ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 11 (14 / 07 /2021)

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ - ക്ലാസ്സ് 9

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചത് .

- ★ n ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ , ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ n പദങ്ങളുടെ തുക നടുവിലെ പദത്തിന്റെ n മടങ്ങായിരിക്കും .
- ★ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും അടുത്തടുത്ത ഒറ്റ എണ്ണം പദങ്ങളിൽ , നടുക്കു നിന്ന് ഇരു വശത്തേക്കും ഒരേ അകലത്തിലുള്ള പദങ്ങളുടെ ഓരോ ജോടികളുടെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് നടുവിലെ പദം .
- ★ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ജോടി സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ , ആ സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമായിരിക്കും .

പ്രവർത്തനം 1

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏഴാം പദം 15 ആയാൽ ആ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

ഉത്തരം

ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുക = 13 x നടുവിലെ പദം

= 13 x ഏഴാം പദം

= 13 x 15 = 195

പ്രവർത്തനം 2

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാംപദത്തിന്റെയും പതിനാലാം പദത്തിന്റെയും തുക 56 .

ആ ശ്രേണിയുടെ

a) ആദ്യപദത്തിന്റെയും പതിനേഴാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

b) ഒൻപതാം പദമെത്ര ?

c) ആദ്യത്തെ 17 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

ഉത്തരം

$$x_4 + x_{14} = 56$$

a) $x_1 + x_{17} = 56$

b) $x_9 = \frac{x_1 + x_{17}}{2} = \frac{56}{2} = 28$

c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 17 പദങ്ങളുടെ തുക = 17 x നടുവിലെ പദം

$= 17 \ x \ x_9$

$= 17 \ x \ 28 = 476$

പ്രവർത്തനം 3

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദത്തിന്റെയും പന്ത്രണ്ടാം പദത്തിന്റെയും തുക 69 .

ആ ശ്രേണിയുടെ

a) രണ്ടാം പദത്തിന്റെയും പതിനൊന്നാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

b) മൂന്നാം പദത്തിന്റെയും പത്താം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

c) നാലാം പദത്തിന്റെയും ഒൻപതാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

d) അഞ്ചാം പദത്തിന്റെയും എട്ടാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

e) ആറാം പദത്തിന്റെയും ഏഴാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

f) ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

ഉത്തരം

$$x_1 + x_{12} = 69$$

a) $x_2 + x_{11} = 69$

b) $x_3 + x_{10} = 69$

c) $x_4 + x_9 = 69$

d) $x_5 + x_8 = 69$

e) $x_6 + x_7 = 69$

f) ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങളുടെ തുക = $6 \times 69 = 414$ (ആകെ 6 ജോടികൾ)

പ്രവർത്തനം 4 (ആദ്യത്തെ നിശ്ചിത എണ്ണം എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക)

Case 1 (എണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യയായാൽ)

	തുക	
1 + 2 + 3	3 x നടുവിലെ പദം	3 x 2 = 6
1 + 2 + 3 + 4 + 5	5 x നടുവിലെ പദം	5 x 3 = 15
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7	7 x നടുവിലെ പദം	7 x 4 = 28
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9	9 x നടുവിലെ പദം	9 x 5 = 45
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11	11 x നടുവിലെ പദം	11 x 6 = 66

NOTE :

എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം (1 മുതൽ തുടർച്ചയായ)	നടുവിലെ പദം
3	2
5	3
11	6
25	13
n ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യ	$\frac{n+1}{2}$

$$1 + 2 + 3 + . . . + 15 = 15 \times \text{മധ്യപദം} = 15 \times \left(\frac{15+1}{2}\right) = 15 \times \frac{16}{2} = 15 \times 8 = 120$$

$$1 + 2 + 3 + . . . + 25 = 25 \times \text{മധ്യപദം} = 25 \times \left(\frac{25+1}{2}\right) = 15 \times \frac{26}{2} = 25 \times 13 = 325$$

$$1 + 2 + 3 + . . . + 31 = 31 \times \text{മധ്യപദം} = 31 \times \left(\frac{31+1}{2}\right) = 31 \times \frac{32}{2} = 31 \times 16 = 496$$

$$1 + 2 + 3 + . . . + 49 = 49 \times \text{മധ്യപദം} = 49 \times \left(\frac{49+1}{2}\right) = 49 \times \frac{50}{2} = 49 \times 25 = 1225$$

n ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ ,

$$1 + 2 + 3 + . . . + n = n \times \text{മധ്യപദം} = n \times \left(\frac{n+1}{2}\right) = \frac{n\ (n+1)}{2}$$

കണ്ടെത്തൽ

n ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ , $1 + 2 + 3 + . . . + n = \frac{n\ (n+1)}{2}$

Case 2 **(എണ്ണം ഇരട്ട സംഖ്യയായാൽ)**

	സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ പദജോടികളുടെ എണ്ണം	പദജോടികളിൽ ഒന്നിന്റെ തുക	പദങ്ങളുടെ തുക
1 + 2 + 3 + 4	2	5	2 x 5 = 10
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6	3	7	3 x 7 = 21
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8	4	9	4 x 9 = 36
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10	5	11	5 x 11 = 55
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12	6	13	6 x 13 = 78

NOTE :

1. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങൾ തന്നിരുന്നാൽ ,

$$x_1 + x_{12} = x_2 + x_{11} = x_3 + x_{10} = x_4 + x_9 = x_5 + x_8 = x_6 + x_7$$

2.

എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം (1 മുതൽ തുടർച്ചയായ)	തുക തുല്യമായ പദജോടികളുടെ എണ്ണം (സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ)
4	2
6	3
10	5
50	25
n ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യ	$\frac{n}{2}$

$1 + 2 + 3 + . . . + 16 = \frac{16}{2} \times$ ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക $= \frac{16}{2} \times (1+16) = 8 \times 17 = 136$

$1 + 2 + 3 + . . . + 20 = \frac{20}{2} \times$ ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക $= \frac{20}{2} \times (1+20) = 10 \times 21 = 210$

$1 + 2 + 3 + . . . + 30 = \frac{30}{2} \times$ ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക $= \frac{30}{2} \times (1+30) = 15 \times 30 = 450$

$1 + 2 + 3 + . . . + 50 = \frac{50}{2} \times$ ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക $= \frac{50}{2} \times (1+50) = 25 \times 51 = 1275$

n ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയായാൽ ,

$1 + 2 + 3 + . . . + n = \frac{n}{2} \times$ ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക $= \frac{n}{2} \times (1+n) = \frac{n\ (1+n)}{2}$

$$= \frac{n\ (n+1)}{2}$$

കണ്ടെത്തൽ

n ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ , $1 + 2 + 3 + . . . + n = \frac{n\ (n+1)}{2}$

ക്രോഡീകരണം

ഒന്നു മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക , അവസാനസംഖ്യയുടെയും അതിനടുത്ത എണ്ണൽസംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

അതായത്, $1 + 2 + 3 + . . . + n = \frac{n\ (n+1)}{2}$

പ്രവർത്തനം 5

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100$

b) $2 + 4 + 6 + . . . + 200$

c) $3 + 6 + 9 + . . . + 300$

d) $4 + 8 + 12 + . . . + 400$

ഉത്തരം

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b) $2 + 4 + 6 + . . . + 200 = 2(\ 1 + 2 + 3 + . . . + 100\ ) = 2 \times 5050 = 10100$

c) $3 + 6 + 9 + . . . + 300 = 3(\ 1 + 2 + 3 + . . . + 100\ ) = 3 \times 5050 = 15150$

d) $4 + 8 + 12 + . . . + 400 = 4(\ 1 + 2 + 3 + . . . + 100\ ) = 4 \times 5050 = 20200$

പ്രവർത്തനം 6

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100$

b) $5 + 10 + 15 + . . . + 500$

c) $6 + 11 + 16 + . . . + 501$

ഉത്തരം

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b) $5 + 10 + 15 + . . . + 500 = 5(1 + 2 + 3 + . . . + 100) = 5 \times 5050 = 25250$

c) $6 + 11 + 16 + . . . + 501 = 25250 + (100 \times 1) = 25250 + 100 = 25350$

(ഇവിടെ 5 , 10 , 15 , ... , 500 **എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിനോടും 1 കൂട്ടുമ്പോഴാണ്** 6 , 11 , 16 , ... , 501 **എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)**

പ്രവർത്തനം 7

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100$

b) $7 + 14 + 21 + . . . + 700$

c) $4 + 11 + 18 + . . . + 697$

ഉത്തരം

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b) $7 + 14 + 21 + . . . + 700 = 7(1 + 2 + 3 + . . . + 100) = 7 \times 5050 = 35350$

c) $4 + 11 + 18 + . . . + 697 = 25250 - (100 \times 3) = 25250 - 300 = 24950$

(ഇവിടെ 7 , 14 , 21 , ... , 700 **എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും 3 കുറച്ചാലാണ്** 4 , 11 , 18 , ... , 697 **എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)**

പ്രവർത്തനം 8

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a) $1 + 2 + 3 + . . . + 20$

b) $10 + 20 + 30 + . . . + 200$

c) $6 + 16 + 26 + . . . + 196$

ഉത്തരം

a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$

b) $10 + 20 + 30 + \ldots + 200 = 10(1 + 2 + 3 + \ldots + 20) = 10 \times 210 = 2100$

c) $6 + 16 + 26 + \ldots + 196 = 2100 - (20 \times 4) = 2100 - 80 = 2020$

(ഇവിടെ $10, 20, 30, \ldots, 200$ എന്നസമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും 4 കുറച്ചാലാണ് $6, 16, 26, \ldots, 196$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)

പ്രവർത്തനം 9 (ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക)

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയും ,

$$x_n = an + b$$

എന്ന രൂപത്തിലാണല്ലോ . ഇതിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാൻ $n = 1, 2, 3, \ldots$ എന്നെഴുതി കൂട്ടാം .

ഒന്നാം പദം $= a \times 1 + b = a + b$

രണ്ടാം പദം $= a \times 2 + b = 2a + b$

മൂന്നാം പദം $= a \times 3 + b = 3a + b$

നാലാം പദം $= a \times 4 + b = 4a + b$

അഞ്ചാം പദം $= a \times 5 + b = 5a + b$

. . . .

n-)0 പദം $= an + b$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = (a + 2a + 3a + \ldots + an) + \underbrace{(b + b + b + \ldots + b)}_{n \text{ എണ്ണം}}$$

$$= a(1 + 2 + 3 + \ldots + n) + b \times n$$

$$= a\frac{n(n+1)}{2} + bn$$

കണ്ടെത്തൽ

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം ,

$$x_n = an + b$$

ആണെങ്കിൽ , അതിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$$x_1 + x_2 + x_3 + . . . + x_n = a\frac{n(n+1)}{2} + bn$$

NOTE :

സമാന്തരശ്രേണി	ബീജഗണിതരൂപം	ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക
5 , 8 , 11 , . . .	$3n + 2$	$3 \times \frac{n(n+1)}{2} + 2n$
7 , 11 , 15 , . . .	$4n + 3$	$4 \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n$
11 , 21 , 31 , . . .	$10n + 1$	$10 \times \frac{n(n+1)}{2} + n$
1 , 6 , 11 , . . .	$5n - 4$	$5 \times \frac{n(n+1)}{2} - 4n$
7 , 15 , 23 , . . .	$8n - 1$	$8 \times \frac{n(n+1)}{2} - n$

പ്രവർത്തനം 10

2 , 9 , 16 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും 5 , 12 , 19 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കുക .

ഉത്തരം

$$5 + 12 + 19 + . . . + x_{20} \;\; -$$

$$2 + 9 + 16 + . . . + y_{20}$$

$$3 + 3 + 3 + . . . + 3 = 3 \times 20 = 60$$

പ്രവർത്തനം 11

7 , 11 , 15 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ് ?

ഉത്തരം

$d = 11 - 7 = 4$

$$\begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + x_{13} + \ . \ . \ . + x_{20} \ - \\ x_1 + x_2 + x_3 + \ . \ . \ . + x_{10} \\ \hline 10d + 10d + 10d + \ . \ . \ . + 10d = 10 \times 10d \end{array}$$

$$= 10 \times 10 \times 4 = 400$$

പ്രവർത്തനം 12

പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക 1300 ആണ് . ശ്രേണി എഴുതുക .

ഉത്തരം

$$x_1 + x_{20} = \frac{1300}{10} = 130$$ **(20 പദങ്ങൾ = ആകെ 10 ജോടികൾ)**

$$x_1 + (x_1 + 19d) = 130$$

$$2x_1 + 19d = 130$$

$$2x_1 + 19 \times 6 = 130$$

$$2x_1 + 114 = 130$$

$$2x_1 = 130 - 114 = 16$$

$$x_1 = \frac{16}{2} = 8$$

ശ്രേണി = 8 , 14 , 20 , . . .

NOTE : **(മറ്റൊരു രീതി)**

പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപം $6n + b$ **എന്നെടുക്കാം .**

ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക = 1300

==> $6 \times \frac{20 \times 21}{2} + b \times 20 = 1300$

$6 \times 210 + 20b = 1300$

$1260 + 20b = 1300$

$20b = 1300 - 1260 = 40$

$b = \frac{40}{20} = 2$

$x_n = 6n + b = 6n + 2$

$x_1 = 6 \times 1 + 2 = 6 + 2 = 8$

ശ്രേണി = 8 , 14 , 20 , . . .

വണ്ടൂർ ഗണിതം