



महाराष्ट्र शासन  
शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग  
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र  
७०८ सदाशिव पेठ, कुमठेकर मार्ग, पुणे ४११०३०

संपर्क क्रमांक (०२०) २४४७ ६९३८

E-mail: [evaluationdept@maa.ac.in](mailto:evaluationdept@maa.ac.in)

## Question Bank

Standard:- 10<sup>th</sup>

Subject:- गणित भाग २

**March 2021**

सूचना

१. फक्त विद्यार्थ्यांना प्रश्नप्रकारांचा सराव करून देण्यासाठीच
२. सदर प्रश्नसंचातील प्रश्न बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेत येतीलच असे नाही याची नोंद घ्यावी.

प्रकरण : समरूपता

Q.1 A) बहुपर्यायी प्रश्न ( 1 गुण )

1. जर  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  आणि  $AB:PQ = 3:4$  तर  $A(\Delta ABC):A(\Delta PQR) =$  किती

(A)9:25 (B) 9:16 (C) 16:9 (D)25:9

2. खालीलपैकी कोणती कसोटी समरूपतेची नाही

(A)कोकोको (B)बाकोबा (C) बाकोको (D)बाबाबा

3. जर  $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$  आणि  $A(\Delta XYZ) = 25$  चौसेमी ,  $A(\Delta PQR) =$

4 चौसेमी तर  $XY:PQ = ?$

(A) 4:25 (B)2:5 (C) 5:2 (D)25:4

4. दोन समरूप त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 9 :25 असेल तर त्यांच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर किती ?

(A)3:4 (B)3 :5 (C) 5:3 (D)25:81

5. जर  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  आणि  $\angle A = 45^\circ$  ,  $\angle E = 35^\circ$  असल्यास  $\angle B$  चे माप किती

(A)  $45^\circ$  (B)  $35^\circ$  (C)  $25^\circ$  (D)  $40^\circ$

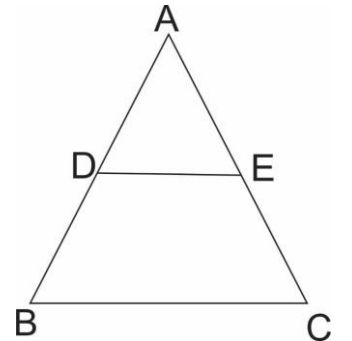
6. आकृतीमध्ये रेख  $DE \parallel$  रेख  $BC$  तर पुढील पैकी सत्य विधान कोणते?

(A)  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC}$

(B)  $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{AC}$

(C)  $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{AC}$

(D)  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



7. जर  $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$  तर  $\frac{XY}{PQ} = \frac{YZ}{QR} = ?$

(A)  $\frac{XZ}{PR}$

(B)  $\frac{XZ}{PQ}$

(C)  $\frac{XZ}{QR}$

(D)  $\frac{YZ}{PQ}$

8. जर  $\Delta ABC \sim \Delta LMN$  आणि  $\angle A = 60^\circ$  असल्यास  $\angle L = ?$

(A)  $45^\circ$

(B)  $60^\circ$

(C)  $25^\circ$

(D)  $40^\circ$

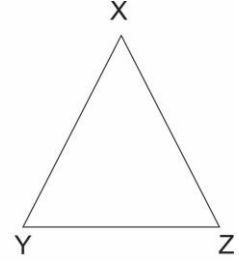
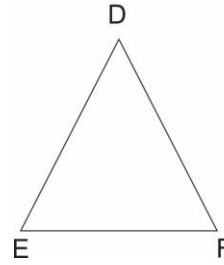
9.  $\Delta DEF$  व  $\Delta XYZ$  मध्ये  $\frac{DE}{XY} = \frac{FE}{YZ}$  आणि  $\angle E \cong \angle Y$  तर  $\Delta DEF$  व  $\Delta XYZ$  हे कोणत्या कसोटी नुसार समरूप होतील?

(A) कोकोको

(B) बाकोबा

(C) बाकोको

(D) बाबाबा



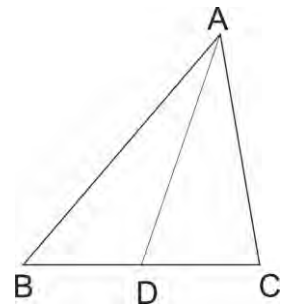
10. आकृती मध्ये  $BD=8$ ,  $BC=12$  B-D-C तर  $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ABD)} = ?$

(A) 2:3

(B) 3:2

(C) 5:3

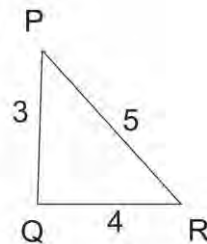
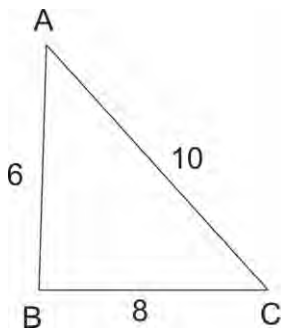
(D) 3:4



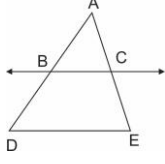
Q.1 B)

1 गुण

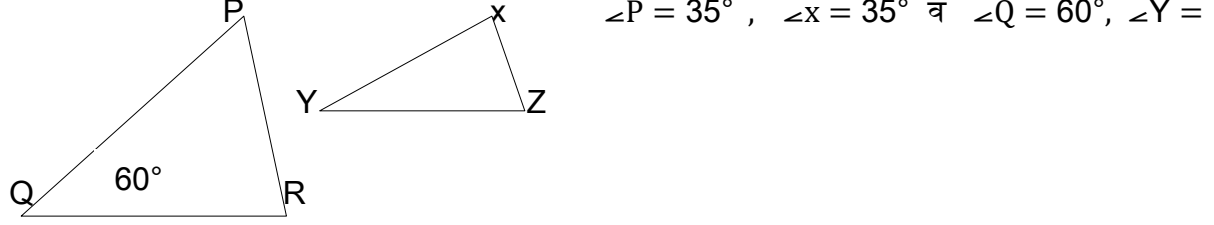
आकृतीमधील त्रिकोण समरूप आहे का ? असतील तर कोणत्या कसोटीनुसार?



2. आकृतीमध्ये रेषा  $BC \parallel$  रेषा  $DE$ ,  $AB=2$ ,  $BD=3$ ,  $AC=4$  व  $CX=x$  तर  $x$  ची किंमत काढा .



3. आकृतीचे निरीक्षण करून त्रिकोण समरूप आहेत का ? ते ठरवा . असल्यास समरूप कसोटी लिहा



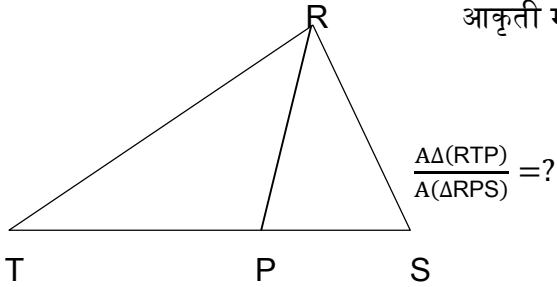
4.  $\Delta ABC \sim \Delta LMN$  आणि  $\angle B = 40^\circ$  तर  $\angle M$  चे माप किती ? व कारण लिहा.

5. दोन समरूप त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 144:49 असेल तर त्या त्रिकोणाच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर किती ?

6.  $\Delta PQR \sim \Delta SUV$  तर त्या त्रिकोणाच्या एकरूप कोनाच्या जोड्या लिहा

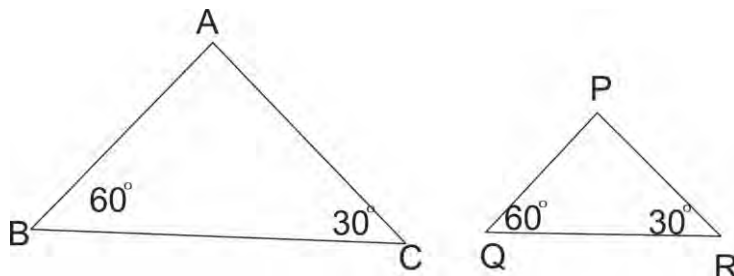
7.  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  तर प्रमाणात असणाऱ्या संगत बाजू लिहा

8. आकृती मध्ये  $TP = 10$  सेमी  $PS = 6$  सेमी



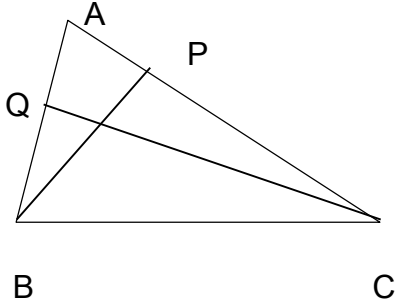
9. दोन समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर 4:7 आहे तर त्यांच्या क्षेत्रफळाचे गुणोत्तर किती ?

10. आकृतीचे निरीक्षण करा  $\Delta ABC$  व  $\Delta PQR$  कोणत्या कसोटीनुसार समरूप आहेत , कसोटी चे नाव लिहा



Q.2 A.पुढील कृती पूर्ण करा 2 गुण

1.



शेजारील आकृती मध्ये BP लंब AC, CQ लंब AB A-P-C

आणि A-Q-B तर

$\Delta APB$  व  $\Delta AQC$  समरूप दाखवा

$\Delta APB$  व  $\Delta AQC$ मध्ये  $\angle APB = [ \quad ]^\circ \dots (I)$

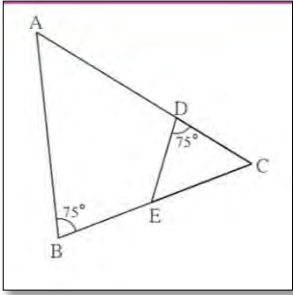
$\angle AQC = [ \quad ]^\circ \dots (II)$

$\angle APB \cong \angle AQC$  (I) व (II) वरून

$\angle PAB \cong \angle QAC$  [.....]

$\Delta APB \sim \Delta AQC$  [.....]

2. आकृतीचे निरीक्षण करून कृती पूर्ण करा



आकृती मध्ये  $\angle B = 75^\circ$ ,  $\angle D = 75^\circ$

$\angle B \cong [ \dots ]$  प्रत्येकी  $75^\circ$

$\angle C \cong \angle C$  [.....]

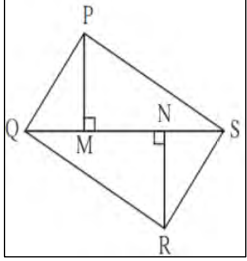
$\Delta ABC \sim \Delta [ \dots ]$

....[.....] समरूपता कसोटी नुसार

3.  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ,  $A(\Delta ABC) = 80$  चौएकक  $A(\Delta PQR) = 125$  चौ एकक तर खालील कृती पूर्ण करा

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{80}{125} = \frac{[ \dots ]}{[ \dots ]} \text{ म्हणून } \frac{AB}{PQ} = \frac{[ \dots ]}{[ \dots ]}$$

4. आकृती मध्ये  $PM=10$  सेंमी  $A(\Delta PQS)=100$  चौसेमी  $A(\Delta QRS)=110$  चौसेमी तर  $NR$  ची लांबी काढा

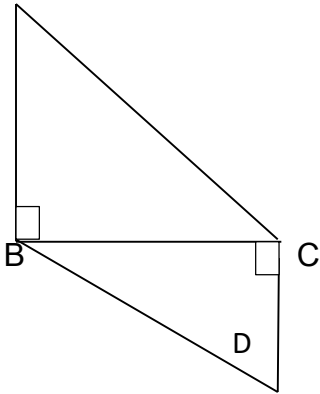


$\Delta PQS$  व  $\Delta QRS$  यांचा रेख  $QS$  हा सामायिक पाया आहे

सामायिक पाया असणाऱ्या त्रिकोनांची क्षेत्रफळे हि संगत [.....] प्रमाणात असतात

$$\frac{A(\Delta PQS)}{A(\Delta QRS)} = \frac{[...]}{NR} , \frac{100}{110} = \frac{[...]}{NR} , NR = [.....] \text{ सेमी}$$

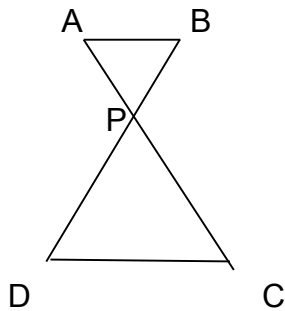
Q.2 B A



1. आकृती मध्ये  $AB$  लंब  $BC$  आणि  $DC$  लंब  $BC$   $AB=6$ ,  $DC=4$  तर

$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta BCD)} = ?$$

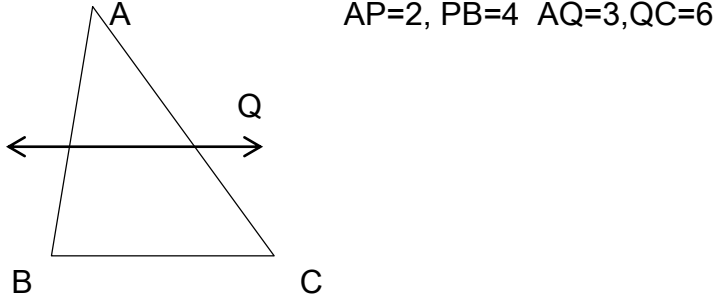
2. आकृतीत रेख  $AC$  व रेख  $BD$  परस्परांना  $P$  बिंदूत छेदतात आणि



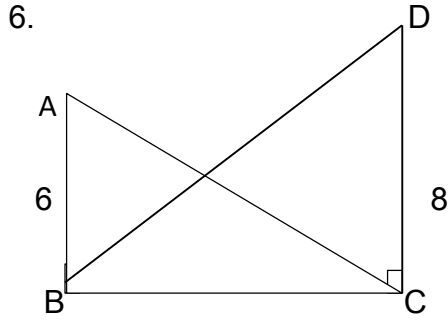
$$\frac{AP}{PC} = \frac{BP}{PD} \text{ तर सिद्ध करा } \Delta ABP \sim \Delta CDP$$

3.  $\Delta ABP \sim \Delta DEF$  आणि  $A(\Delta ABP): A(\Delta DEF) = 144:81$  तर  $AB:DE = ?$

4. दिलेल्या माहितीवरून रेषा  $PQ \parallel$  बाजू  $BC$  आहे का ते ठरवा



5. दोन समरूप त्रिकोणाची क्षेत्रफळे 225 चौसेमी, 81 चौसेमी आहेत जर लहान त्रिकोणाची एक बाजू 12 सेंमी असेल तर मोठ्या त्रिकोणाची संगत बाजू काढा

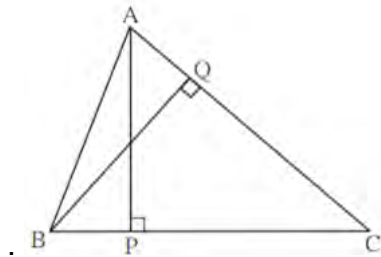


आकृती मध्ये दिलेल्या माहिती वरून

$$\angle ABC = 90^\circ \quad \angle DCB = 90^\circ \quad AB = 6,$$

$$DC=8 \quad \text{तर} \quad \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta BCD)} = \text{किती?}$$

Q.3A) कृती पूर्ण करा 3 गुण



1.  $\Delta ABC$  मध्ये  $AP \perp BC$  व  $BQ \perp AC$   $B-P-C, A-Q-C$  तर

$\Delta CPA \sim \Delta CQB$  दाखवा जर  $AP=7, BQ=8, BC=12$  असल्यास  $AC$ ची किंमत काढा (कृती पूर्ण करा)

$\Delta CPA$  व  $\Delta CQB$  मध्ये  $\angle CPA \cong [\angle \dots]$ . (प्रत्येकी  $90^\circ$ )

$\angle ACP \cong [\angle \dots]$ . (सामायिक कोन)

$\Delta CPA \sim \Delta CQB$  (..... समरूपता कसोटी)

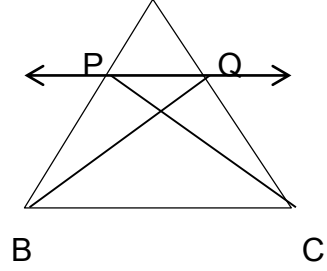
$$\frac{AP}{BQ} = \frac{[\dots]}{BC} \quad (\text{समरूप त्रिकोणाच्या सांगत बाजू प्रमाणात})$$

$$\frac{7}{8} = \frac{[\dots]}{12}$$

$$AC \times [\dots] = 7 \times 12 \quad AC = 10.5$$

2. त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा त्याच्या उरलेल्या बाजूंना भिन्न बिंदूत छेदत असेल तर ती रेषा त्या बाजूंना एकाच प्रमाणात विभागते सिद्धता पूर्ण करा

A पक्ष:  $\Delta ABC$  मध्ये रेषा /  $\parallel$  बाजू BC आणि रेषा / हि बाजू AB ला P मध्ये व बाजू AC ला Q मध्ये छेदते



साध्य:  $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$  रचना : रेख BC व रेख BQ काढा

सिद्धता:  $\Delta APQ$  व  $\Delta PQB$

हे समान उंचीचे त्रिकोण आहेत

$$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQB)} = \frac{[...]}{PB} \text{ (क्षेत्रफळे पायांच्या प्रमाणात) I}$$

$$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQC)} = \frac{[...]}{QC} \text{ (क्षेत्रफळे पायांच्या प्रमाणात) II}$$

$\Delta PQC$  व  $\Delta PQB$  यांचा रेख [...] हा समान पाया आहे रेख  $PQ \parallel$  रेख BC म्हणून :  $\Delta APQ$  व  $\Delta PQB$  याची उंची समान आहे

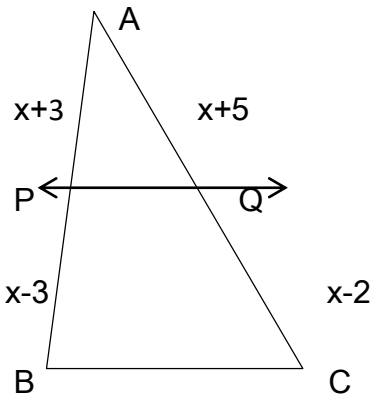
$$A(\Delta PQC) = A(\Delta \dots) \dots \dots \dots \text{(III)}$$

$$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQB)} = \frac{A(\Delta \dots)}{A(\Delta \dots)} \dots \dots \dots \text{[(I), (II), व (III)]}$$

वरून

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \dots \dots \dots \text{[(I) व (II) वरून]}$$

3.



आकृतीत रेख  $PQ \parallel$  बाजू BC

$$AP = x + 3, PB = x - 3, AQ = x + 5, QC = x - 2$$

तर x ची किंमत काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा  $\Delta PQB$  मध्ये रेख  $PQ \parallel$  बाजू BC

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \dots \dots \dots \text{[(I) व (II) वरून]}$$

$$\frac{x + 3}{x - 3} = \frac{x + 5}{x - 2}$$

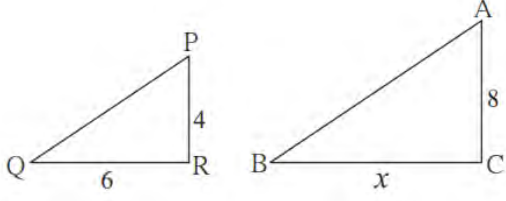
$$(x+3)[\dots] = (x+5)(x-3)$$

$$x^2 + x - [\dots] = x^2 + 2x - 15$$

$$x = [\dots]$$

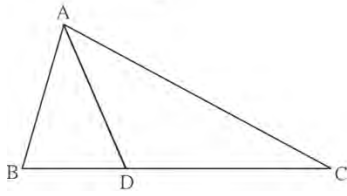


Q.3 B 3 गुण

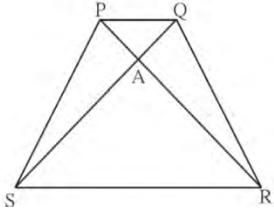


1. आकृतीमध्ये दाखविल्या प्रमाणे 8मी व 4मी उंचीचे दोन खांब सपाट जमिनीवर उभे आहेत सूर्यप्रकाशाने लहान खांबाची सावली 6 मी पडते तर त्याच वेळी मोठ्या खांबाची सावली किती लांबीची असेल

2.  $\Delta ABC$  मध्ये B-D-C आणि  $BD=7$ ,  $BC=20$  तर खालील गुणोत्तरे काढा

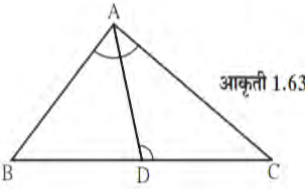


- 1)  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)}$
- 2)  $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$
- 3)  $\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)}$



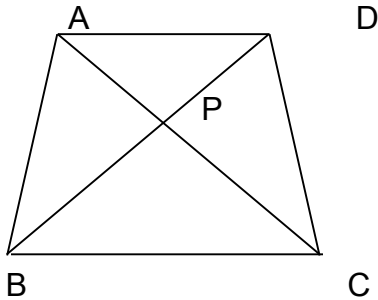
3. आकृतीत समलंब चौकोन PQRS मध्ये बाजू  $PQ \parallel$  बाजू  $SR$ ,  $AR=5 AP$ , तर सिद्ध करा,  $SR=5PQ$

4.



आकृतीत त्रिकोण ABC मध्ये बाजू BC वर D हा बिंदू असा आहे कि  $\angle BAC = \angle ADC$  तर सिद्ध करा  $CA^2 = CB \times CD$

5.



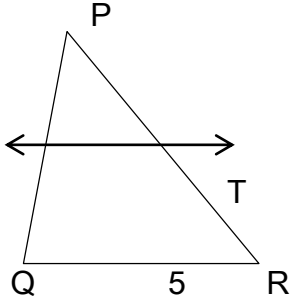
चौकोन ABCD मध्ये  $\parallel$  बाजू  $AD \parallel BC$  कर्ण AC आणि कर्ण BD परस्परांना P बिंदूत छेदतात तर सिद्ध करा कि  $\frac{AP}{PD} = \frac{PC}{BP}$

Q.4 4 गुण

1. समभूज त्रिकोण PQR ची बाजू 8 सेमी आहे तर त्या त्रिकोणाच्या बाजू पेक्षा निम्म्या बाजू असणाऱ्या समभूज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ काढा .
2. दोन समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे समान असल्यास ते त्रिकोण एकरूप असतात सिद्ध करा
3. दोन समरूप त्रिकोणांपैकी लहान त्रिकोणाच्या बाजू 4 सेमी ,5 सेमी,6 सेमी लांबीच्या आहेत आणि मोठ्या त्रिकोणाची परिमिती 90 सेमी आहे तर मोठ्या त्रिकोणाच्या बाजू काढा

Q.5 3 गुण

1. आकृतीत,  $PS = 2$ ,  $SQ = 6$ ,  $QR = 5$ ,  $PT = x$  आणि  $TR = y$ . तर  $x$  व  $y$  च्या योग्य किमतीच्या अशा जोड्या शोधा कि ज्यामुळे रेषा  $ST \parallel$  बाजू  $QR$  असेल.



2. वास्तू विशारदा कडे इमारतीची प्रतिकृती आहे प्रत्यक्ष इमारतीची लांबी 1 मी. असल्यास प्रतिकृतीची लांबी 0.75 सेमी असेल तर 22.5 मी. लांबी आणि 10 मी. उंची असलेल्या इमारतीच्या प्रतिकृतीची लांबी व उंची काढा.

## उत्तर सूची

Q.1 A 1)B 2)C 3)C 4)B 5)B 6)D 7)A 8)B 9)B 10)B

B) 1)समरूप आहेत बा-बा-बा कसोटी 2) $x=6$  3)समरूप आहेत को-को समरूपता 4) $M=40$  5)12:7  
6) $P=S.Q=U,R=V$

7)AB/DE,BC/EF,AC/DF 8)5/3 9)16/49 10)को-को

Q2 A) 1)90,90,सामायिक कोन ,को-को 2)D, सामायिक कोन,EDC 3)16, 25,4,5 4)उंची ,PM,10  
11

B) 1) $3/2$  ,3)12/9 किंवा  $4/3$  4)आहे 5)20 ,6) $3/4$

Q3 A)1) BDC,BCD को-को ,AC,AC,8 2)AP,AQ,PQ,PQB APQ/PQC 3)QC, प्रमाणाचे मुलभूत  
प्रमेय, $x-2,x-2$  ,6 9

B)1)12 ,2) $7/13,7/20,13/20$  3)सिद्धता 4) सिद्धता 5)सिद्धता

Q.4.1) 4 वर्गमूळ 3,2)सिद्धता 3)24,30,36,

Q.5 1) 3,9 4,12 2)16.875,7.5

## प्रकरण : पायथागोरसचे प्रमेय

प्रश्न 1 (A) . पुढील प्रत्येक उप प्रश्नासाठी 4 पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक उत्तराचा योग्य पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिहा. [ प्रत्येक उपप्रश्नाला 1 गुण ]

1) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट आहे ?

(A) (1,5,10) (B) (3,4,5) (C) (2,2,2) (D) (5,5,2)

2) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट नाही ?

(A) (5,12,13) (B) (8,15,17) (C) (7,8,15) (D) (24,25,7)

3) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट नाही ?

(A) (9,40,41) (B) (11,60,61) (C) (6,14,15) (D) (6,8,10)

4) काटकोन त्रिकोणात काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या वर्गाची बेरीज 169 असेल, तर त्याच्या कर्णाची लांबी किती ?

(A) 15 (B) 13 (C) 5 (D) 12

5) एका आयताची एक बाजू 12 आणि कर्णाची लांबी 20 असेल तर त्या आयताच्या दुसऱ्या बाजूची लांबी किती ?

(A) 2 (B) 13 (C) 5 (D) 16

6) एका चौरसाच्या कर्णाची लांबी  $\sqrt{2}$  सेमी असेल तर त्या चौरसाच्या प्रत्येक बाजूची लांबी किती ?

(A) 2 (B)  $\sqrt{3}$  (C) 1 (D) 4

7) एका समभुज चौकोनाच्या कर्णाची लांबी अनुक्रमे 60 व 80 असेल तर त्या समभुज चौकोनाच्या बाजूची लांबी किती ?

- (A) 100 (B) 50 (C) 200 (D) 400

8) बाजूंची लांबी  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , असलेल्या त्रिकोणामध्ये जर  $a^2 + b^2 = c^2$  असेल तर तो कोणत्या प्रकारचा त्रिकोण आहे ?

- (A) विशालकोन त्रिकोण (B) लघुकोन त्रिकोण  
(C) समभुज त्रिकोण (D) काटकोन त्रिकोण

9)  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AB = 6\sqrt{3}$  सेमी,  $AC = 12$  सेमी, आणि  $BC = 6$  सेमी तर  $\angle A$  चे माप किती ?

- (A)  $30^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $45^\circ$

10) एका चौरसाचा कर्ण  $10\sqrt{2}$  सेमी असल्यास त्याची परिमिती .... असेल.

- (A) 10 सेमी (B)  $40\sqrt{2}$  सेमी (C) 20 सेमी (D) 40 सेमी

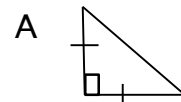
11) खालील पैकी कोणत्या तारखेतील सर्व संख्या विचारात घेतल्यास पायथागोरसचे त्रिकुट मिळते ?

- (A) 15/8/17 (B) 16/8/16 (C) 3/5/17 (D) 4/9/15

प्रश्न 1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा. [ प्रत्येक उपप्रश्नाला 1 गुण ]

1) एका काटकोन त्रिकोणामध्ये काटकोन करणाऱ्या बाजू 24 सेमी व 18 सेमी असतील तर त्याच्या कर्णाची लांबी काढा.

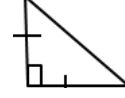
2) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AB \perp BC$ ,



$AB = BC$  तर  $\angle A$  चे माप किती ?

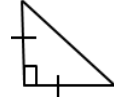
B C

3) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AB = BC$ , A



$AC = 2\sqrt{2}$  तर  $\angle ABC = 90^\circ$  तर AB लांबी किती ? B C

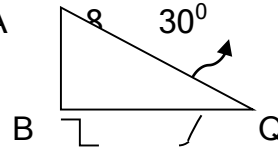
4) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AB = BC$ , A



$AC = 5\sqrt{2}$ ,  $AB \perp BC$  तर  $\angle ABC$  ची उंची किती ? B C

5) 4 सेमी बाजू असलेल्या समभुज त्रिकोणाची उंची किती ?

6) बाजूच्या आकृतीवरून जर  $AQ = 8$  सेमी, A



तर AB ची लांबी काढा.

7) एका काटकोन त्रिकोणामध्ये कर्णाची लांबी 25 सेमी व उंची 7 सेमी असेल तर त्याच्या पायाची लांबी काढा.

8) एका त्रिकोणाच्या बाजू 50 सेमी, 14 सेमी, आणि 48 सेमी आहेत. तर तो त्रिकोण काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही सांगा.

9) एका त्रिकोणाच्या बाजू 8 सेमी, 15 सेमी, आणि 17 सेमी आहेत. तर तो त्रिकोण काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही सांगा.

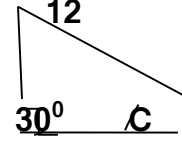
10) एका आयताच्या बाजू अनुक्रमे 35 मी आणि 12 मी असल्यास त्याचा कर्ण किती ?

प्रश्न 2 (A) / 3 (A) खालील कृती पूर्ण करून उत्तरपत्रिकेत लिहा. [ उत्तरपत्रिकेत केवळ चौकटीतील

उत्तरे लिहू नयेत.] [ प्रत्येक उपप्रश्नाला 2 गुण ]

(1) सोबतच्या आकृतीवरून, जर  $AC = 12$  सेमी,  $A$

तर  $AB$  ची लांबी काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.  $B$



कृती : सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$  यावरून

$\angle BAC = \square$ . म्हणजेच  $\Delta ABC$  हा  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  त्रिकोण आहे.

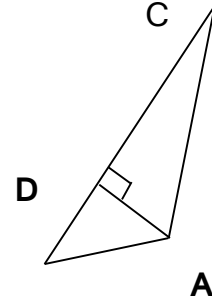
$\Delta ABC$  मध्ये  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$$AB = \frac{1}{2} AC \text{ व } \square = \frac{\sqrt{3}}{2} AC.$$

$$\therefore \square = \frac{1}{2} \times 12 \text{ व } BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12$$

$$\therefore \square = 6 \text{ व } BC = 6\sqrt{3}.$$

(2) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AD \perp BC$ ,



$$\text{तर } AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$$

हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

$B$

कृती : पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, काटकोन त्रिकोण  $\Delta ADC$  मध्ये,

$$AC^2 = AD^2 + \square^2$$

$$\therefore AD^2 = AC^2 - CD^2 \dots (I)$$

तसेच, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, काटकोन त्रिकोण  $\Delta ABD$  मध्ये,

$$AB^2 = \square^2 + BD^2$$

$$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad \dots \dots (II)$$

$$\therefore \square^2 - BD^2 = AC^2 - \square^2 \quad (I) \text{ व } (II) \text{ वरून}$$

$$\therefore AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$$

(3) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$

$AC = 14$  तर  $AB$  व  $BC$  काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

कृती :  $\Delta ABC$  मध्ये,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$

PAGE 4

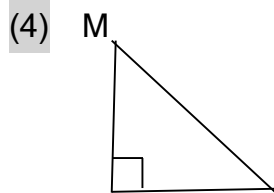
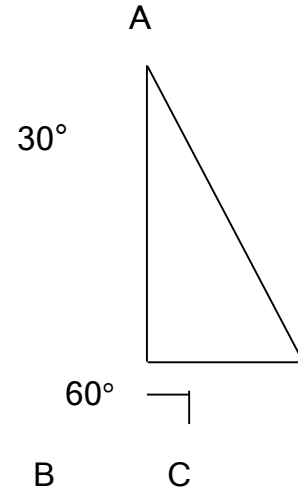
यावरून,  $\angle BCA = \square$

$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$$\square = \frac{1}{2} AC \text{ व } \square = \frac{\sqrt{3}}{2} AC.$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2} \times \square \text{ व } AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 14$$

$$BC = 7 \text{ व } AB = 7\sqrt{3} .$$



सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta MNK$  मध्ये,



N

K

$$\angle MNK = 90^\circ, \angle M = 45^\circ$$

MK = 6 तर MK व KN काढण्यासाठी खालील

कृती पूर्ण करा .

कृती : -  $\Delta MNK$  मध्ये,

$$\angle MNK = 90^\circ, \angle M = 45^\circ \dots\dots\dots(\text{पक्ष})$$

$$\therefore \angle K = \square \dots\dots\dots(\Delta MNK \text{ च्या उरलेल्या कोनाचे माप}),$$

$\Delta MNK$  हा  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  त्रिकोण आहे ,

$45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$$\square = \frac{1}{\sqrt{2}} MK \text{ व } \square = \frac{1}{\sqrt{2}} MK .$$

$$\therefore MN = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \square \text{ व } KN = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 6$$

$$\therefore MN = 3\sqrt{2} \text{ व } KN = 3\sqrt{2}$$

(5) 10 मीटर लांबीची एक शिडी जमिनीपासून 8 मीटर उंचीच्या एका खिडकीपाशी पोहोचते तर त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे खालचे टोक यामधील अंतर काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

कृती : समजा सोबतच्या आकृतीत,

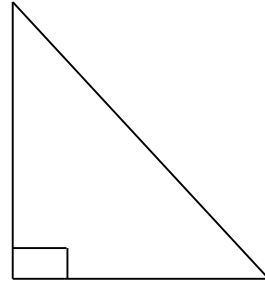
PQ ही भिंतीची उंची आहे.

PR ही शिडी आहे. आणि

QR ही त्या भिंतीचा पाया व

त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे

P



Q

R

खालचे टोक यामधील अंतर आहे.

$\Delta PQR$  मध्ये,  $\angle PQR = 90^\circ$ ,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,  $PQ^2 + \square = PR^2 \dots (I)$

$PR = 10$ ,  $PQ = \square$

या किमती (I) मध्ये ठेवू ,

$QR^2 + 8^2 = 10^2 \dots (I)$

$QR^2 = 10^2 - 8^2$

$QR^2 = \square - 64$

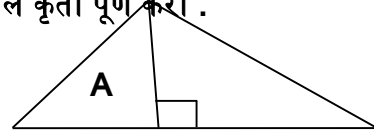
$QR^2 = \square$

$QR = 6$

यावरून, त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे खालचे टोक यामधील अंतर 6 आहे.

6) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AD \perp BC$ ,  $\angle C = 45^\circ$

$AC = 8\sqrt{2}$   $BD = 5$  तर  $AD$  व  $BC$  काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .



कृती : -  $\Delta ADC$  मध्ये,

$\angle ADC = 90^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ \dots$ (पक्ष)      B      D      C

$\therefore \angle DAC = \square \dots$ ( $\Delta ADC$  च्या उरलेल्या कोनाचे माप),

$\Delta ADC$  हा  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  त्रिकोण आहे ,

$45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$$\square = \frac{1}{\sqrt{2}} AC \quad \text{व} \quad \square = \frac{1}{\sqrt{2}} AC .$$

$$\therefore AD = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \square \quad \text{व} \quad DC = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2}$$

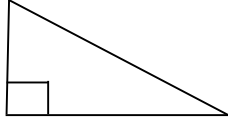
$$\therefore AD = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2} \quad \text{व} \quad DC = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2}$$

$$\therefore AD = 8 \quad \text{व} \quad DC = 8$$

$$BC = BD + DC = 5 + 8 = 13$$

7) काटकोन त्रिकोणात काटकोन करणाऱ्या बाजू 9 सेमी व 12 सेमी आहेत तर त्या त्रिकोणाच्या कर्णाची लांबी माहित करण्यासाठी कृती पूर्ण करा .

कृती : - P



Q

R

$\Delta PQR$  मध्ये,  $\angle PQR = 90^\circ$

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$PQ^2 + \square = PR^2 \dots (I)$$

$$= 9^2 + 12^2$$

$$= \square + 144$$

$$\therefore PR^2 = \square$$

$$\therefore PR = 15$$

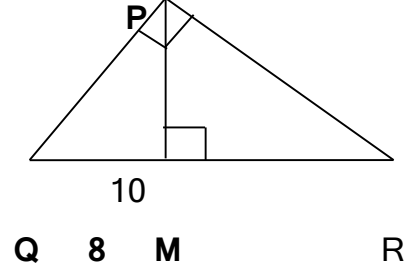
$$\text{त्रिकोणाचा कर्ण} = \square$$

8) सोबतच्या आकृतीत,  $\Delta QPR$  मध्ये,  $\angle QPR = 90^\circ$ ,  $PM \perp QR$ ,  $\angle C = 45^\circ$

$PM = 10$ ,  $QM = 8$  यावरून  $QR$  काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

कृती : -  $\Delta PQR$  मध्ये,  $PM \perp QR$

$$\angle PMQ = 90^\circ,$$



$\Delta PMQ$  मध्ये, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$PM^2 + \square = PQ^2 \dots (I)$$

$$= 10^2 + 8^2$$

$$= \square \rightarrow 64$$

$$PQ = \sqrt{164}$$

$$\angle PMR = 90^\circ$$

यावरून,  $\Delta QPR \sim \Delta QMP \sim \Delta PMR$

$$\therefore \Delta QMP \sim \Delta PMR$$

$$\therefore \frac{PM}{RM} = \frac{QM}{PM}$$

$$\therefore PM^2 = RM \times QM$$

$$\therefore 10^2 = RM \times 8$$

$$RM = \frac{100}{8} = \square$$

आणि,

$$QR = QM + MR$$

$$QR = \square + \frac{25}{2} = \frac{41}{2}.$$

9) एका आयताचे क्षेत्रफळ 192 चौ. सेमी असून त्याची लांबी 16 सेमी आहे, तर त्या आयताच्या कर्णाची लांबी माहीत करण्यासाठी कृती पूर्ण करा .

कृती : -

सोबतच्या आकृतीत  $\square$  LMNT हा आयत आहे.

आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी  $\times$  रुंदी

$\therefore$  आयताचे क्षेत्रफळ =  $\square \times$  रुंदी

रुंदी = 12 सेमी

$\angle TLM = 90^\circ$  ( आयताचा प्रत्येक कोन काटकोन असतो )

$\Delta TLM$  मध्ये, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$\begin{aligned} TL^2 + \square &= TM^2 \\ &= \square + 12^2 \\ &= \square + 144 \end{aligned}$$

$$TL = 20$$

10)  $\Delta LMN$  मध्ये,  $l = 5$ ,  $m = 13$ ,  $n = 12$  तर  $\Delta LMN$  हा काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही ते ठरविण्यासाठी कृती करा. [  $l$ ,  $m$ ,  $n$  या  $\angle L$ ,  $\angle M$ , व  $\angle N$  यांच्या समोरील बाजू आहेत .

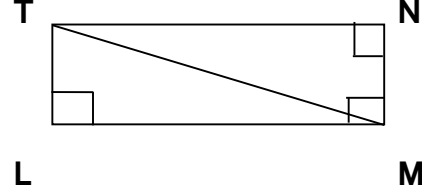
]

कृती :  $\Delta LMN$  मध्ये,  $l = 5$ ,  $m = 13$ ,  $n = \square$

$$l^2 = \square, m^2 = 169 ; n^2 = 144.$$

$$l^2 + n^2 = 25 + 144 = \square$$

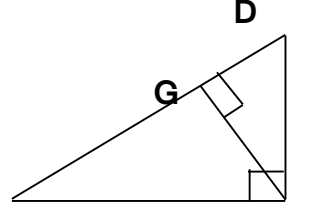
$$\square^2 + l^2 = n^2$$



∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, :  $\Delta LMN$  हा काटकोन त्रिकोण आहे

प्रश्न 3B : खालील उपप्रश्न सोडवा : 3 गुण

1) सोबतच्या आकृतीत,



$\angle DFE = 90^\circ$ ,  $FG \perp ED$ , जर E

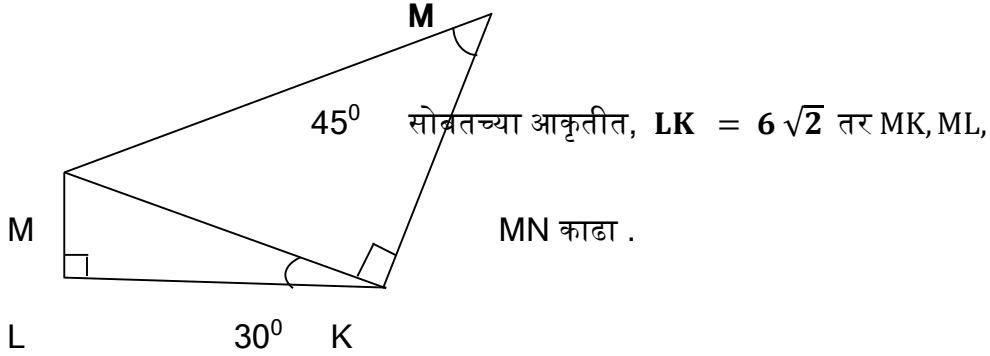
F

जर  $GD = 8$ ,  $FG = 12$ , तर (1) EG, (2) FD, आणि (3) EF काढा .

2) समद्विभुज काटकोन त्रिकोणाची एकरूप बाजूंची लांबी 7 सेमी आहे. त्याची परिमिती काढा.

प्रश्न 4 : खालील उपप्रश्न सोडवा : 4गुण

1)



प्रकरण :वर्तुळ

1. प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्याय उत्तरे दिली आहेत त्यापैकी अचूक पर्याय निवडा.

(1) परस्परांना छेदणाऱ्या दोन वर्तुळापैकी प्रत्येक वर्तुळ दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रातून जाते .जर त्यांच्या केंद्रातील अंतर 12 सेमी असेल तर प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या किती सेमी आहे?

(A) 6 (B) 12 (C) 24 (D) सांगता येणार नाही.

(2) एक वर्तुळ एका समांतरभुज चौकोनाच्या सर्व बाजूंना स्पर्श करते , तर तो समांतरभुज चौकोन \_\_\_\_\_ असला पाहिजे, या विधानातील रिक्तस्थानात योग्य शब्द लिहा

(A) आयत (B) समभुज चौकोन (C) चौरस (D) समलंब चौकोन

(3) केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या कंस ACB मध्ये  $\angle ACB$  अंतर्लिखित केला आहे .

जर  $\angle ACB = 65^\circ$  तर  $m(\text{कंस ACB}) =$  किती ?

(A)  $65^\circ$  (B)  $130^\circ$  (C)  $295^\circ$  (D)  $230^\circ$

(4) चक्रीय  $\square ABCD$  मध्ये  $\angle A$  च्या मापाची दुप्पट ही  $\angle C$  च्या मापाच्या तिप्पटी

एवढी आहे. तर  $\angle C$  चे माप किती ?

(A)  $36^\circ$  (B)  $72^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $108^\circ$

(5) तीन नैकरेखीय बिंदूतून जाणारी किती वर्तुळे काढता येतील ?

(A) 0 (B) असंख्य (C) 2 (D) एक आणि एकच .

(6) बाह्यस्पर्शी असलेल्या दोन वर्तुळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 5.5 सेमी व 4.2 सेमी

असतील तर त्यांच्या केंद्रातील अंतर किती सेमी. असेल ?

(A) 9.7 (B) 1.3 (C) 2.6 (D) 4.6

(7) अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित केलेल्या कोणाचे माप किती असते ?

(A)  $90^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $100^\circ$  (D)  $60^\circ$

(8) 8 सेमी आणि 6 सेमी व्यास असणारी दोन वर्तुळे परस्परांना अंतस्पर्श करतात तर

त्यांच्या केंद्रातील अंतर किती सेमी असेल ?

(A) 2 (B) 14 (C) 7 (D) 1

(9) एकाच वर्तुळावर बिंदू A,B,C असे आहेत की  $m(\text{कंस } AB) = m(\text{कंस } BC) = 120^\circ$

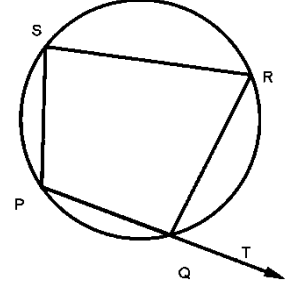
दोन्ही कंसात B शिवाय एकही बिंदू सामाईक नाही. तर  $\Delta ABC$  कोणत्या प्रकारचा आहे ?

- (A) समभुज त्रिकोण (B) विषमभुज त्रिकोण  
(C) काटकोन त्रिकोण (D) समद्विभुज त्रिकोण

(10) आकृतीत  $\square ABCD$  मध्ये  $\angle RSP = 80^\circ$  तर  $\angle RQT =$  किती ?

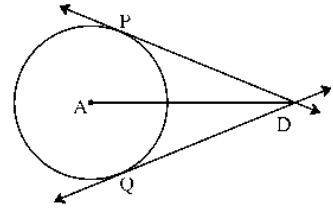
(A)  $100^\circ$  (B)  $80^\circ$

(C)  $70^\circ$  (D)  $110^\circ$

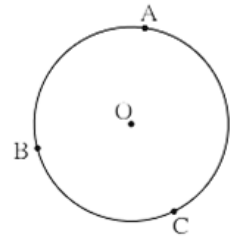


2. खालील उपप्रश्न सोडवा. (1 गुणांचे प्रश्न)

- एका बिंदूतून जाणारी किती वर्तुळे काढता येतील ?
- A केंद्र असलेल्या वर्तुळाला रेषा DP आणि रेषा DQ हे स्पर्शिका खंड आहेत, जर  $DP = 7$  सेमी, तर रेषा DQ ची लांबी काढा ?

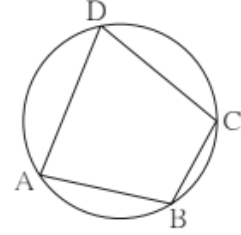
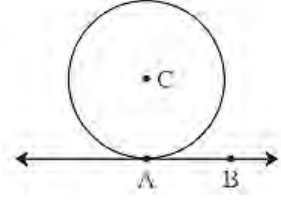


- दोन अंतस्पर्शी वर्तुळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 3.5 सेमी व 4.8 सेमी आहेत, तर त्यांच्या केंद्रांतील अंतर किती आहे ?
- अर्ध वर्तुळकंसाचे माप किती असते ?
- केंद्र O असलेल्या वर्तुळाचे A, B, C हे तीन बिंदू आहेत. कंस BC आणि कंस AB यांची मापे अनुक्रमे  $110^\circ$  आणि  $125^\circ$  असतील तर कंस AC चे माप काढा ?

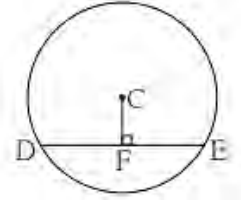




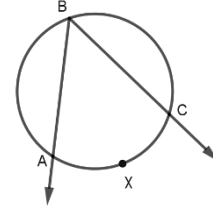
6) खालील आकृतीत  $\angle PQR = 50^\circ$  तर  $\angle PSR$  चे माप काढा ?



7) सोबतच्या आकृतीत केंद्र C असलेल्या वर्तुळात रेषा AB या वर्तुळाला बिंदू A मध्ये स्पर्श करते तर  $\angle CAB$  चे माप किती अंश आहे ? का?

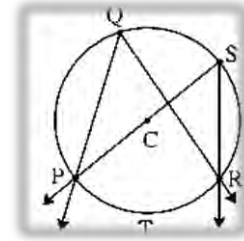


8) आकृतीमध्ये चौकोन ABCD हा चक्रीय चौकोन आहे, जर  $\angle DAB = 75^\circ$  तर  $\angle DCB$  चे माप काढा ?



9) सोबतच्या आकृतीत केंद्र C असलेल्या वर्तुळाची रेष DE ही जीवा आहे रेष CF  $\perp$  जीवा DE आणि DE = 16 सेमी तर DF ची लांबी काढा ?

(10) आकृतीमध्ये  $\angle ABC = 35^\circ$  तर  $m(\text{कंस } AXC)$  काढा ?



3. खालील कृती पूर्ण करा. (प्रत्येकी 2 गुण )

(1) एकाच वर्तुळाच्या एकरूप कंसांच्या संगत जीवा एकरूप असतात हे प्रमेय रिकाम्या जागा भरून पूर्ण करा .

पक्ष : केंद्र B

असलेल्या वर्तुळात कंस  $APC \cong$  कंस  $DQE$

साध्य : जीवा  $AC \cong$  जीवा  $DE$

सिद्धता:  $\triangle ABC$  आणि  $\triangle DBE$  यांमध्ये ,

बाजू  $AB$

$\underline{\hspace{2cm}}$   
 $=$  बाजू  $DB$  .... ( )

बाजू  $BC \cong$  बाजू

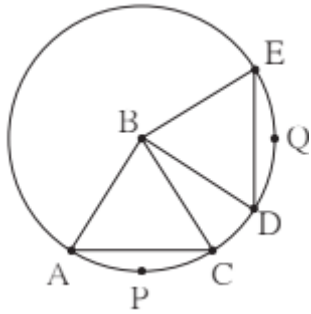
$\underline{\hspace{2cm}}$   
 .... ( )

$\angle ABC$   $\underline{\hspace{2cm}}$   $\angle DBE$  (एकरूप कंसांची व्याख्या )

$\triangle ABC \cong \triangle DBE$  .... ( )

जीवा  $AC \cong$  जीवा  $DE$  .... (एकरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू )

(2) खालील आकृतीमध्ये केंद्र C असलेल्या वर्तुळावर G,D,E आणि F हे बिंदू आहेत.  $\angle ECF$  चे माप  $70^\circ$  आणि कंस  $DGF$  चे माप  $200^\circ$  असेल, तर कंस  $DE$  आणि कंस  $DEF$  यांची मापे काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



$m(\text{कंस } EF) = \angle ECF$  ..... (लघुकंसाच्या मापाच्या व्याख्येनुसार)

$\therefore m(\text{कंस } EF) =$

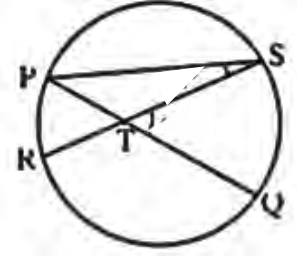
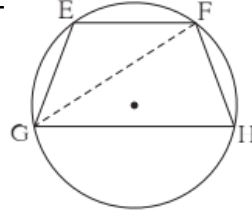
परंतु ;  $m(\text{कंस DE}) + m(\text{कंस EF}) + m(\text{कंस DGF}) =$

(पूर्ण वर्तुळाचे माप)

$$\therefore m(\text{कंस DE}) =$$

$$\therefore m(\text{कंस DEF}) = m(\text{कंस DE}) + m(\text{कंस EF})$$

$$\therefore m(\text{कंस DEF}) =$$



(3) आकृतीमध्ये जीवा PQ आणि जीवा RS एकमेकींना बिंदू T मध्ये छेदतात तर

$$m\angle STQ = \frac{1}{2} [m(\text{कंस PR}) + m(\text{कंस SQ})]$$

हे सिद्ध करण्यासाठी खालील चौकटी भरून कृती पूर्ण करा.

सिद्धता:

$$\begin{aligned} m\angle STQ &= m\angle SPQ + \boxed{\phantom{000}} \dots\dots\dots(\text{त्रिकोणाच्या बाह्य कोणाचे प्रमेय}) \\ &= \frac{1}{2} m(\text{कंस SQ}) + \boxed{\phantom{000}} \dots\dots\dots(\text{अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय}) \\ &= \frac{1}{2} [\boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}}] \end{aligned}$$

(4) दिलेल्या आकृतीतील , जीवा EF  $\parallel$  जीवा GH तर सिद्ध करा, जीवा EG  $\cong$  जीवा FH पुढे दिलेल्या सिद्धतेतील रिक्त्या जागा भरा आणि सिद्धता लिहा .

सिद्धता : रेखा GF काढला.

$$\angle EFG = \angle FGH \quad \dots\dots \boxed{\phantom{000}} \text{ (I)}$$

$\boxed{\phantom{000}}$

$\boxed{\phantom{000}}$

$\boxed{\phantom{000}}$

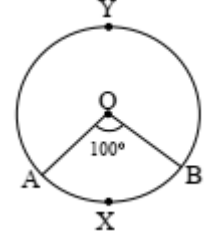
$$\angle EFG = \dots(\text{ अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय } (II))$$

$$\angle FGH = \dots(\text{ अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय } (III))$$

$$\therefore m(\text{कंस } EG) = \dots[(I), (II) \text{ व } (III) \text{ वरून }]$$

जीवा  $EG \cong$  जीवा  $FH$  .....(एकरूप कंसांच्या संगत जीवा)

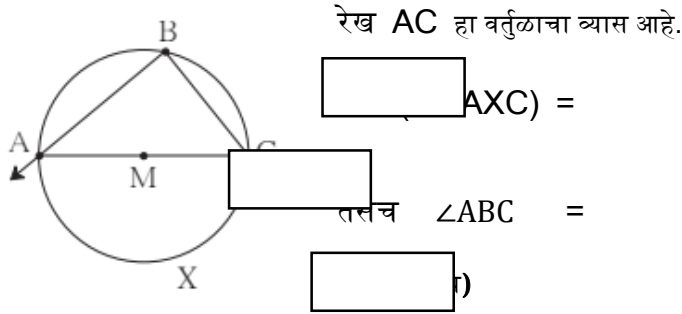
(5) अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित झालेला कोन काटकोन असतो हे पुढील कृतीद्वारे सिद्ध करा .



पक्ष : केंद्र M असलेल्या  $\angle ABC$  अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित कोन आहे.

साध्य :  $\angle ABC$  हा काटकोन आहे.

सिद्धता: अंतर्लिखित  $\angle ABC$  ने कंस  $AXC$  अंतर्खंडीत केला आहे.



रेख  $AC$  हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

$$\boxed{\phantom{000}} \angle AXC =$$

$$\boxed{\phantom{000}} \text{ तसेच } \angle ABC =$$

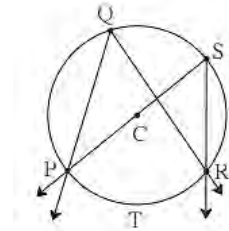
$$\boxed{\phantom{000}} \text{ )}$$

.....( अंतर्लिखित

$$= \frac{1}{2} \times$$

$$\therefore \angle ABC = \boxed{\phantom{000}}$$

$\therefore \angle ABC$  हा काटकोन आहे.



(6) सिद्ध करा एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले कोन हे एकरूप असतात.

पक्ष :  $\angle PQR$  व  $\angle PSR$  एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले कोन

आहेत, कंस PTR हा त्या कोनांनी अंतर खंडित केलेला कंस आहे

साध्य :  $\angle PQR \cong \angle PSR$

सिद्धता :  $m\angle PQR = \frac{1}{2} \times [m(\text{कंस PTR})]$

$m\angle$    $= \frac{1}{2} \times [m(\text{कंस PTR})]$

$m\angle$    $= m\angle PSR$  .....(i) व (ii) वरून

$\therefore \angle PQR \cong \angle PSR$

(7) सोबतच्या आकृतीत O वर्तुळकेंद्र आहे, तर दिलेल्या माहितीवरून सारणी पूर्ण करा .

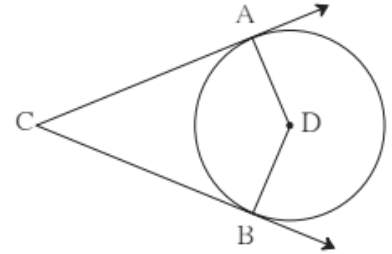
वर्तुळकंसाचा प्रकार	वर्तुळकंसाचे नाव	वर्तुळकंसाचे माप
लघुकंस		
विशालकंस		

4. खालील उपप्रश्न सोडवा. (2 गुणांचे प्रश्न)

(1) दिलेल्या आकृतीत, केंद्र D असलेले वर्तुळ

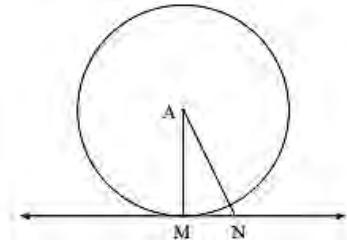
$\angle ACB$  च्या बाजूंना बिंदू A आणि B मध्ये स्पर्श

करते . जर  $\angle ACB = 52^\circ$  तर  $\angle ADB$  चे माप काढा.



(2) सोबतच्या आकृतीत, केंद्र A असलेल्या वर्तुळाला रेषा MN बिंदू M मध्ये स्पर्श करते . जर  $AN =$

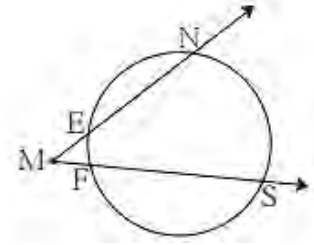
13 तसेच  $MN = 5$  असेल तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा ?



(3) त्रिज्या 4.5 सेमी असलेल्या वर्तुळाच्या दोन स्पर्शिका परस्परांना समांतर आहेत. तर त्या स्पर्शिकांतील अंतर किती हे सकारण लिहा.

(4) आकृतीमध्ये  $m(\text{कंस NS}) = 125^\circ$ ,

$m(\text{कंस EF}) = 37^\circ$  तर  $\angle NMS$  चे माप काढा .

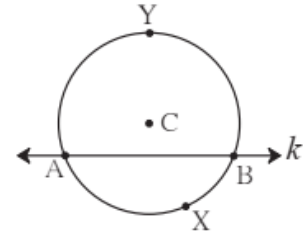


(5) एका वर्तुळाच्या केंद्रापासून 15 सेमी अंतरावरील एका बिंदूतून त्या वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका खंडाची लांबी 12 सेमी असेल तर त्या वर्तुळाचा व्यास काढा ?

(6) आकृतीमध्ये केंद्र C असलेल्या वर्तुळात

$m(\text{कंस AXB}) = 100^\circ$  तर केंद्रीय  $\angle ACB$  आणि

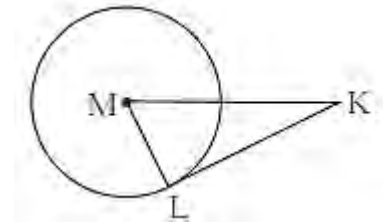
$m(\text{कंस AYB})$  यांची मापे काढा .



(7) सोबतच्या आकृतीत, बिंदू M वर्तुळ केंद्र आणि रेषा KL हा

स्पर्शिकाखंड आहे. जर  $MK = 12$ ,  $KL = 6\sqrt{3}$  तर

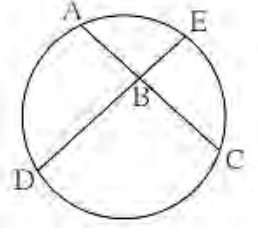
(i) वर्तुळाची त्रिज्या काढा (ii)  $\angle K$  आणि  $\angle M$  यांची मापे ठरवा.



(8) आकृतीमध्ये जीवा AB आणि जीवा DE बिंदू B मध्ये

छेदतात.जर  $\angle ABE = 100^\circ$  आणि  $m(\text{कंस } AE) = 95^\circ$

तर  $m(\text{कंस } DC)$  काढा.



### 5.खालील कृती पूर्ण करा.(प्रत्येकी 3 गुण )

(1) वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदूपासून त्या वर्तुळाला काढलेले स्पर्शिकाखंड एकरूप असतात

हे प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी आकृतीच्या आधार खालील कृती पूर्ण करा

पक्ष :

साध्य :

सिद्धता : त्रिज्या AP आणि AQ काढून प्रमेयाची

खाली दिलेली सिद्धता रिकाम्या जागा भरून

पूर्ण करा.

$\triangle PAD$  आणि  $\triangle QAD$  यांमध्ये ,

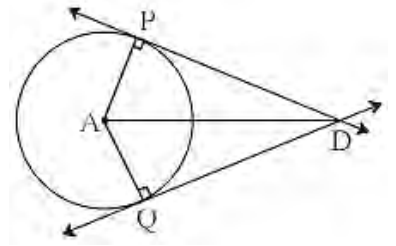
बाजू  $PA \cong$  बाजू  $QA$  .... ( एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या )

बाजू  $AD \cong$  बाजू  $AD$  .... (  )

$\angle APD \cong \angle AQD = 90^\circ$  ....( स्पर्शिकेच प्रमेय )

$\therefore \triangle PAD \cong \triangle QAD$  .... (  )

$\therefore$ बाजू  $DP \cong$  बाजू  $DQ$  .... (  )



(2) चक्रीय □ MRPN मध्ये ,  $\angle R = (5x-13)^\circ$  आणि  $\angle N = (4x+4)^\circ$ , तर  $\angle R$  आणि  $\angle N$  यांची मापे काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

उकल : □ MRPN हा चक्रीय चौकोन आहे.

चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे  सतात.

$$\angle R + \angle N = \text{  }$$

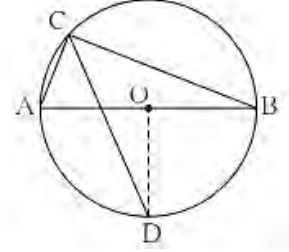
$$\therefore (5x-13)^\circ + (4x+4)^\circ = \text{  }$$

$$\therefore 9x = 189 \text{  }$$

$$\therefore x = \text{  }$$

$$\therefore \angle R = (5x-13)^\circ = \text{  }$$

$$\therefore \angle N = (4x+4)^\circ =$$



(3) आकृतीमध्ये, रेख AB हा केंद्र O असलेल्या वर्तुळाचा व्यास आहे. अंतर्लिखित कोन ACB चा दुभाजक वर्तुळाला बिंदू D मध्ये छेदतो, तर रेख AD  $\cong$  रेख BD हे सिद्ध करा.

पुढे दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा

भरून ती पूर्ण करा आणि लिहा.

सिद्धता : रेख OD काढला.

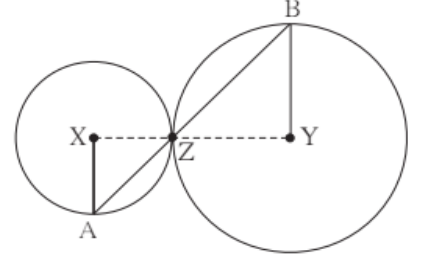
$$\angle ACB = \text{  } \dots\dots (\text{अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित कोन})$$

$$\angle DCB = \text{  } \dots\dots (\text{रेख CD हा } \angle C \text{ चा दुभाजक})$$

$$m(\text{कंस DB}) = \text{  } \dots\dots (\text{अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय})$$



$\angle DOB =$  .....( कंसाच्या  
मापाची व्याख्या) (I)



रेख  $OA \cong$  रेख  $OB$  .....(  
) (II)

$\therefore$  रेख  $OD$  ही रेख  $AB$  ची रेषा आहे.....[(I) व(II) वरून]

रेख  $AD \cong$  रेख  $BD$

- (4) सोबतच्या आकृतीत, केंद्र  $X$  आणि  $Y$  असलेली वर्तुळे परस्परांना बिंदू  $Z$  मध्ये स्पर्श करतात. बिंदू  $Z$  मधून जाणारी वृत्तछेदिका त्या वर्तुळांना अनुक्रमे बिंदू  $A$  व बिंदू  $B$  मध्ये छेदते. तर सिद्ध करा, त्रिज्या  $XA \parallel$  त्रिज्या  $YB$ .

खाली दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा भरून पूर्ण सिद्धता लिहून काढा.

रचना : रेख  $XZ$  आणि  $YZ$  काढले.

सिद्धता : स्पर्शवर्तुळाच्या प्रमेयानुसार बिंदू  $X$  ,  $Y$  ,  $Z$  हे

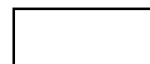
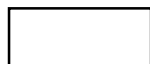
$\therefore \angle XZA \cong$   .....(विरुद्ध कोन)

$\angle XZA = \angle BZY = p$  मानू .....(I)

आता , रेख  $XA \cong$  रेख  $XZ$  .....( एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

$\therefore \angle XAZ =$    $= p$  .....(II) (समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय)

तसेच रेख  $YB \cong$    $YZ$  .....(एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या )



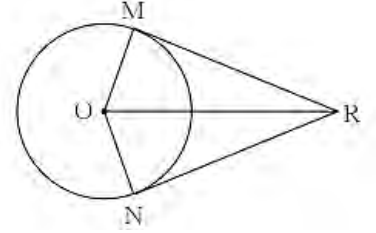
$$\therefore \angle BZY = \quad = p \quad \dots\dots(III) \text{ (समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय)}$$

$\therefore$  (I) (II) व (III) वरून

$$\angle XAZ =$$

$\therefore$  त्रिज्या  $XA \parallel$  त्रिज्या  $YB \quad \dots\dots( \quad )$

(5) चक्रीय चौकोनाचा बाह्यकोन त्याच्या संलग्न कोणाच्या संमुख कोनाशी एकरूप असतो हे प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा.



पक्ष:  $\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे

$\square ABCD$  चा बाह्यकोन आहे.

साध्य:  $\angle DCE \cong \angle BAD$

$\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे

सिद्धता :  $\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे  $\therefore \angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$  .....( रेषीय जोडीतील कोण ) (I)

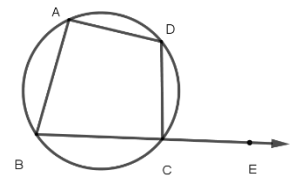
$\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे

$\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे  $\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$  ... (चक्रीय चौकोनाचे प्रमेय) (II)

(I) व (II) वरून

$$\angle DCE + \angle BCD = \angle BAD + \angle BCD$$

$$\angle DCE \cong \angle BAD$$



(6) आकृतीत रेख  $RM$  आणि रेख  $RN$  हे केंद्र  $O$  असलेल्या

वर्तुळाचे स्पर्शिका खंड आहेत, तर रेख OR हा  $\angle MRN$  आणि  $\angle MON$  या दोन्ही कोनांचा दुभाजक आहे हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा

सिद्धता :  $\triangle RMO$  आणि  $\triangle RNO$  यांमध्ये ,

$\angle RMO \cong \angle RNO = 90^\circ$  .... (  )  
 कर्ण  $OR \cong$  कर्ण  $OR$  .... (  )  
 बाजू  $OM \cong$  बाजू  $ON$  .... ( एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या )  
 $\therefore \triangle RMO \cong \triangle RNO$  .... (  )  
 $\angle MOR \cong \angle NOR$     
 तसेच  $\angle MRO \cong \angle RNO$  .... (  )

$\therefore$  रेख  $OR$  हा  $\angle MRN$  आणि  $\angle MON$  या दोन्ही कोनांचा दुभाजक आहे.

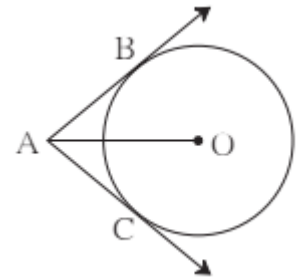
(7) आकृतीमध्ये बिंदू  $O$  वर्तुळ केंद्र आणि

रेख  $AB$  व रेख  $AC$  हे स्पर्शिकाखंड आहेत.

जर वर्तुळाची त्रिज्या  $r$  असेल आणि

$\ell(AB) = r$  असेल तर   $ABOC$

हा चौरस होतो हे दाखवण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



सिद्धता : रेख  $OB$  आणि  $OC$  काढले.

$\ell(AB) = r$  ..... (पक्ष) (I)

$$AB=AC \quad \dots( \quad ) \quad (I \text{ परंतु } OB =$$

$$OC = r \quad \dots ( \quad ) \quad (III)$$

(I),(II) व(III) वरून

$$AB= \quad = OB = OC = r$$

$\therefore \square ABOC$  हा चौकोन आहे.

तसेच  $\angle OBA = \square$  किचे प्रमेय )

एक कोन काटकोन असणारा  $\square$  चौकोन चौरस होतो .

$\therefore \square ABOC$  हा चौरस होतो.

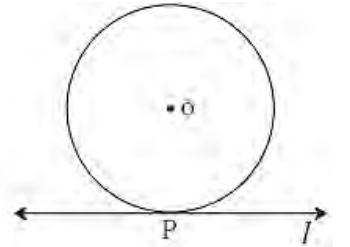
## 6 .खालील उपप्रश्न सोडवा. ( 3 गुणांचे प्रश्न )

1) खालील प्रमेये सिद्ध करा:

- चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे पूरककोन असतात.
- वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदूपासून त्या वर्तुळाला काढलेले स्पर्शिकाखंड एकरूप असतात.
- एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले सर्व कोन एकरूप असतात.

2) बिंदू O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला रेषा  $l$  बिंदू P मध्ये स्पर्श करते. जर वर्तुळाची त्रिज्या 9 सेमी असेल तर खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

- $d(O,P) =$  किती? का ?
- जर  $d(O,Q) = 8$  सेमी असेल, तर बिंदू Q चे स्थान कोठे असेल ?
- $d(O,R) = 15$  सेमी असेल तर बिंदू R ची किती स्थाने रेषा  $l$  वर असतील? ते बिंदू P पासून किती अंतरावर असतील?



3) शेजारील आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या

बाह्यभागातील R या बिंदूपासून काढलेले

RM आणि RN हे स्पर्शिका खंड वर्तुळाला

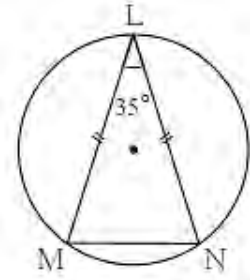
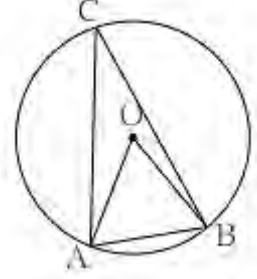
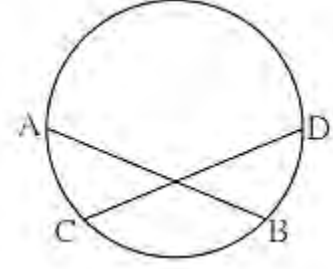
बिंदू M आणि N मध्ये स्पर्श करतात

जर  $OR = 10$  सेमी व वर्तुळाची त्रिज्या

5 सेमी असेल तर

i) प्रत्येक स्पर्शिका खंडाची लांबी किती?

ii)  $\angle MRO$  चे माप किती? iii)  $\angle MRN$  चे माप ?



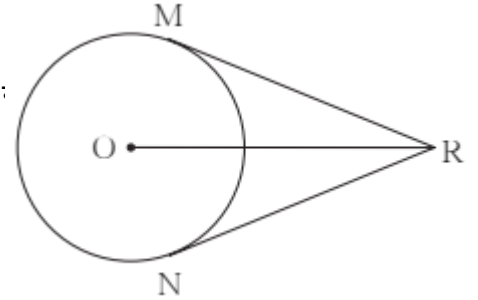
4) आकृतीमध्ये जीवा  $AB \cong$  जीवा  $CD$  तर सिद्ध करा-

कंस  $AC \cong$  कंस  $BD$

5) आकृतीमध्ये, केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या जीवा AB ची लांबी :

$\angle AOB$  (ii)  $\angle ACB$

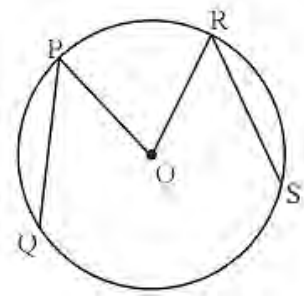
(iii) कंस (AB) यांची मापे काढा.



6) आकृतीमध्ये जीवा  $LM \cong$  जीवा  $LN$  आणि

$\angle L = 35^\circ$  तर (i) m (कंस MN) = किती ?

(ii)  $m(\text{कंसLN}) =$  किती ?



7) कोणताही आयत हा चक्रीय चौकोन असतो हे सिद्ध करा .

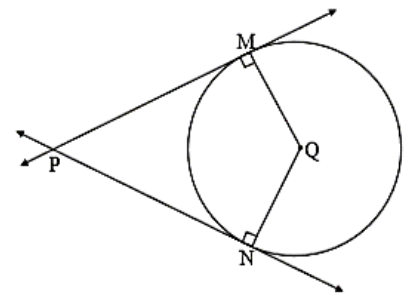
8) आकृतीमध्ये  $\square PQRS$  चक्रीय चौकोन आहे.

बाजू  $PQ \cong$  बाजू  $RQ$  ,  $\angle PSR = 110^\circ$  तर

(i)  $\angle PQR =$  किती?

(ii)  $m(\text{कंस PQR}) =$  किती ?

(iii)  $m(\text{कंस QR}) =$  किती ?



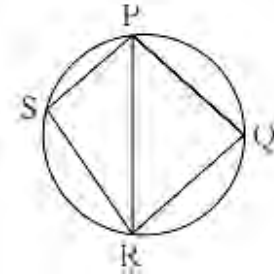
9) शेजारील आकृतीत, रेषा  $l$  ही केंद्र  $O$  असलेल्या

वर्तुळाला बिंदू  $P$  मध्ये स्पर्श करते. बिंदू  $Q$  हा

त्रिज्या  $OP$  चा मध्यबिंदू आहे. बिंदू  $Q$  ला

सामावणारी जीवा  $RS \parallel$  रेषा  $l$ . जर  $RS = 12$  सेमी

असेल , तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.



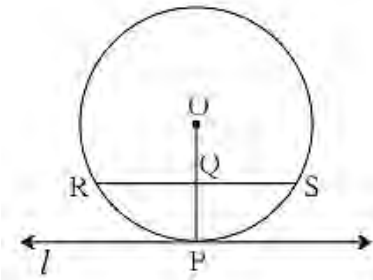
10) सोबतच्या आकृतीत, केंद्र  $O$  असलेल्या वर्तुळाच्या

रेख  $PQ$  आणि रेख  $RS$  या एकरूप जीवा आहेत.

जर  $\angle PQR = 70^\circ$  आणि  $m(\text{कंसRS}) = 80^\circ$

(i)  $m(\text{कंस PR}) =$  किती ?

(ii)  $m(\text{कंस QS}) =$  किती ?



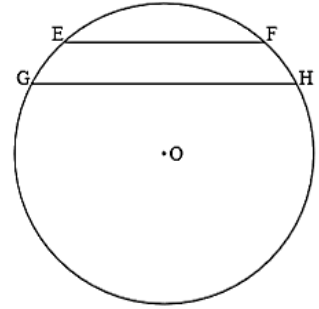
(iii)  $m(\text{कंस QSR}) =$  किती ?

11) दिलेल्या आकृतीत, Q केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या

PM आणि PN स्पर्शिका आहेत .

जर  $\angle MPN = 40^\circ$  तर  $\angle MQN$  चे माप काढा.

(12) आकृतीमध्ये वर्तुळाच्या दोन जीवा EF आणि GH परस्परांना आहेत . O वर्तुळकेंद्र असेल तर  $\angle EOG \cong \angle FOH$  दाखवा



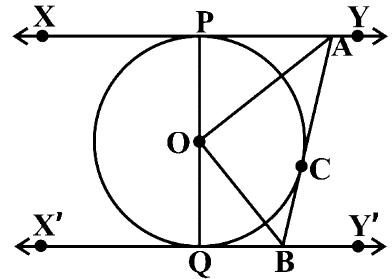
7. खालील उपप्रश्न सोडवा. ( 4 गुणांचे प्रश्न )

(1) O केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख PQ हा व्यास आहे.

बिंदू C मधून काढलेली स्पर्शिका वर्तुळास बिंदू

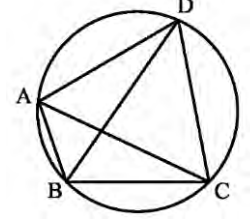
P आणि Q बिंदुंतून काढलेल्या स्पर्शिकांना अनुक्रमे

A आणि B बिंदूत छेदतात तर सिद्ध करा की ,

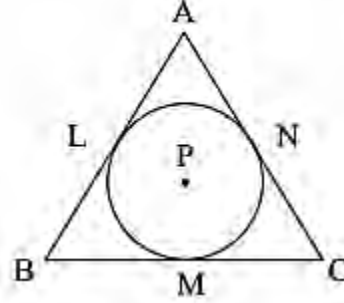


$$\angle AOC = 90^\circ$$

(2) वर्तुळाच्या जीवा AB आणि CD परस्परांना त्याच वर्तुळाच्या अंतर्भागातील बिंदू



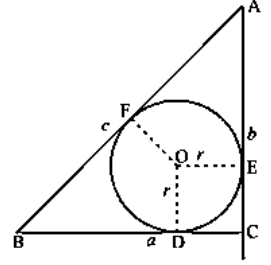
M मध्ये छेदतात. तर  
 $BM \times AC$  हे सिद्ध करा .



$$CM \times BD =$$

(3) खालील आकृतीत  
 वर्तुळ  $\Delta ABC$  मध्ये  
 असून बाजू AB ,

P केंद्र असलेले  
 अंतर्लिखित

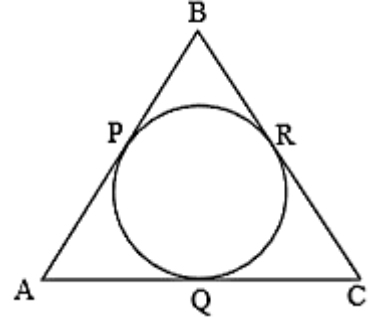


बाजू BC व बाजू AC ला अनुक्रमे L, M व N बिंदूत स्पर्श करते.या

वर्तुळाची त्रिज्या

$$r \text{ आहे .सिद्ध करा की : } A(\Delta ABC) = \frac{1}{2}(AB + BC +$$

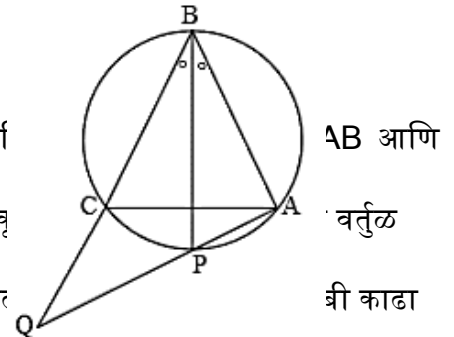
$$AC) \times r$$



(4)  $\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे.  $m(\text{कंस } ABC) = 230^\circ$ . तर

$\angle ABC$  ,  $\angle CDA$  ,  $\angle CBE$  यांची मापे काढा .

(5) आकृतीमध्ये  $\Delta ABC$  हा समद्विभुज त्रिकोण असून त्याची पा  
 BC एकरूप असून पाया AC ची लांबी 12 सेमी आहे. आवृ  
 तिन्ही बाजूंना स्पर्श करते तर हे B बिंदूपासून वर्तुळास काढ



AB आणि  
 वर्तुळ  
 वी काढा



(6) आकृतीमध्ये  $\Delta ABC$  हा समभूज त्रिकोण आहे .

$\angle B$  चा कोनदुभाजक  $\Delta ABC$  च्या  
परिवर्तुळाला बिंदू  $P$  मध्ये छेदत असेल  
तर सिद्ध करा :  $CQ = CA$

(7) सोबतच्या आकृतीत  $\square ABCD$  चक्रीय चौकोन आहे.

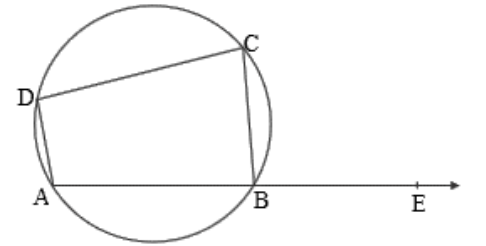
$m(\text{कंस } BC) = 90^\circ$  आणि  $\angle DBC = 55^\circ$ . तर  
 $\angle BCD$  चे माप काढा

(8) पक्ष : काटकोन  $\Delta ABC$  मध्ये एक वर्तुळ अंतरलिखित

केलेले आहे,  $\angle ACB = 90^\circ$   
वर्तुळाची त्रिज्या  $r$  आहे.

साध्य :  $2r = a + b - c$

(9)  $P$  हा केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळात जीवा  $AB$  ही एका  
स्पर्शिकेला समांतर आहे आणि स्पर्शबिंदूतून काढलेल्या  
त्रिज्येला तिच्या मध्यबिंदूत छेदते. जर  $AB = 16\sqrt{3}$  तर  
वर्तुळाची त्रिज्या काढा.



(10) आकृतीमध्ये  $O$  हा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आहे.

रेषा  $AQ$  ही स्पर्शिका आहे. जर  $OP = 3$

आणि  $m(\text{कंस } PM) = 120^\circ$  असेल

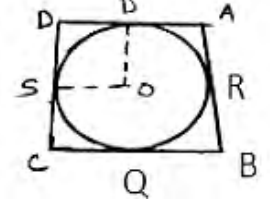
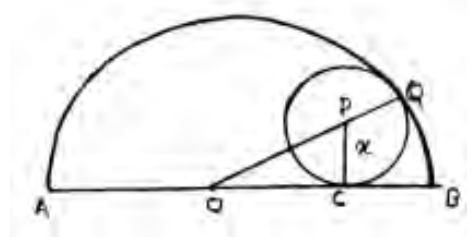
तर  $AP$  ची लांबी काढा ?

8. खालील उपप्रश्न सोडवा ( प्रत्येकी 3 गुण )

(1) आकृतीत O केंद्र असलेल्या वर्तुळात

$$\angle AOB = 90^\circ, \angle ABC = 30^\circ$$

तर  $\angle CAB$  किती ?

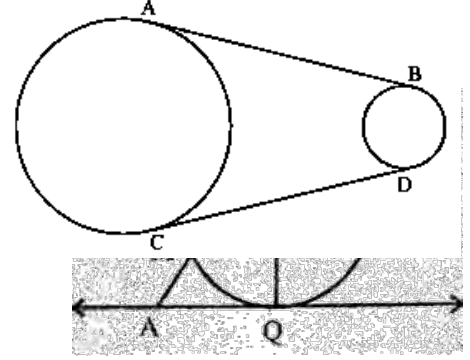


(2) आकृतीत P केंद्र असलेले वर्तुळ O केंद्र असलेल्या

अर्धवर्तुळाला Q व C बिंदूत स्पर्श करते . जर

व्यास  $AB = 10$  ,  $AC = 6$  असेल तर लहान

वर्तुळाची त्रिज्या  $x$  किती ?



(3) आकृतीत  $\square ABCD$  च्या बाजूंना आतून स्पर्श करणाऱ्या

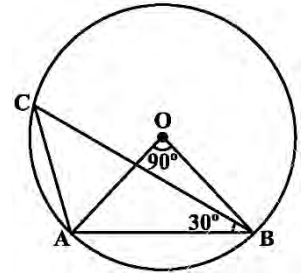
वर्तुळाचा केंद्र O आहे . जर  $AD \perp DC$  तसेच  $BC = 38$

$QB = 27$  ,  $DC = 25$  असेल तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा?

(4) दोन असमान ( भिन्न ) त्रिज्येच्या वर्तुळांमध्ये जर

AB आणि CD त्यांच्या सामाईक स्पर्शिका असतील

तर रेख AB रेख CD दाखवा.



(5) बिंदू A, B आणि C केन्द्र असलेली तीन वर्तुळे परस्परांना बाहेरून स्पर्श करतात. जर  $AB = 36$ ,  $BC = 32$  आणि  $CA = 30$  असेल तर प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

### प्रकरण : भौमितिक रचना

प्रश्न 1) (A) पुढील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्याय उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक

पर्याय निवडून त्यांचे वर्णाक्षर लिहा.

1) वर्तुळावरील बिंदूतून वर्तुळाला ----- स्पर्शिका काढता येतील.

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0

2) व्यासांच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका परस्परांना ----- असतात

A) लंब B) समांतर C) एकरूप D) सांगता येत नाही

3)  $\Delta LMN \sim \Delta HIJ$  व  $\frac{LM}{HI} = \frac{2}{3}$  तर

A)  $\Delta LMN$  हा लहान त्रिकोण आहे

B)  $\Delta HIJ$  हा लहान त्रिकोण आहे

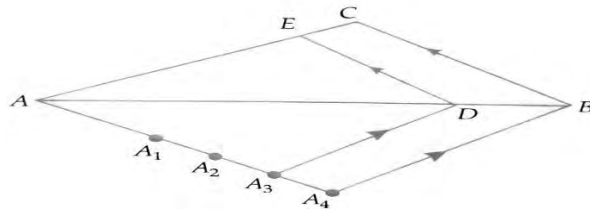
C) दोन्ही त्रिकोण एकरूप आहेत

D) सांगता येत नाही

4) वर्तुळाच्या बाह्यबिंदूतून वर्तुळाला जास्तीत जास्त ----- स्पर्शिका काढता येतील

A) 2 B) 1 C) एक आणि एकच D) 0

5)



आकृती मध्ये  $\Delta ABC \sim \Delta ADE$  आहे तर त्यांच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर -----आहे

A)  $\frac{3}{1}$   
3

B)  $\frac{1}{3}$   
4

6) वर्तुळ केंद्राचा वापर करून वर्तुळाला वर्तुळावरील बिंदूतून स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील पैकी कोणत्या प्रमेयाचा उपयोग होतो.

- A) स्पर्शिका - त्रिज्या प्रमेय.
- B) स्पर्शिका - त्रिज्या प्रमेयाचा व्यत्यास.
- C) पायथागोरसचे प्रमेय
- D) पायथागोरस प्रमेयाचा व्यत्यास.

7)  $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ ,  $\frac{PR}{AC} = \frac{5}{7}$  तर

- A)  $\Delta ABC$  मोठा आहे
- B)  $\Delta PQR$  मोठा आहे.
- C) दोन्ही त्रिकोण समान आहेत.
- D) निश्चित सांगता येत नाही.

8)  $\Delta ABC \sim \Delta AQR$ .  $\frac{AB}{AQ} = \frac{7}{5}$  असल्यास खालील पैकी कोणता पर्याय सत्य

आहे

A) A-Q-B B) A-B-Q C) A-C-B D) A-R-B

प्रश्न 1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 1 गुण)

- 1)  $\angle ABC$  हा  $60^\circ$  काढा व तो दुभागा.
- 2)  $\angle PQR$  हा  $115^\circ$  काढा. त्याचे दोन एकरूप कोनात विभाजन करा.
- 3) रेषा  $AB = 9.7$  सेमी लांबीचा काढा. त्यावर बिंदू P असा घ्या की  $AP = 3.5$  सेमी, A-P-B. बिंदू P मधून रेषा AB ला लंब काढा.
- 4) 4.5 सेमी लांबीचा रेषा AB काढा. रेषा AB चा लंबदुभाजक काढा.
- 5) 9 सेमी लांबीचा रेषा AB काढा. त्याचे 3:2 प्रमाणात विभाजन करा
- 6) त्रिज्या 3 सेमी असलेल्या वर्तुळास त्यावरील P या बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

प्रश्न 2) (A) खालील प्रत्येक उदाहरणांमध्ये दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.

(प्रत्येकी 2 गुण)

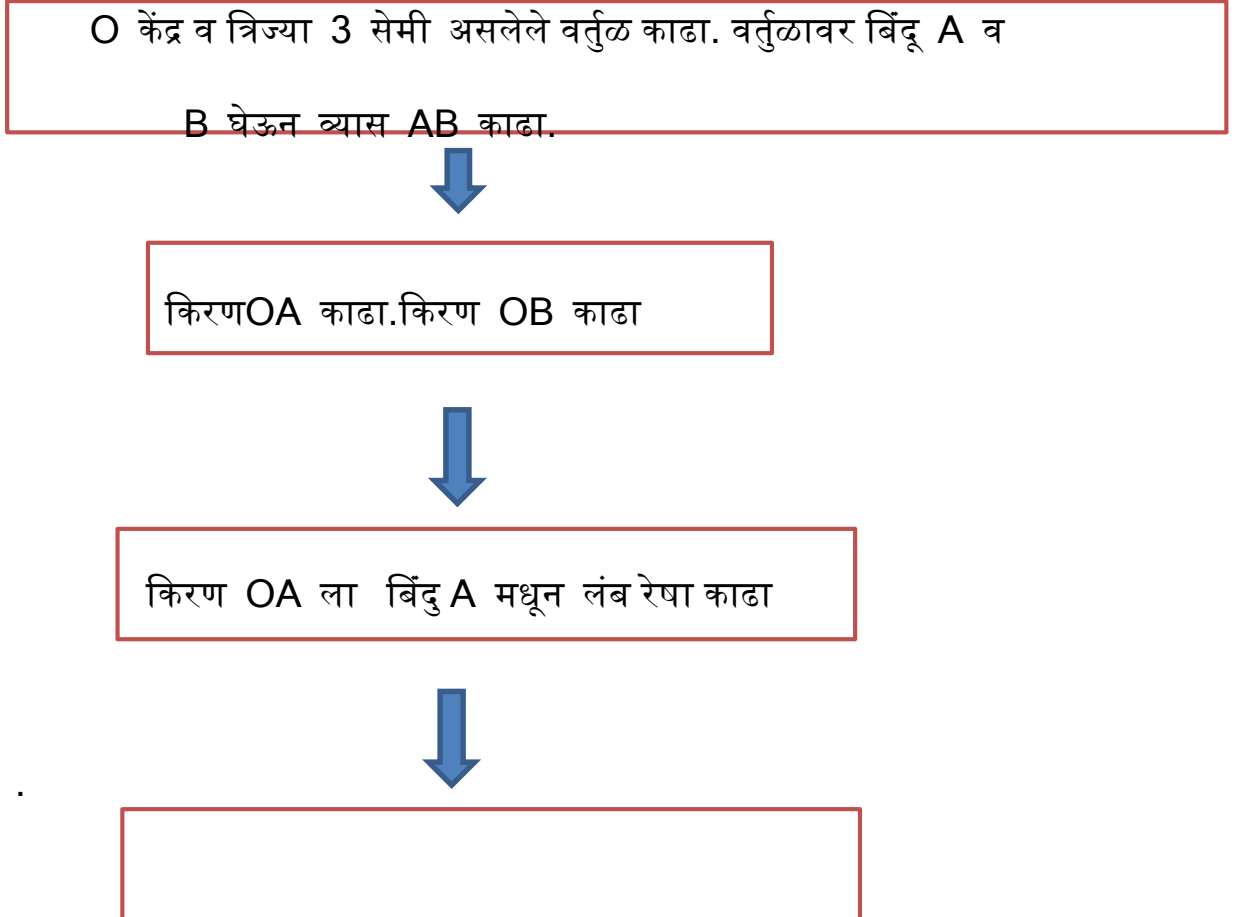
वर्तुळावर P हा कोणताही एक बिंदू घ्या किरण OP काढा.



किरण OP ला P मधून लंब रेषा काढा .

- 1) O केंद्र व त्रिज्या 3 सेमी असलेले वर्तुळ काढा
- ↓
- वर्तुळावर कोणताही एक बिंदू P घ्या
- ↓
- किरण OP काढा .
- ↓
- किरण OP ला P मधून लंब रेषा काढा .

- 2) व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खाली दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.



किरण OB ला बिंदु B मधून लंब रेषा काढा.

प्रश्न 2) (B) खालील उपप्रश्न सोडवा ( प्रत्येकी 2 गुण)

- 1) केंद्र M व त्रिज्या 3.4 सेमी असलेल्या वर्तुळास त्यावरील बिंदू P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.
- 2) O केंद्र व त्रिज्या 3.5 सेमी असलेल्या वर्तुळाला त्यावरील P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.
- 3) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळावरील कोणत्याही एका बिंदूतून जाणारी स्पर्शिका काढा.
- 4) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळावर कोणताही एक बिंदू k घ्या. K मधून वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता स्पर्शिका काढा.
- 5) 3.4 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळामध्ये 5.7 सेमी लांबीची जीवा MN काढा. बिंदू M व बिंदू N मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 6) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता वर्तुळाला त्यावरील P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.
- 7) रेषा AB 6 सेमी व्यास असलेले वर्तुळ काढा. व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.



8) रेख AB = 6.8 सेमी काढा. रेख AB व्यास असलेले वर्तुळ काढा.  
वर्तुळावर A व B व्यतिरिक्त बिंदू C घ्या.रेख AC व रेख CB  
काढा..  $\angle CAB$  चे माप लिहा.

प्रश्न 3) ( A) खालील सूचनेनुसार कृती करा.( प्रत्येकी 3 गुण)

1) 3.3सेमी त्रिज्याचे व O केंद्र असलेले वर्तुळ काढून त्यामध्ये 6.6सेमी लांबीची जीवा  
PQ काढा.



किरण OP व किरण OQ काढा.



P मधून किरण OP ला लंब रेषा काढा.



Q मधून किरण OQ ला लंब रेषा काढा.

2) P केंद्र असलेले वर्तुळ काढा. कंस AB हा  $100^\circ$  काढा.

A व B मधून वर्तुळाला स्पर्शिका करण्यासाठी खालील कृती करा.

कोणताही त्रिज्या व P केंद्र घेऊन वर्तुळ काढा.



वर्तुळावर कोणताही एक बिंदू A घ्या.



किरण PB असा काढा की  $\angle APB = 100^\circ$



किरण PA ला A मधून लंब रेषा काढा



किरण PB ला B मधून लंब रेषा काढा

3) वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.

एक वर्तुळ काढा व वर्तुळावर कोणताही एक बिंदू C घ्या.



बिंदू C मधून जाणारी जीवा CB काढा.



वर्तुळावर B व C सोडून A हा बिंदू घ्या  $\angle BAC$  काढा.



कंपास मध्ये सोयीस्कर त्रिज्या घेऊन बिंदू A केंद्र घेवून  $\angle BAC$  च्या भुजाना बिंदू M व बिंदू N मध्ये छेदणारा कंस काढा.



तीच त्रिज्या व C केंद्र घेऊन जीवा BC ला छेदणारा कंस काढा.  
छेदनबिंदूस R नाव द्या.



कंपास मध्ये MN एवढी त्रिज्या घ्या. केंद्र R घेऊन आधी काढलेल्या कंसाला छेदणारा आणखी एक कंस काढा. छेदनबिंदूस D नाव द्या.



D मधून जाणारी रेषा CD काढा. रेषा CD ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे.

3) C केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी घेऊन वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.2 सेमी अंतरावर बिंदू B घ्या. बिंदू B मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील प्रमाणे कृती करा.

C केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी घेऊन वर्तुळ काढा.



आरंभबिंदू C असणाऱ्या किरणावर 7.2 सेमी अंतरावर बिंदू B घ्या.



रेख BC चा लंबदुभाजक काढून मध्यबिंदू P मिळवा.



P केंद्र व त्रिज्या OP घेवुन वर्तुळ काढा. दोन्ही वर्तुळांच्या छेदन बिंदूस A व D नाव द्या.



रेषा BA व रेषा BD काढा



स्पर्शिकाखंड BA= -----सेमी

स्पर्शिकाखंड BD =-----सेमी.

प्रश्न 3-(B) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 3 गुण )

1)  $\Delta ABC \sim \Delta PBQ$ ,  $\Delta ABC$  मध्ये

$AB=3$  सेमी,  $\angle B=90^\circ$   $BC=4$  सेमी व त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:4 असल्यास  $\Delta PBQ$  काढा.

2)  $\Delta RHP \sim \Delta NED$ ,  $\Delta NED$  मध्ये,  $NE=7$  सेमी,  $\angle D=30^\circ$ ,

$\angle N=20^\circ$  तसेच  $\frac{HP}{ED} = \frac{4}{5}$  तर  $\Delta RHP$  व  $\Delta NED$  काढा.

3)  $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ ,  $\Delta PQR$  मध्ये  $PQ=3.6$  सेमी,

$QR=4$  सेमी,  $PR = 4.2$  सेमी आहे. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे

गुणोत्तर 3:2 असल्यास  $\Delta ABC$  काढा.

4)  $\Delta PQR \sim \Delta LTR$   $\Delta PQR$  मध्ये  $PQ=4.2$  सेमी,  $QR=5.4$  सेमी,

$PR = 4.8$  सेमी  $\frac{PQ}{LT} = \frac{3}{4}$  तर  $\Delta PQR$  व  $\Delta LTR$  काढा.

5)  $\Delta ABC \sim \Delta PBQ$ ,  $\Delta ABC$  मध्ये  $AB=4$  सेमी,  $BC=5$  सेमी  $AC=6$

सेमी त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 2:3 असल्यास  $\Delta PBQ$  काढा.

6) 5 सेमी बाजू असलेला समभुज  $\Delta ABC$  काढा.  $\Delta ABC \sim \Delta LMN$

त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 6:7 असल्यास  $\Delta LMN$  काढा.

- 7) O केंद्र व 3.4 त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळामध्ये 5.7 सेमी लांबीची जीवा MN काढा. वर्तुळाला बिंदू M व बिंदू N मधून स्पर्शिका काढा.
- 8) O केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.2 सेमी अंतरावरील B या बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 9) C केंद्र व त्रिज्या 3.2 सेमी असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.5 सेमी अंतरावरील P बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 10) 3.5 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळ काढा. वर्तुळावर कोठेही बिंदू K घ्या. K मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा (वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता).
- 11) 4.2 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा.  $120^\circ$  मापाचा एक कंस PQ काढा बिंदू P व बिंदू Q मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 12) 4.2 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7 सेमी अंतरावरील बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा
- 13)  $\Delta ABC \sim \Delta LMN$ ,  $\Delta ABC$  मध्ये,  $AB=5.5$  सेमी  $BC=6$  सेमी  $CA=5.5$  सेमी,  $MN=4.8$  सेमी, तर  $\Delta ABC$  व  $\Delta LMN$  काढा.
- 14) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढून त्याची रेषा XY ही जीवा 5 सेमी लांबीची काढा. बिंदू X व बिंदू Y मधून जाणाऱ्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका काढा ( वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता)

प्रश्न:4) खालील उपप्रश्न सोडवा ( प्रत्येकी 4 गुण)

1)  $\Delta AMT \sim \Delta AHE$ ,  $\Delta AMT$  मध्ये  $AM = 6.3$  सेमी

$\angle MAT = 120^\circ$ ,  $AT = 4.9$  सेमी,  $\frac{AM}{HA} = \frac{7}{5}$  तर  $\Delta AHE$  काढा.

2)  $\Delta RHP \sim \Delta NED$ ,  $\Delta NED$  मध्ये  $NE = 7$  सेमी.

$\angle D = 30^\circ$ ,  $\angle N = 20^\circ$ ,  $\frac{HP}{ED} = \frac{4}{5}$  तर  $\Delta RHP$  काढा.

3)  $\Delta ABC \sim \Delta PBR$ ,  $BC = 8$  सेमी,  $AC = 10$  सेमी,  $\angle B = 90^\circ$ ,

$\frac{BC}{BR} = \frac{5}{4}$  तर  $\Delta PBR$  काढा.

4)  $\Delta AMT \sim \Delta AHE$ ,  $\Delta AMT$  मध्ये  $AM = 6.3$  सेमी,

$\angle TAM = 50^\circ$ ,  $AT = 5.6$  सेमी,  $\frac{AM}{AH} = \frac{7}{5}$ , तर  $\Delta AHE$  काढा.

5) 3.3 त्रिज्येच्या वर्तुळामध्ये 6.6 लांबीची जीवा  $PQ$  काढा. बिंदू  $P$  व

$Q$  मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. काढलेल्या स्पर्शिका बद्दल आपले मत

नोंदवा.

6)  $\Delta RST \sim \Delta UAY$   $\Delta RST$  मध्ये  $RS=6$  सेमी,  $\angle S=50^\circ$ ,

$ST=7.5$  सेमी. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 5:4

असल्यास  $\Delta UAY$  काढा.

7)  $\Delta PQR \sim \Delta STU$ .  $\Delta PQR$  मध्ये  $PQ=3.2$  सेमी,  $QR=3.6$  सेमी,

$PR=7.2$  सेमी,  $\frac{PQ}{ST} = \frac{4}{5}$  तर  $\Delta PQR$  व  $\Delta STU$  काढा

8)  $\Delta SHR \sim \Delta SVU$ ,  $\Delta SHR$  मध्ये  $SH=4.5$  सेमी,

$HR = 5.2$  सेमी,  $SR = 5.8$  सेमी  $\frac{HS}{SV} = \frac{3}{5}$ , तर  $\Delta SVU$  काढा.

9)  $\Delta ABC$  मध्ये,  $BC=6$  सेमी,  $\angle B=45^\circ$ ,  $\angle A=100^\circ$ .

$\Delta ABC \sim \Delta PBQ$  त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:4 असल्यास

$\Delta ABC$  व  $\Delta PBQ$  काढा.

10)  $\Delta PQR \sim \Delta AQB$ ,  $\Delta PQR$  मध्ये,  $PQ=3$  सेमी  $\angle Q=90^\circ$ ,

$QR = 4$  सेमी. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:5 असल्यास  $\Delta$

$AQB$  काढा.

11)  $\Delta XYZ \sim \Delta PYR$ ,  $\Delta XYZ$  मध्ये  $XY=4.5$  सेमी

$\angle Y=60^\circ$ ,  $YZ=5.1$  सेमी व  $\frac{XY}{PY} = \frac{4}{7}$  तर  $\Delta XYZ$  व  $\Delta PYR$

काढा.



12) O केंद्र व 3 सेमी त्रिज्या असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रातून जाणाऱ्या छेदिकेवर वर्तुळ केंद्राच्या विरुद्ध बाजूस वर्तुळ केंद्रापासून 7 सेमी अंतरावर बिंदू P व बिंदू Q घ्या बिंदू P व बिंदू Q मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

प्रश्न 5) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 3 गुण)

1) एक समद्विभुज त्रिकोण असा काढा की त्याचा पाया 5 सेमी व उंची 4 सेमी आहे. त्या त्रिकोणाला समरूप त्रिकोण असा काढा की ,त्याच्या बाजू मूळ त्रिकोणाच्या संगत बाजूच्या  $\frac{2}{3}$  पट आहेत.

2)  $\Delta ABC$  असा काढा की  $AB = 8$  सेमी,  $BC = 6$  सेमी,

$\angle B = 90^\circ$  रेषा  $BD$  हा कर्ण  $AC$  ला लंब काढा. बिंदू  $B, D$  व  $A$  मधून जाणारे वर्तुळ काढा. तसेच रेषा  $BC$  ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे याचे स्पष्टीकरण द्या.

- 3) 4 सेमी, व 6 सेमी त्रिज्या असलेले व O केंद्र असलेले समकेंद्री वर्तुळे काढा. मोठ्या वर्तुळावरील कोणत्याही एका बिंदूतून लहान वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. स्पर्शिकाखंडांची लांबी लिहा.
- 4) 4 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाला वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून दोन स्पर्शिका अशा काढा की त्या स्पर्शिकांमधील कोन  $60^{\circ}$  असेल.
- 5)  $AB=6$  सेमी,  $\angle BAQ=50^{\circ}$  A व B मधून जाणारे वर्तुळ असे करा की AQ ही वर्तुळाची स्पर्शिका असेल.
- 6) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. चौरसाची प्रत्येक बाजू वर्तुळाला स्पर्श करेल असा चौरस काढा.
- 7) रेषा AB च्या एकाच बाजूस बिंदू P व Q घ्या बिंदू P व बिंदू Q मधून जाणारे असे वर्तुळ काढा की ते रेषा AB ला स्पर्श करेल.
- 8) 1.8 सेमी पेक्षा जास्त व 3 सेमी पेक्षा कमी त्रिज्या घेऊन कोणतेही एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळात 3.6 सेमी लांबीची जीवा AB काढा. वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता A व B मधून जाणाऱ्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका काढा
- 9) O केंद्र व त्रिज्या 3 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळात वर्तुळा बाहेरील P बिंदूतून 4 सेमी लांबीचा रेख PA हा स्पर्शिका खंड काढा.

- 10) O केंद्र व त्रिज्या 2.8 सेमी बसलेल्या वर्तुळाला P या बाह्य बिंदूतून वर्तुळाला PA व PB या स्पर्शिका अशा काढा की  $\angle APB = 70^\circ$
- 11) बिंदू P हा रेषा AB पासून 6 सेमी अंतरावर आहे. बिंदू P मधून जाणारे 4 सेमी त्रिज्येचे असे वर्तुळ काढा की रेषा AB ही वर्तुळाची स्पर्शिका असेल
- 12)  $\angle ABC = 60^\circ$ .  $\angle ABC$  चा दुभाजक काढा कोनदुभाजकावर बिंदू Q असा घ्या की d (B, C) = 8सेमी Q केंद्र असलेले असे वर्तुळ काढा की किरण BA व किरण BC ला स्पर्श करेल. वर्तुळाची त्रिज्या व स्पर्शिकाखंडाची लांबी लिहा.
- 13) 2.5 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळात 5 सेमी लांबीची जीवा AB काढा. वर्तुळावर बिंदू C असा घ्या की BC = 3 सेमी  $\triangle ABC$  काढा बिंदू A, B व C बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. स्पर्शिकांच्या छेदनबिंदू मुळे कोणत्या प्रकारचा चौकोन तयार होतो.
- 14)  $\angle ABC = 50^\circ$  बिंदू S हा  $\angle ABC$  च्या अंतर्भागातील कोणताही एक बिंदू घ्या. बिंदू S मधून जाणारे असे एक वर्तुळ काढा की  $\angle ABC$  च्या भुजांना स्पर्श करेल.

- 15) चौरसाचा कर्ण  $\sqrt{40}$  सेमी असून असे वर्तुळ काढा की जे चौरसाच्या सर्व बाजूंना स्पर्श करेल. वर्तुळाची त्रिज्या मोजून लिहा.
- 16)  $\Delta PQR$  मध्ये  $\angle P = 40^\circ$ ,  $PQ \cong PR$ ,  $QR = 7$  सेमी  $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$ ,  $XY: PQ = 3:2$  असल्यास  $\Delta XYZ$  काढा
- 17) रेषा  $AB$  7.5 सेमी लांबीचा काढा. केंद्र  $A$  असलेले वर्तुळ असे काढा की वर्तुळाला बिंदू  $B$  मधून काढलेल्या स्पर्शकाखंडाची लांबी 6 सेमी असेल.
- 18) 3.5 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळाला दोन स्पर्शिका अशा काढा की त्या एकमेकींना लंब असतील.

## प्रकरण : निर्देशक भूमिती

### ❖ प्रश्न 1ला (A) बहुपर्यायी प्रश्न गुण-1

- 1) बिंदू  $A(-4, 2)$  आणि बिंदू  $B(6, 2)$  यांना जोडणाऱ्या रेषाखंड  $AB$  चा मध्यबिंदू  $p$  असेल तर बिंदू  $p$  चे निर्देशक शोधा.

(A) ( -1, 2 ) (B) ( 1, 2 ) (C) ( 1, -2 ) (D) ( -1, -2 )

2) बिंदू P ( 2, 2 ) आणि Q ( 5, x ) या दोन बिंदूमधील अंतर 5 सेमी असेल तर x ची किंमत -

--

(A) 2 (B) 6 (C) 3 (D) 1

3) बिंदू P ( -1, 1 ) आणि बिंदू Q ( 5, -7 ) आहेत तर बिंदू P आणि Q मधील अंतर -----.

(A) 11 सेमी (B) 10 सेमी (C) 5 सेमी (D) 7 सेमी

4) जर बिंदू L ( x, 7 ) आणि बिंदू M ( 1, 15 ) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंड LM ची लांबी 10 सेमी असेल तर बिंदू x ची किंमत शोधा.

(A) 7 (B) 7 किंवा -5 (C) -1 (D) 1

5) बिंदू A ( -3, 4 ) आणि आरंभ बिंदू O या मधील अंतर काढा.

(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) -5

6) जर बिंदू P ( 1, 1 ) हा बिंदू A आणि B ( -1, -1 ) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडास 5 : 2 या गुणोत्तरांत छेदत असेल तर A या बिंदूचे निर्देशक काढा .

(A) ( 3, 3 ) (B) ( 6, 6 ) (C) ( 2, 2 ) (D) ( 1, 1 )

7) जर रेषा AB हा Y - अक्षाला. समांतर असेल आणि A या बिंदूचे निर्देशक ( 1, 3 ) असेल तर B बिंदूचे निर्देशक -----

(A) ( 3, 1 ) (B) ( 5, 3 ) (C) ( 3, 0 ) (D) ( 1, -3 )

8) जर A ( -4, 2 ) आणि B ( 6, 2 ) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू P असेल तर P चे निर्देशक -----

(A) ( -1, 2 ) (B) ( 1, 2 ) (C) ( 1, -2 ) (D) ( -1, -2 )

9) जर  $(-5, 3)$  आणि  $B(3, -5)$  यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला बिंदू P हा 1 : 3 या गुणोत्तरात विभागत असेल तर P चे निर्देशक -----

(A)  $(-2, -2)$  (B)  $(-1, -1)$  (C)  $(-3, 1)$  (D)  $(1, -3)$

10) जर एका त्रिकोणात शिरोबिंदूच्या x -निर्देशकांची बेरीज 12 व Y - निर्देशकांची बेरीज 9 आहे तर मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक ----- आहेत.

(A)  $(12, 9)$  (B)  $(9, 12)$  (C)  $(4, 3)$  (D)  $(3, 4)$

### ❖ प्रश्न 1 ( B ) खालील उपप्रश्न सोडवा - ( प्रत्येकी गुण 1 )

1)  $X = 2$  आणि  $y = -3$  या समीकरणांच्या आलेखांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक लिहा.

2)  $A(7, 5)$  आणि  $B(2, 5)$  तर या दोन बिंदू मधील अंतर किती ?

3) एका वर्तुळाचा व्यास AB आहे आणि  $A(2, 7)$  आणि  $B(4, 5)$  असेल तर वर्तुळाच्या केंद्र बिंदूचे निर्देशक लिहा .

4) बिंदू  $P(-5, 4)$  या बिंदूचे x -निर्देशक व Y-निर्देशक लिहा .

5) आरंभ बिंदूचे निर्देशक लिहा.

6)  $(6, 8)$  या बिंदूचे आरंभबिंदू पासूनचे अंतर किती ?

7)  $(-2, 6)$  व  $(8, 2)$  या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा

8)  $(4, 7)$  ,  $(8, 4)$  व  $(7, 11)$  हे शिरोबिंदू असलेल्या त्रिकोणाच्या मध्यागा संपात बिंदूचे निर्देशक काढा.

9)  $A(0, 0)$  ,  $B(-5, 12)$  या दोन बिंदू मधील अंतर किती ?

10)  $(0, 2)$  आणि  $(12, 14)$  या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा .

❖ प्रश्न 2 रा (A) खालील कृती पूर्ण करा व लिहा ( प्रत्येकी गुण 2 )

1) बिंदू Q ( 3 , -7 ) आणि बिंदू R ( 3 , 3 ) आहेत तर बिंदू Q आणि R मधील अंतर किती ?

उकल - समजा Q ( x1 , y1 ) आणि बिंदू R ( x2 , y2 )

$$x_1 = 3, y_1 = -7 \text{ आणि } x_2 = 3, y_2 = 3$$

$$\text{अंतराच्या सूत्रा नुसार } d( Q, R ) = \sqrt{\quad}$$

$$\therefore d( Q, R ) = \sqrt{\quad + 100}$$

$$\therefore d( Q, R ) = \sqrt{\quad}$$

$$\therefore d( Q, R ) = \quad$$

2) बिंदू A ( -1 , 1 ) आणि बिंदू B ( 5 , -7 ) आहेत तर या दोन बिंदू मधील अंतर काढा ?

उकल - समजा A ( x1 , y1 ) आणि बिंदू B ( x2 , y2 )

$$x_1 = -1, y_1 = 1 \text{ आणि } x_2 = 5, y_2 = -7$$

$$\text{अंतराच्या सूत्रा नुसार } d( A, B ) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore d( A, B ) = \sqrt{\quad + ((-7) - \quad)^2}$$

$$\therefore d( A, B ) = \sqrt{\quad}$$

$$\therefore d( A, B ) = \quad$$

3) बिंदू A ( -1 , 1 ) आणि बिंदू B ( 5 , -7 ) आहेत तर या दोन बिंदू ना जोडणाऱ्या

रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक लिहा.

उकल - समजा A ( x1 , y1 ) आणि बिंदू B ( x2 , y2 )

$$X1 = -1, y1 = 1 \text{ आणि } x2 = 5, y2 = -7$$

मध्यबिंदुच्या सूत्रानुसार

$$\therefore \text{रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{x1+x2}{2}, \frac{y1+y2}{2} \right)$$

$$\therefore \text{रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{\boxed{\phantom{000}}}{2}, \frac{\boxed{\phantom{000}}}{2} \right)$$

$$\therefore \text{रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{4}{2}, \frac{\boxed{\phantom{000}}}{2} \right)$$

$$\therefore \text{रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक} = \left( \boxed{\phantom{000}} \right)$$

4) त्रिकोण ABC चे शिरोबिंदू A ( -7 , 6 ) , B ( 2 , -2 ) आणि C ( 8 , 5 )

आहेत तर त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक लिहा.

उकल - समजा A ( x1 , y1 ) आणि बिंदू B ( x2 , y2 ) , C ( x3 , y3 )

$$X1 = -7, y1 = 6 \text{ आणि } x2 = 2, y2 = -2, x3 = 8, y3 = 5$$

मध्यगासंपात बिंदुच्या सूत्रानुसार

$$\therefore \text{त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{x1+x2+x3}{3}, \frac{y1+y2+y3}{3} \right)$$



$$\therefore \text{त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{\boxed{\phantom{000}}}{3}, \frac{\boxed{\phantom{000}}}{3} \right)$$

$$\therefore \text{त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक} = \left( \frac{3}{3}, \frac{\boxed{\phantom{000}}}{3} \right)$$

$$\therefore \text{त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक} = \left( \boxed{\phantom{000}} \right)$$

❖ प्रश्न 2 रा B ) खालील पैकी कोणतेही चार उपप्रश्न सोडवा.(प्रत्येकी 2 गुण )

- 1) बिंदू A(3,5) आणि B(7,9) असून बिंदू Q हा रेषा AB चे 2 : 3 या गुणोत्तरात विभाजन करत असेल तर Q या बिंदूचे x निर्देशक काढा.
- 2) जर बिंदू L(x,7) आणि M(1,15) या दोन बिंदू मधील अंतर 10 असेल तर x ची किंमत काढा
- 3) (22,20) आणि (0,16) यांना जोडणाऱ्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा .
- 4) C(-3a, a), D(a, -2a) या दोन बिंदू मधील अंतर काढा .
- 5) दाखवा की, बिंदू (11, -2) हा (4, -3) आणि (6, 3) या बिंदू पासून समदूर आहे .

❖ प्रश्न 3 रा (A) खालील पैकी कोणतेही एक कृती पूर्ण करा(प्रत्येकी 3 गुण )

- 1) जर A(8,9) आणि B(1,2) यांना जोडणाऱ्या रेषा AB ला बिंदू P(6,7) ज्या गुणोत्तरात विभागतो ते गुणोत्तर शोधा .?

उकल :- बिंदू P हा रेषा AB ला m:n या गुणोत्तरात विभागते

$$A(8,9) = (x_1, y_1), B(1,2) = (x_2, y_2) \quad P(6,7) = (x, y)$$

विभाजन सूत्रानुसार ----



$$\therefore 7 = \frac{m(\quad) + n(9)}{m+n}$$

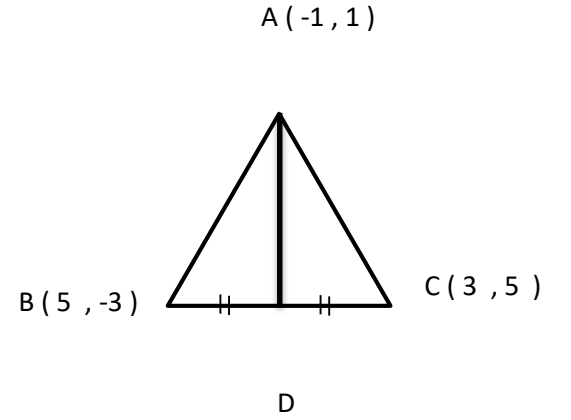
$$\therefore 7m + 7n = \square + 9n$$

$$\therefore 7m - \square = 9n - \square$$

$$\therefore \square = 2n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \square$$

- 2) सोबतच्या आकृतीत दिलेल्या माहिती वरून त्रिकोणाच्या मध्येगेची लांबी काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .



कृती A(-1, 1), B(5, -3), C(3, 5) समजा D(x, y)

मध्यबिंदु सूत्रानुसार

$$X = \frac{5+3}{2}$$

$$y = \frac{-3+5}{2}$$

$$\therefore x = \square$$

$$\therefore y = \square$$

अंतराच्या सूत्रा नुसार

$$\therefore AD = \sqrt{(4 - \square)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$\therefore AD = \sqrt{(\quad)^2 + (0)^2}$$

$$\therefore AD = \sqrt{\quad}$$

$$\therefore AD = \quad$$

**प्रश्न 3 रा B) खालील पैकी कोणतेही दोन उप प्रश्न सोडवा. ( प्रत्येकी 3 गुण )**

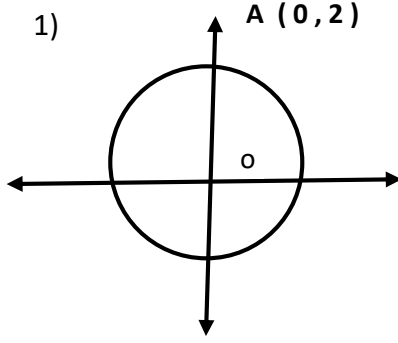
- 1) P (-2, 2) , Q ( 2, 2) आणि R (2, 7) हे काटकोन त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा ?
- 2) ( 0 , 9 ) हा बिंदू ( -4 , 1 ) व ( 4 , 1 ) या बिंदूपासून समदूर आहे हे दाखवा
- 3) बिंदू p(-4 , 6) हे A (-6, 10) आणि B (m, n) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 2: 1 या गुणोत्तरात विभागतो. तर बिंदू B चे निर्देशक काढा

**प्रश्न 4 खालील पैकी कोणतेही दोन उप प्रश्न सोडवा. ( प्रत्येकी 4 गुण )**

- 1) A (-4, -7) , B ( -1 , 2) , C ( 8, 5) आणि D (5, -4) हे चौकोनाचे शिरोबिंदू असतील तर चौकोन ABCD हा समभुज चौकोन आहे हे दाखवा .
- 2) ( 0 , -1 ) , ( 8, 3 ) , ( 6 , 7 ) व ( -2 , 3 ) हे बिंदू आयताचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा
- 3) ( 2, 0 ) , ( -2 , 0 ) आणि ( 0, 2 ) हे त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा तसेच त्या त्रिकोणाचा प्रकार सकारण ठरवा .
- 4) A (5,4) , B (-3, -2) आणि C (1-8) हे  $\Delta ABC$  चे शिरोबिंदू असून रेषा AD मध्यगा असेल तर रेषा AD ची लांबी किती ?

5)  $A(1, 2), (1, 6), C(1+2\sqrt{3}, 4)$  हे समभुज त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखव

**प्रश्न 5 खालील पैकी कोणताही एक उप प्रश्न सोडवा.( प्रत्येकी 3 गुण)**



O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची OA ही त्रिज्या आहे

जर A चे निर्देशक  $(0, 2)$  असतील

तर बिंदू  $(1, 2)$  हा वर्तुळावर आहे किंवा नाही

पडताळा घ्या .

2)  $A(3, 5)$  आणि  $B(-6, 7)$  या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला Y-अक्ष कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो ? तसेच त्या बिंदूचे निर्देशक काढा .

3)  $(7, -6), (2, k)$  आणि  $(h, 18)$  हे त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत . जर  $(1, 5)$  हा बिंदू मध्यगा संपात बिंदू असेल तर h आणि k च्या किंमती काढा .

4) अंतराच्या सुत्राने, बिंदू  $(4, 3), (5, 1)$  आणि  $(1, 9)$  एकरेषीय आहेत किंवा नाहीत ते ठरवा ?.

## प्रकरण : त्रिकोणमिती

प्रश्न १ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी उत्तराचा योग्य पर्याय निवडा. (१ गुणांचे बहुपर्यायी प्रश्न)

1.  $\cos \theta \cdot \sec \theta = ?$

- A) 1                      B) 0                      C)  $\frac{1}{2}$                       D)  $\sqrt{2}$

2.  $\sec 60^\circ = ?$

- A)  $\frac{1}{2}$                       B) 2                      C)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                       D)  $\sqrt{2}$

3.  $1 + \cot^2 \theta = ?$

- A)  $\tan^2 \theta$                       B)  $\sec^2 \theta$                       C)  $\operatorname{cosec}^2 \theta$                       D)  $\cos^2 \theta$

4.  $\cot \theta \cdot \tan \theta = ?$

- A) 1                      B) 0                      C) 2                      D)  $\sqrt{2}$

5.  $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = ?$

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D)  $\sqrt{2}$

6.  $\sin^2 \theta - \sin^2 (90 - \theta) = ?$

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D)  $\sqrt{2}$

7.  $\frac{1 + \cot^2 A}{1 + \tan^2 A} = ?$

- A)  $\tan^2 \theta$                       B)  $\sec^2 \theta$                       C)  $\operatorname{cosec}^2 \theta$                       D)  $\cot^2 \theta$

8.  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  तर  $\theta = ?$

A)  $30^0$                       B)  $45^0$                       C)  $60^0$                       D)  $90^0$

9.  $\tan (90-\theta) = ?$

A)  $\sin \theta$                       B)  $\cos \theta$                       C)  $\cot \theta$                       D)  $\tan \theta$

10.  $\cos 45^0 = ?$

A)  $\sin 45^0$                       B)  $\sec 45^0$                       C)  $\cot 45^0$                       D)  $\tan 45^0$

11. जर  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  तर  $\cos \theta = ?$

A)  $\frac{5}{3}$                       B)  $\frac{3}{5}$                       C)  $\frac{4}{5}$                       D)  $\frac{5}{4}$

12. खालील पैकी चुकीचे सूत्र कोणते ?

A)  $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$

B)  $1 + \sec^2 \theta = \tan^2 \theta$

C)  $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$

D)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

13. जर  $\angle A = 30^0$  तर  $\tan 2A = ?$

A) 1                      B) 0                      C)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       D)  $\sqrt{3}$

प्रश्न १ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (१ गुणांचे प्रश्न)

1.  $\frac{1 - \tan^2 45^0}{1 + \tan^2 45^0} = ?$

2. जर  $\tan \theta = \frac{13}{12}$  तर  $\cot \theta = ?$

3.  $\operatorname{cosec} \theta \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = 1$  हे सिद्ध करा.

4. जर  $\tan \theta = 1$  तर  $\sin \theta \cdot \cos \theta = ?$

5. जर  $2 \sin \theta = 3 \cos \theta$  तर  $\tan \theta = ?$

6. जर  $\cot (90 - A) = 1$  तर  $\angle A = ?$

7. जर  $1 - \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$  तर  $\theta = ?$

8.  $\frac{\cos (90 - A)}{\sin A} = \frac{\sin (90 - A)}{\cos A}$  हे सिद्ध करा.

9.  $\tan \theta \times \boxed{\phantom{0000}} = \sin \theta$  तर  $\boxed{\phantom{0000}} = ?$

10.  $(\sec \theta + \tan \theta) \cdot (\sec \theta - \tan \theta) = ?$

11.  $\frac{\sin 75^\circ}{\cos 15^\circ} = ?$

प्रश्न २ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी योग्य ती कृती पूर्ण करा. (२ गुणांचे कृतियुक्त प्रश्न)

1.  $\cos^2 \theta \cdot (1 + \tan^2 \theta) = 1$  हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

उत्तर  $\Rightarrow$  डावी बाजू =  $\boxed{\phantom{0000}}$

=  $\cos^2 \theta \times \boxed{\phantom{0000}} \dots (1 + \tan^2 \theta = \boxed{\phantom{0000}})$

=  $(\cos \theta \times \boxed{\phantom{0000}})^2$

=  $1^2$

= 1

= उजवी बाजू

2.  $\frac{5}{\sin^2\theta} - 5 \cot^2\theta$  ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned}\text{उत्तर } &\Rightarrow \frac{5}{\sin^2\theta} - 5 \cot^2\theta \\ &= \boxed{\phantom{000}} \left( \frac{1}{\sin^2\theta} - \cot^2\theta \right) \\ &= 5 \left( \boxed{\phantom{000}} - \cot^2\theta \right) \quad \dots\dots\dots \left( \frac{1}{\sin^2\theta} = \boxed{\phantom{000}} \right) \\ &= 5 ( 1 ) \\ &= \boxed{\phantom{000}}\end{aligned}$$

3. जर  $\sec \theta + \tan \theta = \sqrt{3}$  तर  $\sec \theta - \tan \theta$  ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned}\text{उत्तर } &\Rightarrow \boxed{\phantom{000}} = 1 + \tan^2\theta \quad \dots\dots\dots (\text{त्रि. नित्य समीकरण}) \\ &\boxed{\phantom{000}} - \tan^2\theta = 1 \\ (\sec \theta + \tan \theta) \cdot (\sec \theta - \tan \theta) &= \boxed{\phantom{000}} \\ \sqrt{3} \cdot (\sec \theta - \tan \theta) &= 1 \\ (\sec \theta - \tan \theta) &= \boxed{\phantom{000}}\end{aligned}$$

4. जर  $\tan \theta = \frac{9}{40}$  तर  $\sec \theta$  ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

$$\begin{aligned}\text{उत्तर } &\Rightarrow \sec^2\theta = 1 + \boxed{\phantom{000}} \quad \dots\dots\dots (\text{त्रि. नित्य समीकरण}) \\ \sec^2\theta &= 1 + \boxed{\phantom{000}}^2 \\ \sec^2\theta &= 1 + \boxed{\phantom{000}} \\ \sec \theta &= \boxed{\phantom{000}}\end{aligned}$$



प्रश्न २ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (२ गुणांचे प्रश्न)

1. जर  $\cos \theta = \frac{24}{25}$  तर  $\sin \theta = ?$

2.  $\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} + \cos \theta = \sec \theta$  हे सिद्ध करा.

3.  $\frac{1}{\csc \theta - \cot \theta} = \csc \theta + \cot \theta$  हे सिद्ध करा.

4. जर  $\cos (45^\circ + x) = \sin 30^\circ$  तर  $x = ?$

5. जर  $\tan \theta + \cot \theta = 2$  तर  $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = ?$

6.  $\sec^2 \theta + \csc^2 \theta = \sec^2 \theta \times \csc^2 \theta$  हे सिद्ध करा.

7.  $\cot^2 \theta \times \sec^2 \theta = \cot^2 \theta + 1$  हे सिद्ध करा.

8. जर  $3 \sin \theta = 4 \cos \theta$  तर  $\sec \theta = ?$

9. जर  $\sin 3A = \cos 6A$  तर  $\angle A = ?$

10.  $\sec^2 \theta - \cos^2 \theta = \tan^2 \theta + \sin^2 \theta$  हे सिद्ध करा.

11.  $\frac{\tan A}{\cot A} = \frac{\sec^2 A}{\csc^2 A}$  हे सिद्ध करा.

12.  $\frac{\sin \theta + \tan \theta}{\cos \theta} = \tan \theta (1 + \sec \theta)$  हे सिद्ध करा.

13.  $\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} + \sin \theta = \csc \theta$  हे सिद्ध करा.

14.  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$  हे सिद्ध करा.

प्रश्न ३ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी योग्य ती कृती पूर्ण करा. (३ गुणांचे कृतियुक्त प्रश्न)

1.  $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A$  हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर  $\Rightarrow$  डावी बाजू =

=  $(\sin^2 A + \cos^2 A)$  ()

=  $1$  () ..... ( $\sin^2 A + \text{} = 1$ )

=  -  $\cos^2 A$  ..... ( $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$ )

=

= उजवी बाजू

2.  $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \times \sin^2 \theta$  हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर  $\Rightarrow$  डावी बाजू =

=   $(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\tan^2 \theta})$

=  $\tan^2 \theta (1 - \frac{\text{}}{\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}})$

=  $\tan^2 \theta (1 - \frac{\sin^2 \theta}{1} \times \frac{\cos^2 \theta}{\text{}})$

=  $\tan^2 \theta (1 - \text{})$

=  $\tan^2 \theta \times \text{}$  ..... ( $1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ )

= उजवी बाजू

3. जर  $\tan \theta = \frac{7}{24}$  तर  $\cos \theta$  ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर  $\Rightarrow \sec^2\theta = 1 + \boxed{\phantom{000}} \dots\dots\dots$  (त्रि. नित्य समीकरण)

$$\sec^2\theta = 1 + \boxed{\phantom{000}}^2$$

$$\sec^2\theta = 1 + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{576}$$

$$\sec^2\theta = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{576}$$

$$\sec \theta = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\cos \theta = \boxed{\phantom{000}} \dots\dots\dots(\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta})$$

4.  $\cot \theta + \tan \theta = \operatorname{cosec} \theta \times \sec \theta$  हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर  $\Rightarrow$  डावी बाजू =  $\boxed{\phantom{000}}$

$$= \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\sin \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\boxed{\phantom{000}}}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \dots\dots\dots(\cos^2\theta + \sin^2\theta = \boxed{\phantom{000}})$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{1}{\boxed{\phantom{000}}}$$

$$= \boxed{\phantom{000}}$$

= उजवी बाजू

प्रश्न ३ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (३ गुणांचे प्रश्न)

1. जर  $\sec \theta = \frac{41}{40}$  तर  $\sin \theta$ ,  $\cot \theta$ ,  $\operatorname{cosec} \theta$  च्या किंमती काढा.

2. जर  $5 \sec \theta - 12 \operatorname{cosec} \theta = 0$  तर  $\sin \theta$ ,  $\sec \theta$  च्या किंमती काढा.

3.  $\frac{\tan(90-\theta) + \cot(90-\theta)}{\operatorname{cosec} \theta} = \sec A$  हे सिद्ध करा.
4.  $\cot^2 \theta - \tan^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta$  हे सिद्ध करा.
5.  $\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta} = (\sec \theta + \tan \theta)^2$  हे सिद्ध करा.
6.  $\frac{\sin \theta}{\sec \theta + 1} + \frac{\sin \theta}{\sec \theta - 1} = 2 \cot \theta$  हे सिद्ध करा.
7.  $\frac{\sec A}{\tan A + \cot A} = \sin A$  हे सिद्ध करा.
8.  $\frac{\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sin \theta} = 2 + \cot^2 \theta$  हे सिद्ध करा.
9.  $\frac{\cot A}{1-\cot A} + \frac{\tan A}{1-\tan A} = -1$  हे सिद्ध करा.
10.  $\sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}} = \operatorname{cosec} A + \cot A$  हे सिद्ध करा.
11.  $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A$  हे सिद्ध करा.
12.  $\sec^2 \theta - \cos^2 \theta = \tan^2 \theta + \sin^2 \theta$  हे सिद्ध करा.
13.  $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta}$  हे सिद्ध करा.
14.  $\Delta ABC$  मध्ये  $\cos C = \frac{12}{13}$  असून  $BC = 24$  तर  $AC = ?$
15.  $\frac{1+\sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1-\cos A}$  हे सिद्ध करा.
16. जर  $\sin A = \frac{3}{5}$  तर  $4 \tan A + 3 \cot A = 6 \cos A$  दाखवा.
17.  $\frac{1+\sin B}{\cos B} + \frac{\cos B}{1+\sin B} = 2 \sec B$  हे सिद्ध करा.

प्रश्न ४ ) खालील उपप्रश्न सोडवा ( ४ गुणांचे आव्हानात्मक प्रश्न)

1.  $\sin^2 A \cdot \tan A + \cos^2 A \cdot \cot A + 2 \sin A \cdot \cos A = \tan A + \cot A$  हे सिद्ध करा.

2.  $\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A = \frac{2\sin^2 A - 1}{\sin^2 A \cdot \cos^2 A}$  हे सिद्ध करा.

3.  $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = \frac{1 + \cos A}{\sin A}$  हे सिद्ध करा.

4.  $\sin \theta (1 - \tan \theta) - \cos \theta (1 - \cot \theta) = \operatorname{cosec} \theta - \sec \theta$  हे सिद्ध करा.

5. जर  $\cos A = \frac{2\sqrt{m}}{m+1}$  असेल तर सिद्ध करा  $\operatorname{cosec} A = \frac{m+1}{m-1}$ .

6. जर  $\sec A = x + \frac{1}{4x}$   $\sec A + \tan A = 2x$  किंवा  $\frac{1}{2x}$  हे दाखवा.

7.  $\Delta ABC$  मध्ये  $\sqrt{2} AC = BC$ ,  $\sin A = 1$ ,  $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$  तर  $\angle A = ?$   $\angle B = ?$   $\angle C = ?$

8.  $\sin^8 A + \cos^8 A = 1 - 3 \sin^2 A \cdot \cos^2 A$  हे सिद्ध करा.

9.  $\sin^8 A + \cos^8 A = 1 - 3 \sin^2 A \cdot \cos^2 A$  हे सिद्ध करा.

10.  $2(\sin^6 A + \cos^6 A) - 3(\sin^4 A + \cos^4 A) + 1 = 0$  हे सिद्ध करा.

11.  $\frac{\cot A}{1 - \tan A} + \frac{\tan A}{1 - \cot A} = 1 + \tan A + \cot A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A + 1$  हे सिद्ध करा.

प्रश्न ५ ) खालील उपप्रश्न सोडवा ( ३ गुणांचे सृजनात्मक प्रश्न)

1. जर  $3 \sin A + 5 \cos A = 5$  असेल तर सिद्ध करा  $5 \sin A - 3 \cos A = \pm 3$ .

2. जर  $\cos A + \cos^2 A = 1$  तर  $\sin^2 A + \sin^4 A = ?$

3. जर  $\operatorname{cosec} A - \sin A = p$  आणि  $\sec A - \cos A = q$  तर सिद्ध करा

$$(p^2 q)^{\frac{2}{3}} + (p q^2)^{\frac{2}{3}} = 1$$

4.  $\tan 7^\circ \cdot \tan 23^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 67^\circ \cdot \tan 83^\circ = \sqrt{3}$  हे दाखवा.

5. जर  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$  तर  $\tan \theta + \cot \theta = 1$  हे दाखवा.

6. जर  $\tan \theta - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$  तर  $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$  हे दाखवा.

7.  $(1 - \cos^2 A) \cdot \sec^2 B + \tan^2 B (1 - \sin^2 A) = \sin^2 A + \tan^2 B$  सिद्ध करा

8.  $(\sin A + \cos A) (\operatorname{cosec} A - \sec A) = \operatorname{cosec} A \cdot \sec A - 2 \tan A$  हे सिद्ध करा