം	5	$3 \times 180 = 540^0$
ഷഡ്ഭുജം	6	$4 \times 180 = 720^0$
സപ്തഭുജം	7	$5 \times 180 = 900^0$
അഷ്ടഭുജം	8	$6 \times 180 = 1080^0$
നവഭുജം	9	$7 \times 180 = 1260^0$
ദശഭുജം	10	$8 \times 180 = 1440^0$

പ്രവർത്തനം

12 വശങ്ങളുള്ള ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുകയെത്ര ?

ഉത്തരം

കോണുകളുടെ തുക = $10 \times 180 = 1800^0$

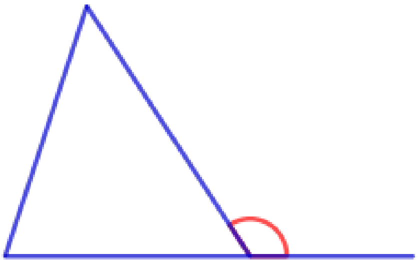
തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക 3600^0 ആയാൽ അതിനെത്ര വശങ്ങളുണ്ടാകും

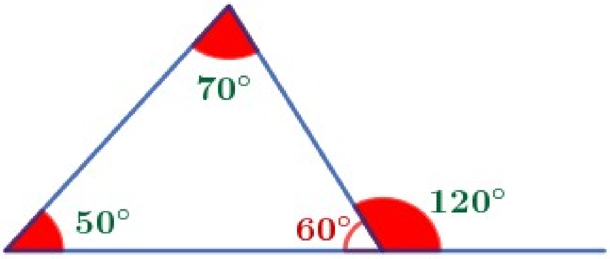
ഒരു ബിന്ദുവിനു ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360^0 ആണ് .

ത്രികോണത്തിന്റെ പുറംകോൺ

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം ഒരു ഭാഗത്തേക്ക് നീട്ടി വരക്കുമ്പോൾ ത്രികോണത്തിന്റെ പുറത്തുണ്ടാകുന്ന കോണിനെ പുറംകോൺ (Outer angle) എന്നു പറയുന്നു .



ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും ഒരുമൂലയിലെ പുറംകോൺ ,മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളിലെ അകക്കോണുകളുടെ തുകക്ക് തുല്യമാണ് .



ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഓരോ മൂലയിലെയും അകക്കോണും പുറംകോണും രേഖീയജോടിയാണ് .

ഏത് ബഹുഭുജത്തിലും പുറംകോണുകളുടെ തുക 360^0 ആണ് .

പ്രവർത്തനം

18 വശങ്ങളുള്ള ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ് . ഓരോ പുറംകോണും എത്രയാണ് ?

ഉത്തരം

പുറംകോണുകളുടെ തുക = 360^0

ഒരു പുറംകോൺ = $\frac{360}{18} = 20^0$

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ് . ഒരു പുറംകോൺ 12^0 ആണ് .

അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണമെത്ര ?

സമബഹുഭുജങ്ങൾ

വശങ്ങൾ തുല്യവും കോണുകൾ തുല്യവുമായ ബഹുഭുജങ്ങളെ സമബഹുഭുജങ്ങൾ

(**Regular polygons**) എന്ന് പറയുന്നു .

പ്രവർത്തനം

ഒരു സമബഹുഭുജത്തിന് 12 വശങ്ങളുണ്ട് .

a) ഇതിന്റെ ഓരോ പുറംകോണും എത്രയാണ് ?

b) ഇതിന്റെ ഓരോ അകക്കോണും എത്രയാണ് ?

ഉത്തരം

a) പുറംകോണുകളുടെ തുക = 360^0

ഒരു പുറംകോൺ = $\frac{360}{12} = 30^0$

b) ഒരു അകക്കോൺ = $180 - 30 = 150^0$

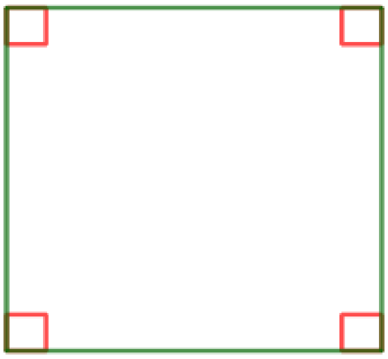
തുടർപ്രവർത്തനം

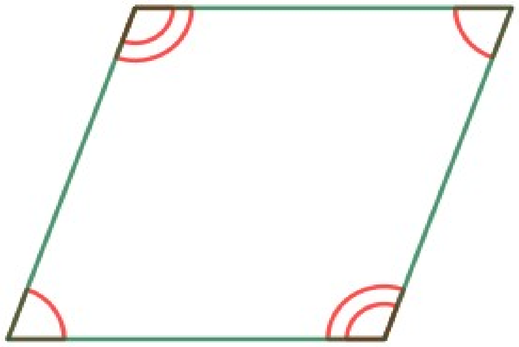
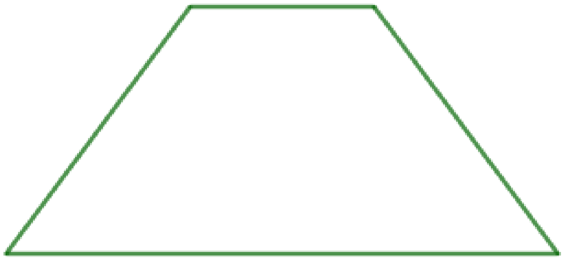
ഒരു സമബഹുഭുജത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 170^0 ആണ് .

a) ഇതിന്റെ ഓരോ പുറംകോണും എത്രയാണ് ?

b) ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണമെത്ര ?

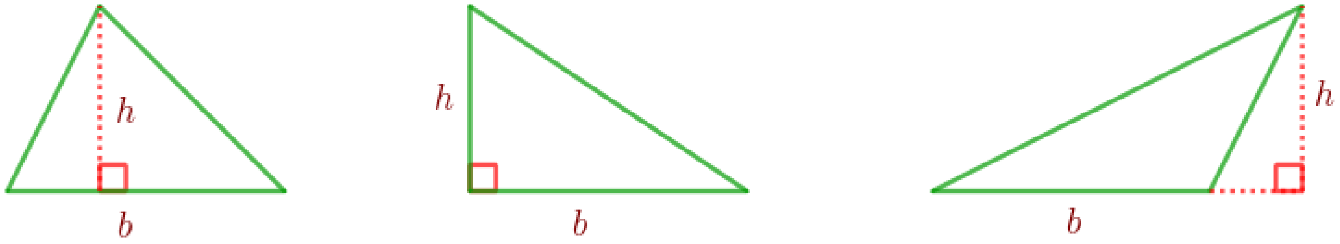
ചതുർഭുജങ്ങൾ

ബഹുഭുജം	പ്രത്യേകതകൾ
ചതുരം (Rectangle)	എതിർവശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ് .
	കോണുകളെല്ലാം മട്ടമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .
സമചതുരം (Square) 	വശങ്ങളെല്ലാം തുല്യമാണ് .
	എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ് .
	കോണുകളെല്ലാം മട്ടമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .
	വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമാണ് .
സാമാന്തരികം (Parallelogram)	എതിർവശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ് .
	എതിർകോണുകൾ തുല്യമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .
	ഒരേ വശത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180^0

സമഭുജസാമാന്തരികം (Rhombus) 	വശങ്ങളെല്ലാം തുല്യമാണ് .
	എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമാണ് .
	എതിർകോണുകൾ തുല്യമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .
	വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമാണ് .
	ഒരേ വശത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180^0
ലംബകം (Trapezium)	ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ മാത്രം സമാന്തരമാണ് .
	സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 .
സമപാർശ്വലംബകം (Isosceles trapezium) 	ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ മാത്രം സമാന്തരമാണ്
	സമാന്തരമല്ലാത്ത എതിർവശങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	വികർണങ്ങൾ തുല്യമാണ് .
	സമാന്തരവശങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലെയും കോണുകൾ തുല്യമാണ് .
	തുല്യവശങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 .

പരപ്പളവ്

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , ഏതെങ്കിലും വശത്തിന്റെയും ആ വശത്തിന്റെ എതിർമൂലയിൽ നിന്നും ആ വശത്തേക്കുള്ള ലംബത്തിന്റെ യും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x ഒരു വശം x ആ വശത്തിന്റെ എതിർമൂലയിൽ നിന്നുള്ള ലംബം

രൂപം	ചുറ്റളവ്	പരപ്പളവ്
സമഭുജത്രികോണം	3 x വശം	$\frac{\sqrt{3} \times \text{വശം}^2}{4}$
ചതുരം	2 x (നീളം + വീതി)	നീളം x വീതി
സമചതുരം	4 x വശം	വശം x വശം

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , ഒരു വശത്തിന്റെയും എതിർവശത്തേക്കുള്ള അകലത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് .

പ്രവർത്തനം

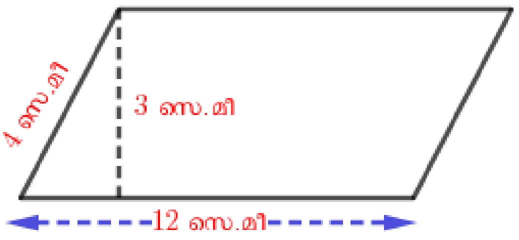
ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

സാമാന്തരികത്തിന്റെപരപ്പളവ് = ഒരു വശം x എതിർവശത്തേക്കുള്ള അകലം

= 8 x 4 = 32 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ .

തുടർപ്രവർത്തനം



a) ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

b) 4 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര ?

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , വികർണങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

പ്രവർത്തനം

വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 6 , 8 സെന്റിമീറ്ററായ സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ

a) പരപ്പളവെത്ര ?

b) വികർണങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണിന്റെ അളവെത്ര ?

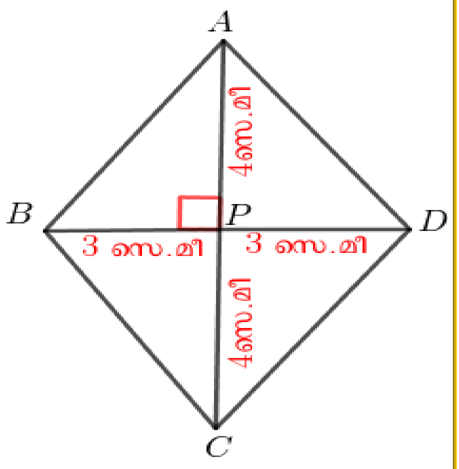
c) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

ഉത്തരം

a) സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x വികർണങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ = 24 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ .

b) വികർണങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണിന്റെ അളവ് = 90^0



c) മട്ടത്രികോണം APB യിൽ ,

പാദം^{2} + ലംബം^{2} = കർണം^{2} ==> $BP^2 + AP^2 = AB^2$

==> $3^2 + 4^2 = AB^2$ ==> $9 + 16 = AB^2$

==> $AB^2 = 25$ ==> $AB = \sqrt{25} = 5$ സെ.മീ

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം = 5 സെ.ന്റിമീറ്റർ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററും, ഒരു വികർത്തിന്റെ നീളം 16 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് .

a) രണ്ടാമത്തെ വികർണത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

b) വികർണങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണിന്റെ അളവെത്ര ?

c) വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

d) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര ?

ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

> ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , സമാന്തരവശങ്ങളുടെ തുകയുടെയും അവ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

പ്രവർത്തനം

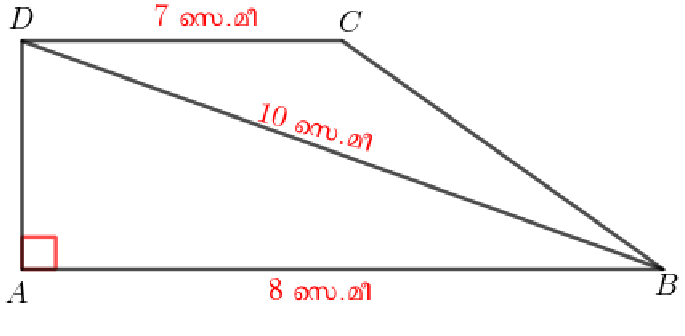
ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളം 12 സെന്റിമീറ്ററും , 8 സെന്റിമീറ്ററും . അവ തമ്മിലുള്ള അകലം 10 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് . അതിന്റെ പരപ്പളവെത്രയാണ് ?

ഉത്തരം

a) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x സമാന്തരവശങ്ങളുടെ തുക x അവ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \frac{1}{2} \times (12 + 8) \times 10 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = \mathbf{100}$$ **ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ**

തുടർപ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ലംബകമാണ് .

$\angle A = 90^0$, AB = 8 സെന്റിമീറ്റർ ,

BD = 10 സെന്റിമീറ്റർ , DC = 7 സെന്റിമീറ്റർ

a) AD യുടെ നീളമെത്ര ?

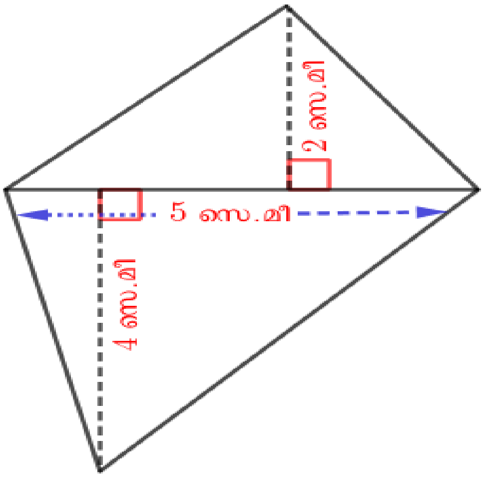
b) ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ചതുർഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഒരു വികർണത്തിന്റെയും എതിർമൂലകളിൽ നിന്ന് ആ വികർണത്തിലേക്കുള്ള അകലങ്ങളുടെ തുകയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്

പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്രയാണ് ?



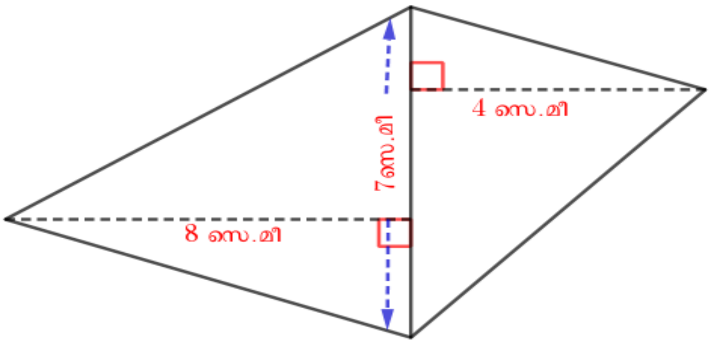
ഉത്തരം

ചതുർഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x വികർണം x എതിർമൂലകളിൽ നിന്ന് ആ വികർണത്തിലേക്കുള്ള അകലങ്ങളുടെ തുക

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (4 + 2) = \frac{1}{2} \times 5 \times 6$ = **15 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ**

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്രയാണ് ?



അംശബന്ധം

ആശയം 1

രണ്ടളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $a : b$ ആണെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ അളവ് ax ഉം രണ്ടാമത്തെ അളവ് bx ഉം ആകുന്ന x എന്നൊരു അളവുണ്ട് .

പ്രവർത്തനം

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും 5 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 54 സെന്റിമീറ്ററാണ് . നീളവും വീതിയും കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരം

നീളം = $5x$

വീതി = $4x$

ചുറ്റളവ് = 54 ==> $2 \times 5x + 2 \times 4x = 54$

$10x + 8x = 54$

$18x = 54$ ==> $x = \frac{54}{18} = 3$

നീളം = $5x = 5 \times 3 = 15$ സെ.മീ

വീതി = $4x = 4 \times 3 = 12$ സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു സമബഹുഭുജത്തിന്റെ അകക്കോണിന്റെയും പുറംകോണിന്റെയും അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 7 : 2 ആണ് .

a) അകക്കോണിന്റെ അളവെത്ര ?

b) പുറംകോണിന്റെ അളവെത്ര ?

c) ഈ ബഹുഭുജത്തിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട് ?

ആശയം 2

മൂന്നളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $a : b : c$ ആണെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ അളവ് ax ഉം രണ്ടാമത്തെ അളവ് bx ഉം മൂന്നാമത്തെ അളവ് cx ഉം ആകുന്ന x എന്നൊരു അളവുണ്ട് .

പ്രവർത്തനം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പുറുകോണുകൾ 3 : 4 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് .

a) പുറംകോണുകളുടെ തുകയെത്ര ?

b) പുറംകോണുകളുടെ അളവെത്ര ?

ഉത്തരം

a) പുറംകോണുകളുടെ തുക = 360^0

b) പുറംകോണുകളുടെ അളവുകൾ $3x$, $4x$, $5x$ എന്നെടുക്കാം .

$$3x + 4x + 5x = 360 \implies 12x = 360 \implies x = \frac{360}{12} = 15$$

പുറംകോണുകളുടെ അളവുകൾ = 3×15 , 4×15 , 5×15 = 45^0 , 60^0 , 75^0

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ നീളവും ,വീതിയും , ഉയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 5 : 3 : 6 . അതിന്റെ വ്യാപ്തം 720 ഘനസെന്റിമീറ്റർ . നീളവും ,വീതിയും , ഉയരവും കണക്കാക്കുക .

പുതിയസംഖ്യകൾ

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെയും വർഗ്ഗം 2 അല്ല .

വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളം 1 ആയ സമചതുരത്തിന്റെ നീളം ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയായി പറയാൻ കഴിയില്ല .

ആശയം 1

ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് എല്ലാ നീളങ്ങളെയും രേഖപ്പെടുത്താൻ കഴിയില്ല .

എണ്ണൽസംഖ്യയോ ഭിന്നസംഖ്യയോ ആയി പറയാൻ കഴിയാത്ത നീളങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ പുതിയ സംഖ്യകളുണ്ടാക്കണം

ആശയം 2

x ഒരു അധിസംഖ്യയായാൽ $\sqrt{x}$ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയോ ,ഭിന്നസംഖ്യയോ ,വർഗ്ഗം x നോട് അടുത്തു വരുന്ന ദശാംശരൂപത്തിലുള്ള ഭിന്നസംഖ്യയോ ആയിരിക്കും .

ആശയം 3

പൂർണവർഗ്ഗമല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലങ്ങളുടെ തുകയോട് (വ്യത്യാസത്തോട്) ഏകദേശം തുല്യമായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ കിട്ടാൻ , ഇവ ഓരോന്നിനോടും ഏകദേശം തുല്യമായ ഭിന്നസംഖ്യകൾ ക്രമത്തിൽ കൂട്ടണം (കുറക്കണം) .

പ്രവർത്തനം

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ $\sqrt{3}$ സെന്റിമീറ്ററും $\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്ററുമാണ് .

a) ഈ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണം എത്രയാണ് ?

b) ഈ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്രയാണ് ?

(സൂചന : $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{5} = 2.23$)

ഉത്തരം

a) പാദം^{2} + ലംബം^{2} = കർണം^{2} ==> $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2$ = കർണം^{2}

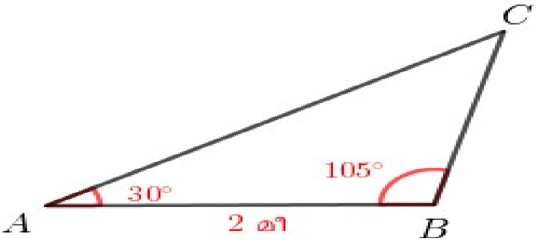
==> 3 + 2 = കർണം^{2} ==> കർണം^{2} = 5 ==> കർണം = $\sqrt{5}$ സെ. മീ

b) ചുറ്റളവ് = $\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5} = 1.73 + 1.41 + 2.23 = 5.37$ സെ. മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ , ത്രികോണം ABC യിൽ

AB = 2 മീറ്റർ , $\angle A = 30^0$, $\angle B = 105^0$



a) 2 മീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റ

ഉന്നതിയെത്ര ?

b) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവെത്ര ?

(സൂചന : B യിൽ നിന്ന് AC യിലേക്ക് ലംബം വരക്കുക . $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$)

ആശയം 4

x , y എന്ന ഏതു രണ്ടു അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും , $\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{xy}$

പ്രവർത്തനം

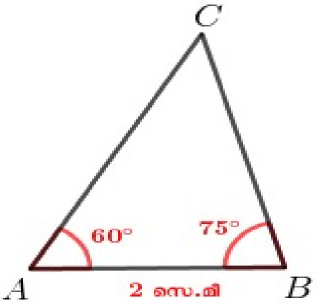
ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം $\sqrt{5}$ സെന്റിമീറ്ററും വീതി $\sqrt{2}$ സെന്റിമീറ്ററുമായാൽ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

പരപ്പളവ് = $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$ ച. സെ. മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ ,ത്രികോണം ABC യിൽ AB = 2 സെന്റിമീറ്റർ .$\angle A = 60^0$, $\angle B = 75^0$



a) B യിൽ നിന്ന് AC യിലേക്കുള്ള ലംബത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

b) AC യുടെ നീളമെത്ര ?

c) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ആശയം 5

x , y എന്ന ഏതു രണ്ടു അധിസംഖ്യകളെടുത്താലും , $\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{z}$ എന്ന ഗുണനത്തെ ഹരണമായി $\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}} = \sqrt{y}$, $\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}} = \sqrt{x}$ എന്നെഴുതാം .

പ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$ **b)** $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

ഉത്തരം

a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{2}$ **b)** $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{3}$

തുടർപ്രവർത്തനം

താഴെപ്പറയുന്ന കണക്കുകൾ ചെയ്യുക .

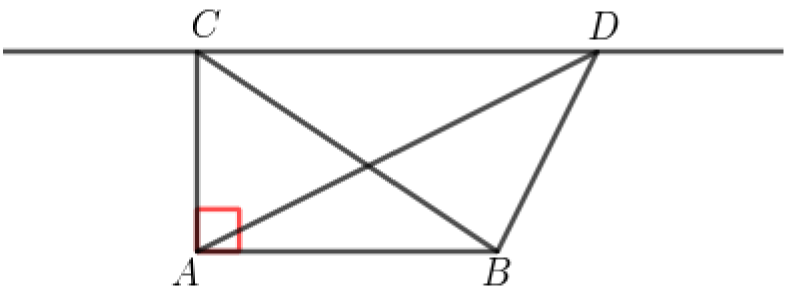
a) $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}$ **b)** $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{18}}$

സമാന്തരവരകൾ - തുടർച്ച

ആശയം -1

ഒരേ പാദവും ഒരേ പരപ്പളവുമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം മൂന്നാംമൂല പാദത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലാണ് . മറിച്ച് , ഒരേ പാദവും മൂന്നാംമൂലകളെല്ലാം പാദത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലുമായത്രികോണങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരേ പരപ്പളവാണ് .

പ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 90^0$. AB ക്ക് സമാന്തരമായി C യിലൂടെ വരക്കുന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് D . AB = 4 സെ.മീ , BC = 5 സെ.മീ .

a) AC യുടെ നീളമെത്ര ?

b) ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവെത്ര ?

c) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

a) മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ ,

$$\text{പാദം}^2 + \text{ലംബം}^2 = \text{കർണം}^2 \implies AB^2 + AC^2 = BC^2 \implies 4^2 + AC^2 = 5^2$$

$$\implies 16 + AC^2 = 25 \implies AC^2 = 25 - 16 = 9 \implies AC = \sqrt{9} = 3 \text{ സെ. മീ}$$

b) ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \text{ഒരു വശം} \times \text{ആ വശത്തേക്കുള്ള ഉന്നതി} = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ .

c) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവ് = ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് = 6 ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു വൃത്തം വരച്ച് , അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും വൃത്തകേന്ദ്രവും മൂലകളായി ഒരു ത്രികോണം വരക്കുക . ഇതേ പരപ്പളവുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണം ,എല്ലാ മൂലകളും വൃത്തത്തിൽ തന്നെയായി വരക്കുക .

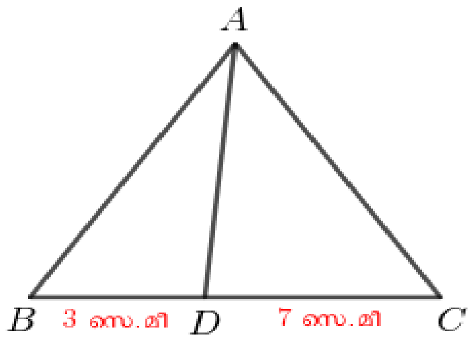
ആശയം -2

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതു മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തേക്കു വരക്കുന്ന വര , ഈ വശത്തിന്റെ നീളത്തെയും , ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെയും ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് ഭാഗിക്കുന്നത് .

പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് 100 ച.സെ.മി യും

BD = 3 സെ.മി ഉം DC = 7 സെ.മി ഉം ആയാൽ



a)ത്രികോണംABD യുടെയും,ത്രികോണംADC യുടെയും പരപ്പളവുകളുടെ അംശബന്ധമെത്ര ?

b) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവെത്ര ?

c) ത്രികോണം ADC യുടെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

a)ത്രികോണംABD യുടെയും,ത്രികോണംADC യുടെയുംപരപ്പളവുകളുടെ

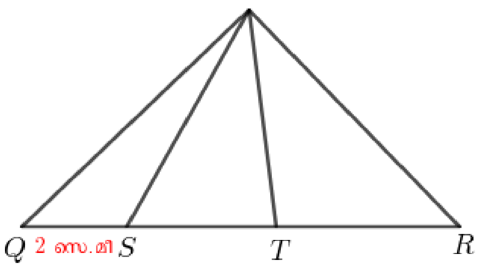
അംശബന്ധം $= BD : DC = 3 : 7$

b) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{3}{10} \times 100 = 30$ ച.സെ.മീ

c) ത്രികോണം ADC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{7}{10} \times 100 = 70$ ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം PQS ന്റെ പരപ്പളവ് 10 ച.സെ.മി ഉം ത്രികോണം PST യുടെ പരപ്പളവ് 40 ച.സെ.മി ഉം ത്രികോണം PTR ന്റെ പരപ്പളവ് 50 ച.സെ.മി ഉം QS = 2 സെ.മി ഉം ആയാൽ



a) $QS : ST : TR$ = ...: ..... : ....

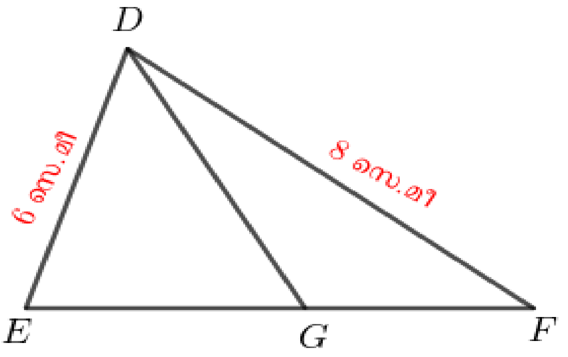
b) ST എന്ന വരയുടെ നീളമെത്ര ?

c) QR എന്ന വരയുടെ നീളമെത്ര ?

ആശയം -3

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതു കോണിന്റെയും സമഭാജി എതിർവശത്തെഭാഗിക്കുന്നത് , കോണുകളുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധത്തിലാണ് .

പ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ ∠ EDF ന്റെ സമഭാജിയാണ് DG .

DE = 6 സെ.മി ഉം DF = 8 സെ.മി ഉം

ത്രികോണം DEG യുടെ പരപ്പളവ് 30 ച.സെ.മിയും ആണ് .

a) $EG : GF$ = ... : ....

b) ത്രികോണം DEG യുടെപരപ്പളവും ത്രികോണം DGF ന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെത്ര ?

c) ത്രികോണം DGF ന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

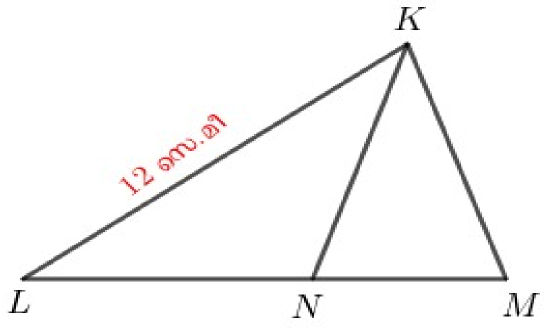
a) $EG : GF = 6 : 8$

b) ത്രികോണം DEG യുടെയും,ത്രികോണം DGF ന്റെയും പരപ്പളവുകളുടെ

അംശബന്ധം = $EG : GF = 6 : 8$

c) ത്രികോണം DGF ന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{8}{6} \times 30 = 40$ ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ ∠ LKM ന്റെ സമഭാജിയാണ് KN .

KL = 12 സെ.മി യും ത്രികോണം KLN ന്റെ പരപ്പളവ് 30 ച.സെ.മി യും ത്രികോണം KLM ന്റെ പരപ്പളവ് 20 ച.സെ.മി യും ആണ് .

a) $LN : NM = ... : ......$

b) KM **ന്റെ നീളമെന്ത് ?**

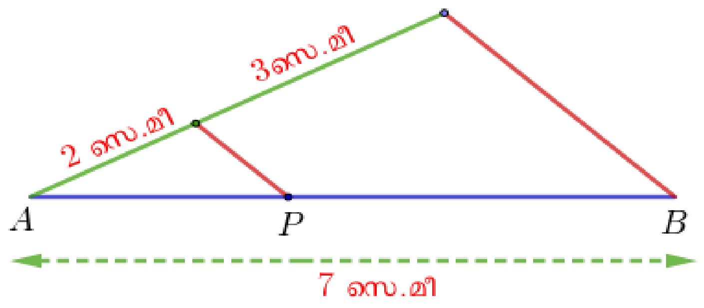
ആശയം - 4

മൂന്നോ അതിലധികമോ സമാന്തരവരകൾ , ഏതു രണ്ടു വരകളെയും മുറിക്കുന്നത് ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് .

പ്രവർത്തനം

7 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരച്ച് 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുക .

ഉത്തരം



$AP : PB = 2 : 3$

(7 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള വര വരക്കുക . അതിന്റെ ഒരറ്റത്തു നിന്ന് 5 സെന്റിമീറ്റർ നീളത്തിൽ മറ്റൊരു വര അൽപ്പം ചരിച്ചു വരച്ച് അതിനെ 2 സെന്റിമീറ്ററും 3 സെന്റിമീറ്ററുംആയി ഭാഗിക്കുക. വരകളുടെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് , ചരിഞ്ഞ വരയെ ഭാഗിച്ച ബിന്ദുവിലൂടെ അതിനൊരു സമാന്തരവര വരക്കുക .)

തുടർപ്രവർത്തനം

11 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വര വരച്ച് 2 : 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുക .

ആശയം - 5

മൂന്നോ അതിലധികമോ സമാന്തരവരകൾ ഒരു വരയെ തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുകയാണെങ്കിൽ , ഏതു വരയെയും തുല്യ ഭാഗങ്ങളായിത്തന്നെ മുറിക്കും .

തുടർപ്രവർത്തനം

8 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു വരയെ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിക്കുക .

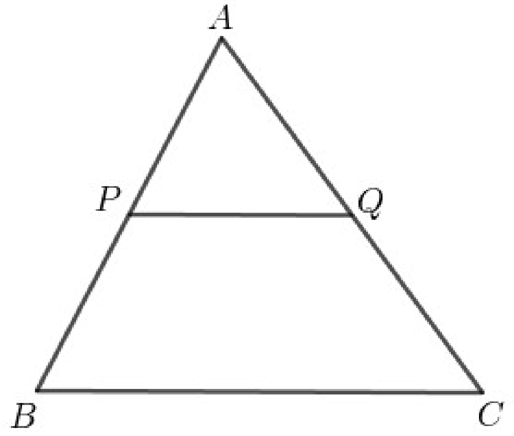
ആശയം - 6

ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഒരു വശത്തിനു സമാന്തരമായി വരക്കുന്ന വര , മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് മുറിക്കുന്നത് .

പ്രവർത്തനം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിലൂടെ മറ്റൊരു വശത്തിന് സമാന്തരമായി വരക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റ മധ്യബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നുവെന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം



ചിത്രത്തിൽ AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് P .

BC ക്ക് സമാന്തരമായ വരയാണ് PQ .

==> $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

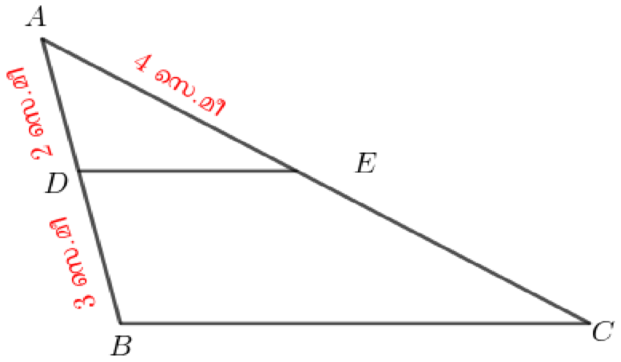
$\frac{AQ}{QC} = 1 \quad (AP = PB)$

==> $AQ = QC$

അതായത് AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് Q .

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യിൽ BC ക്ക് സമാന്തരമായ വരയാണ് DE .



AD = 2 സെന്റിമീറ്റർ , DB = 3 സെന്റിമീറ്റർ ,

AE = 4 സെന്റിമീറ്റർ

a) $AE : EC = \ldots\ldots : \ldots\ldots$

b) EC യുടെ നീളമെത്ര ?

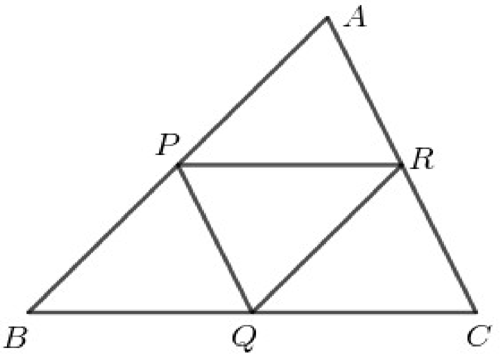
ആശയം - 7

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു വശങ്ങളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിനു സമാന്തരമാണ് .

ആശയം - 8

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ നീളം , മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

പ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q , R . BC = 10 സെന്റിമീറ്റർ

a) PR ന്റെ നീളമെത്ര ?

b) BQRP ഒരു സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

c) ചിത്രത്തിലെ മറ്റു രണ്ടു സാമാന്തരികങ്ങൾ കൂടി കണ്ടെത്തുക ?

ഉത്തരം

a) $PR = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ സെന്റിമീറ്റർ

b) PR = BQ കൂടാതെ PR ന് സമാന്തരമായ വരയാണ് BQ .

BQRP ഒരു സാമാന്തരികമാണ് . (ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവും ആണ്)

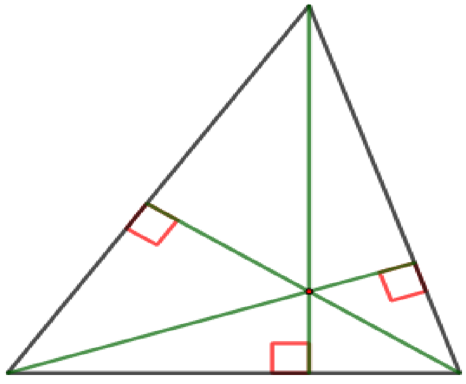
c) QCRP , APQR

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം സാമാന്തരികം ആയിരിക്കുമെന്ന് തെളിയിക്കുക .

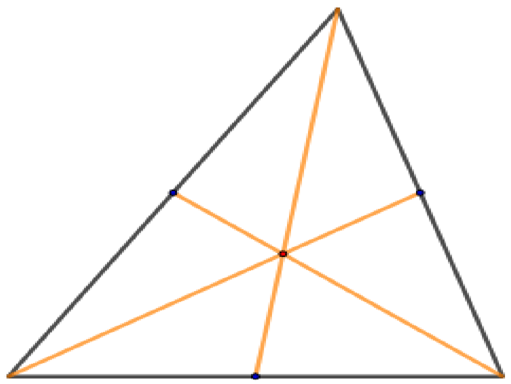
ആശയം - 9

ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഓരോ മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തേക്കു വരക്കുന്ന ലംബങ്ങൾ ഒറ്റ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും .



ആശയം - 10

ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഓരോ മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിലേക്കു വരക്കുന്ന വരകൾ ഒറ്റ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും .



നടുവര

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ നിന്നും എതിർവശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിലേക്കു വരക്കുന്ന വരയെ ത്രികോണത്തിന്റെ നടുവര (Median) എന്നു പറയുന്നു .

ആശയം - 11

ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും നടുവരകൾ ഒറ്റ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും . ആ ബിന്ദു നടുവരകളെയെല്ലാം , മൂലകളിൽ നിന്ന് 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു

സദൃശത്രികോണങ്ങൾ

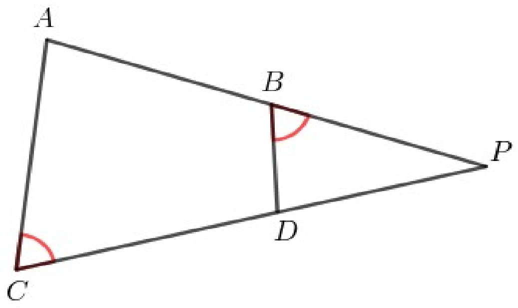
ആശയം - 1

ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ വലിപ്പക്രമത്തിൽ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് .

പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ AB , CD എന്നീ വരകൾ നീട്ടിയത്

P എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .

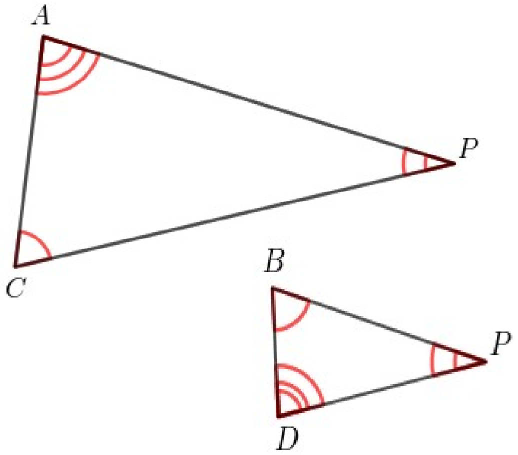


$\angle ACP = \angle DBP$.

a) APC , BPD എന്നീ ത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

b) $PA \times PB = PC \times PD$ എന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം



a) $\angle ACP = \angle DBP$.

$\angle APC = \angle BPD$ (പൊതുവായ കോൺ)

==> ഈ ത്രികോണങ്ങളിലെ മൂന്നാംകോണുകളും തുല്യമാണ് .

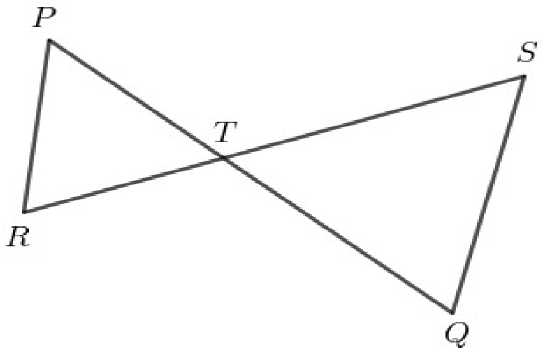
$\angle CAP = \angle BDP$

b) $\dfrac{PA}{PD} = \dfrac{PC}{PB} = \dfrac{AC}{BD}$

$\dfrac{PA}{PD} = \dfrac{PC}{PB}$ ==> $PA \times PB = PC \times PD$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ PQ , RS എന്നീ T എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .



a) PRT , QTS എന്നീ ത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

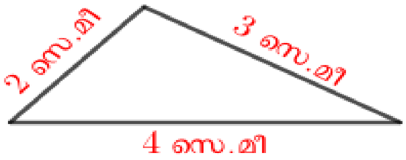
b) $TP \times TQ = TR \times TS$ എന്ന് തെളിയിക്കുക .

ആശയം - 2

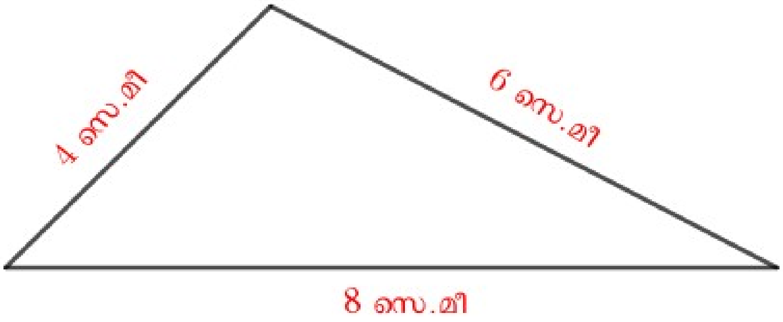
രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളത്തിന്റെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാണെങ്കിൽ ,അവക്ക് ഒരേ കോണുകളാണ് .

പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ അതേ കോണുകളും വശങ്ങളുടെ നീളം രണ്ടു മടങ്ങുമായ ത്രികോണം വരക്കുക .



ഉത്തരം



തുടർപ്രവർത്തനം

a) വശങ്ങളുടെ നീളം 3 , 4 , 6 സെന്റിമീറ്റർ ആയ ത്രികോണം വരക്കുക .

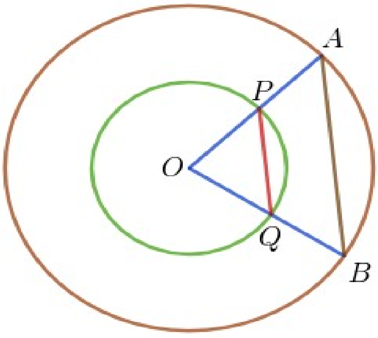
b) ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ അതേ കോണുകളും വശങ്ങളുടെ നീളം $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങുമായ മറ്റൊരു ത്രികോണം വരക്കുക .

ആശയം - 3

രണ്ടു വശങ്ങളിലെ നീളത്തിന്റെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലും ,അവ ചേരുന്നത് ഒരേ കോണിലുമായ ത്രികോണങ്ങളിൽ മൂന്നാം വശങ്ങളിലെ മാറ്റവും ഇതേ തോതിലാണ് .

പ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിലെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടെയും കേന്ദ്രമാണ് O . വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് ആരങ്ങളുടെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു .ഈ ആരങ്ങൾ ചെറിയ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു . OPQ , OAB എന്നീത്രികോണങ്ങൾ സദൃശമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .



ഉത്തരം

ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം R എന്നുമെടുത്താൽ ,

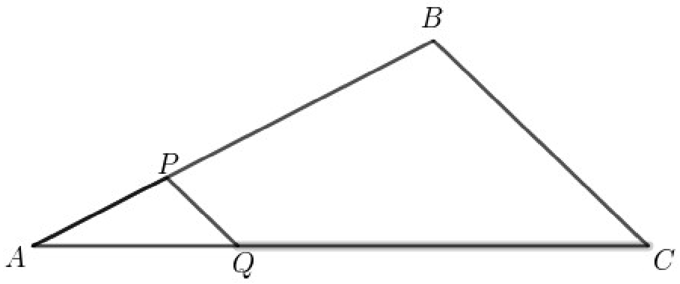
$$\frac{OP}{OA} = \frac{r}{R}$$

$$\frac{OQ}{OB} = \frac{r}{R} \implies \frac{OP}{OA} = \frac{OQ}{OB}$$

$\angle POQ = \angle AOB$ (പൊതുവായ കോൺ)

==> OPQ , OAB എന്നീത്രികോണങ്ങൾ സദൃശമാണ് .

തുടർപ്രവർത്തനം



ചിത്രത്തിൽ AB = 6 സെന്റിമീറ്റർ ,

AP = 2 സെന്റിമീറ്റർ , AQ = 3 സെന്റിമീറ്റർ ,

AC = 9 സെന്റിമീറ്റർ ആണ് .

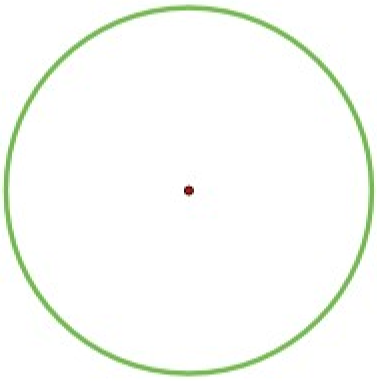
APQ , ABC എന്നീത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

NOTE :

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശമാകാൻ ചുവടെപ്പറയുന്ന ഏതെങ്കിലും തരത്തിൽ ബന്ധമുണ്ടായാൽ മതി .

- ഒരേ കോണുകളാകുക .
- വശങ്ങളിലെയെല്ലാം മാറ്റം ഒരേ തോതിലാകുക .
- രണ്ടു വശങ്ങളിലെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാകുകയും , അവ ഒരേ കോണിൽ ചേരുകയും ചെയ്യുക .

വൃത്തങ്ങൾ

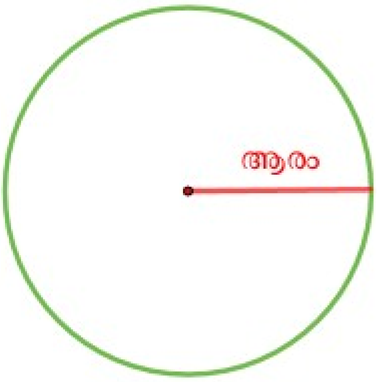


വൃത്തകേന്ദ്രം

കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തം വരക്കുമ്പോൾ , കോമ്പസിന്റെ മുന കുത്തുന്ന ബിന്ദുവാണ് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (Centre)

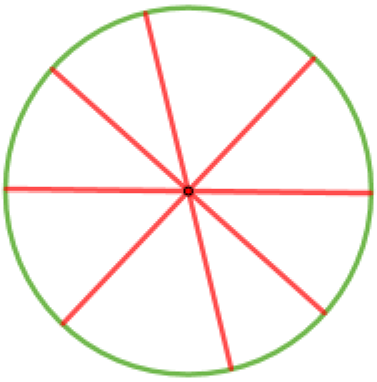
വൃത്തത്തിന്റെ ആരം

കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള അകലത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം (Radius) എന്നു പറയുന്നു .



NOTE :ഒരു വൃത്തത്തിൽ അനേകം ആരങ്ങൾ വരക്കാം .

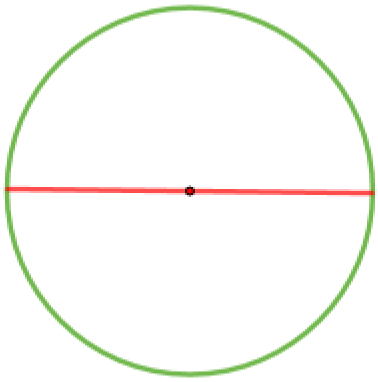
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങളെല്ലാം തുല്യമാണ്



വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ചു കൊണ്ട് കേന്ദ്രത്തിലൂടെ വരക്കുന്ന വരയെ

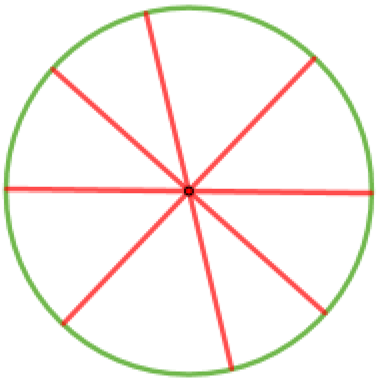
വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം (Diameter) എന്നു പറയുന്നു .



NOTE : ഈ വരയുടെ നീളത്തെയും വ്യാസം എന്നു തന്നെയാണ് പറയുന്നത് .

ഒരു വൃത്തത്തിൽ അനേകം വ്യാസങ്ങൾ വരക്കാം .

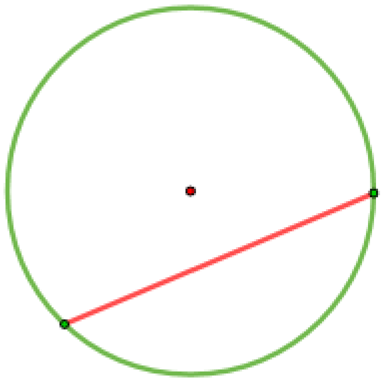
ആരത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് വ്യാസം (വ്യാസത്തിന്റെ പകുതിയാണ് ആരം)



ഞാൺ

വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ പൊതുവായി ഞാൺ (Chord)

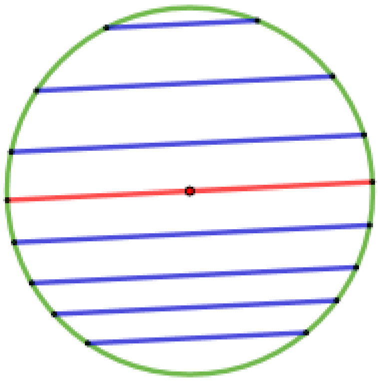
എന്നു പറയുന്നു .



NOTE :

ഒരു വൃത്തത്തിൽ അനേകം ഞാണുകൾ വരക്കാം .

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ ഞാണാണ് വ്യാസം .



ആശയം - 1

വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള ലംബം , ഞാണിനെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു .

ആശയം - 2

വൃത്തകേന്ദ്രവും ഞാണിന്റെ മധ്യബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന വര , ഞാണിന് ലംബമാണ് .

ആശയം - 3

വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ഒരേ അകലത്തിലുള്ള ഞാണുകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ് .

ആശയം -4

ഒരേ നീളമുള്ള ഞാണുകൾ , വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ഒരേ അകലത്തിലാണ് .

ആശയം - 5

ഞാണിന്റെ നീളം :

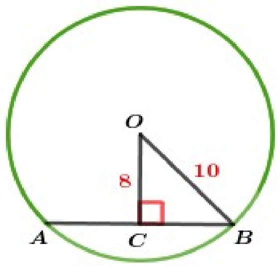
വൃത്തത്തിലെ ഏതു ഞാണിന്റെയും പകുതിയുടെ വർഗ്ഗം , ആരത്തിന്റെയും കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ഞാണിലേക്കുള്ള ലംബദൂരത്തിന്റെയും വർഗ്ഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമാണ് .

പ്രവർത്തനം

ആരം10 സെന്റിമീറ്ററായ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് 8 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു ഞാണിന്റെ നീളമെത്ര ?

ഉത്തരം

മട്ടത്രികോണം BOC യിൽ ,



പാദം^{2} + ലംബം^{2} = കർണം^{2} ==> $BC^2 + OC^2 = OB^2$

==> $BC^2 + 8^2 = 10^2$ ==> $BC^2 + 64 = 100$

==> $BC^2 = 100 - 64 = 36$ ==> $BC = \sqrt{36} = 6$ സെ. മീ

ഞാണിന്റെ നീളം = $2 \times BC = 2 \times 6 = 12$ സെ . മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ആരം 5 സെന്റിമീറ്ററായ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു വ്യാസത്തിന് ഇരു വശത്തുമായി 6 , 8 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള സമാന്തര ഞാണുകൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു .

a) ഞാണുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്രയാണ് ?

b) ഇതേ നീളമുള്ള സമാന്ത ഞാണുകൾ , വ്യാസത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തു വരച്ചാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം എന്തായിരിക്കും ?

ബിന്ദുക്കളും വൃത്തങ്ങളും

ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന അനേകം വൃത്തങ്ങൾ വരക്കാം

രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന അനേകം വൃത്തങ്ങൾ വരക്കാം

മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെങ്കിൽ , ആ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയും കടന്നു പോകുന്നവൃത്തം വരക്കാൻ കഴിയില്ല .

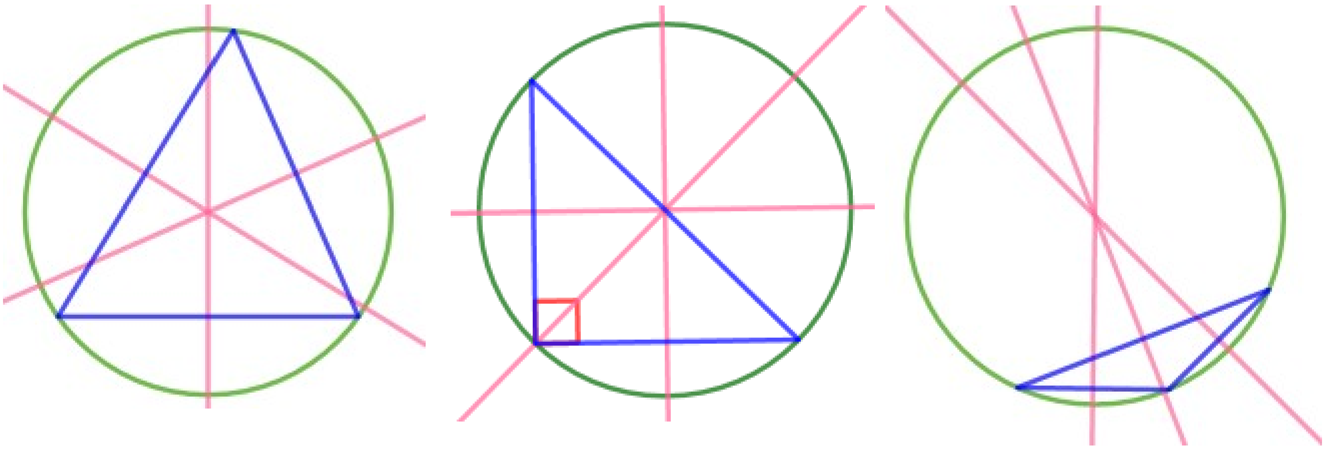
ആശയം - 7

ഏതു ത്രികോണത്തിലും മൂന്നുവശങ്ങളുടെയും ലംബസമഭാജികൾഒറ്റ ബിന്ദുവിലൂടെ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു .

ഒരേ വരയിലല്ലാത്ത മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം മാത്രമേ വരക്കാൻ കഴിയൂ .

ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം

ഏതു ത്രികോണത്തിന്റയും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ ലംബസമഭാജികൾ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി , മൂന്നു മൂലകളിലൂടെ വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ ആ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തം (Circumcircle) എന്നു പറയുന്നു .

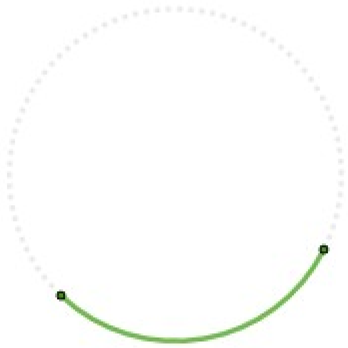


NOTE :

- ന്യൂനത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം ത്രികോണത്തിന്റെ അകത്താണ് .
- മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കർണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ് .
- ബൃഹത് ത്രികോണങ്ങളുടെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം ത്രികോണത്തിന്റെ പുറത്താണ്

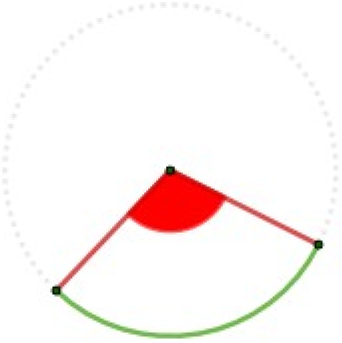
ചാപം

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിലുള്ള ഭാഗത്തെ ചാപം (Arc)എന്നു പറയുന്നു



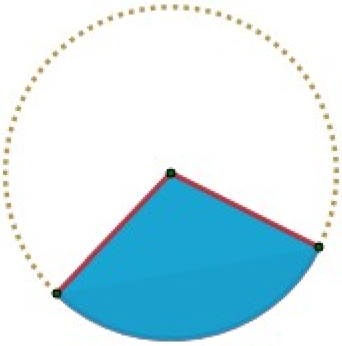
ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

ഒരു ചാപത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന ആരങ്ങൾക്കിടയിലെ കോണിനെ , ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ (Central angle) എന്നു പറയുന്നു .



വൃത്താംശം

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപവും അതിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിൽക്കൂടിയുള്ള ആരങ്ങളും ചേർന്ന വൃത്ത ഭാഗത്തെ വൃത്താംശം (Sector) എന്നു പറയുന്നു .



വൃത്തങ്ങളുടെ അളവുകൾ

വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകൾ മാറുന്നത് ,വ്യാസങ്ങളുടെ തോതിലാണ് .

വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം , വ്യാസങ്ങളുടെ അംശബന്ധം തന്നെ യാണ്

NOTE :

വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ അംശബന്ധം = വ്യാസങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

= ആരങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

ആശയം 1

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് , അതിന്റെ ആരത്തിന്റെ 2π മടങ്ങാണ്

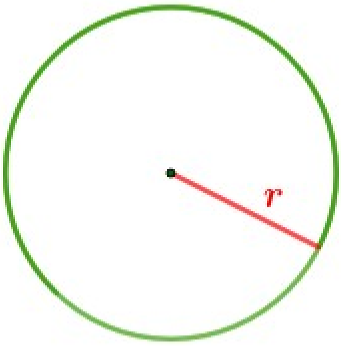
ആശയം 2

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , ആരവർഗ്ഗത്തിന്റെ π മടങ്ങാണ്

ആരം r ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ,

ചുറ്റളവ് = $2\pi r$

പരപ്പളവ് = πr^2



പ്രവർത്തനം

ആരം 5 സെന്റിമീറ്ററായ വൃത്തത്തിന്റെ

a) ചുറ്റളവെത്ര ?

b) പരപ്പളവെത്ര ?

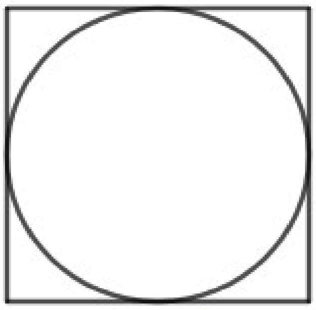
ഉത്തരം

a) ചുറ്റളവ് = $2\pi\ r = 2\pi \times 5 = 10\ \pi$ സെ.മീ

b) പരപ്പളവ് = $\pi\ r^2 = \pi \times 5^2 = 25\ \pi$ ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തിനുള്ളിലായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു . സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 സെന്റിമീറ്ററാണ് .



6 സെ.മീ

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര ?

b) വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര ?

b) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ആശയം 3

ചാപത്തിന്റെ നീളം

ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണോ , വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് ചാപത്തിന്റെ നീളം .

ആശയം 4

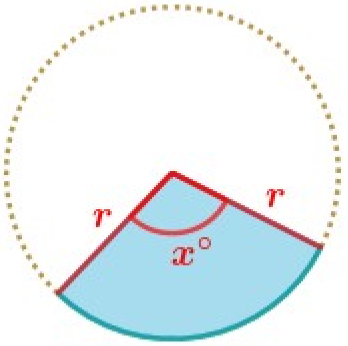
വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 360^0 യുടെ എത്ര ഭാഗമാണോ , വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ അത്രയും ഭാഗമാണ് വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് .

ആരം r ആയ വൃത്തത്തിൽ , കേന്ദ്രകോൺ x^0 ആയ

a) ചാപത്തിന്റെ നീളം = $2\pi r \times \frac{x}{360}$

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi r^2 \times \frac{x}{360}$



പ്രവർത്തനം

ആരം 6 സെന്റിമീറ്ററായ വൃത്തത്തിൽ , കേന്ദ്രകോൺ 120^0 ആയ

a) ചാപത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

ഉത്തരം

a) ചാപത്തിന്റെ നീളം = $2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 4\pi$ സെ. മീ

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = \pi \times 36 \times \frac{120}{360} = 12\pi$ ച. സെ. മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു വൃത്തത്തിൽ , കേന്ദ്രകോൺ 60^0 ആയ ഒരു ചാപത്തിന്റെ നീളം 6π സെ. മീ ആയാൽ ,

a) വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര ?

b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര ?

c) കേന്ദ്രകോൺ 60^0 ആയ വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

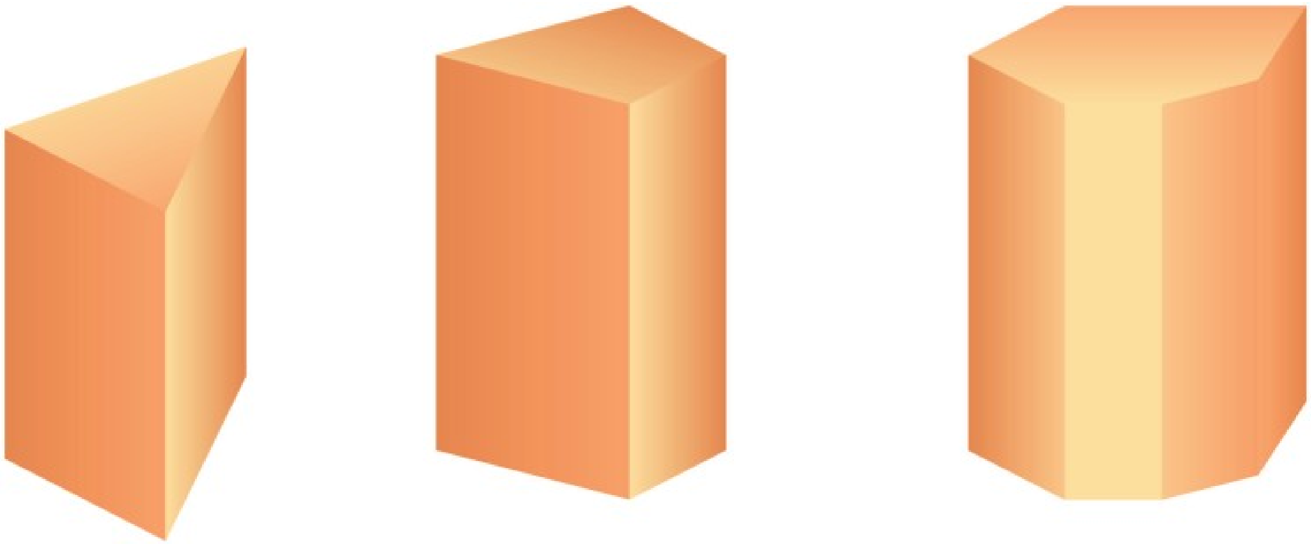
സ്തംഭങ്ങൾ

ഘനരൂപങ്ങൾ

പരപ്പും ഉയരവുമുള്ള ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെ ഘനരൂപങ്ങൾ അഥവാ ത്രിമാനരൂപങ്ങൾ (Solids) എന്നു പറയുന്നു

സ്തംഭങ്ങൾ :

ഒരേ പോലെയുള്ള രണ്ടു ബഹുഭുജങ്ങളും ,അവയുടെ വശങ്ങളോരോന്നും എതിർവശങ്ങളായി ഒരേ ഉയരത്തിൽ നിൽക്കുന്ന ചതുരങ്ങളുമായ ഉപരിതലത്തോടു കൂടിയ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെ സ്തംഭങ്ങൾ (Prisms) എന്നു പറയുന്നു .



സ്തംഭത്തിന്റെ മുഖങ്ങൾ

ഒരു സ്തംഭത്തിലെ ബഹുഭുജങ്ങളെയും ചതുരങ്ങളെയുമെല്ലാം സ്തംഭത്തിന്റെ മുഖങ്ങൾ (Faces) എന്നു പറയുന്നു .

താഴത്തും മുകളിലുമുള്ള ബഹുഭുജങ്ങളെ പാദമുഖങ്ങൾ (Base faces) എന്നും ചതുരങ്ങളെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ (Lateral faces) എന്നും പറയുന്നു .

പാദമുഖങ്ങളുടെ ആകൃതിയനുസരിച്ചാണ് സ്തംഭങ്ങൾക്ക് പേര് നൽകുന്നത് .

ആശയം 1

വ്യാപ്തം :

ഏതു ബഹുഭുജസ്തംഭത്തിന്റെയും വ്യാപ്തം(Volume),പാദപ്പരപ്പിന്റെയും ഉയരത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് .

വ്യാപ്തം = പാദപ്പരപ്പ് x ഉയരം

പ്രവർത്തനം

സ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിന്റെ പാദം , വശങ്ങളെല്ലാം 20 സെന്റിമീറ്ററായ സമചതുരമാണ് .പാത്രത്തിന്റെ ഉയരം 30 സെന്റിമീറ്ററാണ് .

a) പാത്രത്തിന്റെ വ്യാപ്തമെത്ര ?

b) പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?

ഉത്തരം

a) വ്യാപ്തം = പാദപ്പരപ്പ് x **ഉയരം** $= 20 \times 20 \times 30 = 12000$ ഘന. സെ. മീ

b) $= \frac{12000}{1000} =$ 12 ലിറ്റർ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു സമഭുജത്രികോണസ്തംഭത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 12 സെന്റിമീറ്ററും ഉയരം 9 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് . സ്തംഭത്തിന്റെ

a) പാദവക്കിന്റെ നീളമെത്ര ?

b) വ്യാപ്തമെത്ര ?

ആശയം 2

പാർശ്വപ്പരപ്പ് :

ഏതു ബഹുഭുജസ്തംഭത്തിന്റെയും പാർശ്വപ്പരപ്പ് (Lateral surface area) , പാദചുറ്റളവിന്റെയും ഉയരത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് .

പാർശ്വപ്പരപ്പ് = പാദചുറ്റളവ് x ഉയരം

NOTE :

അടഞ്ഞ സ്തംഭമാണെങ്കിൽ ഉപരിതലത്തിന്റെ ആകെ പരപ്പ് കണക്കാക്കാൻ പാർശ്വപരപ്പിനോട് പാദപ്പരപ്പുകൾ കൂട്ടിയാൽ മതി .

പ്രവർത്തനം

ഒരു സ്തംഭത്തിന്റെ പാദം , നീളം 10 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 8 സെന്റിമീറ്ററുമായ ചതുരമാണ് .

അതിന്റെ ഉയരം 15 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് . സ്തംഭത്തിന്റെ

a) പാദചുറ്റളവെത്ര ?

b) പാർശ്വപരപ്പെത്ര ?

c) ആകെ ഉപരിതലപ്പരപ്പെത്ര ?

ഉത്തരം

a) പാദചുറ്റളവ് = $2\times(10+8) = 2\times 18 = 36$ സെ. മീ

b) പാർശ്വപരപ്പ് = പാദചുറ്റളവ് x ഉയരം = $36\times 15 = 540$ ച. സെ. മീ

c) ആകെ ഉപരിതലപ്പരപ്പ് = പാർശ്വപരപ്പ് + 2 x പാദപ്പരപ്പ്

= $540 + 2\times 10\times 8 = 540 + 160 = 700$ ച. സെ. മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു സമചതുരസ്തംഭത്തിന്റെ പാദപരപ്പളവ് 100 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററും ഉയരം8 സെന്റിമീറ്ററു മാണ് . സ്തംഭത്തിന്റെ

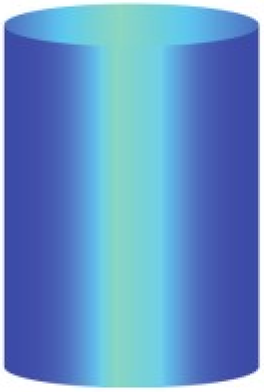
a) പാദവക്കിന്റെ നീളമെത്ര ?

b) പാർശ്വപരപ്പെത്ര ?

c) ആകെ ഉപരിതലപ്പരപ്പെത്ര ?

വൃത്തസ്തംഭം

അറ്റത്ത് വൃത്തങ്ങളും , വശങ്ങൾ ചതുരങ്ങളായി മടങ്ങാതെ ഒഴുക്കൻ വളവുമായ ഘനരൂപങ്ങളാണ് വൃത്തസ്തംഭങ്ങൾ (Cylinders)



ആശയം 3

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം(Volume) , പാദപ്പരപ്പിന്റെയും ഉയരത്തിന്റെയും ഗുണനഫല മാണ് .

പ്രവർത്തനം

ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 18π സെന്റിമീറ്ററും ഉയരം 20 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് സ്തംഭത്തിന്റെ

a) പാദ ആരമെത്ര ?

b) വ്യാപ്തമെത്ര ?

ഉത്തരം

a) പാദചുറ്റളവ് = 18π സെ.മീ ==> $2\pi r = 18\pi$ ==> $r = \frac{18\pi}{2\pi} = 9$ സെ.മീ

b) വ്യാപ്തം = പാദപ്പരപ്പ് x ഉയരം = $\pi \times 9^2 \times 20 = 1620\pi$ ഘന.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

സമചതുരസ്തംഭാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തടിക്കഷണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്കെല്ലാം 10 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുണ്ട് . സ്തംഭത്തിന് 25 സെന്റിമീറ്റർ ഉയരമുണ്ട് . ഇതിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തംഭം ചെത്തിയെടുക്കുന്നു .

a) വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ പാദആരവും ഉയരവുമെത്ര ?

b) വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തമെത്ര ?

ആശയം 4

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വക്രതലപ്പരപ്പളവ്

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വക്രതലപ്പരപ്പളവ് (Curved surface area) , പാദചുറ്റളവിന്റെയും ഉയരത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് .

NOTE :

അടഞ്ഞ വൃത്തസ്തംഭമാണെങ്കിൽ ഉപരിതലത്തിന്റെ ആകെ പരപ്പ് കണക്കാക്കാൻ വക്രതലപരപ്പളവിനോട് പാദപ്പരപ്പുകൾ കൂട്ടിയാൽ മതി .

പ്രവർത്തനം

കട്ടിയായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ പാദവ്യാസം 10 സെന്റിമീറ്ററും ഉയരം 12 സെന്റിമീറ്ററുമാണ് . സ്തംഭത്തിന്റെ

a) പാദ ആരമെത്ര ?

b) വക്രതലപ്പരപ്പളവത്ര ?

c) ആകെ ഉപരിതലപ്പരപ്പെത്ര ?

ഉത്തരം

a) പാദആരം = $\frac{10}{2} = 5$ സെ.മീ

b) വക്രതലപ്പരപ്പളവ് = പാദചുറ്റളവ് x ഉയരം = $2\pi \times 5 \times 12 = 120\pi$ ച.സെ.മീ

c) ആകെ ഉപരിതലപ്പ് = വക്രതലപരപ്പളവ് + 2 x പാദപ്പരപ്പ്

$= 120\pi + 2 \times \pi \times 5^2 = 120\pi + 50\pi = 170\pi$ ച.സെ.മീ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു കിണറിന്റെ അകത്തെ വ്യാസം 3 മീറ്ററും ആഴം 8 മീറ്ററുമാണ് .

a) കിണറിന്റെ പാദചുറ്റളവെത്ര ?

b) കിണറിന്റെ അകത്തെ വക്രതലപ്പരപ്പളവെത്ര ?

c) കിണറിന്റെ ഉൾഭാഗം സിമന്റ് തേയ്ക്കുന്നതിന് , ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 400 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചിലവാകും ?

അനുപാതം

അംശബന്ധങ്ങളുടെ തുല്യതയാണ് അനുപാതം

ആശയം 1

നേരനുപാതം :

സ്വതന്ത്രമായി മാറുന്ന അളവിനെ x എന്നും അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരളവിനെ y എന്നുമെടുക്കുക . ഏതു സന്ദർഭത്തിലും x എന്ന അളവിനെ k എന്ന നിശ്ചിതസംഖ്യ (x മാറുമ്പോഴും മാറാത്ത സംഖ്യ) കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ് y എങ്കിൽ ഈ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം $y = k\ x$ എന്നെഴുതാം .അപ്പോൾ ഈ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : k$ ആയി ത്തന്നെ മാറാതെ നിൽക്കുന്നതായി കാണാം .അതായത് x ന് ആനുപാതികമായാണ് y മാറുന്നത്. ഇത്തരത്തിലുള്ള അനുപാതമാണ് നേരനുപാതം (Direct proportion) .

ആനുപാതികസ്ഥിരം .

ആനുപാതികമാറ്റത്തിന്റെ സമവാക്യത്തിലെ നിശ്ചിതസംഖ്യയെ ആനുപാതികസ്ഥിരം (constant of proportinality) എന്നു പറയുന്നു .

പ്രവർത്തനം

a) സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളത്തിന് ആനുപാതികമായാണ് ചുറ്റളവ് മാറുന്നതെന്ന് തെളിയിക്കുക .

b) ആനുപാതികസ്ഥിരമെത്ര ?

ഉത്തരം

a) ഏതു സമചതുരത്തിലും , വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ 4 മടങ്ങാണ് ചുറ്റളവ് .

അതായത് ഏതു സമചതുരത്തിലും വശത്തിന്റെ നീളവും ചുറ്റളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1 : 4 ആണ് .

അതായത് സമചതുരത്തിന്റെ നീളവും ചുറ്റളവും ഒരേ തോതിലാണ് മാറുന്നത് .

അതായത് സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളത്തിന് ആനുപാതികമായാണ് ചുറ്റളവ് മാറുന്നത് .

b) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളത്തെ x എന്നും ചുറ്റളവിനെ y എന്നും എടുത്താൽ , $y = 4x$

ആനുപാതികസ്ഥിരം = 4

തുടർപ്രവർത്തനം

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന് ആനുപാതികമായാണ് ചുറ്റളവ് മാറുന്നതെന്ന് തെളിയിക്കുക .

b) ആനുപാതികസ്ഥിരമെത്ര ?

ആശയം 2

വിപരീതാനുപാതം :

സ്വതന്ത്രമായി മാറുന്ന അളവിനെ x എന്നും അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരളവിനെ y എന്നുമെടുക്കുക . ഏതു സന്ദർഭത്തിലും k എന്ന നിശ്ചിതസംഖ്യയെ (x മാറുമ്പോഴും മാറാത്ത സംഖ്യ) x എന്ന അളവു കൊണ്ട് കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ് y എങ്കിൽ ഈ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം $y = \frac{k}{x}$ എന്നെഴുതാം . (അതായത് x ന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന് ആനുപാതികമായാണ് y മാറുന്നത്) . ഇത്തരത്തിലുള്ള അനുപാതമാണ് വിപരീതാനുപാതം **(Inverse proportion) .**

പ്രവർത്തനം

ഏതു സമബഹുഭുജത്തിലും എല്ലാ മൂലകളിലൂടെയും കടന്നു പോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാമല്ലോ .

a) വശങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന് വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ് അടുത്തടുത്ത മൂലകൾ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ അളവു മാറുന്നത് എന്നുതെളിയിക്കുക .

b) ആനുപാതികസ്ഥിരമെത്ര ?

ഉത്തരം

സമബഹുഭുജം	വശങ്ങളുടെ എണ്ണം	അടുത്തടുത്ത മൂലകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലു ണ്ടാ ക്കുന്ന കോൺ .
സമഭുജത്രികോണം	3	$\frac{360}{3} = 120^0$
സമചതുരം	4	$\frac{360}{4} = 90^0$
സമപഞ്ചഭുജം	5	$\frac{360}{5} = 72^0$
സമഷഡ്ഭുജം	6	$\frac{360}{6} = 60^0$

വശങ്ങളുടെ എണ്ണം x എന്നും അടുത്തടുത്ത മൂലകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലു ണ്ടാ ക്കുന്ന കോണിന്റെ അളവ് y എന്നുമെടുത്താൽ , $y = \frac{360}{x}$

അതായത് , $y = 360 \times \frac{1}{x}$

ഇവിടെ x ന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന് ആനുപാതികമായാണ് y മാറുന്നത് . അതായത് x ന് വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ് y മാറുന്നത് .

b) ആനുപാതികസ്ഥിരം = 360

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് 100 മീറ്റർ അകലെയുള്ള മറ്റൊരു ബിന്ദുവിലേക്ക് നേർവരയിലൂടെ ഒരേ വേഗത്തിൽ ഒരു വസ്തു സഞ്ചരിക്കുന്നു .

a) ലക്ഷ്യസ്ഥാനത്ത് എത്താനെടുക്കുന്ന സമയത്തിന് വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ് വസ്തുവിന്റെ വേഗംമാറുന്നതെന്ന് തെളിയിക്കുക

b) ആനുപാതികസ്ഥിരമെത്ര ?

രേഖീയസംഖ്യകൾ

എണ്ണൽ സംഖ്യകൾക്കും ,ഭിന്നസംഖ്യകൾക്കും അവയുടെ ന്യൂനങ്ങൾക്കും പൂജ്യത്തിനുമെല്ലാം പൊതുവായി ഭിന്നകസംഖ്യകൾ (Rational numbers) എന്നു പറയുന്നു .

അങ്ങനെ അല്ലാത്ത സംഖ്യകളെയെല്ലാം അഭിന്നകസംഖ്യകൾ (Irrational numbers) എന്നും പറയുന്നു .

ഭിന്നകങ്ങളുടെ പൊതുരൂപം

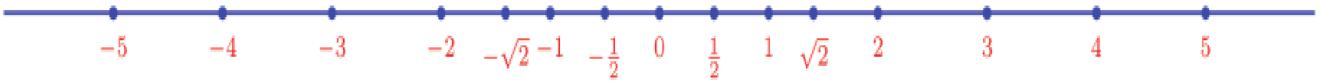
x , y എണ്ണൽ സംഖ്യകളോ അവയുടെ ന്യൂനങ്ങളോ ആയ $\frac{x}{y}$ രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകളാണ് ഭിന്നകസംഖ്യകൾ . ഇതിൽ x പൂജ്യവുമാകാം .

രേഖീയസംഖ്യകൾ

ഭിന്നകങ്ങളെയുംഅഭിന്നകങ്ങളെയും ചേർത്ത് സംഖ്യകളെ പൊതുവായി രേഖീയസംഖ്യകൾ (Real numbers) എന്നു പറയുന്നു .

സംഖ്യാരേഖ

ഒരു വരയിൽ ഒരു ബിന്ദുവും അതിന്റെ വലതുഭാഗത്ത് മറ്റൊരു ബിന്ദുവും അടയാളപ്പെടുത്തുക . ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവിനെ 0 കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുക . 0 ൽനിന്ന് രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം 1 (ഏകകം) ആയെടുത്ത് , വലതു വശത്തും ഇടതു വശത്തുമുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും അകലം സംഖ്യകളായിഎഴുതാം .0 ന് ഇടതു വശത്തെ സംഖ്യകളെ അടയാളപ്പെടുത്താൻ വലതു വശത്തെ സംഖ്യകളുടെ ന്യൂനങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാം . എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും അകലം അടയാളപ്പെടുത്തണമെങ്കിൽ അഭിന്നകസംഖ്യകളും വേണ്ടി വരും. അങ്ങനെ ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളെയും രേഖീയസംഖ്യകൾകൊണ്ട് അടയാളപ്പെടുത്താം .മറിച്ച് രേഖിയസംഖ്യകളെല്ലാം ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളായി കാണാം . ഇത്തരമൊരു വരയെ സംഖ്യാരേഖ (Number line) എന്നു പറയുന്നു .



ഏതു രണ്ടു രേഖീയസംഖ്യകൾ എടുത്താലും , സംഖ്യാരേഖയിൽ ഇവയിലെ വലിയ സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം , ചെറിയ സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം വലതു ഭാഗത്തായിരിക്കും .

ആശയം 1

സംഖ്യാരേഖയിൽ ഏതു രണ്ടു രേഖീയസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം,അവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളിൽ വലുതിൽ നിന്ന് ചെറുതു കുറച്ചതാണ് .

ആശയം 2

സംഖ്യാരേഖയിൽ ഏതു രണ്ടുബിന്ദുക്കളുടെയും മധ്യബിന്ദു , അവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ പകുതി സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് .

പ്രവർത്തനം

സംഖ്യാരേഖയിൽ ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി സംഖ്യകളും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ കണക്കാക്കുക .

a) $3 \ , \ -7$ **b)** $-9 \ , \ -1$

ഉത്തരം

a) അകലം $= 3 - (-7) = 3 + 7 = 10$

മധ്യബിന്ദു $= \frac{3+(-7)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

b) അകലം $= -1 - (-9) = -1 + 9 = 8$

മധ്യബിന്ദു $= \frac{-9+(-1)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

തുടർപ്രവർത്തനം

സംഖ്യാരേഖയിൽ ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി സംഖ്യകളും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക . ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യ കണക്കാക്കുക .

a) $-16 \ , \ 4$ **b)** $-11 \ , \ -25$

ആശയം 3

സംഖ്യാരേഖയിൽ പൂജ്യം സൂചിപ്പിക്കു ന്ന ബിന്ദുവും , മറ്റൊരു സംഖ്യ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബിന്ദുവും തമ്മിലുള്ള അകലം , ഈ സംഖ്യയുടെ കേവലമൂല്യമാണ്

$$|x| = \begin{cases} x \;, & x > 0 \text{ ആണെങ്കിൽ} \\ -x \;, & x < 0 \text{ ആണെങ്കിൽ} \\ 0 \;, & x = 0 \text{ ആണെങ്കിൽ} \end{cases}$$

ആശയം 4

സംഖ്യാരേഖയിൽ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവലമൂല്യമാണ് .

സംഖ്യാരേഖയിൽ x , y എന്നീ സംഖ്യകൽ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x-y|$

പ്രവർത്തനം

$|x-1| = |x-3|$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കുക .

ഉത്തരം

$$x = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ഓരോ സമവാക്യവും ശരിയാകുന്ന x കണ്ടുപിടിക്കുക .

$a)$ $|x-2| = |x-8|$

$b)$ $|x+3| = |x+7|$

ബഹുപദങ്ങൾ

താഴെപ്പറയുന്ന ബീജഗണിതവാചകങ്ങൾ നോക്കൂ .

$$x^2 + 5x + 6$$

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$49 - 9.8x$$

$$4x - 5$$

ഇവയിൽ , x എന്ന സംഖ്യയുടെ പലകൃതികളെ നിശ്ചിതസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയും , അത്തരം ഗുണനഫലങ്ങൾ കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്തിരിക്കുന്നു . x അല്ലാത്ത ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്തിട്ടുമുണ്ട് . ഇത്തരം ക്രിയകൾ മാത്രം ഉൾപ്പെടുന്ന ബീജഗണിതവാചകങ്ങളെ ബഹുപദങ്ങൾ (Polynomials) എന്നു പറയുന്നു .

Note :

x എന്നത് മാറുന്ന സംഖ്യയാണ് .

ബഹുപദങ്ങളുടെ സവിശേഷതകൾ :

- മാറുന്ന സംഖ്യയുടെ പല കൃതികൾ .
- കൃത്യങ്കൾ എല്ലാം എണ്ണൽസംഖ്യകൾ .
- കൃതികളെ നിശ്ചിതസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചിരിക്കുന്നു .
- ഗുണനഫലങ്ങളുടെ തുക അല്ലെങ്കിൽ വ്യത്യാസംകണ്ടുപിടിച്ചിരിക്കുന്നു .
- ഇവയുടെ കൂടെ നിശ്ചിതസംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്തിരിക്കുന്നു .

Note :

മാറുന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം എടുക്കുക ,ഘനമൂലമെടുക്കുക , വ്യുൽക്രമമെടുക്കുക തുടങ്ങിയ ക്രിയകളുള്ള ബിജഗണിതവാചകങ്ങൾ ബഹുപദങ്ങളല്ല.

ബഹുപദത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം

ഒരു ബഹുപദത്തിൽ , മാറുന്ന സംഖ്യകളുടെ കൃതികളാണെടുക്കുന്നത് . ഇങ്ങനെ വരുന്ന ഏറ്റവും വലിയ കൃത്യങ്കത്തെ ബഹുപദത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം (Degree of the polynomial) എന്നു പറയുന്നു .

ബഹുപദങ്ങളുടെ പൊതുരൂപം

കൃത്യങ്കങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ , ബഹുപദങ്ങളുടെയെല്ലാം പൊതുവായരൂപം എഴുതാം

ബഹുപദം	പൊതുവായരൂപം
ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം	$ax + b$
രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം	$ax^2 + bx + c$
മൂന്നാംകൃതി ബഹുപദം	$ax^3 + bx^2 + cx + d$

ഇവിടെ a, b, c, d എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ , നിശ്ചിതസംഖ്യകളെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് അതായത് ഒരുനിശ്ചിത ബഹുപദത്തിൽ ഇവ മാറുന്നില്ല . ഈ സംഖ്യകൾ എണ്ണൽസംഖ്യകളോ , ഭിന്നസംഖ്യകളോ ,ഭിന്നമല്ലാത്ത സംഖ്യകളോ , ന്യൂനസംഖ്യകളോ എന്തുമാകാം .ഇവയെ ബഹുപദത്തിലെ **ഗുണകങ്ങൾ (Coefficients)** എന്നു പറയുന്നു .

പ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ $p(0)$, $p(1)$, $p(-1)$ ഇവ കണക്കാക്കുക .

a) $p(x) = 2x + 3$ **b)** $p(x) = x^2 + 5x + 6$

ഉത്തരം

a) $p(x) = 2x + 3$

$p(0) = 2 \times 0 + 3 = 0 + 3 = 3$

$p(1) = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$p(-1) = 2 \times (-1) + 3 = -2 + 3 = 1$

b) $p(x) = x^2 + 5x + 6$

$p(0) = 0^2 + 5 \times 0 + 6 = 0 + 0 + 6 = 6$

$p(1) = 1^2 + 5 \times 1 + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

$p(-1) = (-1)^2 + 5 \times (-1) + 6 = 1 - 5 + 6 = 2$

തുടർപ്രവർത്തനം

ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ $p(0)$, $p(1)$, $p(-2)$ ഇവ കണക്കാക്കുക .

a) $p(x) = x^2 + 7x + 10$ **b)** $p(x) = x^2 - 2x - 8$

സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Frequency table)

പ്രവർത്തനം

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾക്ക് പരീക്ഷക്ക് ലഭിച്ച സ്കോറുകൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു .

8	7	6	3	8	8	7	7	6
7	9	7	6	8	7	2	6	7
10	6	7	3	9	5	4	5	4
4	4	5	8	10	8	8	9	7
7	6	8	8	7	4	5	9	8

ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക .

ഉത്തരം

സ്കോർ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം (ആവൃത്തി)
2	1
3	2
4	5
5	4
6	6
7	11
8	10
9	4
10	2
ആകെ	45

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 50 കുടുംബങ്ങളിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു

6	6	9	4	4	2	6	4	5	3
7	3	3	2	3	7	6	3	2	5
5	13	9	9	7	4	4	5	4	3
3	7	2	3	3	10	8	6	6	4
2	4	5	4	3	8	7	5	6	3

ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക .

വിഭാഗങ്ങളോടു കൂടിയ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക(Frequency table with classes)

പ്രവർത്തനം

ഒരു ക്രിക്കറ്റ് കളിക്കാരൻ 50 ഏകദിനമത്സരങ്ങളിൽ നേടിയ റൺ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

50	0	49	60	100	68	27	48	15	65
101	45	2	52	25	18	29	53	72	90
32	81	28	104	35	49	2	60	87	71
68	20	10	30	55	47	21	35	12	20
38	102	35	11	27	43	38	40	48	71

ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക .

ഉത്തരം

റൺ	മത്സരങ്ങളുടെ എണ്ണം (ആവൃത്തി)
0 – 10	3
10 – 20	6
20 – 30	7
30 – 40	7
40 – 50	8
50 – 60	4
60 – 70	5
70 – 80	3
80 – 90	2
90 – 100	1
100 – 110	4

തുടർപ്രവർത്തനം

സ്കൂളിലെ ആരോഗ്യക്ലബ്ബിലെ അംഗങ്ങളുടെ ഭാരം (കിലോഗ്രാമിൽ) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു .

38	39	41	59	48	48	38	58	50	55
39	40	41	49	32	43	45	53	37	44
51	52	33	46	55	36	45	47	43	33

വിഭാഗങ്ങളുടെ വലിപ്പം 5 ആയി ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക .

(സൂചന : വിഭാഗങ്ങൾ 30 – 35 , 35 – 40 , . . . **)**

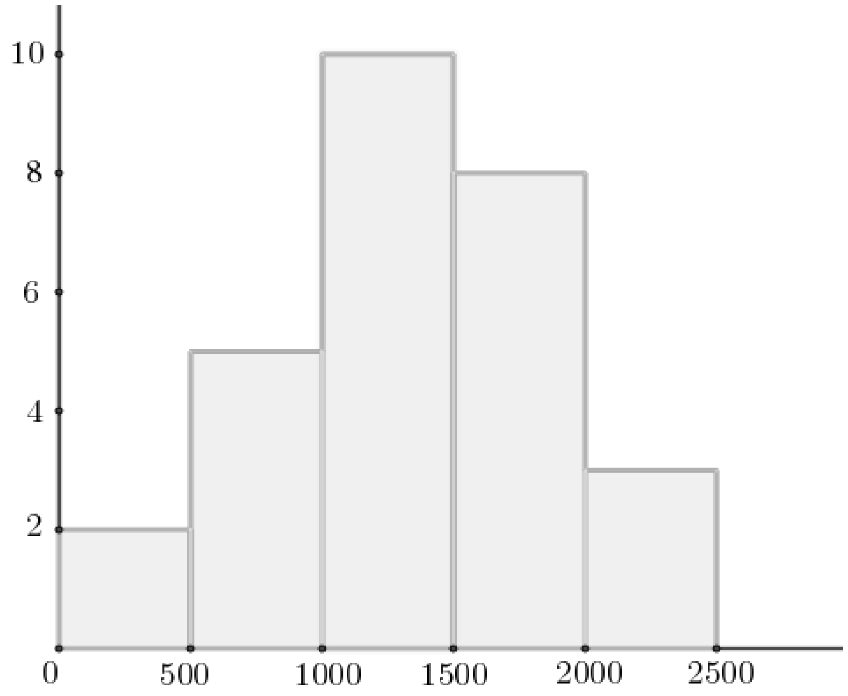
ആവൃത്തി ചതുരം (Histogram)

പ്രവർത്തനം

28 കുടുംബങ്ങൾ ഒരു ദിവസം ഉപയോഗിക്കുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ അളവ് ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു ആവൃത്തിചതുരം വരക്കുക .

വെള്ളത്തിന്റെ അളവ് (ലിറ്റർ)	**കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം**
0 – 500	2
500 – 1000	5
1000 – 1500	10
1500 – 2000	8
2000 – 2500	3

ഉത്തരം



Note :

മുകളിലെ ചിത്രത്തിൽ വിഭാഗങ്ങളെ വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിലും ആവൃത്തിയെ കുത്തനെ യുള്ള വരയിലുമാണ് അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് . ചതുരത്തിന്റെ വീതി ഓരോ വിഭാഗത്തിന്റെ വലിപ്പത്തെയും ഉയരം ആവൃത്തിയെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു .ഇത്തരത്തിൽ വരയ്ക്കുന്ന ചിത്രമാണ് ആവൃത്തി ചതുരം (Histogram) .

തുടർപ്രവർത്തനം

ജൂൺ , ജൂലൈ മാസങ്ങളിൽ ലഭിച്ച മഴയുടെ വിവരങ്ങളാണ് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് .

മഴ (മി.മീ)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
0 – 10	1
10 – 20	4
20 – 30	7
30 – 40	9
40 – 50	15
50 – 60	10
60 – 70	9
70 – 80	6

ആവൃത്തിചതുരം വരക്കുക .

മാധ്യം

രണ്ടു നിശ്ചിതസംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള എത്ര സംഖ്യകളെടുത്താലു അവയുടെ ശരാശരി ഈ നിശ്ചിത സംഖ്യകൾക്കിടയിലായിരിക്കും .

സാധാരണ ശരാശരിയെന്നു വിളിക്കുന്ന , തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ മാധ്യം (Arithmetic mean) എന്നു പറയുന്നു .

പ്രവർത്തനം

ഒരു തൊഴിൽശാലയിൽ പലതരം ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ എണ്ണവും ദിവസക്കൂലിയും പട്ടികയിൽകാണിച്ചിരിക്കുന്നു .

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
300	2
350	4
400	6
450	4
500	4

ജോലി ചെയ്യുന്നവരുടെ ശരാശരി ദിവസക്കൂലിയുടെ കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരം

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം	ആകെ കൂലി (രൂപ)
300	2	$300 \times 2 = 600$
350	4	$350 \times 4 = 1400$
400	6	$400 \times 6 = 2400$
450	4	$450 \times 4 = 1800$
500	4	$500 \times 4 = 2000$
ആകെ	20	8200

ശരാശരി ദിവസക്കൂലി = $\frac{8200}{20}$ = 410 രൂപ

തുടർപ്രവർത്തനം

ക്ലാസ്സിൽ ഒരു കണക്കു പരീക്ഷ നടത്തി , മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ കുട്ടികളെ തരം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് . ക്ലാസ്സിലെ ശരാശരി മാർക്ക് കണക്കാക്കുക .

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
2	1
3	2
4	5
5	4
6	6
7	11
8	10
9	4
10	2

പ്രവർത്തനം

ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ ദിവസവേതനക്കാരുടെ എണ്ണവും ദിവസവേതനവും പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു . ഈ ഫാക്ടറിയിലെ ശരാശരി ദിവസവേതനം കണക്കാക്കുക .

ദിവസവേതനം(രൂപ)	ദിവസവേതനക്കാരുടെ എണ്ണം
300 – 400	8
400 – 500	6
500 – 600	14
600 – 700	10
700 – 800	7
800 – 900	5

ഉത്തരം

ദിവസവേതനം (രൂപ)	ദിവസവേതനക്കാരുടെ എണ്ണം	വിഭാഗമധ്യം	ആകെ കൂലി (രൂപ)
300 – 400	8	$\frac{300+400}{2} = 350$	$350 \times 8 = 2800$
400 – 500	6	$\frac{400+500}{2} = 450$	$450 \times 6 = 2700$
500 – 600	14	$\frac{500+600}{2} = 550$	$550 \times 14 = 7700$
600 – 700	10	$\frac{600+700}{2} = 650$	$650 \times 10 = 6500$
700 – 800	7	$\frac{700+800}{2} = 850$	$750 \times 7 = 5250$
800 – 900	5	$\frac{800+900}{2} = 850$	$850 \times 5 = 4250$
ആകെ	50		29200

ശരാശരി ദിവസവേതനം = $\frac{29200}{50} = 584$ രൂപ

തുടർപ്രവർത്തനം

ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ ഉയരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരംതിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് .

ഉയരം (സെ.മീ)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
148 – 152	8
152 – 156	10
156 – 160	15
160 – 164	10
164 – 168	7

ഈ ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ മാധ്യ ഉയരം എത്രയാണ് ?