

# ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 11 ( 14 / 07 /2021 )

## 1. സമാന്തരശ്രേണികൾ - ക്ലാസ്സ് 9

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നാം പഠിച്ചത് .

- ★  $n$  ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ , ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുടർച്ചയായ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക നടുവിലെ പദത്തിന്റെ  $n$  മടങ്ങായിരിക്കും .
- ★ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും അടുത്തടുത്ത ഒറ്റ എണ്ണം പദങ്ങളിൽ , നടുക്കു നിന്ന് ഇരു വശത്തേക്കും ഒരേ അകലത്തിലുള്ള പദങ്ങളുടെ ഓരോ ജോടികളുടെയും തുകയുടെ പകുതിയാണ് നടുവിലെ പദം .
- ★ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ജോടി സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ , ആ സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമായിരിക്കും .

### പ്രവർത്തനം 1

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏഴാം പദം 15 ആയാൽ ആ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

### ഉത്തരം

$$\begin{aligned}\text{ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുക} &= 13 \times \text{നടുവിലെ പദം} \\ &= 13 \times \text{ഏഴാം പദം} \\ &= 13 \times 15 = 195\end{aligned}$$

### പ്രവർത്തനം 2

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാംപദത്തിന്റെയും പതിനാലാം പദത്തിന്റെയും തുക 56 .

ആ ശ്രേണിയുടെ

- ആദ്യപദത്തിന്റെയും പതിനേഴാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?
- ഒൻപതാം പദമെത്ര ?
- ആദ്യത്തെ 17 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

**ഉത്തരം**

$$x_4 + x_{14} = 56$$

a)  $x_1 + x_{17} = 56$

b)  $x_9 = \frac{x_1 + x_{17}}{2} = \frac{56}{2} = 28$

c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 17 പദങ്ങളുടെ തുക = 17 x നടുവിലെ പദം

$$= 17 \times x_9$$

$$= 17 \times 28 = 476$$

**പ്രവർത്തനം 3**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദത്തിന്റെയും പന്ത്രണ്ടാം പദത്തിന്റെയും തുക 69 .

ആ ശ്രേണിയുടെ

a) രണ്ടാം പദത്തിന്റെയും പതിനൊന്നാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

b) മൂന്നാം പദത്തിന്റെയും പത്താം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

c) നാലാം പദത്തിന്റെയും ഒൻപതാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

d) അഞ്ചാം പദത്തിന്റെയും എട്ടാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

e) ആറാം പദത്തിന്റെയും ഏഴാം പദത്തിന്റെയും തുകയെത്ര ?

f) ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

**ഉത്തരം**

$$x_1 + x_{12} = 69$$

a)  $x_2 + x_{11} = 69$

b)  $x_3 + x_{10} = 69$

c)  $x_4 + x_9 = 69$

d)  $x_5 + x_8 = 69$

e)  $x_6 + x_7 = 69$

f) ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങളുടെ തുക =  $6 \times 69 = 414$  (ആകെ 6 ജോടികൾ)

**പ്രവർത്തനം 4** ( ആദ്യത്തെ നിശ്ചിത എണ്ണം എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക )

**Case 1** ( എണ്ണം ഒറ്റ സംഖ്യയായാൽ )

	തുക	
$1 + 2 + 3$	3 x നടുവിലെ പദം	$3 \times 2 = 6$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5$	5 x നടുവിലെ പദം	$5 \times 3 = 15$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$	7 x നടുവിലെ പദം	$7 \times 4 = 28$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$	9 x നടുവിലെ പദം	$9 \times 5 = 45$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$	11 x നടുവിലെ പദം	$11 \times 6 = 66$

**NOTE :**

എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ( 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ )	നടുവിലെ പദം
3	2
5	3
11	6
25	13
$n$ ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യ	$\frac{n+1}{2}$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 15 \times \text{മധ്യപദം} = 15 \times \left(\frac{15+1}{2}\right) = 15 \times \frac{16}{2} = 15 \times 8 = 120$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 25 = 25 \times \text{മധ്യപദം} = 25 \times \left(\frac{25+1}{2}\right) = 25 \times \frac{26}{2} = 25 \times 13 = 325$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 31 = 31 \times \text{മധ്യപദം} = 31 \times \left(\frac{31+1}{2}\right) = 31 \times \frac{32}{2} = 31 \times 16 = 496$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 49 = 49 \times \text{മധ്യപദം} = 49 \times \left(\frac{49+1}{2}\right) = 49 \times \frac{50}{2} = 49 \times 25 = 1225$$

$n$  ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ ,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n \times \text{മധ്യപദം} = n \times \left(\frac{n+1}{2}\right) = \frac{n(n+1)}{2}$$

**കണ്ടെത്തൽ**

$$n \text{ ഒരു ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ , } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

**Case 2 (എണ്ണം ഇരട്ട സംഖ്യയായാൽ)**

	സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം	പദങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ തുക	പദങ്ങളുടെ തുക
$1 + 2 + 3 + 4$	2	5	$2 \times 5 = 10$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$	3	7	$3 \times 7 = 21$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$	4	9	$4 \times 9 = 36$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$	5	11	$5 \times 11 = 55$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$	6	13	$6 \times 13 = 78$

**NOTE :**

1. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 12 പദങ്ങൾ തന്നിരുന്നത് ,

$$x_1 + x_{12} = x_2 + x_{11} = x_3 + x_{10} = x_4 + x_9 = x_5 + x_8 = x_6 + x_7$$

2.

എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ( 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ )	തുക തുല്യമായ പദജോടികളുടെ എണ്ണം ( സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമായ )
4	2
6	3
10	5
50	25
$n$ ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യ	$\frac{n}{2}$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 16 = \frac{16}{2} \times \text{ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക} = \frac{16}{2} \times (1+16) = 8 \times 17 = 136$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20}{2} \times \text{ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക} = \frac{20}{2} \times (1+20) = 10 \times 21 = 210$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 30 = \frac{30}{2} \times \text{ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക} = \frac{30}{2} \times (1+30) = 15 \times 30 = 450$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 = \frac{50}{2} \times \text{ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക} = \frac{50}{2} \times (1+50) = 25 \times 51 = 1275$$

$n$  ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയായാൽ ,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2} \times \text{ഒരു പദ ജോടിയുടെ തുക} = \frac{n}{2} \times (1+n) = \frac{n(1+n)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

## കണ്ടെത്തൽ

$$n \text{ ഒരു ഇരട്ടസംഖ്യയാൽ } , 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

## ഭക്രാഡീകരണം

ഒന്നു മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക , അവസാനസംഖ്യയുടെയും അതിനടുത്ത എണ്ണൽസംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് .

$$\text{അതായത്, } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

## പ്രവർത്തനം 5

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

- a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$
- b)  $2 + 4 + 6 + \dots + 200$
- c)  $3 + 6 + 9 + \dots + 300$
- d)  $4 + 8 + 12 + \dots + 400$

## ഉത്തരം

- a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$
- b)  $2 + 4 + 6 + \dots + 200 = 2( 1 + 2 + 3 + \dots + 100 ) = 2 \times 5050 = 10100$
- c)  $3 + 6 + 9 + \dots + 300 = 3( 1 + 2 + 3 + \dots + 100 ) = 3 \times 5050 = 15150$
- d)  $4 + 8 + 12 + \dots + 400 = 4( 1 + 2 + 3 + \dots + 100 ) = 4 \times 5050 = 20200$

## പ്രവർത്തനം 6

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

- a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$
- b)  $5 + 10 + 15 + \dots + 500$
- c)  $6 + 11 + 16 + \dots + 501$

**ഉത്തരം**

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b)  $5 + 10 + 15 + \dots + 500 = 5(1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 5 \times 5050 = 25250$

c)  $6 + 11 + 16 + \dots + 501 = 25250 + (100 \times 1) = 25250 + 100 = 25350$

(ഇവിടെ 5, 10, 15, ..., 500 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിനോടും 1 കൂട്ടുമ്പോഴാണ് 6, 11, 16, ..., 501 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)

**പ്രവർത്തനം 7**

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$

b)  $7 + 14 + 21 + \dots + 700$

c)  $4 + 11 + 18 + \dots + 697$

**ഉത്തരം**

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b)  $7 + 14 + 21 + \dots + 700 = 7(1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 7 \times 5050 = 35350$

c)  $4 + 11 + 18 + \dots + 697 = 35550 - (100 \times 3) = 35550 - 300 = 35250$

(ഇവിടെ 7, 14, 21, ..., 700 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും 3 കുറച്ചാലാണ് 4, 11, 18, ..., 697 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)

**പ്രവർത്തനം 8**

താഴെപ്പറയുന്ന തുകകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക .

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 20$

b)  $10 + 20 + 30 + \dots + 200$

c)  $6 + 16 + 26 + \dots + 196$

**ഉത്തരം**

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$

b)  $10 + 20 + 30 + \dots + 200 = 10(1 + 2 + 3 + \dots + 20) = 10 \times 210 = 2100$

c)  $6 + 16 + 26 + \dots + 196 = 2100 - (20 \times 4) = 2100 - 80 = 2020$

(ഇവിടെ 10 , 20 , 30 , . . . , 200 എന്നസമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തിൽ നിന്നും 4 കുറച്ചാലാണ് 6 , 16 , 26 , . . . , 196 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ കിട്ടുന്നത്)

**പ്രവർത്തനം 9** ( ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക )

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയും ,

$$x_n = an + b$$

എന്ന രൂപത്തിലാണല്ലോ . ഇതിലെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാൻ

$n = 1, 2, 3, \dots$  എന്നെഴുതി കൂട്ടാം .

ഒന്നാം പദം =  $a \times 1 + b = a + b$

രണ്ടാം പദം =  $a \times 2 + b = 2a + b$

മൂന്നാം പദം =  $a \times 3 + b = 3a + b$

നാലാം പദം =  $a \times 4 + b = 4a + b$

അഞ്ചാം പദം =  $a \times 5 + b = 5a + b$

.....

$n$ -0 പദം =  $an + b$

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = (a + 2a + 3a + \dots + an) + \overbrace{(b + b + b + \dots + b)}^{n \text{ എണ്ണം}}$

=  $a(1 + 2 + 3 + \dots + n) + b \times n$

=  $a \frac{n(n+1)}{2} + bn$



**കണ്ടെത്തൽ**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം ,

$$x_n = an + b$$

ആണെങ്കിൽ , അതിലെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = a \frac{n(n+1)}{2} + bn$$

**NOTE :**

സമാന്തരശ്രേണി	ബീജഗണിതരൂപം	ആദ്യത്തെ $n$ പദങ്ങളുടെ തുക
5 , 8 , 11 , . . .	$3n + 2$	$3 \times \frac{n(n+1)}{2} + 2n$
7 , 11 , 15 , . . .	$4n + 3$	$4 \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n$
11 , 21, 31 , . . .	$10n + 1$	$10 \times \frac{n(n+1)}{2} + n$
1 , 6, 11 , . . .	$5n - 4$	$5 \times \frac{n(n+1)}{2} - 4n$
7 , 15, 23 , . . .	$8n - 1$	$8 \times \frac{n(n+1)}{2} - n$

**പ്രവർത്തനം 10**

2, 9, 16 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും 5, 12, 19 , . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കണക്കാക്കാം .

**ഉത്തരം**

$$5 + 12 + 19 + \dots + x_{20} -$$

$$2 + 9 + 16 + \dots + y_{20}$$

---


$$3 + 3 + 3 + \dots + 3 = 3 \times 20 = 60$$

**പ്രവർത്തനം 11**

7, 11, 15, . . . എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 10 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ് ?

**ഉത്തരം**

$$d = 11 - 7 = 4$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{20} -$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}$$

---

$$10d + 10d + 10d + \dots + 10d = 10 \times 10d$$

$$= 10 \times 10 \times 4 = 400$$

**പ്രവർത്തനം 12**

പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക 1300 ആണ് . ശ്രേണി എഴുതുക .

**ഉത്തരം**

$$x_1 + x_{20} = \frac{1300}{10} = 130$$

( 20 പദങ്ങൾ = ആകെ 10 ജോടികൾ )

$$x_1 + (x_1 + 19d) = 130$$

$$2x_1 + 19d = 130$$

$$2x_1 + 19 \times 6 = 130$$

$$2x_1 + 114 = 130$$

$$2x_1 = 130 - 114 = 16$$

$$x_1 = \frac{16}{2} = 8$$

ശ്രേണി = 8 , 14 , 20 , . . .

**NOTE :** (മറ്റൊരു രീതി )

പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിതരൂപം  $6n + b$

എന്നെടുക്കാം .

ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക = 1300

$$\implies 6 \times \frac{20 \times 21}{2} + b \times 20 = 1300$$

$$6 \times 210 + 20b = 1300$$

$$1260 + 20b = 1300$$

$$20b = 1300 - 1260 = 40$$

$$b = \frac{40}{20} = 2$$

$$x_n = 6n + b = 6n + 2$$

$$x_1 = 6 \times 1 + 2 = 6 + 2 = 8$$

ശ്രേണി = 8 , 14 , 20 , . . .