

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 05 (28 / 06 /2021)

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ - ക്ലാസ്സ് 3

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചത് .

- ★ ഒരു ശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദവും അതിന്റെ സ്ഥാനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- ★ $n - 1$ പദമെന്നത് ഒരു ശ്രേണിയുടെ സാമാന്യ രൂപമാണ് .
- ★ ഒരു ശ്രേണിയുടെ $n - 1$ പദത്തെ ആ ശ്രേണിയുടെ **ബീജഗണിതരൂപം** എന്ന് പറയുന്നു

പ്രവർത്തനം 1

താഴെപ്പറയുന്ന സംഖ്യാശ്രേണികൾ പരിഗണിക്കുക .

	സംഖ്യാശ്രേണി
എണ്ണൽസംഖ്യകൾ	1, 2, 3, 4, . . .
ഇരട്ടസംഖ്യകൾ	2, 4, 6, 8, . . .
5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ	5, 10, 15, 20, . . .
3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 2 വരുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകൾ	2, 5, 8, 11, . . .
വശങ്ങളുടെ നീളം 1, 2, 3, 4, . . . എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ്	4, 8, 12, 16, . . .

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സംഖ്യാശ്രേണികളുടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്താണ് ?

1, 2, 3, 4, . . .	1, (1 + 1), (2 + 1), (3 + 1), . . .
2, 4, 6, 8, . . .	2, (2 + 2), (4 + 2), (6 + 2), . . .
5, 10, 15, 20, . . .	5, (5 + 5), (10 + 5), (15 + 5), . . .
2, 5, 8, 11, . . .	2, (2 + 3), (5 + 3), (8 + 3), . . .
4, 8, 12, 16, . . .	4, (4 + 4), (8 + 4), (12 + 4), . . .

കണ്ടെത്തൽ

ഈ ശ്രേണികൾ ഒരു സംഖ്യയിൽ തുടങ്ങി , ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്നതാണ് .

സമാന്തരശ്രേണികൾ
ഒരു സംഖ്യയിൽ തുടങ്ങി , ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയെ സമാന്തരശ്രേണി (ARITHMETIC SEQUENCE) എന്നു പറയുന്നു .

പ്രവർത്തനം 2

1. ബഹുഭുജങ്ങളുടെ പുറംകോണുകളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക .

ബഹുഭുജം	ത്രികോണം	ചതുർഭുജം	പഞ്ചഭുജം	ഷഡ്ഭുജം
പുറംകോണുകളുടെതുക	360°	360°	360°	360°

ഇങ്ങനെ തുടരുംല്ലോ .

ശ്രേണി = 360° , 360° , 360° , 360° ,

ഇവിടെ 360 ൽ തുടങ്ങി 0 തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിയിരിക്കുന്നു . അതിനാൽ ഈ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്.

2. 1 , 1½ , 2 , 2½ , 3 , 3½ , . . . എന്ന ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക .

ഇവിടെ 1 ൽ തുടങ്ങി ½ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിയിരിക്കുന്നു . അതിനാൽ ഈ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ് .

3. വശങ്ങളുടെ നീളം 1 , 2 , 3 , 4 , . . . എന്നിനെ തുടരുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

സമചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം = √2 × വശം

വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെശ്രേണി = √2 , 2√2 , 3√2 , 4√2 , . . .

ഇവിടെ √2 ൽ തുടങ്ങി √2 തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിയിരിക്കുന്നു . അതിനാൽ ഈ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ് .

3. ഒരു നേർവരയിലൂടെ 10 മീറ്റർ / സെക്കന്റ് എന്ന വേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന വസ്തുവിന്മേൽ സഞ്ചാരത്തിന്റെ എതിർദിശയിൽ നിശ്ചിത ബലം പ്രയോഗിച്ച് , ഓരോ സെക്കന്റിലും 2 മീറ്റർ / സെക്കന്റ് എന്ന നിരക്കിൽ വേഗം കുറയുന്നു . ഓരോ സെക്കന്റ് കഴിയുമ്പോഴുള്ള വേഗം 10 , 8 , 6 , 4 , . . . എന്ന ശ്രേണിയിലാണല്ലോ .

ഇവിടെ 10 ൽ നിന്ന് 2 തുടരെ കുറച്ചാണ് ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത് . ഇതും സമാന്തരശ്രേണിയാണ് കണക്കാക്കുന്നത് . (2 കുറയ്ക്കുക എന്നത് ഗണിതഭാഷയിൽ - 2 കൂട്ടുന്നതാണല്ലോ)

കണ്ടെത്തൽ

സമാന്തരശ്രേണിയിൽ , ഏതുസ്ഥാനത്തെയും പദത്തിൽനിന്ന് തൊട്ടു മുന്നിലെ പദത്തിലെത്താൻ ഒരേ സംഖ്യയാണല്ലോ കൂട്ടേണ്ടത് . അപ്പോൾ ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടു പുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് ഈ സംഖ്യ തന്നെയാണ് .

ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സമാന്തരശ്രേണി .

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം
 ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കിട്ടുന്നു. ഈ സ്ഥിരവ്യത്യാസത്തെ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ **പൊതുവ്യത്യാസം** (**Common difference**) എന്നു പറയുന്നു .

Note :
 പലപ്പോഴും തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു ശ്രേണി സമാന്തരശ്രേണിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുന്നത് പദവ്യത്യാസം സ്ഥിരമാണോ എന്നു നോക്കിയാണ് .

Note :
 ഒരു ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ സ്ഥാനക്രമത്തിൽ അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ച് എഴുതുന്നത് $x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 , . . .$ അല്ലെങ്കിൽ $y_1 , y_2 , y_3 , y_4 , y_5 , . . .$ എന്നൊക്കെയാണ്

ഒന്നാംപദം	രണ്ടാംപദം	മൂന്നാംപദം	നാലാംപദം	. . .
x_1	x_2	x_3	x_4	. . .

ശ്രേണി	അടുത്തടുത്ത പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം			
	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$	$x_5 - x_4$
1, 2, 3, 4, 5, . . .	$2 - 1 = 1$	$3 - 2 = 1$	$4 - 3 = 1$	$5 - 4 = 1$
2, 4, 6, 8, 10, . . .	$4 - 2 = 2$	$6 - 4 = 2$	$8 - 6 = 2$	$10 - 8 = 2$
5, 10, 15, 20, 25, . . .	$10 - 5 = 5$	$15 - 10 = 5$	$20 - 15 = 5$	$25 - 20 = 5$
2, 5, 8, 11, 14, . . .	$5 - 2 = 3$	$8 - 5 = 3$	$11 - 8 = 3$	$14 - 11 = 3$
4, 8, 12, 16, 20, . . .	$8 - 4 = 4$	$12 - 8 = 4$	$16 - 12 = 4$	$20 - 16 = 4$
360, 360, 360, 360, 360, . . .	$360 - 360 = 0$	$360 - 360 = 0$	$360 - 360 = 0$	$360 - 360 = 0$
$\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, \dots$	$2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$	$3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$	$4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$	$5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$
10, 8, 6, 4, 2, . . .	$8 - 10 = -2$	$6 - 8 = -2$	$4 - 6 = -2$	$2 - 4 = -2$

പ്രവർത്തനം 3 (എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ നിശ്ചിത സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് നിശ്ചിത സംഖ്യ കൂട്ടുക / കുറയ്ക്കുക)

	സംഖ്യാശ്രേണി
എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക	6, 12, 18, 24, 30, . . .
എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 1 കൂട്ടുക	7, 13, 19, 25, 31, . . .
എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 6 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 1 കുറയ്ക്കുക	5, 11, 17, 23, 29, . . .

ഈ ശ്രേണികൾ സമാന്തരശ്രേണികളാണോ ?

ശ്രേണി	അടുത്തടുത്ത പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം			
	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$	$x_5 - x_4$
6, 12, 18, 24, 30, . . .	$12 - 6 = 6$	$18 - 12 = 6$	$24 - 18 = 6$	$30 - 24 = 6$
7, 13, 19, 25, 31, . . .	$13 - 7 = 6$	$19 - 13 = 6$	$25 - 19 = 6$	$31 - 25 = 6$
5, 11, 17, 23, 29, . . .	$11 - 5 = 6$	$17 - 11 = 6$	$23 - 17 = 6$	$29 - 23 = 6$

ഈ ശ്രേണികളിലെ ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കിട്ടുന്നതിനാൽ ഇവ സമാന്തരശ്രേണികളാണ് .