ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 09 (08 / 07 /2021)

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ - ക്ലാസ്സ് 7

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചത് .

★ **ആദ്യപദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d ഉം ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ**

n -)0 പദം = $dn + f - d$

★ **ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപം $an + b$ എന്നാണ് .**

ഇതിൽ a , b നിശ്ചിതസംഖ്യകളാണ് . a പൊതുവ്യത്യാസം തന്നെയാണ് .

★ $a = d$, $b = f - d$

പ്രവർത്തനം 1

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും നിശ്ചിതസ്ഥാനത്തെ പദം , സ്ഥാനസംഖ്യയെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് , ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യ കൂട്ടിയതാണ് .അതായത് , ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപം $x_n = an + b$

(NB: ഒരു ശ്രേണിയുടെ n -)0 പദത്തെ ആ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്ന് പറയുന്നു)

മറിച്ച് , $x_n = an + b$ എന്ന ഏതു ശ്രേണിയും സമാന്തരശ്രേണിയാകുമോ ?

$x_n = an + b$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത ഏതു രണ്ടു പദവും $an + b$, $a(n+1) + b$ എന്നതായിരിക്കുമല്ലോ . ഇവയുടെ വ്യത്യാസം

$$a(n+1) + b - (an + b) = an + a + b - (an + b)$$

$$= an + a + b - an - b$$

$$= a$$

അതായത് , അടുത്തടുത്തുള്ള ഏതു രണ്ടു പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം a തന്നെയാണ് .

അതിനാൽ ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ് .

കണ്ടെത്തൽ

$x_n = an + b$ എന്ന ഏതു ശ്രേണിയും സമാന്തരശ്രേണിയാണ് .

SARATH A S , GHS ANCHACHAVADI , MALAPPURAM

പ്രവർത്തനം 2

ഒരു ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $5n + 3$ ആണ് . ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക .

ഉത്തരം

$x_n = 5n + 3$

$x_1 = 5 \times 1 + 3 = 5 + 3 = 8$

$x_2 = 5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$

$x_3 = 5 \times 3 + 3 = 15 + 3 = 18$

$x_4 = 5 \times 4 + 3 = 20 + 3 = 23$

$x_5 = 5 \times 5 + 3 = 25 + 3 = 28$

ശ്രേണി = 8 , 13 , 18 , 23 , 28 , . . .

ഇവിടെ 8 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി 5 തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടിയാണ് ശ്രേണി എഴുതിയിരിക്കുന്നത് . അതിനാൽ ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ് .

പ്രവർത്തനം 3

$\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{9}{6}, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക

ഉത്തരം

$$d = \frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6}$$

$$x_n = dn + f - d$$

$$= \frac{2}{6} \times n + \frac{1}{2} - \frac{2}{6}$$

$$= \frac{2}{6} n + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \qquad \left[\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \right]$$

$$= \frac{2}{6} n + \frac{1}{6} = \frac{2n + 1}{6}$$

പ്രവർത്തനം 4

$\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{9}{6}$, ...   എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഒന്നും ഇല്ല

എന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം

$$d = \frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6}$$

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= dn + f - d$

$$= \frac{2}{6} \times n + \frac{1}{2} - \frac{2}{6}$$

$$= \frac{2}{6} n + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \qquad \left[\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \right]$$

$$= \frac{2}{6} n + \frac{1}{6} = \frac{2n + 1}{6}$$

അതായത് , ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെയെല്ലാം അംശങ്ങൾ ഒറ്റസംഖ്യകളാണ് .

(2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 1 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നതാണല്ലോ ഒറ്റസംഖ്യകൾ) .

കൂടാതെ ഛേദമായ 6 ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയാണ് . 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എല്ലാം ഇരട്ട സംഖ്യകളാണ് . അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദവും എണ്ണൽസംഖ്യയാവില്ല .

പ്രവർത്തനം 5

$\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, ...   എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകളും ഉണ്ട്

എന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം

$$d = \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= dn + f - d$

$$= \frac{1}{7} \times n + \frac{1}{7} - \frac{1}{7}$$

$$= \frac{1}{7} n + 0 \quad = \frac{n}{7}$$

അതായത് , ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ അംശങ്ങൾ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യക ളാണ് . അതിനാൽ ഛേദമായ 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ അംശങ്ങളായി വരുന്നു . അതുകൊണ്ട് ഈ ശ്രേണിയിൽ എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകളും ഉണ്ടായിരിക്കും .

പ്രവർത്തനം 6

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എട്ടാം പദം 12 ഉം പന്ത്രണ്ടാംപദം 8 ഉം ആണ് . ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക .

ഉത്തരം

$$\text{പൊതുവ്യത്യാസം} = \frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}} = \frac{x_{12} - x_8}{12 - 8} = \frac{8 - 12}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

ആദ്യപദം $= x_8 - 7d = 12 - 7 \times -1 = 12 + 7 = 19$

$$x_n = d\ n + f - d$$

$$= -1 \times n + 19 - (-1)$$

$$= -n + 19 + 1$$

$$= -n + 20$$

NOTE :

മുകളിലെ പ്രവർത്തനത്തിലെ ശ്രേണിയുടെ ഇരുപതാംപദം എത്രയാണ് ?

$$x_n = -n + 20$$

$$x_{20} = -20 + 20 = 0$$

($x_n = -n + 20$ **എന്നതിനെ** $x_n = 20 - n$ **എന്നും എഴുതാം)**

പ്രവർത്തനം 7

4 , 7 , 10 , 13 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെയെല്ലാം വർഗ്ഗങ്ങൾ ഈ ശ്രേണിയിൽ തന്നെയുണ്ട് എന്ന് തെളിയിക്കുക .

ഉത്തരം

$$d = 7 - 4 = 3$$

$$x_n = d\ n + f - d$$

$$= 3 \times n + 4 - 3$$

$$= 3\ n + 1$$

$$(x_n)^2 = (3\ n + 1)^2 \qquad [\ (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab\ ]$$

$$= (3\ n)^2 + 1^2 + 2 \times 3n \times 1$$

$$= 9\ n^2 + 1 + 6\ n$$

$$(x_n)^2 - 4 = 9\ n^2 + 1 + 6\ n - 4$$

$$= 9\ n^2 + 6\ n + 1 - 4$$

$$= 9\ n^2 + 6\ n - 3$$

$$= 3 \times 3\ n^2 + 3 \times 2\ n - 3 \times 1$$

$$= 3\ (3\ n^2 + 2\ n - 1\ )$$

അതായത് , ഇവിടെ $(x_n)^2$ ഉം 4 ഉം തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം . (അതായത് ഈ വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാണ്)

അതിനാൽ $(x_n)^2$ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണ് .

അതായത് , ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെയെല്ലാം വർഗ്ഗങ്ങൾ ഈ ശ്രേണിയിൽ തന്നെയുണ്ടാകും .

കണ്ടെത്തലുകൾ

- **ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം തന്നിരുന്നാൽ ശ്രേണി രൂപീകരിക്കാൻ കഴിയും . കൂടാതെ ഏതു പദവും കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയും .**
- **ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയോ , അതിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദമോ തന്നിരുന്നാൽ ആ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതാം .**