Class No. : ....

Name : ....

SSE 27

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY SECOND TERMINAL EVALUATION, DECEMBER 2019

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool-off Time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- *There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.*
- *You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.*
- *Read questions carefully before answering.*
- *Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.*
- *Malayalam version of the questions is also provided.*
- *Give equations wherever necessary.*
- *Electronic devices except non programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.*

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട 2½ മണിക്കൂർ സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിട്ട് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Score

Answer any six questions from 1 to 8. Each carries 3 scores. **(6×3=18)**

1. If the function $f : R \to R$ be given by $f(x) = x^2 + 3$ and $g : R \to R$ be given by $g(x) = 3x - 5$. Find $f \circ g$ and $g \circ f$. **(3)**

2. a) Area of the region bounded by the curve $y = f(x)$ and x axis between the lines $x = a$ and $x = b$ is given by **(1)**

   i) $\int_a^b x\,dx$

   ii) $\int_a^b y\,dx$

   iii) $\int_a^b x\,dy$

   iv) $\int_b^a x\,dx$

   b) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = 4$ using integration. **(2)**

3. Verify mean value theorem for the function $f(x) = x^2 - 4x - 3$ in the interval $[1, 4]$. **(3)**

4. A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4cm/second. At the instant when radius of the circular wave is 10 cm, how fast is the enclosed area increasing ? **(3)**

Score

1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. **(6×3=18)**

1. f, g ഫംഗ്ഷനുകൾ യഥാക്രമം $f : R \to R$, $f(x) = x^2 + 3$ ഉം $g : R \to R$, $g(x) = 3x - 5$ ആയാൽ $f \circ g$ യും $g \circ f$ ഉം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

2. a) $y = f(x)$ എന്ന കർവ് x അക്ഷവുമായി $x = a$, $x = b$ എന്നീ വരകൾക്കിടയി ലുണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് = **(1)**

   i) $\int_a^b x\,dx$

   ii) $\int_a^b y\,dx$

   iii) $\int_a^b x\,dy$

   iv) $\int_b^a x\,dx$

   b) $x^2 + y^2 = 4$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

3. $f(x) = x^2 - 4x - 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷന് $[1, 4]$ എന്ന ഇന്റെർവെല്ലിൽ മീൻ വാല്യു സിദ്ധാന്തം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

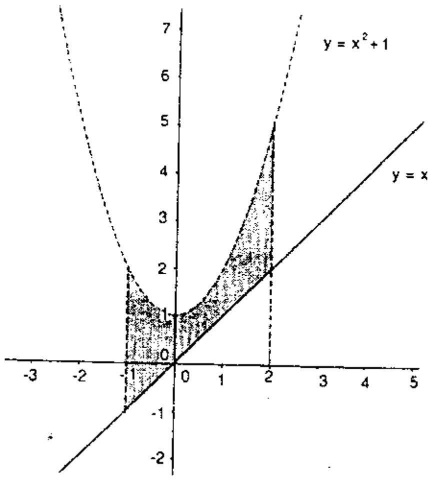
4. നിശ്ചലമായ തടാകത്തിലേക്ക് ഒരു കല്ലിടുമ്പോൾ ജലോപരിതലത്തിൽ രൂപപ്പെടുന്ന വൃത്താകൃതിയിലുള്ള തരംഗങ്ങൾ 4 സെ. മീ./സെക്കന്റ് വേഗത്തിൽ ചലിക്കുന്നു. ജലതരംഗത്തിന്റെ ആരം 10 സെ. മീ. ആകുന്ന സമയത്ത് തരംഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വർദ്ധിക്കുന്നതിന്റെ നിരക്ക് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

Score

5. Match the following :

Differential Equation	Solution	
a) $x\frac{dy}{dx} = y$	i) $y = x^2 + C$	(1)
b) $\frac{dy}{dx} = 2x$	ii) $y = Cx$	(1)
c) $y^2 - 2xy\frac{dy}{dx} = 0$	iii) $y = \cos x + C$	(1)
	iv) $y^2 = Cx$	

6. Find the area of the shaded region in the given figure. **(3)**



7. Consider the differential equation $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 (x \neq 0)$.

   a) Find the integrating factor of the differential equation. **(2)**

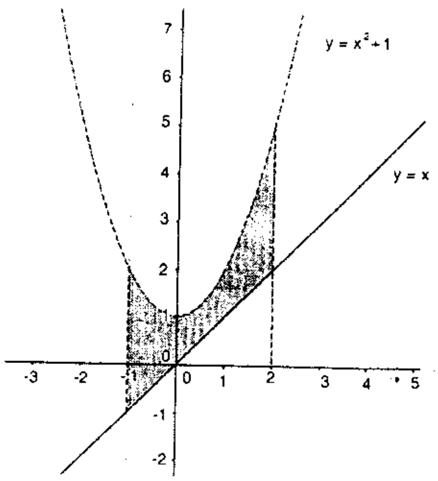
   b) Solve the differential equation. **(1)**

Score

5. ചേരുംപടി ചേർക്കുക :

ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യം	പരിഹാരം	
a) $x\frac{dy}{dx} = y$	i) $y = x^2 + C$	(1)
b) $\frac{dy}{dx} = 2x$	ii) $y = Cx$	(1)
c) $y^2 - 2xy\frac{dy}{dx} = 0$	iii) $y = \cos x + C$	(1)
	iv) $y^2 = Cx$	

6. ചിത്രത്തിലെ ഷേഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. **(3)**



7. $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 (x \neq 0)$ എന്ന ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

   a) ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിങ്ങ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

   b) ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

Score

8. a) Construct a 3×3 matrix $A = [a_{ij}]$, $a_{ij} = i - j$. **(2)**

   b) Find $|A|$. **(1)**

Answer any eight questions from 9 to 18. Each carries four scores. (8×4=32)

9. a) Write the direction ratios of the vector $\vec{a} = i + j - 2k$. **(1)**

   b) Write the direction cosines of a vector perpendicular to $\vec{a}$. **(3)**

10. a) Show that $R = \{(a, b) : a, b \in R, a \leq b^2\}$ is neither reflexive, nor symmetric nor transitive. **(3)**

    b) Write a commutative binary operation on $A = \{1, 2, 3\}$. **(1)**

11. a) Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the matrix equation $A^2 - 5A + 7I = 0$ where I is a 2×2 identity matrix and 0 is the 2×2 zero matrix. **(2)**

    b) Using the above equation, find A^{-1}. **(2)**

Score

8. a) $A = [a_{ij}]$, $a_{ij} = i - j$ ആകുന്ന വിധം ഒരു 3×3 മെട്രിക്സ് എഴുതുക. **(2)**

   b) $|A|$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

9 മുതൽ 18 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (8×4=32)

9. a) $\vec{a} = i + j - 2k$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ഡയറക്ഷൻ റേഷ്യോകൾ എഴുതുക. **(1)**

   b) $\vec{a}$ യ്ക്ക് ലംബമായ ഒരു വെക്ടറിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈനുകൾ എഴുതുക. **(3)**

10. a) $R = \{(a, b) : a, b \in R, a \leq b^2\}$ എന്ന റിലേഷൻ റിഫ്ലക്സിവോ, സിമെട്രിക്കോ, ട്രാൻസിറ്റീവോ അല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

    b) $A = \{1, 2, 3\}$ യിൽ ഒരു കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. **(1)**

11. a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് $A^2 - 5A + 7I = 0$ എന്ന മെട്രിക്സ് സമവാക്യം പാലിക്കുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുക. (I ഒരു 2×2 ഐഡന്റിറ്റിമെട്രിക്സും 0 ഒരു 2×2 സീറോമെട്രിക്സും ആകുന്നു) **(2)**

    b) മേൽ സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

Score

12. a) The value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ = ___ **(1)**

b) Write $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ in its simplest form. **(3)**

13. Consider the function

$$f(x) = \begin{cases} kx+1 & \text{if } x \le 5 \\ 3x-5 & \text{if } x > 5 \end{cases}$$

Find the value of k so that f(x) is continuous at x = 5. **(4)**

14. Find the points of local maximum and local minimum of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. **(4)**

15. Evaluate $\int_2^3 x^2 dx$ using limit of a sum. **(4)**

16. Evaluate the integral $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$. **(4)**

Score

12. a) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ യുടെ വില = ___ **(1)**

b) $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ നെ അതിന്റെ ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതുക. **(3)**

13. $f(x) = \begin{cases} kx+1 & \text{if } x \le 5 \\ 3x-5 & \text{if } x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക. x = 5 എന്ന ബിന്ദുവിൽ f(x) കണ്ടിന്യുവസ് ഫംഗ്ഷനാകും വിധം k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

14. $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ ലോക്കൽ മാക്സിമം, ലോക്കൽ മിനിമം വിലകൾ കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

15. $\int_2^3 x^2 dx$ ന്റെ വില ലിമിറ്റ് ഓഫ് സം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

16. $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ എന്ന ഇന്റഗ്രലിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

Score

17. a) Draw a rough figure and shade, the region bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$. **(1)**

b) Find the area of the shaded region. **(3)**

18. a) Write the line

$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(2i + 3j + 6k)$

in Cartesian form. **(1)**

b) Write the co-ordinates of a point on this line. **(1)**

c) Write another point on this line which lies at a distance of 7 units from this point. **(2)**

Answer any five questions from 19 to 25. Each carries six scores. (5×6=30)

19. Solve the following system of linear equations using matrix method. **(6)**

$x + y + z = 6$

$y + 3z = 11$

$x + z = 2y$

Score

17. a) $y = \cos x$ എന്ന കർവ് $x = 0$ക്കും $x = 2\pi$ ക്കും ഇടയിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് ഷെയ്ഡ് ചെയ്യുക. **(1)**

b) മേൽപറഞ്ഞ ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. **(3)**

18. a) $\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(2i + 3j + 6k)$ എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കാർട്ടീഷ്യൻ രൂപത്തിലെഴുതുക. **(1)**

b) ഈ വരയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക. **(1)**

c) ഇതേ വരയിൽ ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് 7 യൂണിറ്റ് അകലെയുള്ള മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക. **(2)**

19 മുതൽ 25 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 6 സ്കോർ വീതം. (5×6=30)

19. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മെട്രിക്സ് സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് രീതിയിൽ കാണുക. **(6)**

$x + y + z = 6$

$y + 3z = 11$

$x + z = 2y$

Score

20. a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 + \cos t)$. (3)

b) If $y = (\tan^{-1}x)^2$, show that $(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} = 2$. (3)

21. a) Prove that the function given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing in R. (2)

b) Find the slope of the tangent to the curve $y = 3x^2 - 4x$ at $x = 2$. (2)

c) Use differentials to approximate the value of $\sqrt{25.3}$. (2)

22. Find the following integrals.

a) $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1 + x^2} dx$ (3)

b) $\int \frac{dx}{(x + 1)(x + 2)}$ (3)

Score

20. a) $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 + \cos t)$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണക്കാക്കുക. (3)

b) $y = (\tan^{-1}x)^2$ ആയാൽ, $(1 + x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} = 2$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

21. a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ R ൽ ഇൻക്രീസിങ്ങ് ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

b) $y = 3x^2 - 4x$ എന്ന കർവിന്റെ $x = 2$ എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള തൊടുവരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക. (2)

c) $\sqrt{25.3}$ ന്റെ ഏകദേശവില ഡിഫറൻഷിയൽ ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുക. (2)

22. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രൽസ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1 + x^2} dx$ (3)

b) $\int \frac{dx}{(x + 1)(x + 2)}$ (3)

Score

23. a) Form the differential equation of the family of circles touching the x axis at origin. **(3)**

b) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$. **(3)**

24. a) If θ is the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $|\vec{a}.\vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$, then $\theta =$ ______ **(1)**

i) $\frac{\pi}{2}$ ii) $\frac{\pi}{4}$

iii) π iv) 0

b) If $\vec{a} = 2i - j + 3k$ and $\vec{b} = i + j + k$, write a vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(2)**

c) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

d) If $\vec{c} = i + 2j - k$, then find the volume of a parallelepiped with $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ as its co-initial sides. **(2)**

25. a) Consider the line $\vec{r} = (i + j) + \lambda(i + 2j)$. Write the equation of a line which is parallel to the above line and lying at a distance of 5 units from the line. **(1)**

b) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k)$ and $\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$. **(5)**

Score

23. a) x അക്ഷത്തെ ഒറിജിനിൽ തൊടുന്ന വൃത്തങ്ങളുടെ ഫാമിലിയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. **(3)**

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$ എന്ന ഡിഫറൻഷിയൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(3)**

24. a) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും ഇടയിലുള്ള കോണാണ് θ. $|\vec{a}.\vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$, ആയാൽ $\theta =$ ______ **(1)**

i) $\frac{\pi}{2}$ ii) $\frac{\pi}{4}$

iii) π iv) 0

b) $\vec{a} = 2i - j + 3k$, $\vec{b} = i + j + k$ ആയാൽ $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും ലംബമായ വെക്ടർ എഴുതുക. **(2)**

c) $\vec{a}$, $\vec{b}$ ഇവ സമീപവശങ്ങളായി വരുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. **(1)**

d) $\vec{c} = i + 2j - k$ ആയാൽ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ഇവ സമീപവശങ്ങളായി വരുന്ന പാരലെലോപിപ്പഡിന്റെ ഉള്ളളവ് കണക്കാക്കുക. **(2)**

25. a) $\vec{r} = (i + j) + \lambda(i + 2j)$ എന്ന വരക്ക് സമാന്തരമായതും ഈ വരയിൽ നിന്ന് 5 യൂണിറ്റ് അകലെയുള്ളതുമായ മറ്റൊരു വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക. **(1)**

b) $\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k)$, $\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$ എന്നീ വരകൾക്കിടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണക്കാക്കുക. **(5)**