PHYSOL EXAMINATION SERIES
CHAPTER 7- SYSTEMS OF PARTICLES AND ROTATIONAL MOTION
SUNDAY 25-07-2021 @ 7.00pm

PES06 **TIME: 1 HOUR**

MAXIMUM SCORE:30

ANSWER KEY

1	$\frac{R}{\sqrt{2}}$	**1**
2	$[ML^2T^{-2}]$	**1**
3	True	**1**
4	Moment of inertia	**1**

5 linear motion: All particles in the system have same velocity. **1**
Rotational motion : All particles in the system have same angular velocity **1**

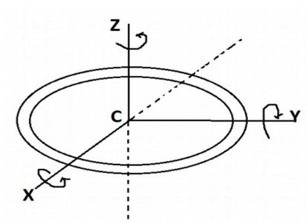
6 We have $I_{ring} = MR^2$ **2**

By Perpendicular axes theorem

$$I_d + I_d = MR^2$$

$$2I_d = MR^2$$

$$I_d = \frac{MR^2}{2}$$



This is the Moment of inertia of a thin circular ring of radius ‘R’ and mass ‘M’ about an axis passing through diameter.

7 From the diagram **2**

$$\Delta\theta = \frac{\Delta r}{r}$$

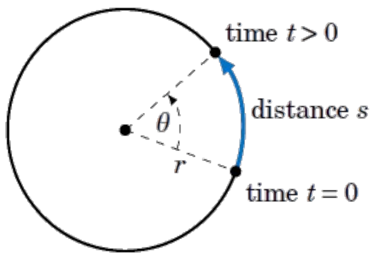
$$\Delta r = r\,\Delta\theta$$

Dividing by Δt, we get

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

There fore,

$$v = r\,\omega$$



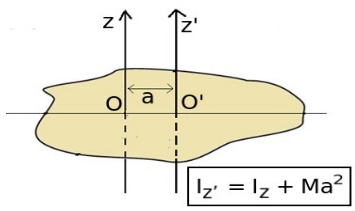
This is the relation between linear velocity and Angular velocity

The vector notation of the above equation is given by

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

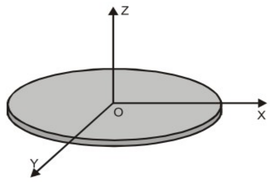
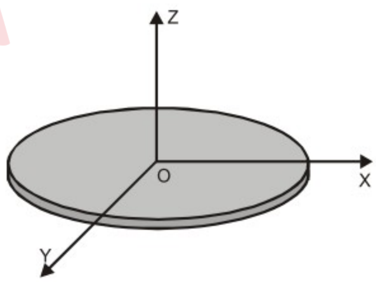
The particle has a velocity ‘v’ in the plane with its radius vector ‘r’, then the angular velocity ‘ω’ is in a direction perpendicular to the plane.

8 Theorem of parallel axes states that “The moment of inertia of a body about any axis is equal to the sum of the moment of inertia of the body about a parallel axis passing through its centre of mass and the product of its mass and the square of the distance between the two parallel axes”. **2**



$$I_{z'} = I_z + Ma^2$$

9	Given, $\omega_i = 0$ $\omega_f = 10$ rad/s $t = 2$ s $I = 0.4$ kg m^2 We have $\tau = I\alpha = I \times \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = 0.4 \times \frac{10-0}{2} = 2$ Nm	**3**
10	(a) Angular speed decreases. (b) Conservation of Angular momentum. If the total external torque on a system of particles is zero, then the total angular momentum of the system is conserved.	1 2
11	a) Torque b) Moment of inertia c) 90^0	**3**
12	(a) Expression for Kinetic Energy in terms of Moment of inertia We have $KE=\frac{1}{2}mv^2$ But v =rω $KE=\frac{1}{2}m(r\omega)^2$ $KE=\frac{1}{2}(mr^2)\omega^2$ But I=mr^2 Therefore $KE=\frac{1}{2}I\omega^2$ (b) Translational Kinetic energy, $KE_t=\frac{1}{2}mv^2$ Rotational kinetic energy, $KE_r=\frac{1}{2}I\omega^2$ For a ring $I=MR^2, \omega=\frac{v}{R}$ Therefore $KE_r=\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2=\frac{1}{2}Mv^2=KE_t$ That is both the translational and rotational kinetic energy have the same value.	**2** **1**
13	a) ML^{2}T^{-1}. b) According to law of conservation of Angular momentum Iω = a constant. I= MR^2 When polar ice is in solid form r is small so I is small, then ω will be large. When ice melts r increases so I will increase and hence w will decrease. So when polar ice melts rotation of earth become slow, so duration of a day will increase.	**2** **2**
14	(a)We have $\vec{l}=\vec{r}\,x\,\vec{P}$ Therefore $\frac{d\vec{l}}{dt}=\frac{d(\vec{r}\,x\,\vec{P})}{dt}$ $\frac{d\vec{l}}{dt}=\vec{r}\,x\,\frac{d\vec{P}}{dt}+\frac{d\vec{r}}{dt}\,x\,\vec{P}$ $\frac{d\vec{l}}{dt}=\vec{r}\,x\,\vec{F}+\vec{v}\,x(m\vec{v})$ Therefore $\frac{d\vec{l}}{dt}=\vec{\tau}$ (Because $\vec{r}\,x\,\vec{F}=\tau$ and $\vec{v}\,x\,\vec{v}=0$) Thus Torque is equal to the rate of change of angular momentum. (b) Law of conservation of Angular momentum:	**2** **1**

	If the total external torque on a system of particles is zero, then the total angular momentum of the system is conserved. (c) Planetary motion.	**1**
15	a) Angular momentum. b) We know that when external torque is zero, Angular momentum remains constant. $I\omega$ = a constant. When planets are at near region of sun their r will be small. So I will be small. ($I=MR^2$). So their ω will be large. When planets are at far regions, r is large, so I is large, then ω will be small. So planets are slow at far regions.	**1** **3**
16	(a) <u>Theorem of perpendicular axes:</u> Theorem of Perpendicular axes states that “The moment of inertia of a planar body (lamina) about an axis perpendicular to its plane is equal to the sum of its moments of inertia about two perpendicular axes concurrent with perpendicular axis and lying in the plane of the body.” Here $I_Z = I_X + I_Y$ Where I_Z --> Moment of Inertia about Z-axis. I_X --> Moment of Inertia about X-axis. I_Y --> Moment of Inertia about Y-axis.  <u>Note</u>: This theorem is used to find moment of inertia of some regular shaped bodies which are planar. This means theorem applies to flat bodies whose thickness is very small compared to their other dimensions (b) <u>Moment of inertia of a thin circular disc of radius ‘R’ and mass ‘M’ about an axis passing through diameter:</u> We have $I_{disc} = \frac{MR^2}{2}$ By Perpendicular axes theorm $I_d + I_d = \frac{MR^2}{2}$ $2I_d = \frac{MR^2}{2}$ $I_d = \frac{MR^2}{4}$  This is the Moment of inertia of a thin circular disc of radius ‘R’ and mass ‘M’ about an axis passing through diameter.	**1** **3**
17	(a)The moment of interia about a given axis resists a change in its rotational motion. Thus it can be regarded as a measure of rotational inertia of the body. (b) (i)The mass of the body, (ii) Its shape and size; (c) We have $KE = \frac{L^2}{2I}$ Here L, the angular momentum is a constant. Therefore $KE \,\alpha \frac{1}{I}$ Given $I_A > I_B$ Therefore $KE_B > KE_A$	**2** **1** **2**

18	(a) Law of conservation of angular momentum. (b) To distinguish between a hard boiled egg and a raw egg, we spin each on a table top. The egg which spins at a slower rate **shall be a raw egg**. This is because in a raw egg, liquid matter inside tries to get away from the axis of rotation. Therefore, its moment of inertia I increases and hence angular speed decreases. Whereas the hard boiled egg continues to spin. (c) Kinetic Energy K.E = $\frac{1}{2} I\,\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\omega^2$ $= \frac{MR^2}{4}\omega^2 = \frac{20\times 0.25^2}{4}\times 100^2$ $= 3.1 \times 10^3$ J Angular momentum L =Iω $L=\frac{MR^2}{2}\omega$ Therefore $L=\frac{20\,x\,0.25^2}{2}100=62.5\,Js$	**1** **2** **2**

PHYSOL EXAMINATION SERIES
അധ്യായം 7 – കണികാവ്യൂഹവും ഭ്രമണചലനവും

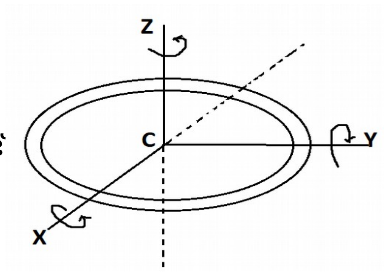
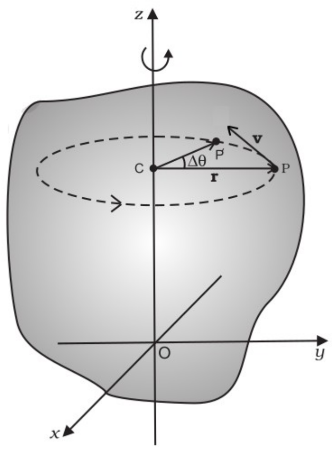
25-07-2021 ഞായർ 7.00 pm

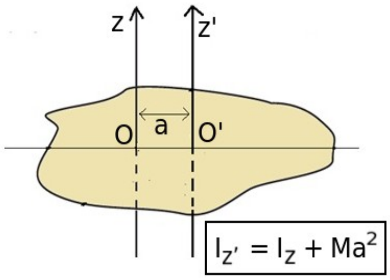
PES06 M **സമയം : 1 മണിക്കൂർ**

പരമാവധി സ്കോർ : 30

ഉത്തരസൂചിക

1	$\frac{R}{\sqrt{2}}$	1
2	$[ML^2T^{-2}]$	1
3	ശരി	1
4	മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ (ജഡത്വാഘൂർണം)	1

5	രേഖീയ ചലനം : ഇത്തരം ചലനത്തിൽ വ്യൂഹത്തിലെ എല്ലാ കണികകളും ഒരേ പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഭ്രമണ ചലനം : വ്യൂഹത്തിലെ എല്ലാ കണികകളും ഒരേ കോണീയ പ്രവേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു.	1 1
6	I_{ring} =MR^2 ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. ലംബ അക്ഷ സിദ്ധാന്തപ്രകാരം $I_x + I_y = MR^2$ ഇവിടെ X, Y അക്ഷങ്ങൾ വൃത്തവളയത്തിന്റെ രണ്ട് വ്യാസരേഖകൾ തന്നെയാണ്. അതിനാൽ $I_d + I_d = 2I_d = MR^2$ $I_d = \frac{MR^2}{2}$  	2
7	ഒരു ദൃഢ വസ്തുവിലെ P എന്ന കണിക z അക്ഷം ആധാരമാക്കി പരിക്രമണം ചെയ്യുമ്പോൾ Δt സമയത്തിലുള്ള കോണീയ സ്ഥാനാന്തരം $\Delta\theta$ ആയാൽ, കോണീയ പ്രവേഗം, $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ വസ്തു P' ൽ എത്തുമ്പോൾ PP' = $\Delta r = r\Delta\theta$ ആകുന്നു. അങ്ങിനെയെങ്കിൽ $\frac{\Delta r}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ അഥവാ $v = r\,\omega$ എന്നെഴുതാം. സദിശ രൂപത്തിലെഴുതുമ്പോൾ, $\vec{v} = \vec{\omega} x \vec{r}$  	2

8	സമാന്തര അക്ഷ സിദ്ധാന്തം ഒരു അക്ഷത്തിലൂടെയുള്ള വസ്തുവിന്റെ ജഡത്വാഘൂർണം ($I_{z'}$) എന്നത്, പിണ്ഡകേന്ദ്ര ത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന സമാന്തരഅക്ഷം ആധാരമായുള്ള ജഡത്വാഘൂർണ ത്തിന്റെയും(I_z), വസ്തുവിന്റെ മാസിന്റെയും(M) രണ്ട് അക്ഷങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്റെ (a) വർഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലവും തമ്മിലുള്ള തുകയായിരിക്കും.  $I_{z'} = I_z + Ma^2$	2
9	ഇവിടെ $\omega_i = 0$ $\omega_f = 10$ rad/s $t = 2$ s $I = 0.4$ kg m^2 $\tau = I\alpha$ ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. $\tau = I \times \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = 0.4 \times \frac{10-0}{2} = 2$ Nm	3
10	(a) കോണീയ വേഗത കുറയുന്നു. (b) കോണീയ ആക്ക സംരക്ഷണനിയമം "ബാഹ്യടോർക്ക് (ബലആഘൂർണം) അനുഭവപ്പെടുന്നില്ലെങ്കിൽ ആ വസ്തുവിന്റെ കോണീയആക്കം ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കും".	1 2
11	a) ടോർക്ക് (ബലആഘൂർണം) b) മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ (ജഡത്വാഘൂർണം) c) 90^0	1 1 1
12	a) ഗതികോർജം K = $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2$ ($v = r\omega$ ആയതിനാൽ) അഥവാ K = $\frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$ b) നേർരേഖാ ഗതികോർജം $K_t = \frac{1}{2}Mv^2$ പരിക്രമണ ഗതികോർജം $K_r = \frac{1}{2}I\omega^2$ ഇവിടെ വളയത്തിന്റെ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ $I = MR^2$ എന്നും $\omega = \frac{v}{R}$ എന്നും വിലകൾ കൊടുത്താൽ, $K_r = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{v^2}{R^2}\right) = \frac{1}{2}Mv^2 = K_t$	1 2
13	a) ML^2T^{-1}. b) $I = MR^2$ ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. ഐസ് ഉരുകി ഭൂമധ്യരേഖാ പ്രദേശത്തേക്ക് ഒഴുകുമ്പോൾ R വർധിക്കുന്നു. അപ്പോൾ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ വർധിക്കുന്നു. $I\omega$ = ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയതിനാൽ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ വർധിക്കുമ്പോൾ കോണീയപ്രവേഗം കുറയുന്നു. അങ്ങിനെ ദിവസത്തിന്റെ ദൈർഘ്യം കൂടുന്നു.	1 3

14 (a) $l = r \times p$ ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. 2

ഈ സമവാക്യത്തെ അവകലനം (differentiation) ചെയ്താൽ,

$$\frac{dl}{dt} = \frac{d(r \times p)}{dt}$$

$$= \frac{dr}{dt} \times p + r \times \frac{dp}{dt} = v \times mv + r \times F$$

$$= m(v \times v) + \tau \qquad (\text{ഇവിടെ } (v \times v) = 0)$$

അഥവാ $\frac{dl}{dt} = \tau$

അതായത് കോണീയ ആക്കവ്യത്യാസത്തിന്റെ സമയനിരക്കാണ് ടോർക്ക് (ബലആഘൂർണം).

(b) കോണീയ ആക്ക സംരക്ഷണനിയമം 1

"ബാഹ്യടോർക്ക് (ബലആഘൂർണം) പൂജ്യമായിരിക്കുമ്പോൾ ആ വസ്തുവിന്റെ കോണീയആക്കം ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കും".

(c) ഗ്രഹ ചലനം 1

15 a) കോണീയ ആക്കം 1

b) "ബാഹ്യടോർക്ക് (ബലആഘൂർണം) അനുഭവപ്പെടുന്നില്ലെങ്കിൽ ആ വസ്തുവിന്റെ കോണീയആക്കം ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കും" 3

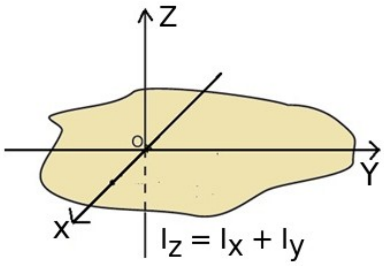
$I\omega$ = ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ

ഗ്രഹങ്ങൾ സൂര്യന്റെ സമീപത്തായിരിക്കുമ്പോൾ അവയുടെ ആരം (R) കുറവായിരിക്കും. അങ്ങനെ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ ($I=MR^2$) കുറയുകയും കോണീയ പ്രവേഗം(ω) കൂടുകയും ചെയ്യും.

ഗ്രഹങ്ങൾ വിദൂര പ്രദേശങ്ങളിൽ ആയിരിക്കുമ്പോൾ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ കൂടുകയും കോണീയപ്രവേഗം(ω) കുറയുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ വിദൂര പ്രദേശങ്ങളിൽ ഗ്രഹങ്ങൾ മന്ദഗതിയിലായിരിക്കും

16 a) ലംബ അക്ഷ സിദ്ധാന്തം 2

ഒരു പരന്ന പ്രതലമുള്ള വസ്തുവിന്റെ ലംബ അക്ഷത്തിന് ആധാരമായ ജഡത്വാഘൂർണം (I_z), ആ പ്രതലത്തിൽ തന്നെ പരസ്പരലംബമായ അക്ഷങ്ങൾക്ക് ആധാരമായ ജഡത്വാഘൂർണങ്ങളുടെ (I_x, I_y) തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

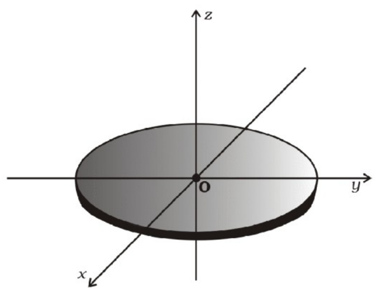


$$I_z = I_x + I_y$$

b) ഇവിടെ എന്നീ അക്ഷങ്ങൾ തകിടിന്റെ രണ്ട് വ്യാസരേഖകൾ തന്നെയായതിനാൽ സമമിതി പ്രകാരം $I_x = I_y$ ആയിരിക്കും. 2

അതുകൊണ്ട് $I_z = 2I_x$ എന്ന് കിട്ടും.

എന്നാൽ $I_z = \frac{MR^2}{2}$



	അതായത് $I_x=\frac{I_z}{2}=\frac{MR^2}{4}$ വൃത്തതകിടിന്റെ ഏതെങ്കിലും വ്യാസത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ $\frac{MR^2}{4}$ ആയിരിക്കും.	
17	(a) തന്നിരിക്കുന്ന അക്ഷത്തെ ആസ്പദമാക്കിയുള്ള മോമെന്റ്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ, അതിന്റെ ഭ്രമണ ചലനത്തിലെ മാറ്റത്തെ പ്രതിരോധിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഇതിനെ ഭ്രമണജഡത്വത്തിന്റെ അളവായി കണക്കാക്കാം. b) i. വസ്തുവിന്റെ മാസ് ii. അതിന്റെ രൂപവും വലിപ്പവും (c) $KE=\frac{L^2}{2I}$ ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം. ഇവിടെ L, കോണീയആക്കം ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആയിരിക്കും. അതിനാൽ $KE\,\alpha\frac{1}{I}$ $I_A > I_B$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നതിനാൽ $KE_B > KE_A$ ആയിരിക്കും.	**2** **1** **2**
18	(a) കോണീയ ആക്ക സംരക്ഷണനിയമം (b) ഇവിടെ കുറഞ്ഞ വേഗതയിൽ കറങ്ങുന്നത് പുഴുങ്ങാത്ത മുട്ടയായിരിക്കും. ഇതിന്റെ ഉള്ളിലുള്ള ദ്രാവകരൂപത്തിലുള്ള ദ്രവ്യം ഭ്രമണ അക്ഷത്തിൽനിന്നും അകലെ ആയിരിക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നു. അപ്പോൾ മൊമെന്റ് ഓഫ് ഇനേർഷ്യ(I) കൂടുകയും കോണീയ വേഗത കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. എന്നാൽ പുഴുങ്ങിയ മുട്ടയുടെ ഉൾഭാഗം ദൃഢമായതിനാൽ തുടർച്ചയായി കറങ്ങിക്കൊണ്ടിരിക്കും. (c) ഗതികോർജം K = $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\omega^2$ $= \frac{MR^2}{4}\omega^2 = \frac{20\times0.25^2}{4}\times100^2$ $= 3.1 \times 10^3$ J കോണീയആക്കം L =Iω $L=\frac{MR^2}{2}\omega$ അതിനാൽ $L=\frac{20\,x\,0.25^2}{2}\times100=62.5\,Js$	**1** **1** **1** **2**