

ഓൺലൈൻ ഗണിതക്ലാസ്സ് - X - 16 (27 / 07 /2021)

2 . വൃത്തങ്ങൾ - ക്ലാസ്സ് - 4

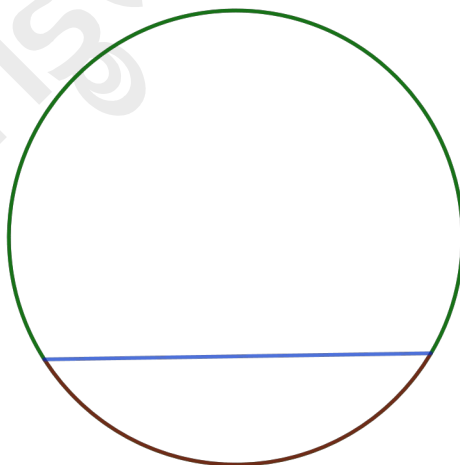
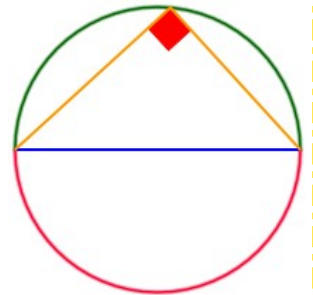
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചത് .

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ,വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവായി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ് .
- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടമാണ് .
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ ,അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം 1

ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരു വ്യാസം വരച്ചാൽ അത് വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി (അർദ്ധവൃത്തങ്ങൾ) മുറിക്കുന്നു . വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ ഈ ഭാഗങ്ങളിലെ (അർദ്ധവൃത്തങ്ങളിലെ) ഏതൊരു ബിന്ദുവും ആയി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്ന കോൺ മട്ടമാണ് എന്ന നാം നേരത്തേ കണ്ടുവല്ലോ .

ഇനി ഒരു വൃത്തത്തിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വരച്ചാലോ ?



ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായാണോ മുറിക്കുന്നത് ?

അല്ല . ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ ഒരു വലിയ ഭാഗവും ചെറിയഭാഗവും ആയി മുറിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനം 2

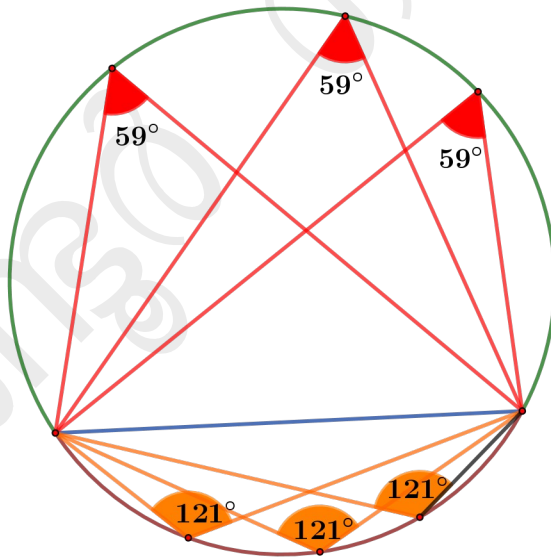
വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വൃത്തത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗത്തിലെയും ചെറിയ ഭാഗത്തിലെയും (ആ ഞാൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തഭാഗങ്ങൾ) ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന കോണുകൾക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ ?

5 സെ.മി ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക . അതിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വരയ്ക്കുക ഈ ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുമല്ലോ . ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന വലിയഭാഗത്ത്

3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക .അതു പോലെ തന്നെ ചെറിയഭാഗത്തും 3 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വലിയ ഭാഗത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിക്കുക .

ഇതു പോലെ തന്നെ ചെറിയ ഭാഗത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിക്കുക . ഈ കോണുകൾ എല്ലാം അളന്ന് നോക്കാം .



കണ്ടെത്തലുകൾ

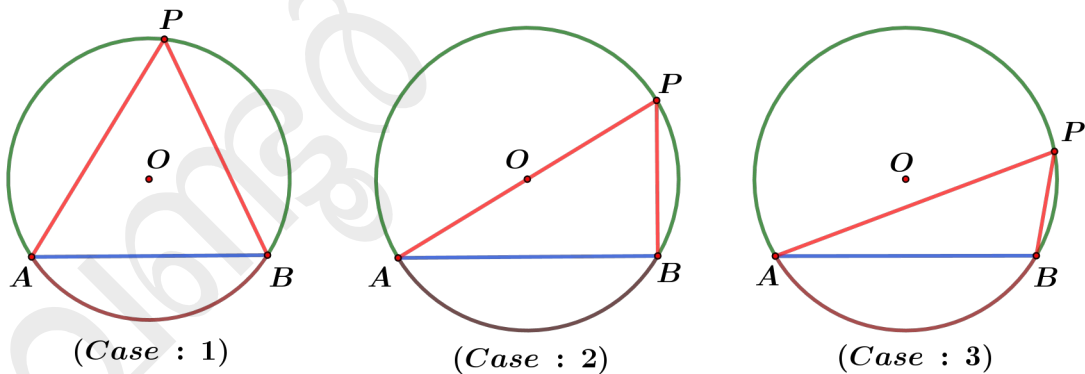
- ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾതുല്യമാണ് .

- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമാണ് .
- വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ ചെറിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾക്ക് തുല്യമല്ല .

പ്രവർത്തനം 3

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുക്കളുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കുമോ ?

O കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാൺ AB വരക്കുന്നു . ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തിലെ P എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്നു . ഇവിടെ താഴെപ്പറയുന്ന സാഹചര്യങ്ങൾ (Cases) ഉണ്ടാകാം .



Case1 : AP , BP എന്നീ വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഇരുവശത്താകാം .

Case 2 : AP എന്ന വര വൃത്തകേന്ദ്ര ത്തിലൂടെയാകാം .

Case 3 : AP , BP എന്നീ വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഒരേ വശത്താകാം .

ഈ മൂന്ന് സാഹചര്യത്തിലും $\angle APB$ യുടെ വിലയെന്തായിരിക്കുമെന്ന് നമുക്ക് ചർച്ച ചെയ്യാം

സാഹചര്യം 1 (AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഇരുവശത്തുമായാൽ)

OA , OB , OP എന്നി വരകൾ വരകുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ
തുല്യമാണ്)

AOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് .

(OA = OP)

$\angle OAP = \angle OPA = x^\circ$

$\implies \angle AOP = (180 - 2x)^\circ$ (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ
കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്)

BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OB = OP)

$\angle OBP = \angle OPB = y^\circ$

$\implies \angle BOP = (180 - 2y)^\circ$

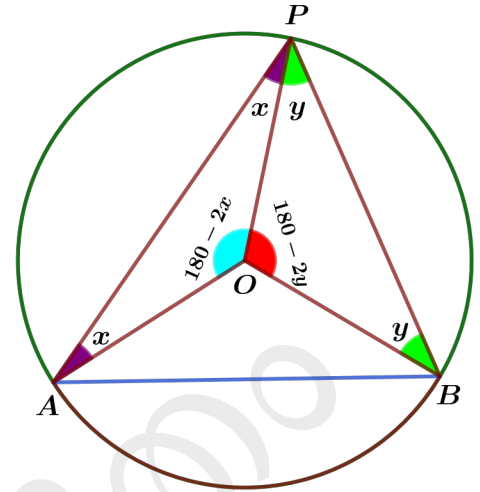
$\angle AOB = 360 - (180 - 2x + 180 - 2y)$ (ഒരു ബിന്ദുവിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ 360°
ആണ്)

$= 360 - (180 + 180 - 2x - 2y)$

$= 360 - (360 - 2x - 2y)$

$= 360 - 360 + 2x + 2y = 2x + 2y$

$= 2(x + y) = 2 \times \angle APB$



കണ്ടെത്തൽ (Case 1)

- $\angle AOB = 2 \times \angle APB \implies \angle APB = \frac{1}{2} \times \angle AOB$
- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്നകോൺ , ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും .

സാഹചര്യം 2 (AP എന്ന വര വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലൂടെയായാൽ)

OB എന്ന വര വരക്കുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ
തുല്യമാണ്)

BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് .

(OB = OP)

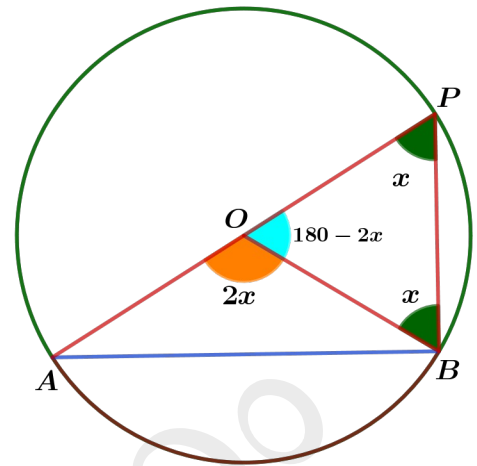
$\angle OBP = \angle OPB = x^\circ$

$\implies \angle BOP = (180 - 2x)^\circ$

(ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്)

$\angle AOB = 180 - (180 - 2x) = 180 - 180 + 2x = 2x^\circ$ (രേഖീയജോടി)

അതായത് $\angle AOB = 2 \times \angle APB$



കണ്ടെത്തൽ .(Case 2)

- $\angle AOB = 2 \times \angle APB \implies \angle APB = \frac{1}{2} \times \angle AOB$
- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

സാഹചര്യം 3 (AP , BP എന്നി വരകൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തായായാൽ)

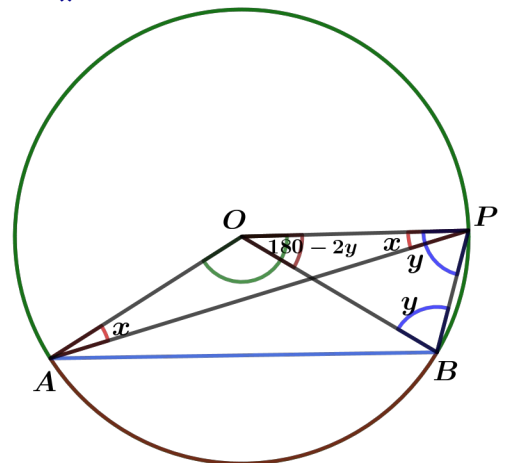
OA , OB , OP എന്നി വരകൾ വരക്കുക

OA = OB = OP (ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ
തുല്യമാണ്)

AOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . (OA=OP)

$\angle OAP = \angle OPA = x^\circ$

$\implies \angle AOP = (180 - 2x)^\circ$



BOP ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണമാണ് . ($OB = OP$)

$$\angle OBP = \angle OPB = y^\circ$$

$\implies \angle BOP = (180 - 2y)^\circ$ (ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്)

$$\angle APB = (y - x)^\circ$$

$$\angle AOB = \angle AOP - \angle BOP$$

$$= 180 - 2x - (180 - 2y)$$

$$= 180 - 2x - 180 + 2y$$

$$= 180 - 180 + 2y - 2x = 2y - 2x = 2(y - x) = 2 \times \angle APB$$

കണ്ടെത്തൽ . (Case 3)

- $\angle AOB = 2 \times \angle APB \implies \angle APB = \frac{1}{2} \times \angle AOB$
- ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് .
- ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ സ്ഥിരമായതിനാൽ ആ ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയവൃത്തഭാഗത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലുമുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും

ക്രോഡീകരണം

വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വലിയ വൃത്തഭാഗത്തെ ഏതു ബിന്ദുവുമായും യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ , അവ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ്

അസൈൻമെന്റ്

വ്യാസമല്ലാത്ത ഒരു ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങളെ വൃത്തത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗത്തിലെയും ചെറിയ ഭാഗത്തിലെയും (ആ ഞാൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തഭാഗങ്ങൾ) ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന കോണുകൾക്ക് എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ ?